

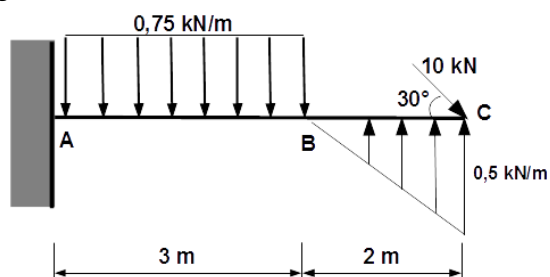
São Paulo, abril de 2020.

“Exercícios complementares de apoio aos alunos que cursam as disciplinas de “Introdução a Mecânica das Estruturas” para os cursos da Engenharia Civil ou de “Resistência dos Materiais” para demais cursos de engenharia. Dizem respeito aos conteúdos de cálculo de esforços em estruturas isostáticas.

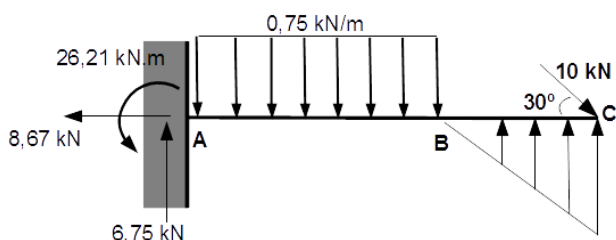
Foram desenvolvidos pelo prof. Valério S. Almeida, quando não indicado o autor no início do exercício. Abrange estruturas do tipo: vigas, pórticos, pórticos-triarticulados, treliças planas, pórtico espacial, pórticos associados e linha de influencia.

## CÁLCULO DE REAÇÕES

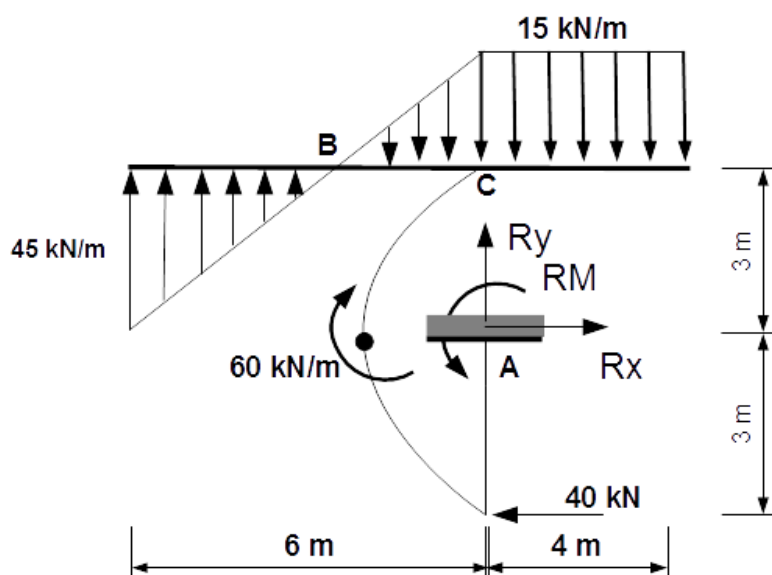
R1) Calcular as reações a seguir.



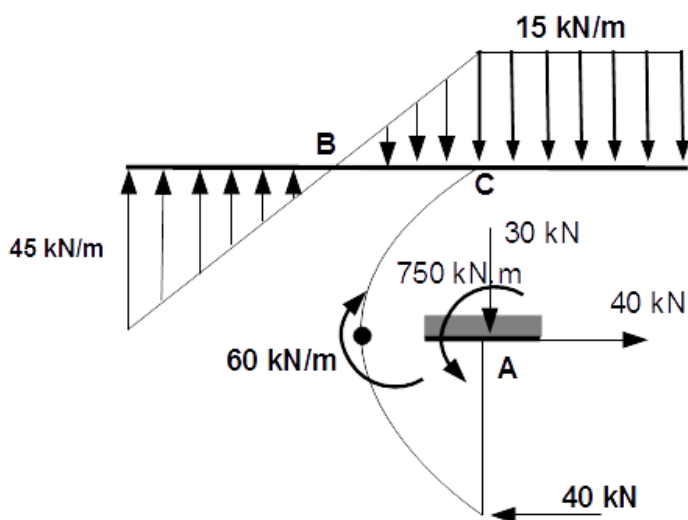
Resposta:  $R_x = -8,67 \text{ kN}$   
 $R_y = 6,75 \text{ kN}$   
 $RM = 26,21 \text{ kN.m}$



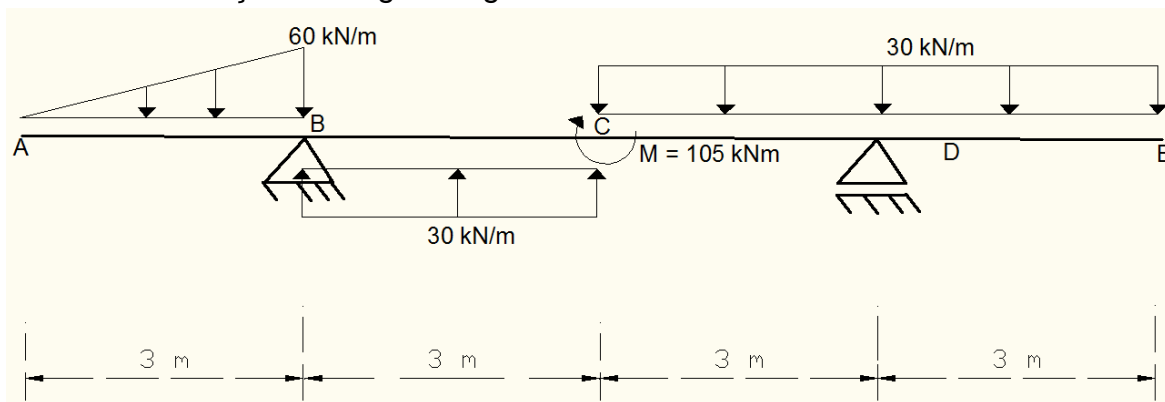
R2) Calcular as reações a seguir.



Resposta:  $R_x = 40 \text{ kN}$   
 $R_y = -30 \text{ kN}$   
 $RM = 750 \text{ kN.m}$

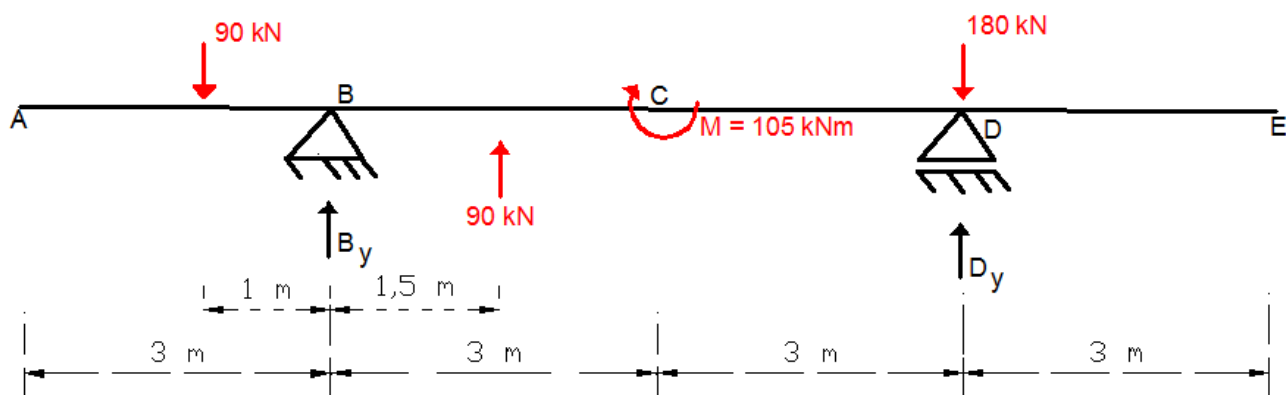


R3) Determinar as reações da viga a seguir.



Resposta:

$B_x = 0$ ;  $B_y = 20 \text{ kN} (\uparrow)$ ;  $D_y = 160 \text{ kN} (\uparrow)$

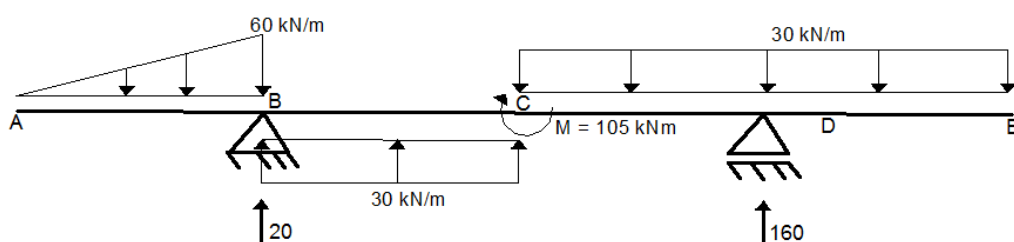


$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x = 0$$

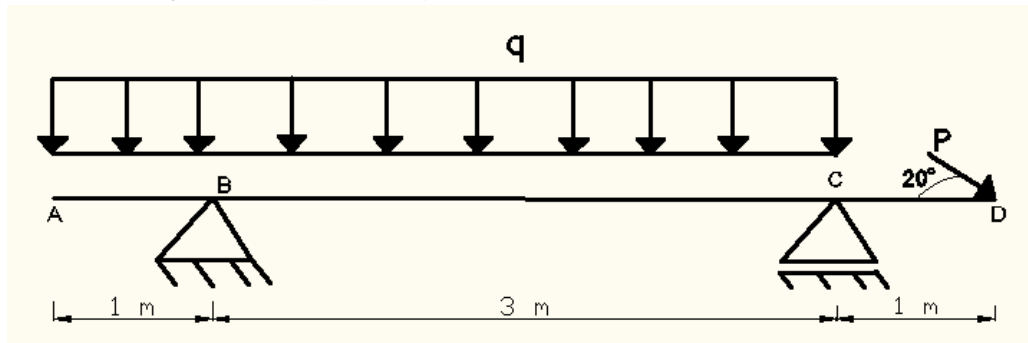
$$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y + D_y = 180$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow 6.D_y + 90.1 + 90.1.5 = 105 + 180.6 \rightarrow D_y = 160 \text{ kN}(\uparrow)$$

$$\therefore B_y = 20 \text{ kN}(\uparrow)$$



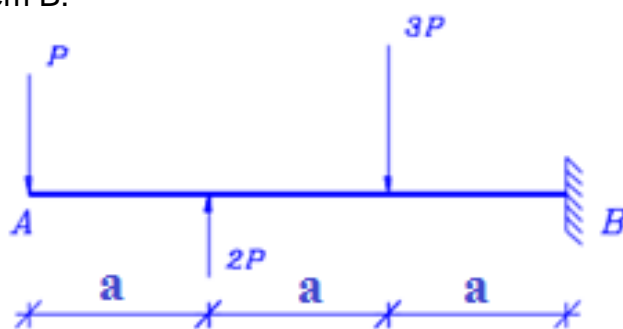
R4) Determinar as reações da viga a seguir. Dados  $q = 18 \text{ kN/m}$  e  $P = 15 \text{ kN}$ .



Resposta:

$\sum F_x = 0 : B_x = 14,09 \text{ kN} (\leftarrow)$   
 $\sum F_y = 0 : B_y + C_y = 77,13$   
 $\sum M_B = 0 : 3C_y = 72 \cdot 1 + 5,13 \cdot 4$   
 $C_y = 30,84 \text{ kN} (\uparrow)$   
 $B_y = 46,29 \text{ kN} (\uparrow)$   
 $B_x = 14,09 \text{ kN} (\leftarrow)$

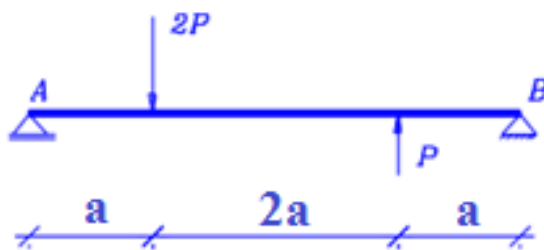
R5) Determinar as reações em B.



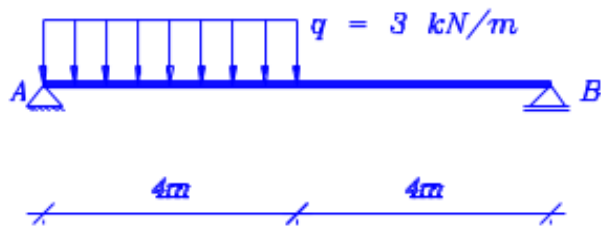
Resposta:

$\sum F_x = 0: F_{x_B} = 0$   
 $\sum F_y = 0: F_{y_B} + 2P = 4P \rightarrow F_{y_B} = 2P$   
 $\sum M_B = 0: (3P) \cdot a + P \cdot 3a = R_{MB} + (2P)2a$   
 $R_{MB} = 2Pa$

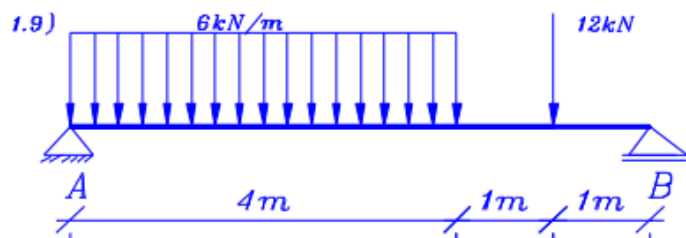
R6) Determinar as reações.



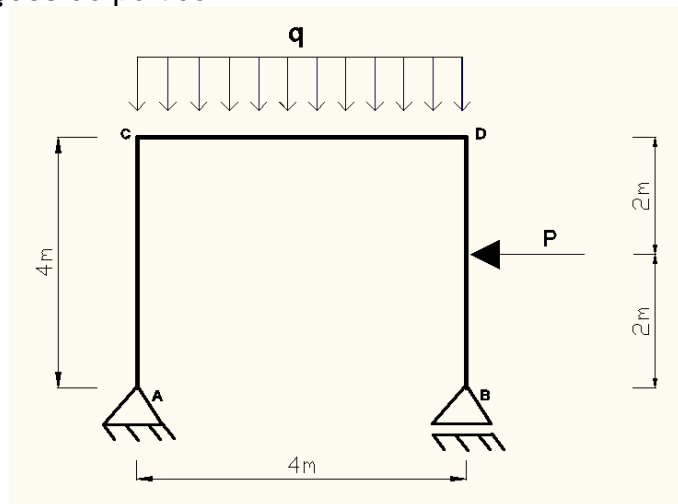
R7) Determinar as reações.



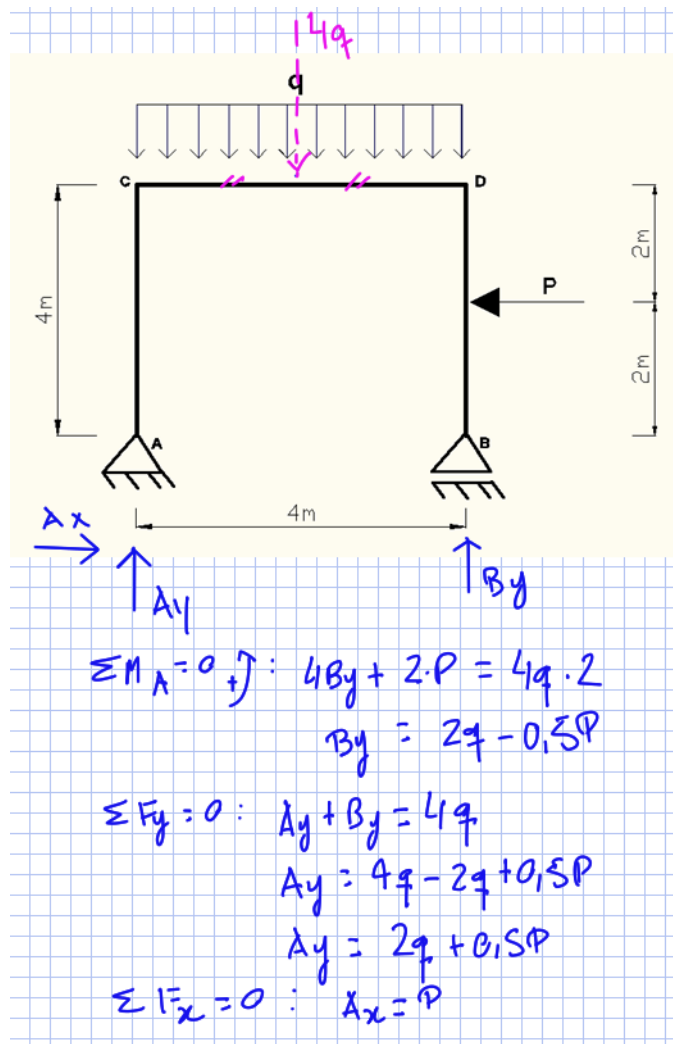
R8) Determinar as reações.



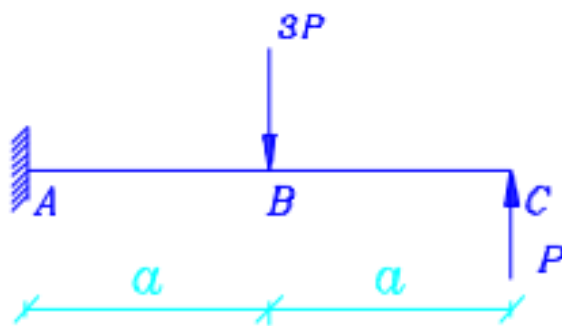
R9) Determinar as reações do pórtico.



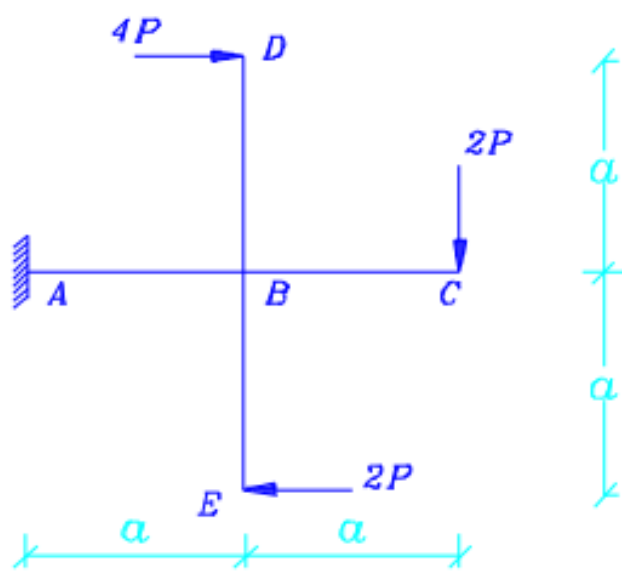
Resposta:



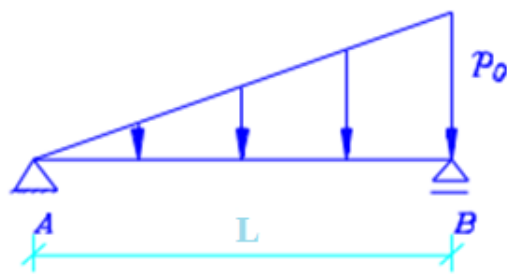
R10) Determinar as reações.



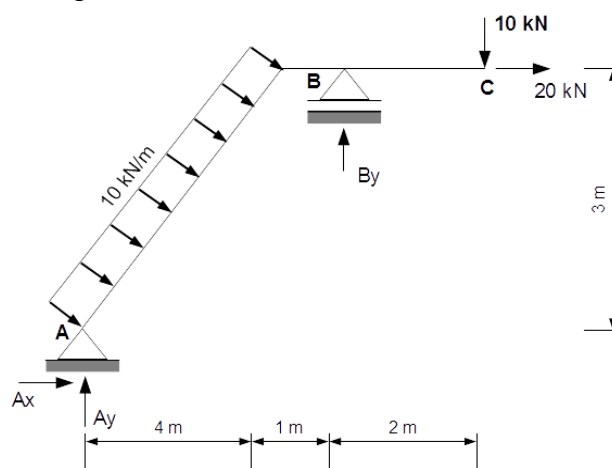
R11) Determinar as reações.



R12) Determinar as reações.

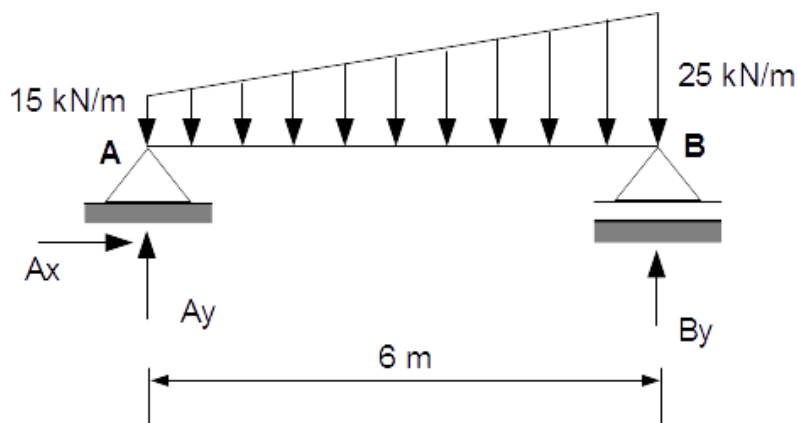


R13) Calcular as reações a seguir.



Resposta:  $A_x = -50 \text{ kN}$   
 $A_y = -1 \text{ kN}$   
 $B_y = 51 \text{ kN}$

R14) Calcular as reações a seguir.



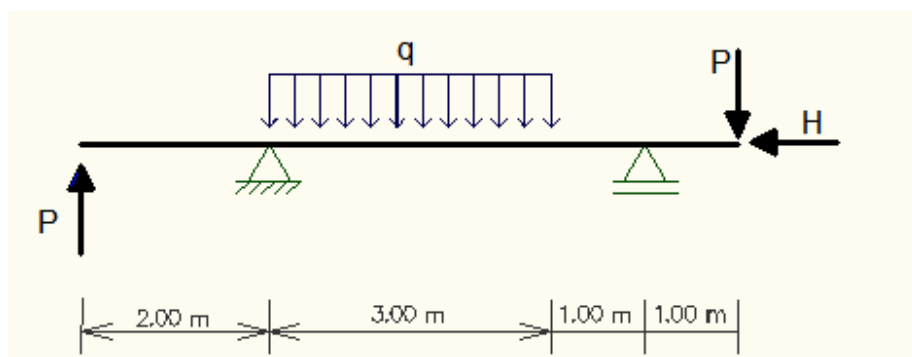
Resposta:  $A_x = 0 \text{ kN}$   
 $A_y = 55 \text{ kN}$   
 $B_y = 65 \text{ kN}$

Resposta:

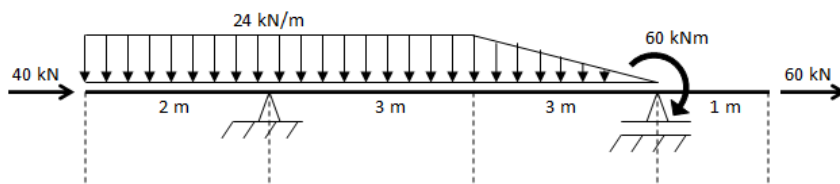
Resposta:  $A_x = 0 \text{ kN}$   
 $A_y = 55 \text{ kN}$   
 $B_y = 65 \text{ kN}$

$\Sigma F_y = 0: A_y + B_y = 90 + 30 = 120 \text{ kN}$   
 $\Sigma M_A = 0: 6B_y = 90 \cdot 3 + 30 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3}$   
 $B_y = 65 \text{ kN}$   
 $A_y = 55 \text{ kN}$

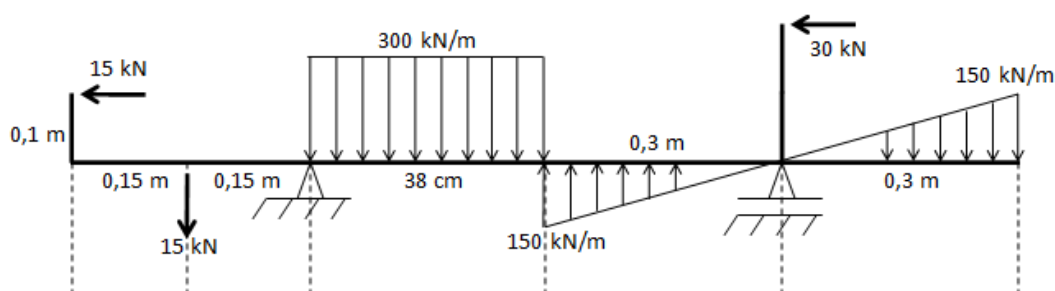
R15) Calcular as reações a seguir.



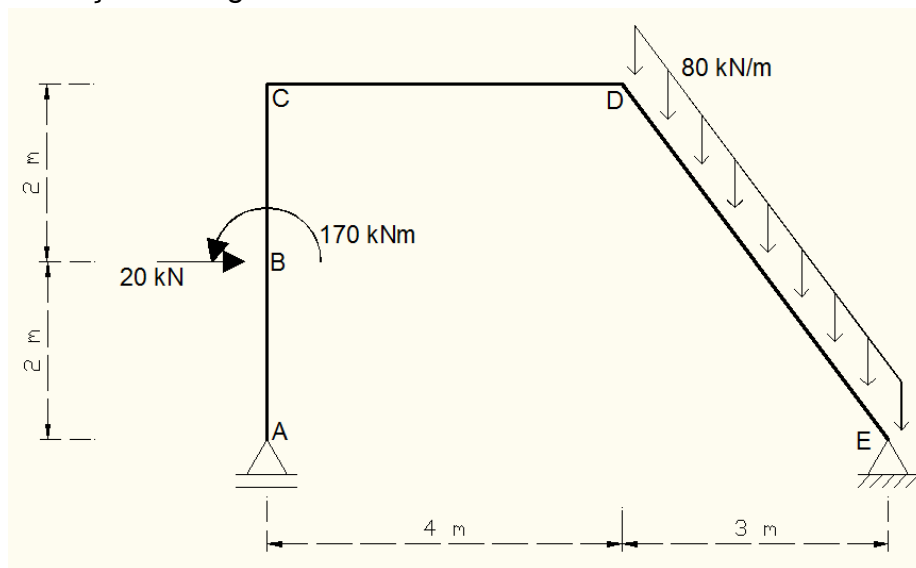
R16) Calcular as reações a seguir.



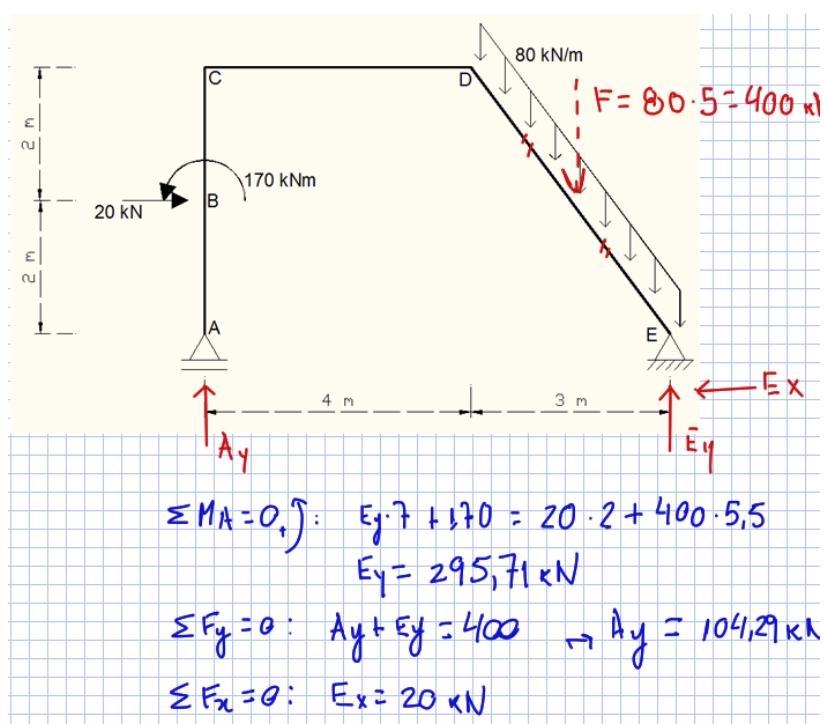
R17) Calcular as reações a seguir.



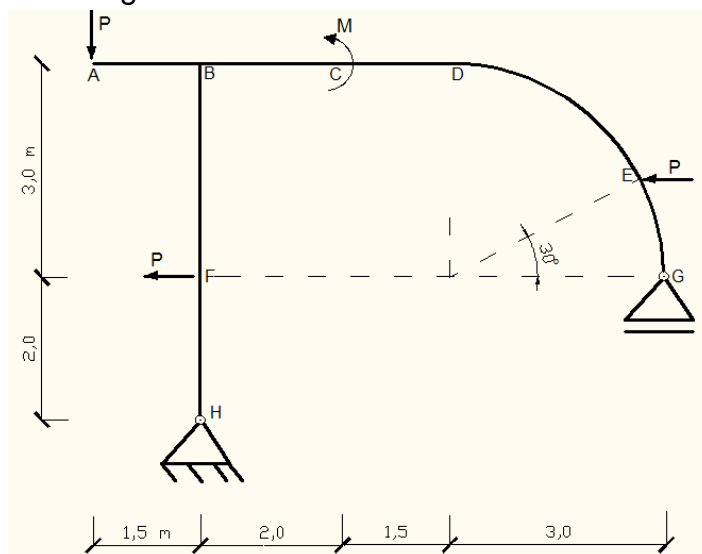
R18) Calcular as reações a seguir.



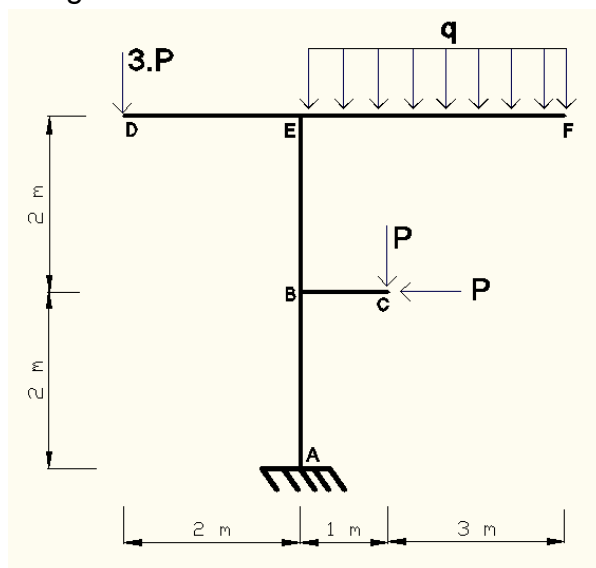
Resposta:



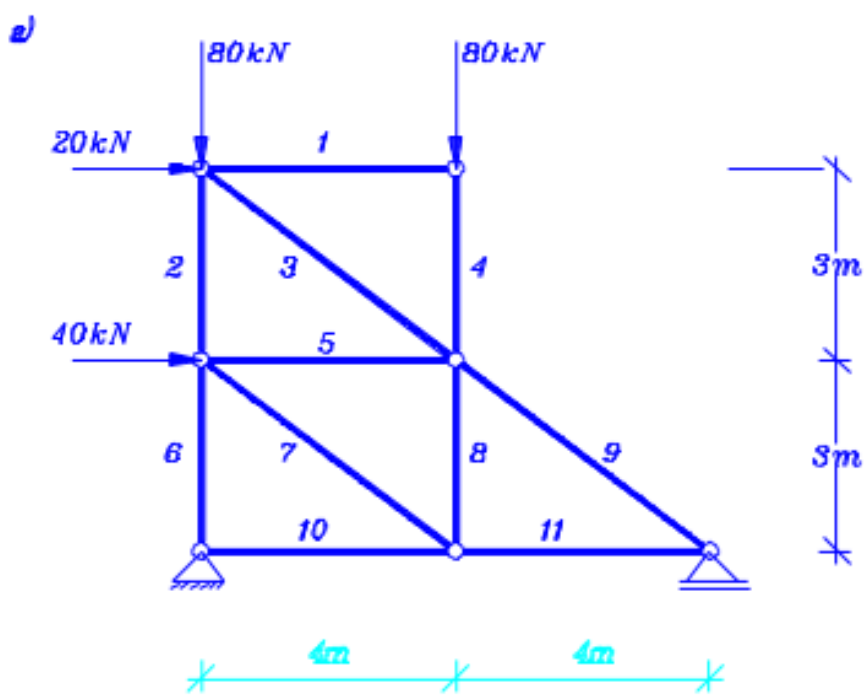
R19) Calcular as reações a seguir.



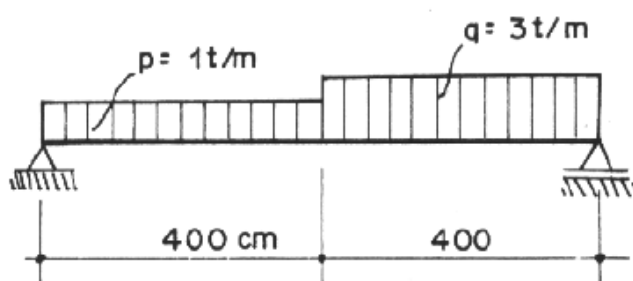
R20) Calcular as reações a seguir.



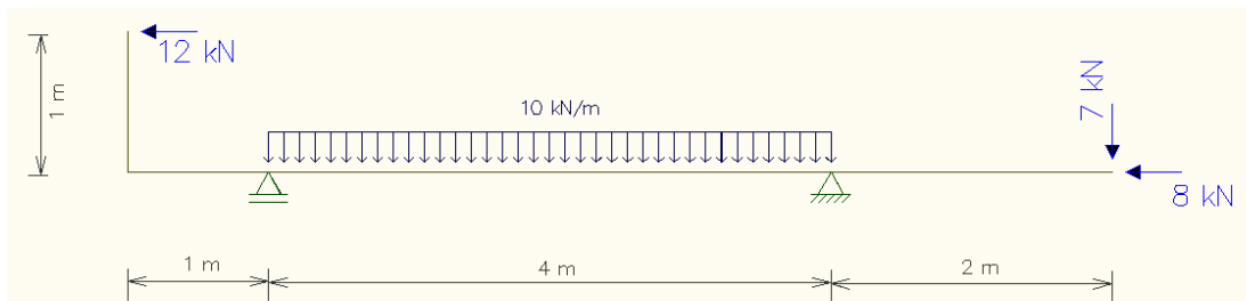
R21) Calcular as reações a seguir.



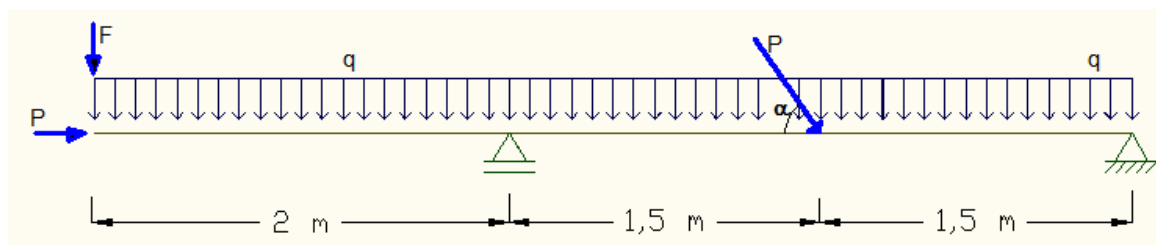
R22) Calcular as reações a seguir.



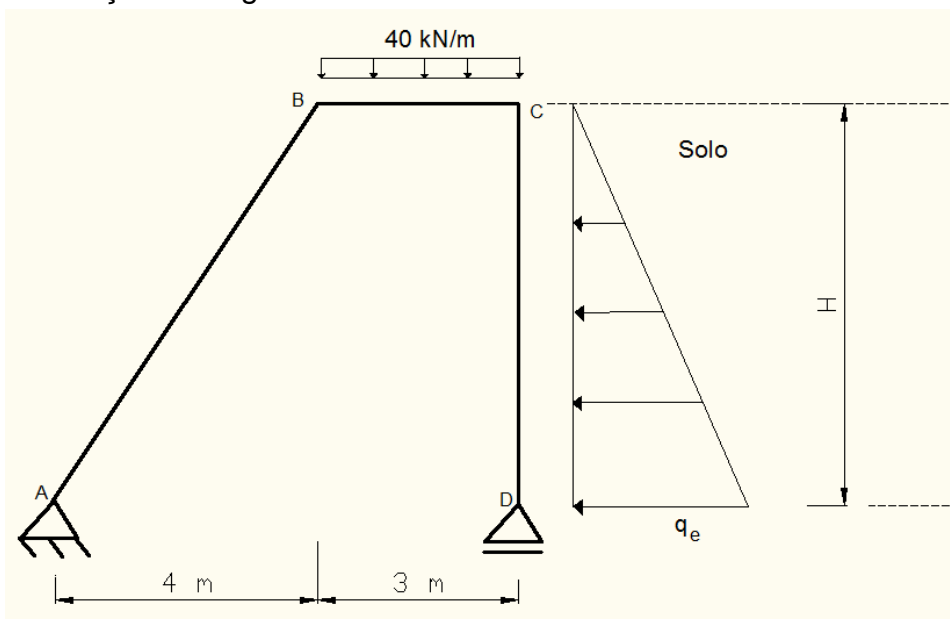
R23) Calcular as reações a seguir.



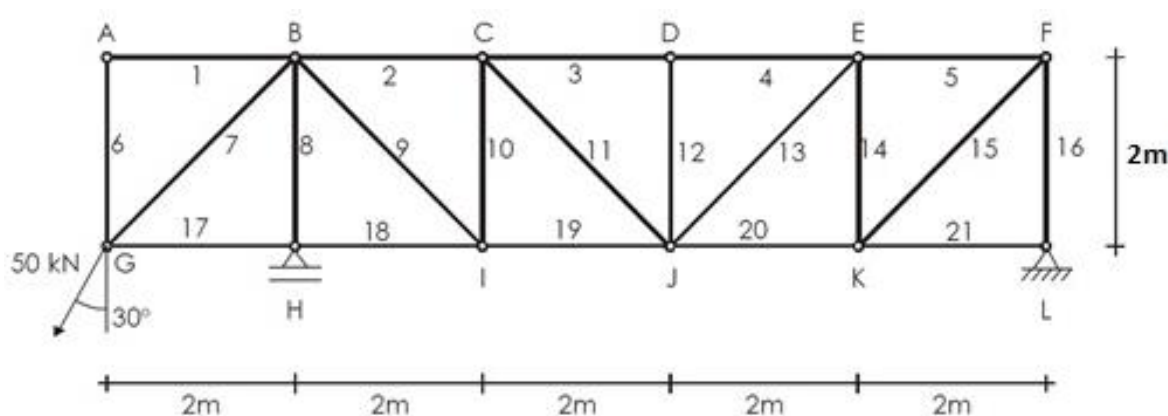
R24) Calcular as reações a seguir. Dados:  $P = 10 \text{ kN}$ ;  $F = P/10$ ;  $q = 8 \text{ kN/m}$ ;  $\alpha = 30^\circ$



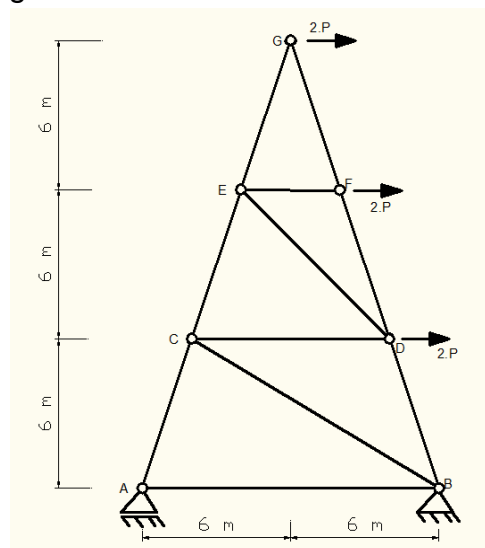
R25) Calcular as reações a seguir.



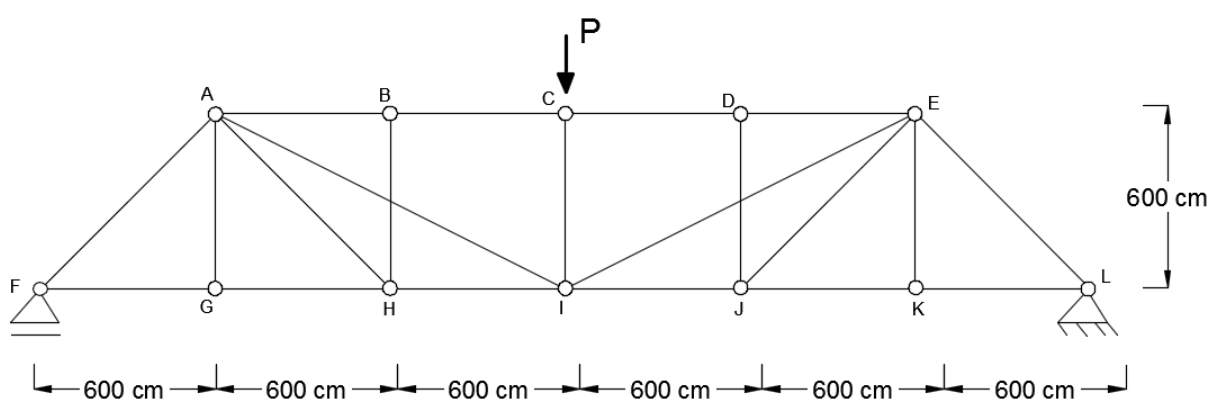
R26) Calcular as reações a seguir.



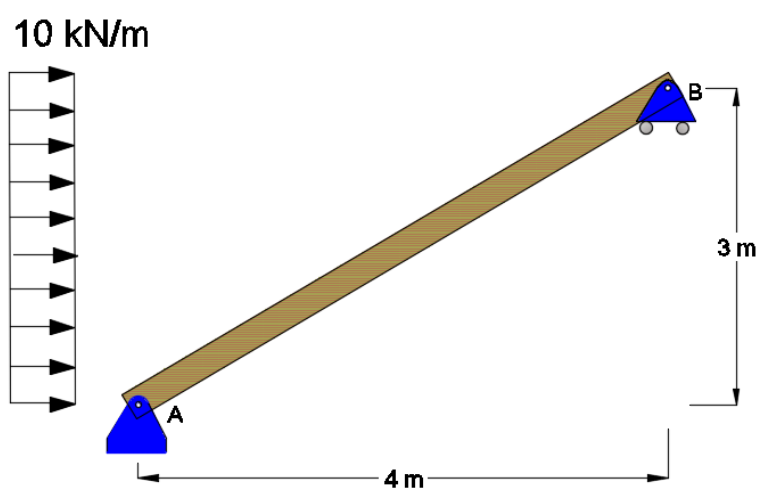
R27) Calcular as reações a seguir.



R28) Calcular as reações a seguir.



R29) Calcular as reações a seguir.

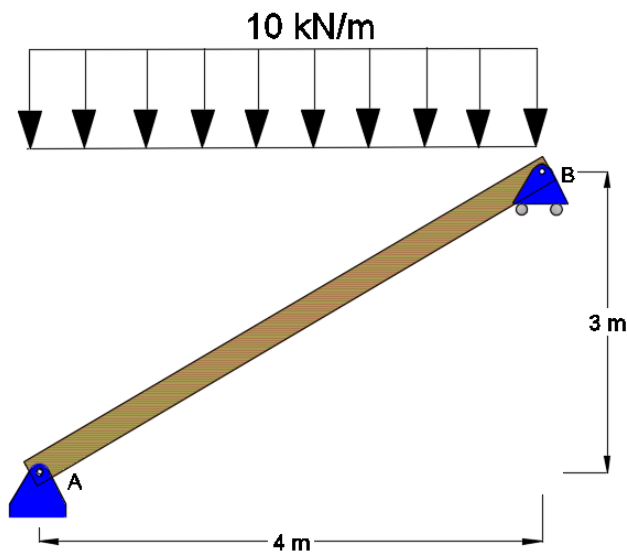


Resposta:

$\sum F_x = 0: A_x = 30 \text{ kN}$   
 $\sum M_A = 0 \curvearrowright: B_y \cdot 4 = 30 \cdot 1,5 \text{ (}\leftarrow\text{)}$   
 $B_y = 11,25 \text{ kN (}\uparrow\text{)}$   
 $\sum F_y = 0: A_y + B_y = 0 \rightarrow A_y = -11,25 \text{ kN (}\downarrow\text{)}$



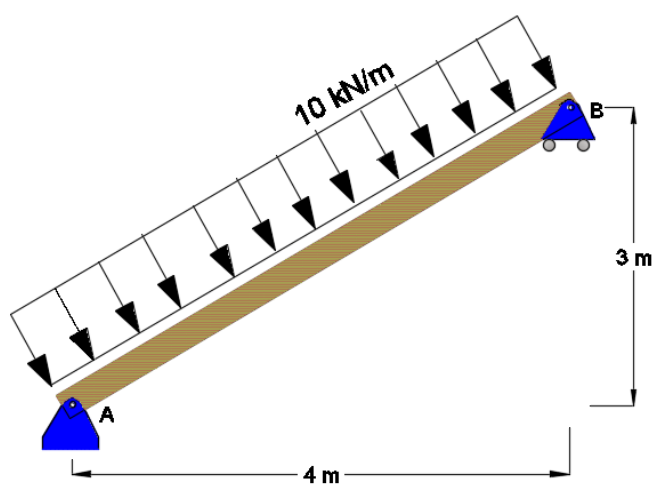
R30) Calcular as reações a seguir.



Resposta:

$\Sigma F_y = 0: A_y + B_y = 40$   
 $\Sigma M_A = 0: B_y \cdot 4 = 40 \cdot 2$   
 $B_y = 20 \text{ kN}$   
 $A_y = 20 \text{ kN}$   
 $\Sigma F_x = 0: A_x = 0$

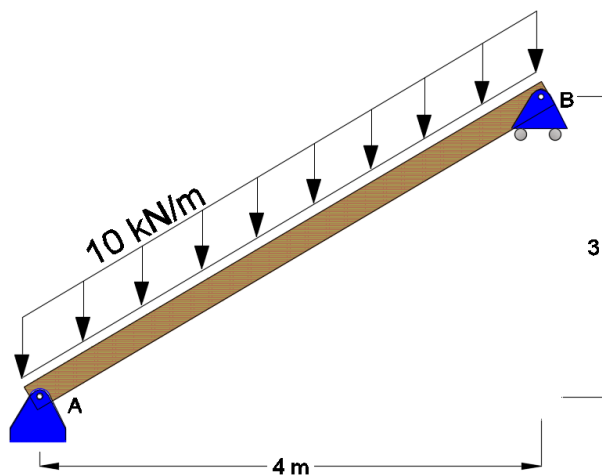
R31) Calcular as reações a seguir.



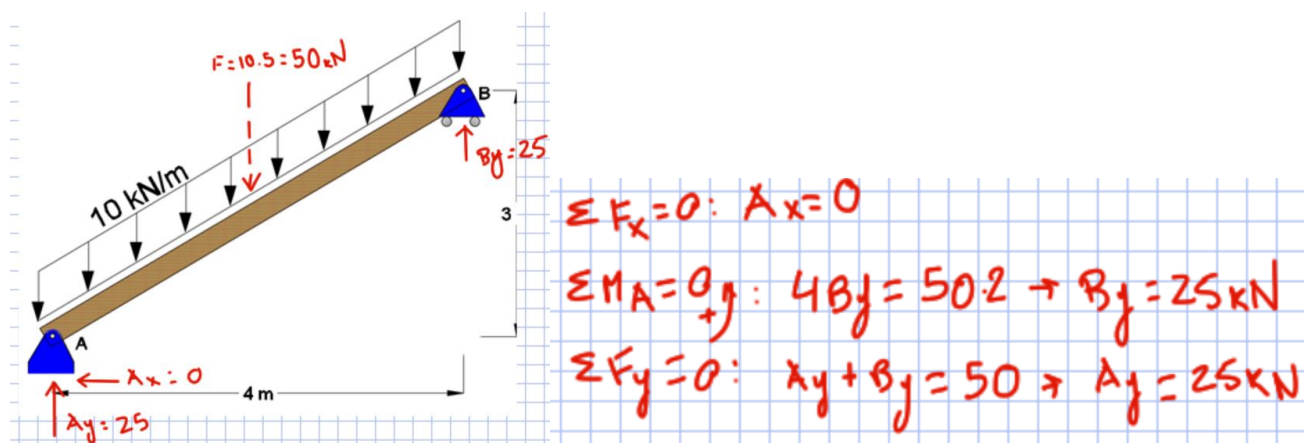
Resposta:

$\Sigma F_x = 0: 50 \sin \theta = A_x$   
 $A_x = 50 \cdot 0,6 = 30 \text{ kN}$   
 $\Sigma M_A = 0: B_y \cdot 4 = (50 \cos \theta) \cdot 2 + (50 \sin \theta) \cdot 1,5$   
 $B_y = (0,8 \cdot 100 + 45) / 4 = 31,25 \text{ kN}$   
 $\Sigma F_y = 0: A_y + B_y = 50 \cdot 0,8 \Rightarrow A_y = 40 - 31,25$   
 $A_y = 8,75 \text{ kN}$

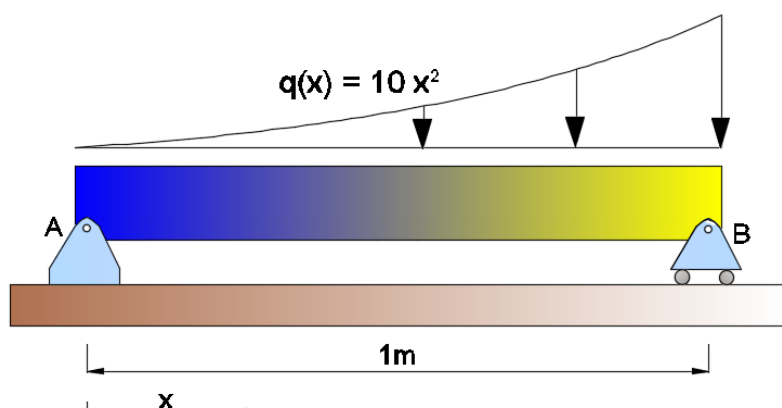
R32) Calcular as reações a seguir.



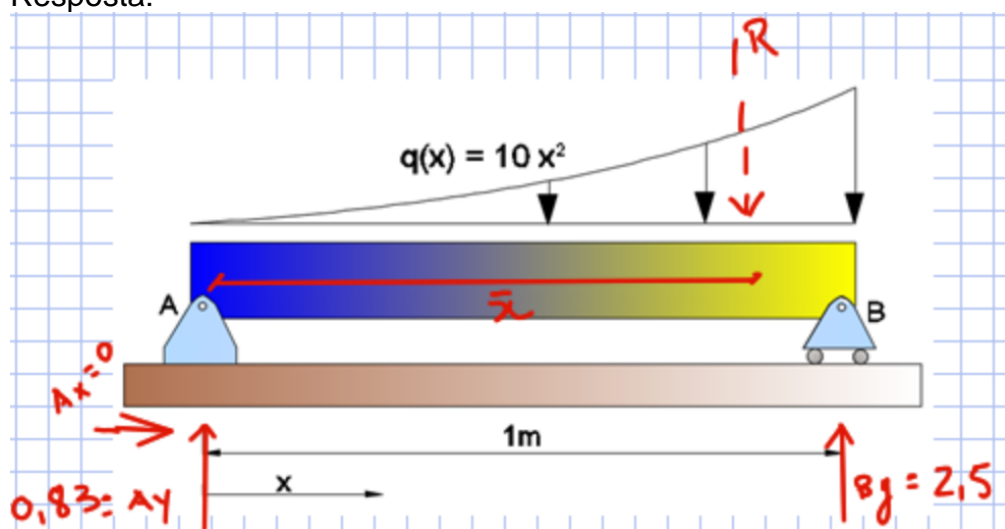
Resposta:



R33) Calcular as reações a seguir.



Resposta:



Por definição:  $R = \int_0^{L=1m} q(x) dx$

$$R = \int_0^1 10x^2 dx = \frac{10 \cdot x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{10}{3} \text{ (kN)}$$

$$\bar{x} = \frac{\int_0^1 q(x) x dx}{R} = \frac{\int_0^1 (10x^2) x dx}{10/3} = \frac{\int_0^1 10x^3}{10/3} =$$

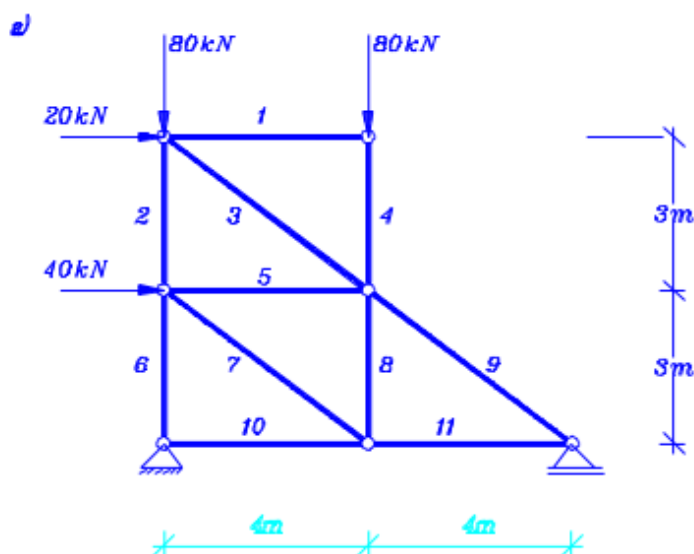
$$\bar{x} = \frac{10x^4}{4} \cdot \frac{3}{10} \Big|_0^1 = \frac{10}{4} \cdot \frac{3}{10} = 0,75 \text{ m}$$

$$\Sigma M_A = 0 \uparrow: B_y \cdot 1 = \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{2} \rightarrow B_y = 2,5 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0: A_y + B_y = \frac{10}{3} \rightarrow A_y = \frac{10}{3} - 2,5 = \frac{5}{6} = 0,83 \text{ kN}$$

## CÁLCULO DE ESFORÇOS SOLICITANTES E DIAGRAMAS

E1) Na treliça a seguir, obtenha os esforços normais em todas as barras.



Respostas: Treliça (a)  
 $N_1 = 0$   
 $N_2 = -65 kN$   
 $N_3 = -25 kN$   
 $N_4 = -80 kN$   
 $N_5 = -73,33 kN$   
 $N_6 = -90 kN$   
 $N_7 = 41,67 kN$   
 $N_8 = -25 kN$   
 $N_9 = -116,67 kN$   
 $N_{10} = 60 kN$   
 $N_{11} = 93,33 kN$

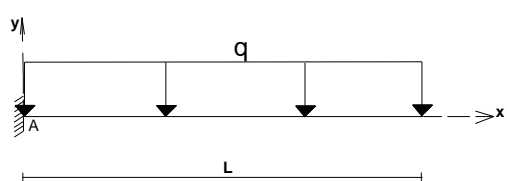
E2) Se num certo trecho da viga, a função de carregamento distribuído vertical, que é perpendicular a seu eixo, for uma função polinomial de grau 2, então o diagrama de momento fletor nesse trecho é uma função polinomial de grau:

- Um
- Dois
- Três
- Quatro

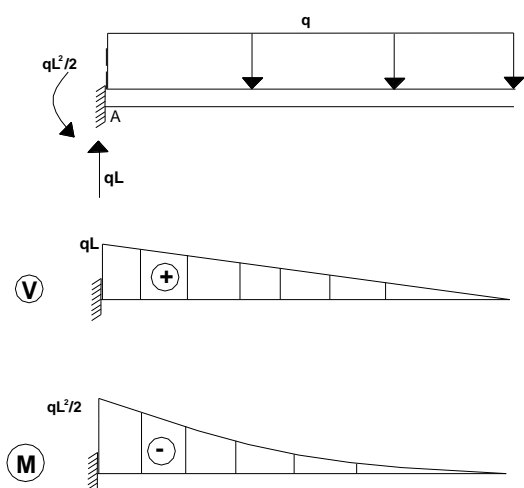
Como se sabe, a equação diferencial de equilíbrio que relaciona  $q(x)$  e  $M(x)$  é dada por:

$\frac{d^2 M}{dx^2} = -q(x)$ , assim, se  $q(x)$  é do 2º. grau, integrando duas vezes,  $M(x)$  é **um polinômio do quarto grau.**

E3) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



Resp.

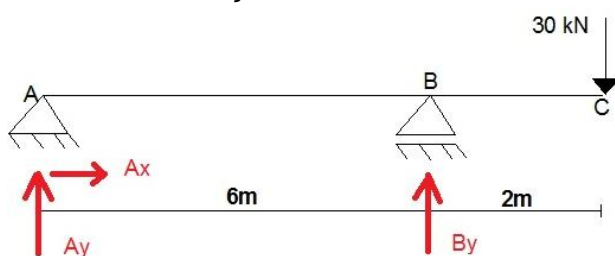


E4) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



Resposta:

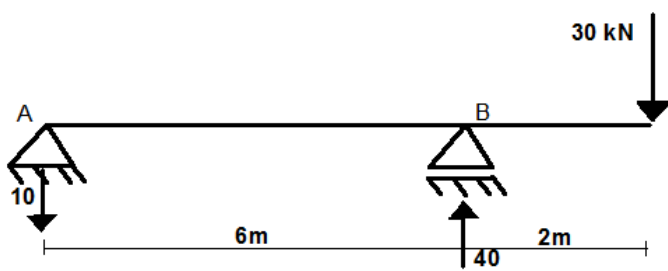
a. Cálculo das reações:



$$\sum F_x = 0: \rightarrow A_x = 0$$

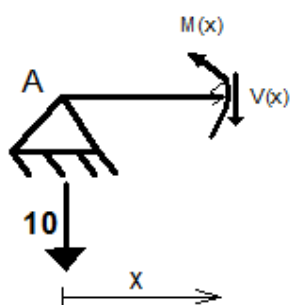
$$\sum M_A = 0: \rightarrow B_y \cdot 6 = 30 \cdot 8 \rightarrow B_y = 40 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0: \rightarrow A_y + 40 = 30 \rightarrow A_y = -10 \text{ kN } (\downarrow)$$



b. Dois trechos para realizar os cortes:

i. Trecho 1:  $0 < x < 6$



$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) + 10 = 0 \rightarrow V(x) = -10$$

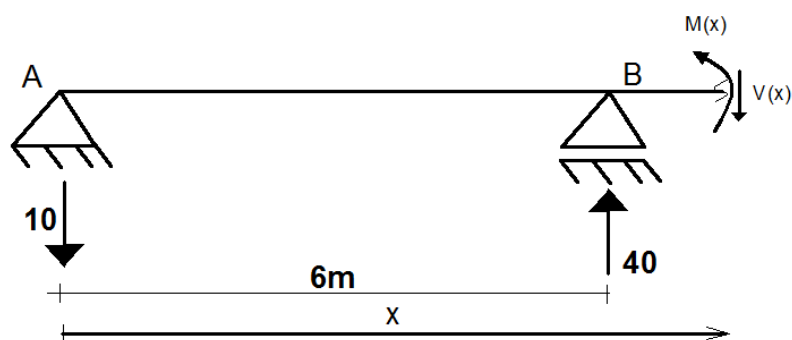
$$\sum M_s = 0: \rightarrow M(x) + 10 \cdot x = 0 \rightarrow M(x) = -10 \cdot x$$

Valores nos extremos do intervalo:

$$V(0) = V(6) = -10$$

$$M(0) = 0; M(6) = -60$$

ii. Trecho 2:  $6 < x < 8$



$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) + 10 - 40 = 0 \rightarrow V(x) = 30$$

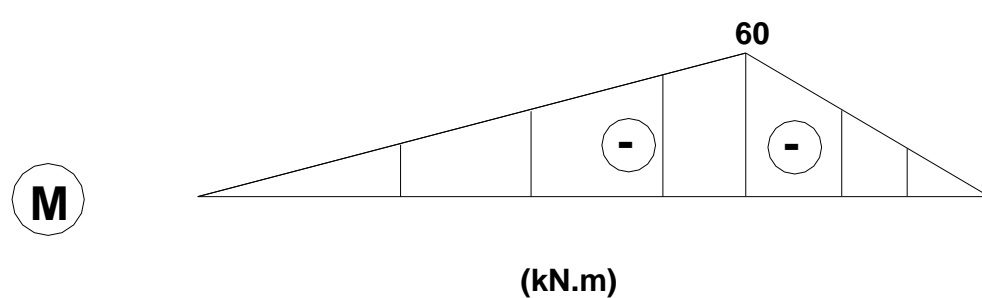
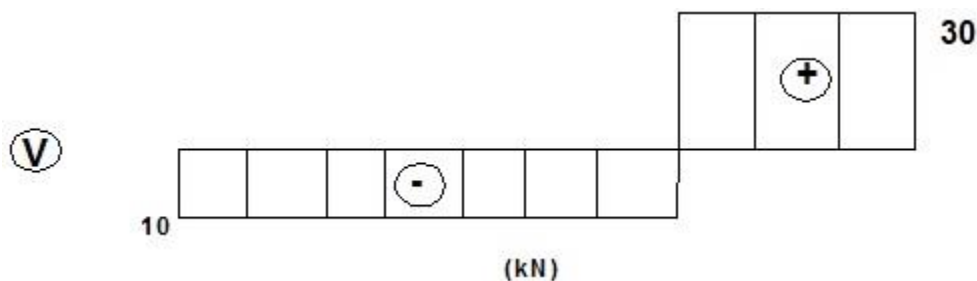
$$\sum M_s = 0: \rightarrow M(x) + 10 \cdot x - 40 \cdot (x - 6) = 0 \rightarrow M(x) = 30 \cdot x - 240$$

Valores nos extremos do intervalo:

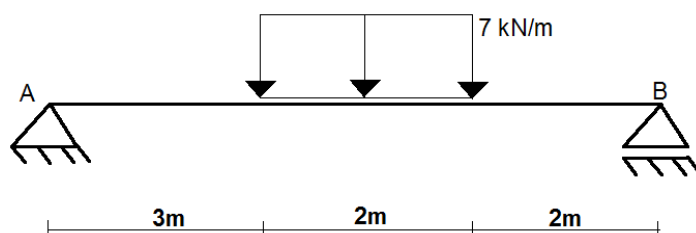
$$V(6) = V(8) = 30$$

$$M(6) = -60; M(8) = 0$$

c. Diagramas:

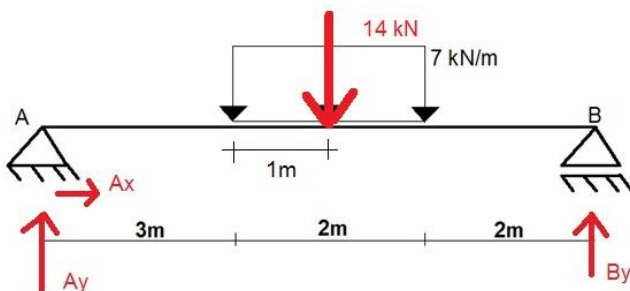


E5) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



Resposta:

a. Cálculo das reações:



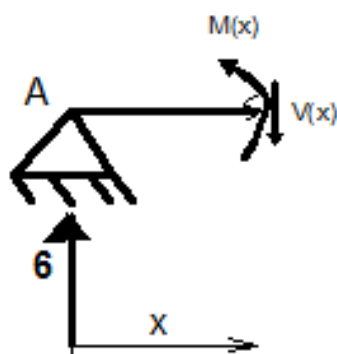
$$\sum F_x = 0: \rightarrow A_x = 0$$

$$\sum M_A = 0: \rightarrow B_y \cdot 7 = 14 \cdot 4 \rightarrow B_y = 8 \text{ kN } (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0: \rightarrow A_y + 8 = 14 \rightarrow A_y = 6 \text{ kN } (\uparrow)$$

b. Três trechos para realizar os cortes:

i. Trecho 1:  $0 < x < 3$



$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) - 6 = 0 \rightarrow V(x) = 6$$

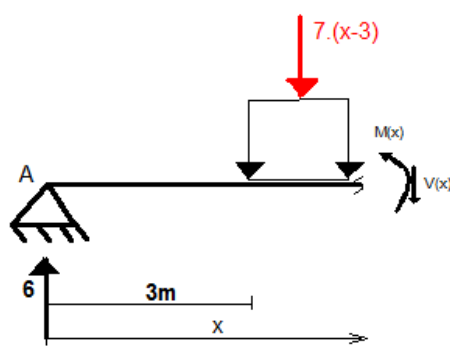
$$\sum M_s = 0: \rightarrow M(x) - 6 \cdot x = 0 \rightarrow M(x) = 6 \cdot x$$

Valores nos extremos do intervalo:

$$V(0) = V(3) = 6$$

$$M(0) = 0; M(3) = 18$$

ii. Trecho 2:  $3 < x < 5$



$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) - 6 + 7 \cdot (x - 3) = 0 \rightarrow V(x) = 27 - 7 \cdot x$$

$$\sum M_s = 0: \rightarrow M(x) - 6 \cdot x + 7 \cdot (x - 3) \frac{(x - 3)}{2} = 0 \rightarrow M(x) = 6 \cdot x - 3,5 \cdot (x - 3)^2$$

Valores nos extremos do intervalo:

$$V(3) = 6; V(5) = -8$$

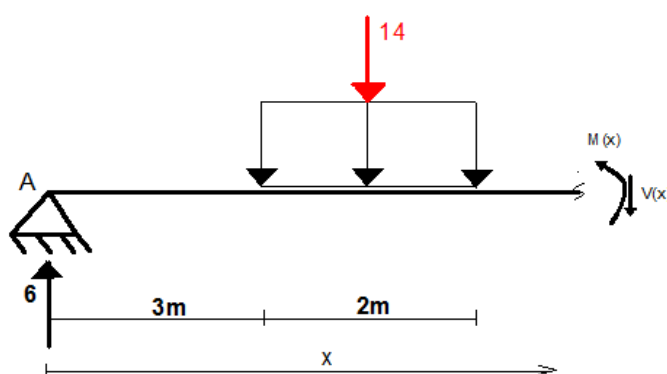
$$M(3) = 18; M(5) = 16$$

Obter ponto de extremo de M, fazendo:

$$V(x) = 27 - 7 \cdot x = 0 \rightarrow x = 3,86 \text{ m}$$

$$M(x = 3,86) = 6 \cdot 3,86 - 3,5 \cdot (3,86 - 3)^2 = 20,6$$

iii. Trecho 3:  $5 < x < 7$



$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) - 6 + 14 = 0 \rightarrow V(x) = -8$$

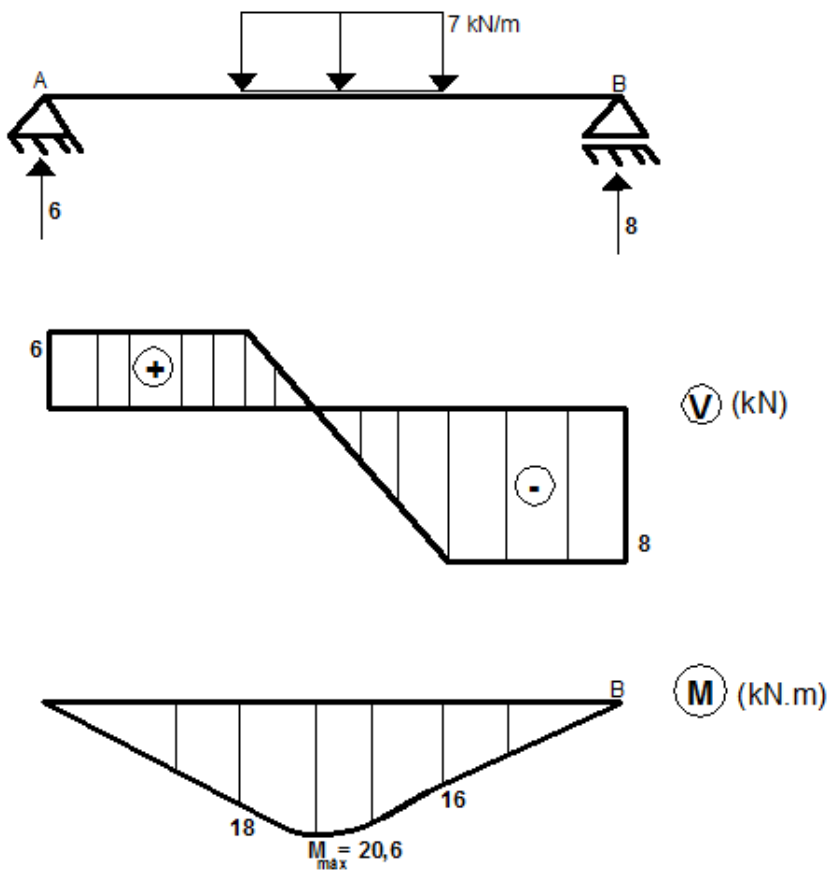
$$\sum M_s = 0: \rightarrow M(x) - 6.x + 14.(x - 4) = 0 \rightarrow M(x) = -8.x + 56$$

Valores nos extremos do intervalo:

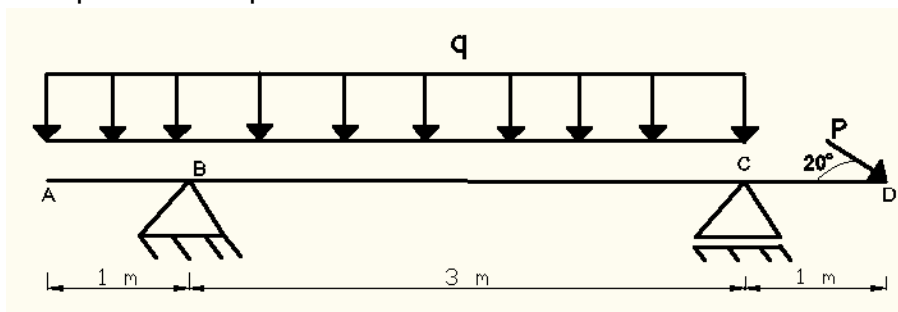
$$V(5) = V(7) = -8$$

$$M(5) = 16; M(7) = 0$$

c. Diagramas

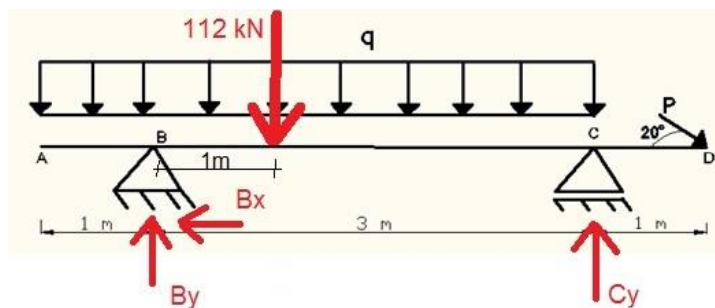


E6) Determinar os diagramas de esforços de toda a barra abaixo. Indicar explicitamente os valores e os pontos mais relevantes de esforços normais, cortantes e momentos fletores nos desenhos em destaque. Dados  $q = 28 \text{ kN/m}$  e  $P = 5 \text{ kN}$ .



Respostas:

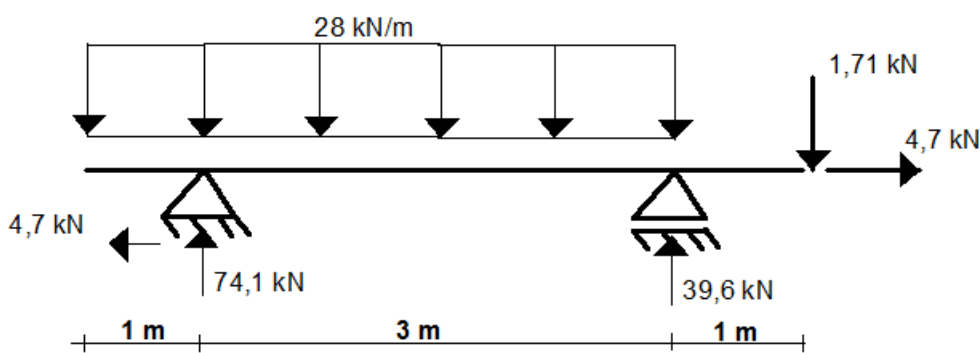
a. Calcular reações:



$$\sum F_x = 0: \rightarrow B_x = 4,7 \text{ kN} (\leftarrow)$$

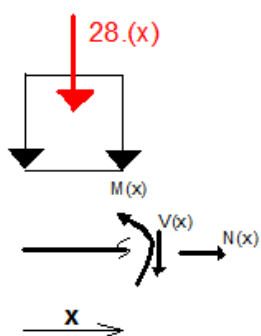
$$\sum M_B = 0: \rightarrow 3.C_y = 112.1 + 1,71.4 \rightarrow C_y = 39,6 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0: \rightarrow B_y = 112 + 1,71 - 39,6 = 74,1 \text{ kN} (\uparrow)$$



b. Três trechos para realizar os cortes:

i. Trecho 1:  $0 < x < 1$



$$\sum F_x = 0 : \rightarrow N(x) = 0 \rightarrow N(x) = 0$$

$$\sum F_y = 0 : \rightarrow V(x) + 28 \cdot x = 0 \rightarrow V(x) = -28 \cdot x$$

$$\sum M_s = 0 : \rightarrow M(x) + 28 \cdot x \cdot \frac{x}{2} = 0 \rightarrow M(x) = -14 \cdot x^2$$

Valores nos extremos do intervalo:

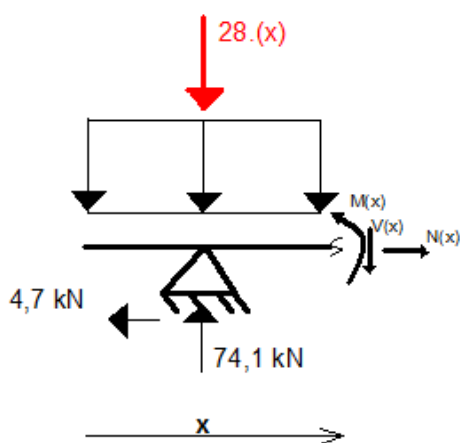
$$N(0) = N(1) = 0$$

$$V(0) = 0; V(1) = -28$$

$$M(0) = 0; M(1) = -14$$

Não tem derivada nula nesse intervalo para construir  $M(x)$

ii. Trecho 2:  $1 < x < 4$



$$\sum F_x = 0 : \rightarrow N(x) - 4,7 = 0 \rightarrow N(x) = 4,7$$

$$\sum F_y = 0 : \rightarrow V(x) + 28 \cdot x - 74,1 = 0 \rightarrow V(x) = -28 \cdot x + 74,1$$

$$\sum M_s = 0 : \rightarrow M(x) + 28 \cdot x \cdot \frac{x}{2} - 74,1 \cdot (x - 1) = 0 \rightarrow M(x) = -14 \cdot x^2 + 74,1 \cdot x - 74,1$$

Valores nos extremos do intervalo:

$$N(1) = N(4) = 4,7$$

$$V(1) = 46,1; V(4) = -37,9$$

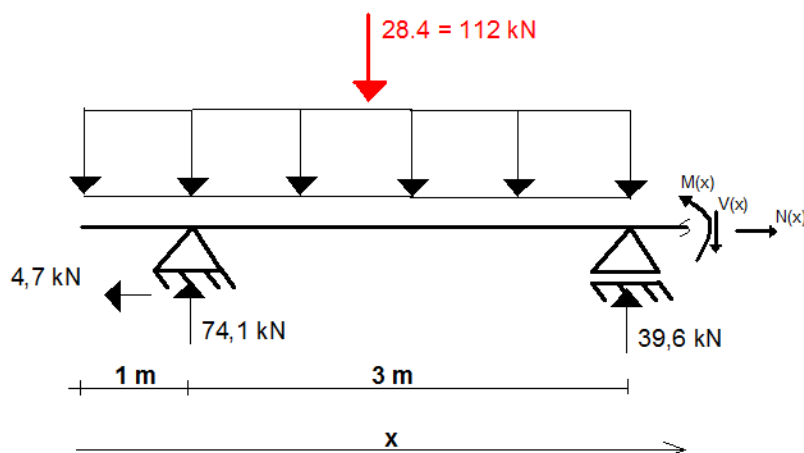
$$M(1) = -14; M(4) = -1,7$$

Obter ponto de extremo de  $M$ , fazendo:

$$V(x) = -28 \cdot x + 74,1 = 0 \rightarrow x = 2,65 \text{ m}$$

$$M(x = 2,65) = -14 \cdot (2,65^2) + 74,1 \cdot (2,65) - 74,1 = 23,9$$

iii. Trecho 3:  $4 < x < 5$



$$\sum F_x = 0 : \rightarrow N(x) - 4,7 = 0 \rightarrow N(x) = 4,7$$

$$\sum F_y = 0 : \rightarrow V(x) + 112 - 74,1 - 39,6 = 0 \rightarrow V(x) = 1,71$$

$$\sum M_s = 0 : \rightarrow M(x) + 112 \cdot (x - 2) - 74,1 \cdot (x - 1) - 39,6 \cdot (x - 4) = 0 \rightarrow$$

$$M(x) = 1,71 \cdot x - 8,55$$

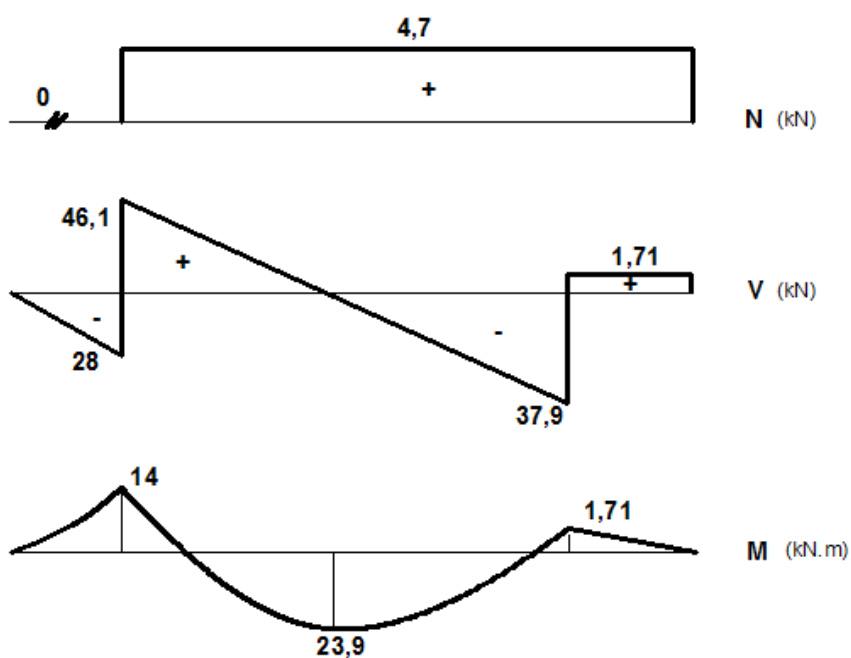
Valores nos extremos do intervalo:

$$N(4) = N(5) = 4,7$$

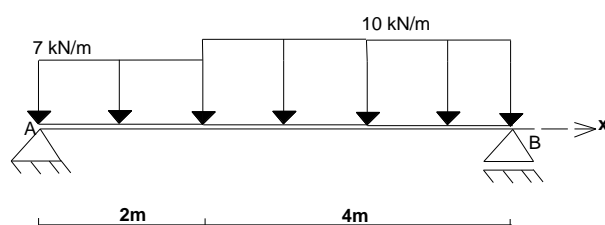
$$V(4) = V(5) = 1,71$$

$$M(4) = -1,71; M(5) = 0$$

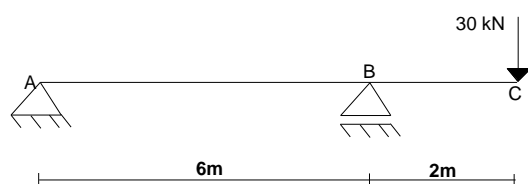
c. Diagramas:



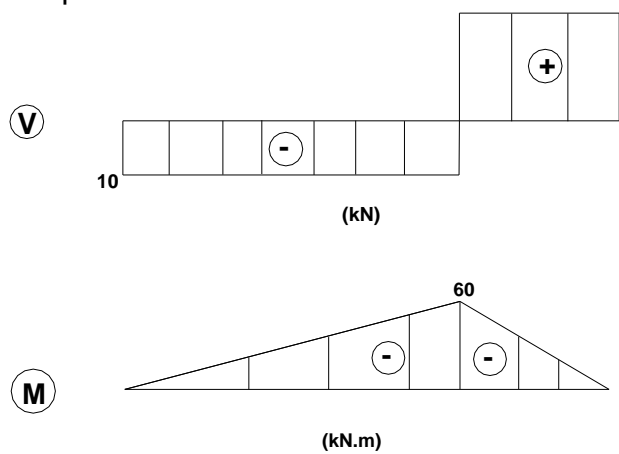
E7) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



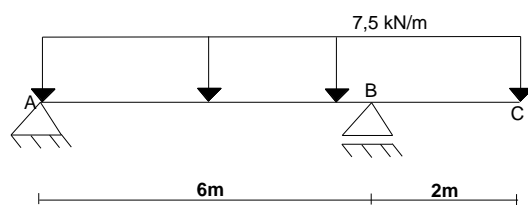
E8) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



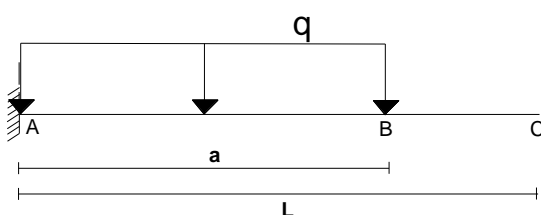
Resposta:



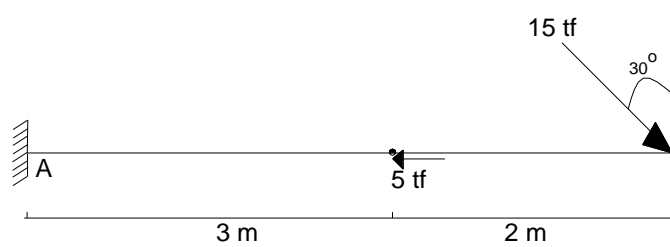
E9) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



E10) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.

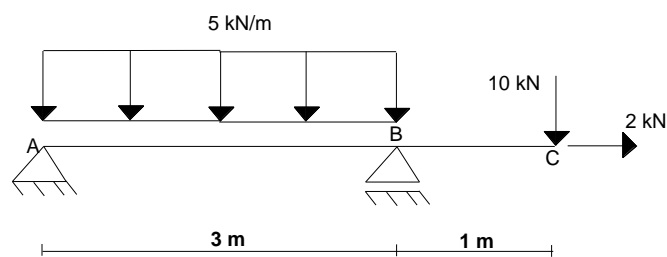


E11) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.

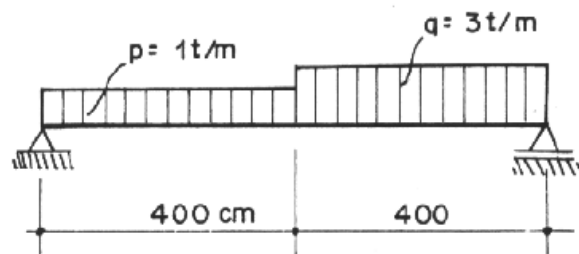




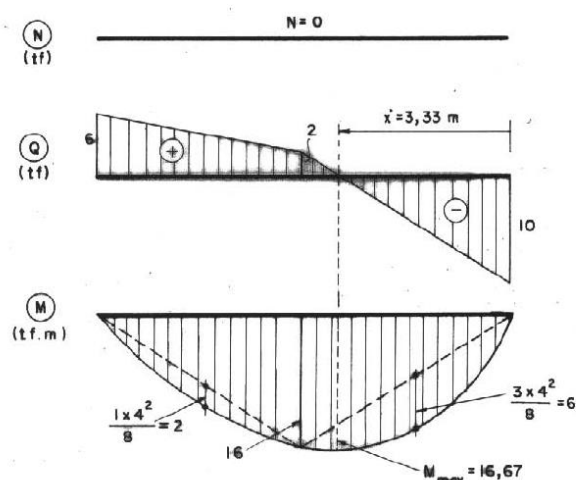
E12) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



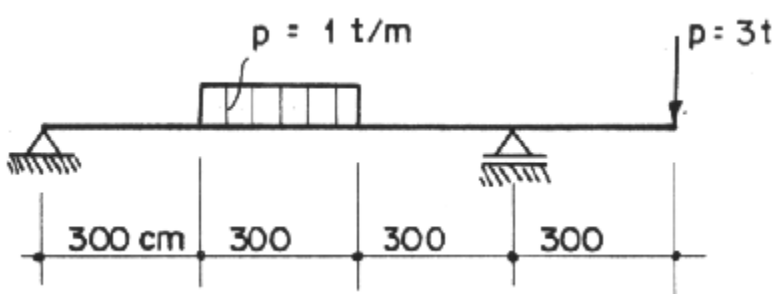
E13) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



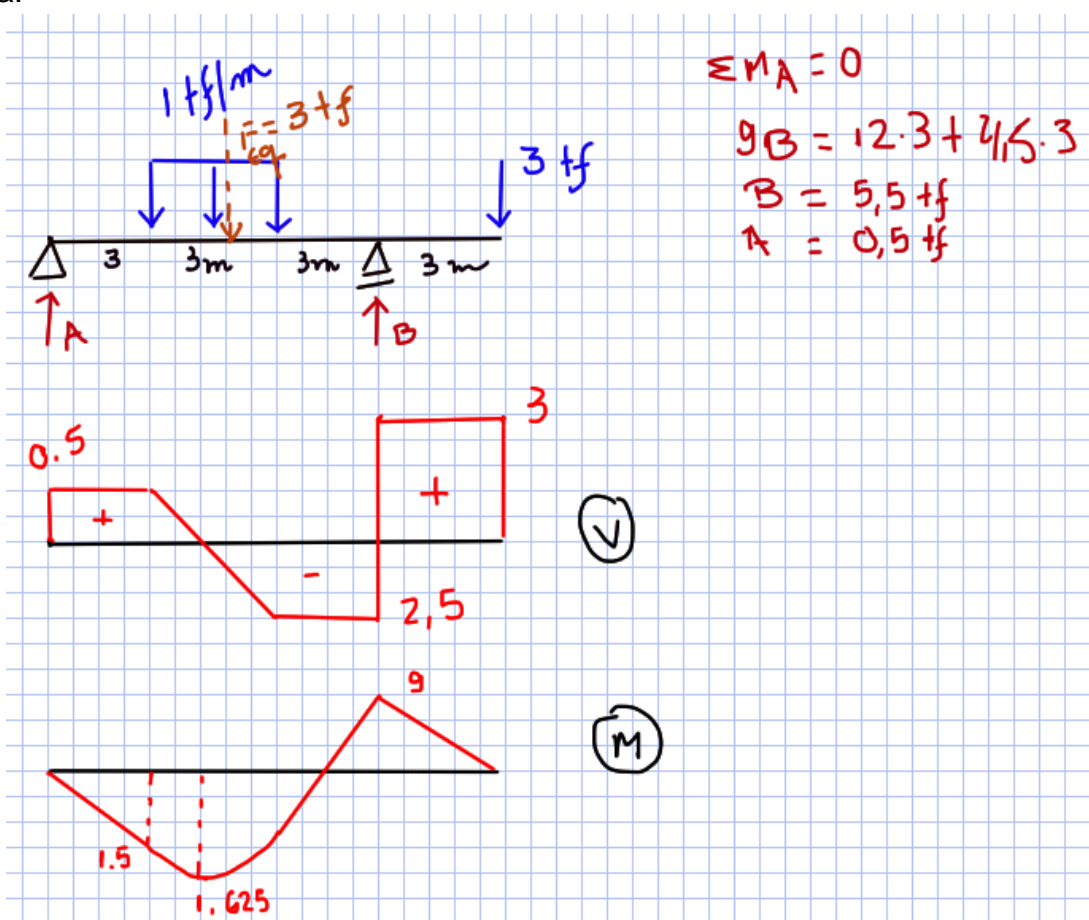
Resposta:



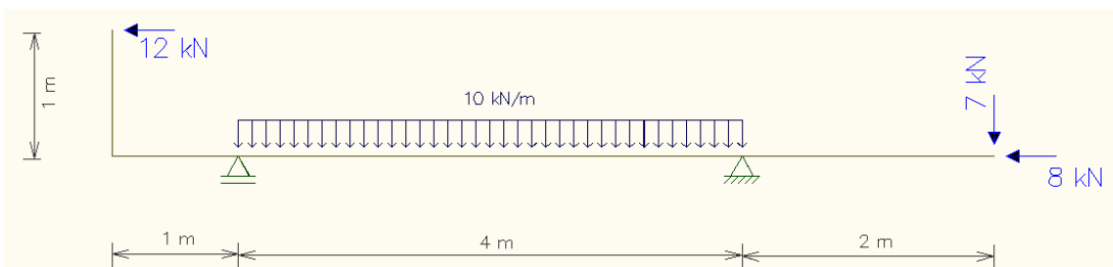
E14) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



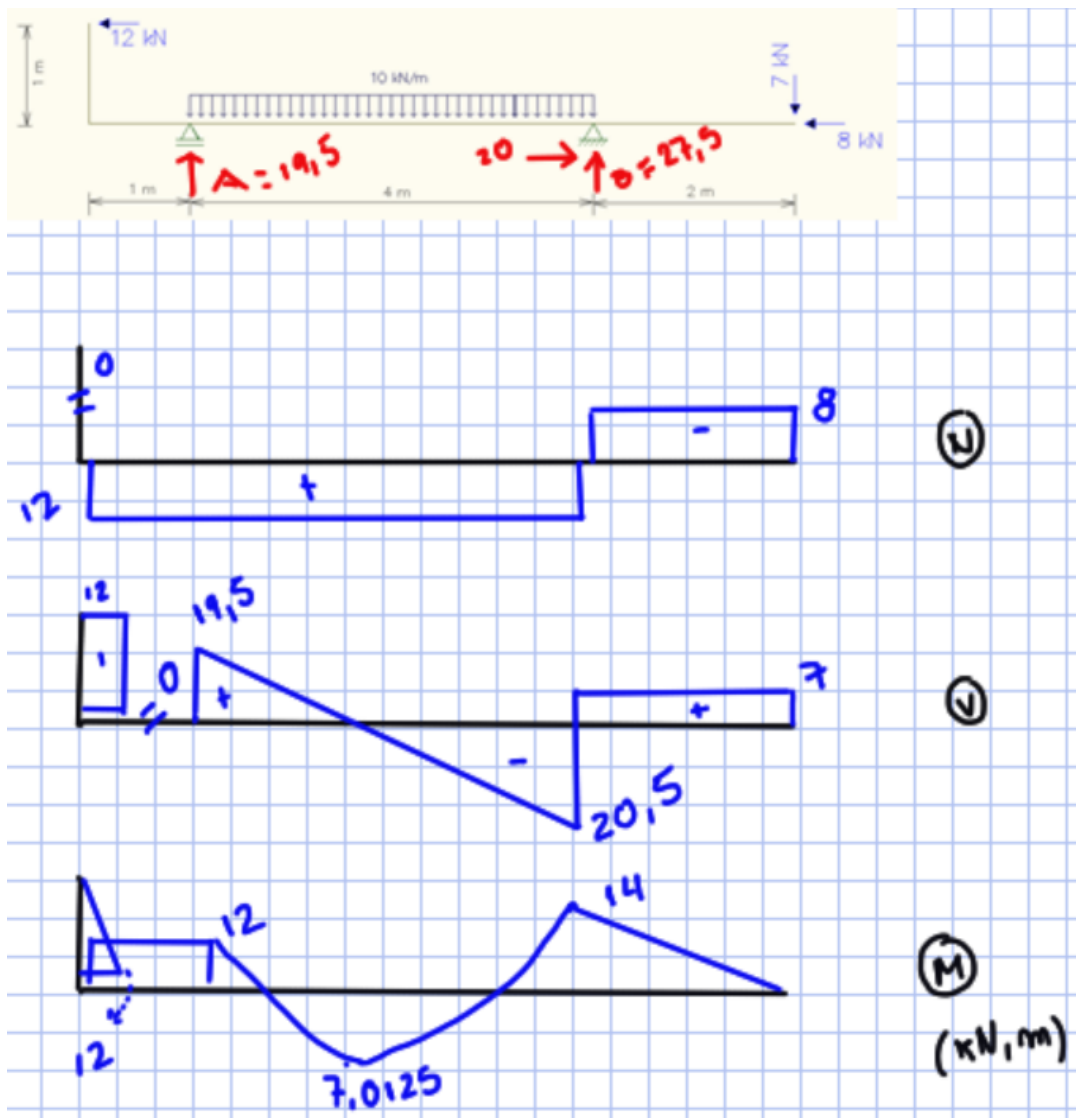
Resposta:



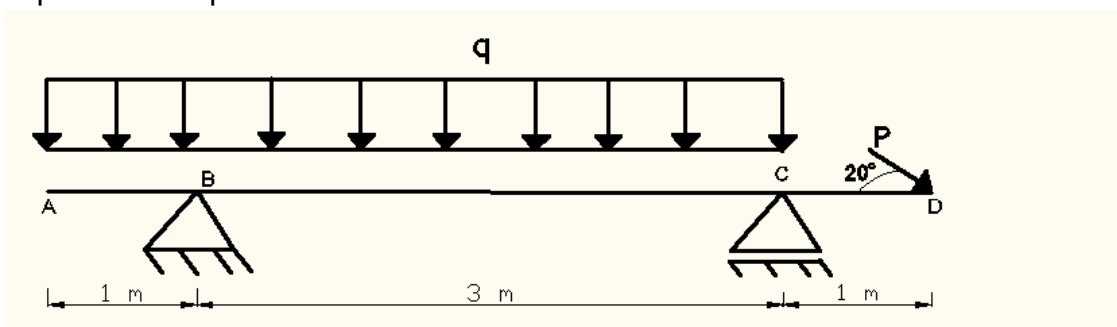
E15) Determinar os esforços solicitantes (M, V e N) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos.



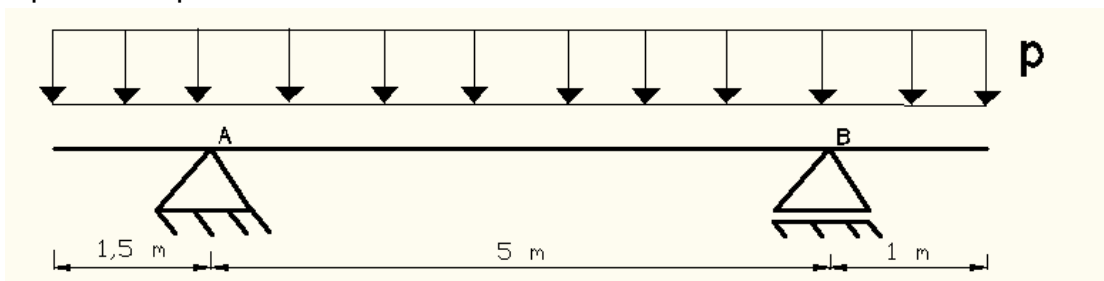
Resposta:



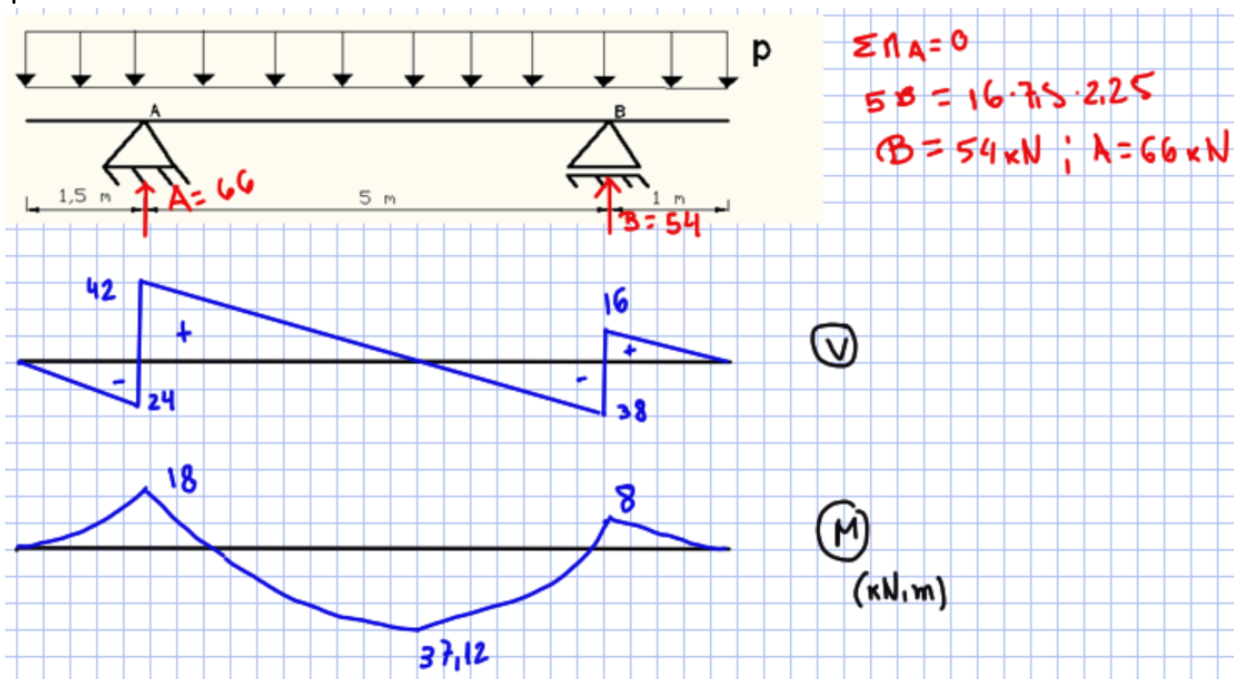
E16) Determinar os diagramas de esforços de toda a barra abaixo. Indicar explicitamente os valores e os pontos mais relevantes de esforços cortantes e momentos fletores nos desenhos em destaque. Dados  $q = 18 \text{ kN/m}$  e  $P = 15 \text{ kN}$ .



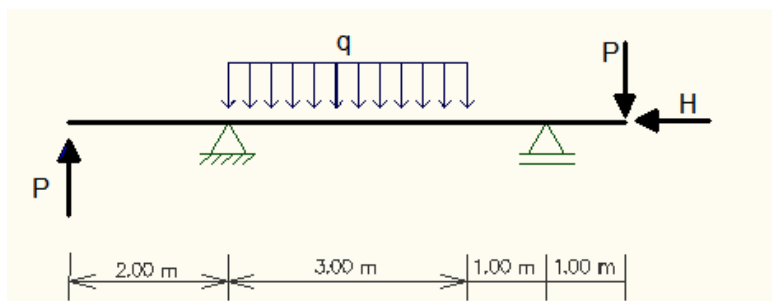
E17) Determinar os diagramas de esforços de toda a viga abaixo. Indicar explicitamente os valores e os pontos mais relevantes de esforços cortantes e momentos fletores nos desenhos em destaque. Dado  $p = 16 \text{ kN/m}$ .



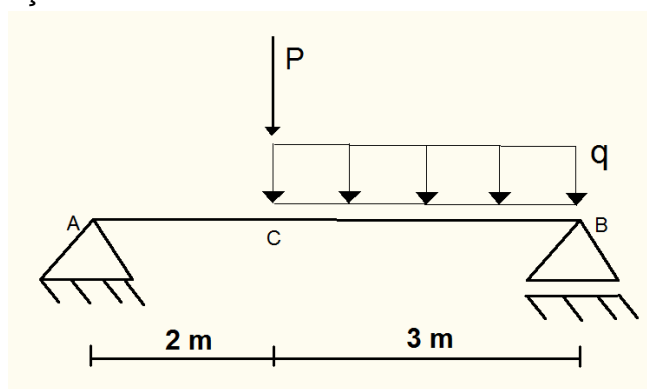
Resposta:



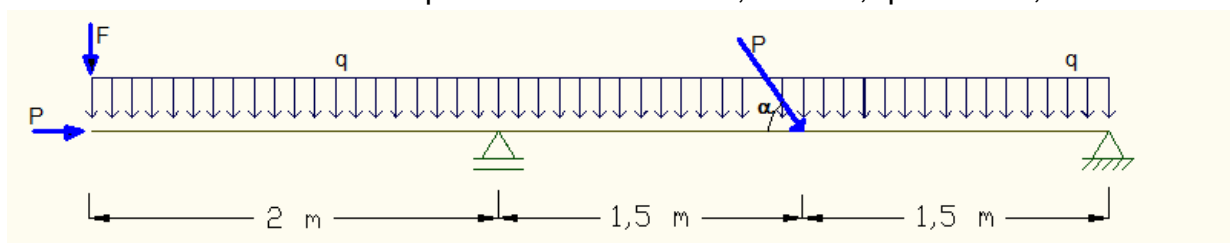
E18) Determinar os esforços solicitantes (M,V e N) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos no desenhos em destaque. Dados:  $P = 6 \text{ kN}$ ;  $H = 9 \text{ kN}$ ;  $q = 12 \text{ kN/m}$



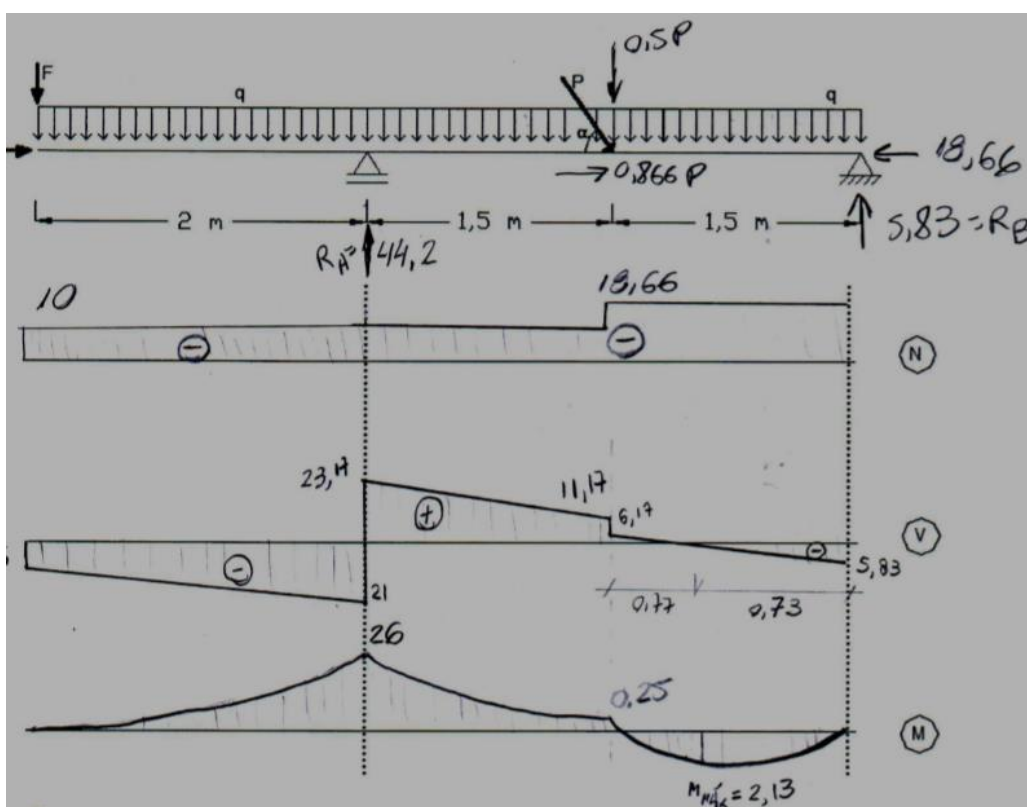
E19) Para a viga mostrada na figura, adote  $P = 40 \text{ kN}$  e  $q = 40 \text{ kN/m}$ , determine os diagramas de momento fletor e esforço cortante.



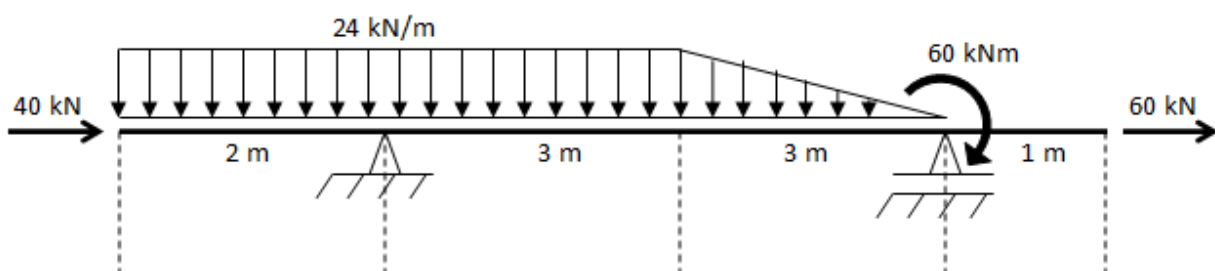
E20) Determinar os esforços solicitantes ( $M, V$  e  $N$ ) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos no desenhos em destaque. Dados:  $P = 10 \text{ kN}$ ;  $F = P/2$ ;  $q = 8 \text{ kN/m}$ ;  $\alpha = 30^\circ$



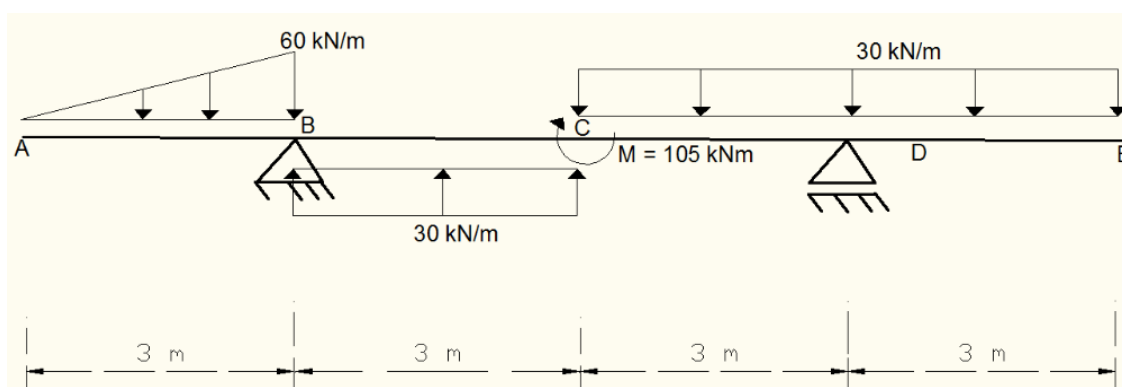
Resposta:



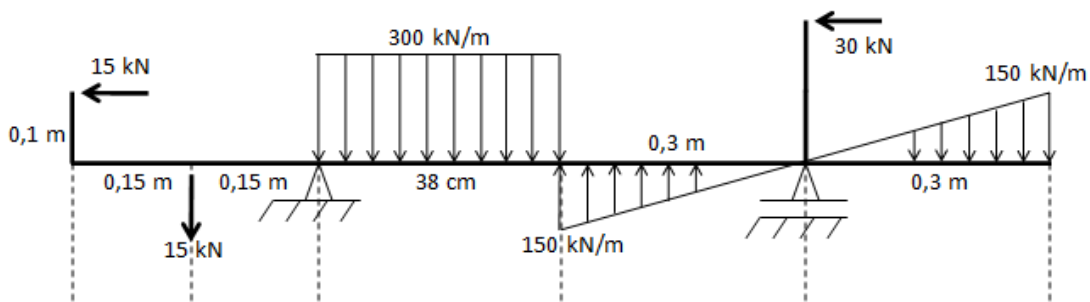
E21) (Dimas, 2011) Considere a estrutura representada na figura abaixo. Pede-se obter o diagrama de esforços normais ( $N$  em  $\text{kN}$ ), de esforços cortantes ( $V$  em  $\text{kN}$ ) e de momentos fletores ( $M$  em  $\text{kNm}$ ). Devem ser obedecidos os critérios de sinal definidos em sala de aula. Indicar os valores máximos e mínimos com sua posição e o grau do polinômio em cada trecho.



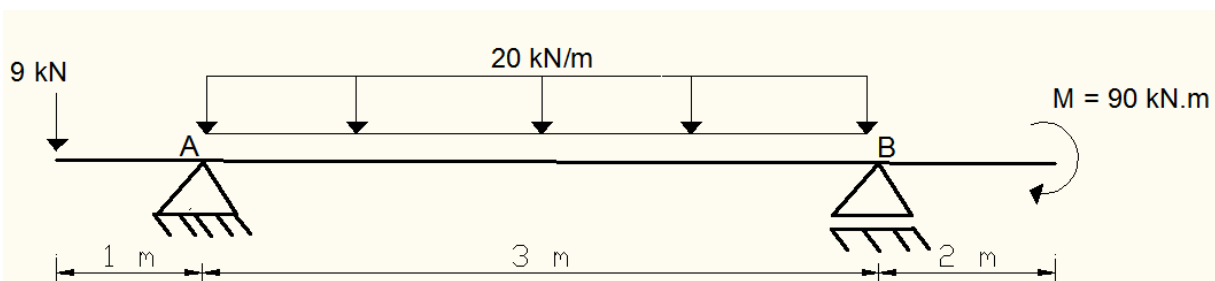
E22) Traçar os esforços solicitantes da estrutura a seguir.



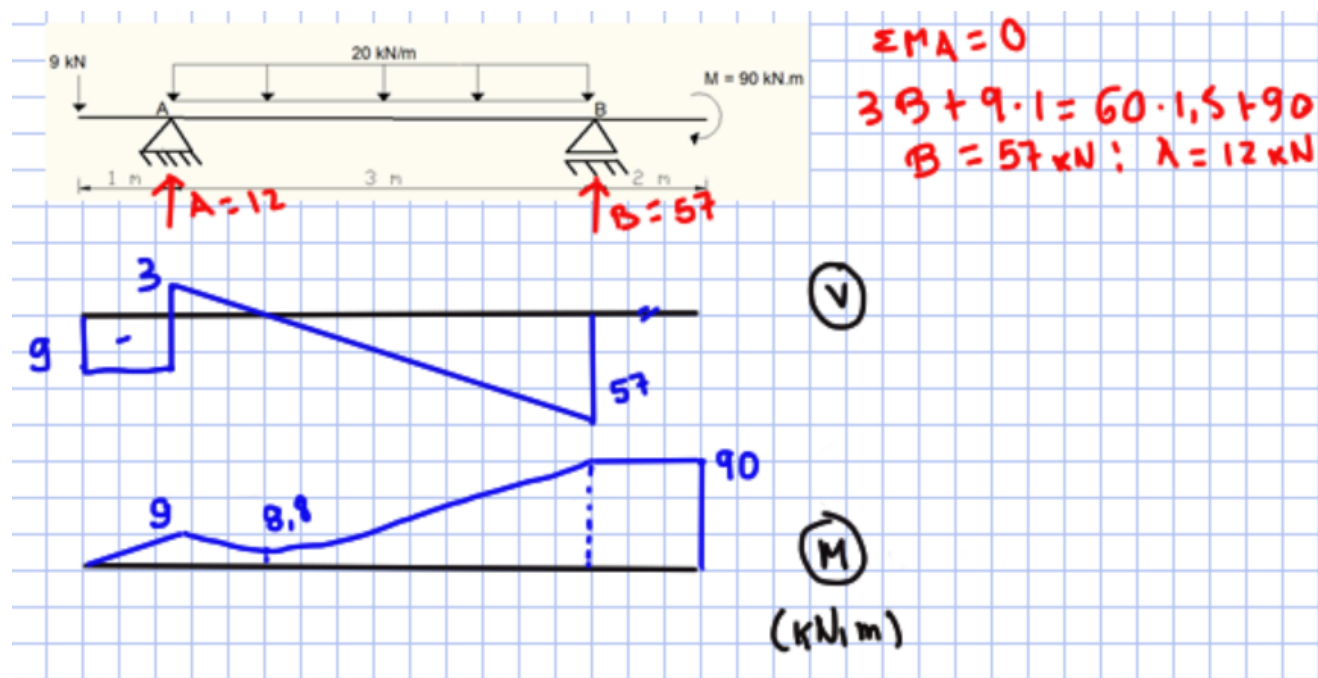
E23) Considere a estrutura representada na figura abaixo. Pede-se obter o diagrama de esforços normais (N em kN), de esforços cortantes (V em kN) e de momentos fletores (M em kNm). Devem ser obedecidos os critérios de sinal definidos em sala de aula. Indicar os valores máximos e mínimos e o grau do polinômio em cada trecho.



E24) Determinar para a viga a seguir, os diagramas de esforço cortante e momento fletor, explicitando os pontos relevantes. Represente as respostas dos diagramas nos espaços indicados.



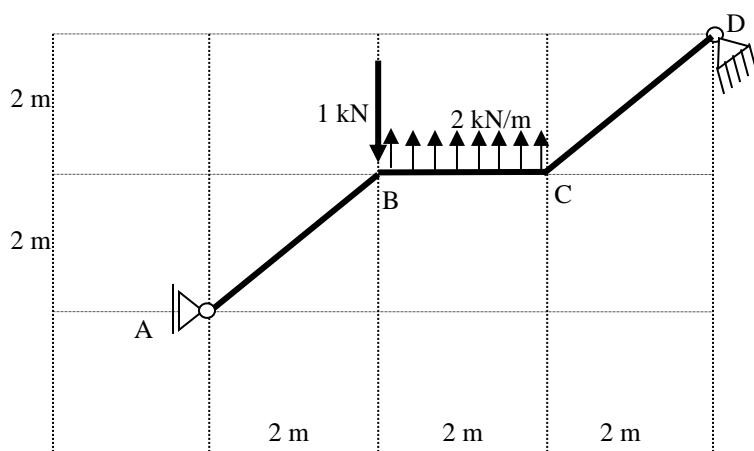
Resposta:



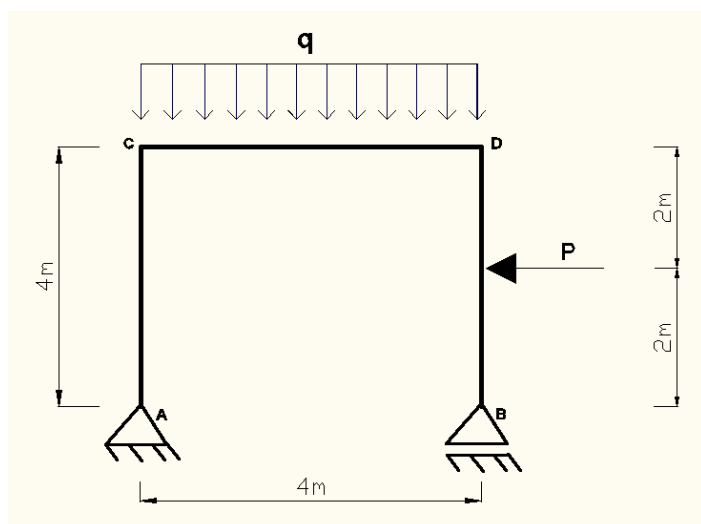
E25) (Nakao, 2014) Na estrutura plana ABCD da figura, a força concentrada em B é de 1 kN e a força uniformemente distribuída de B até C é de 2 kN/m.

Determine:

- a- Diagramas da força cortante e do momento fletor do trecho BC, indicando todos os valores relevantes;
- b- Momento fletor máximo do trecho BC.

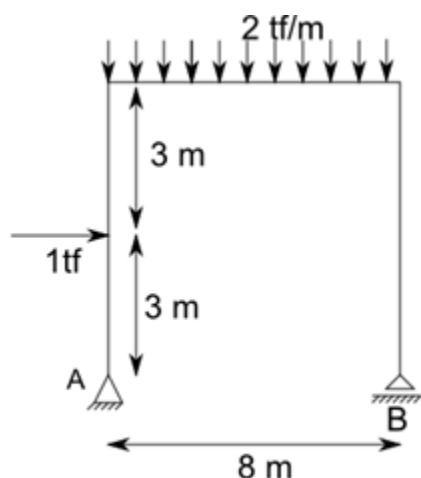


E26) Determine os diagramas de momento fletor, esforço cortante e normal, explicitando os pontos relevantes de cada diagrama. Indique os diagramas nos desenhos abaixo. Dados:  $q = 15 \text{ kN/m}$ ;  $P = 30 \text{ kN}$

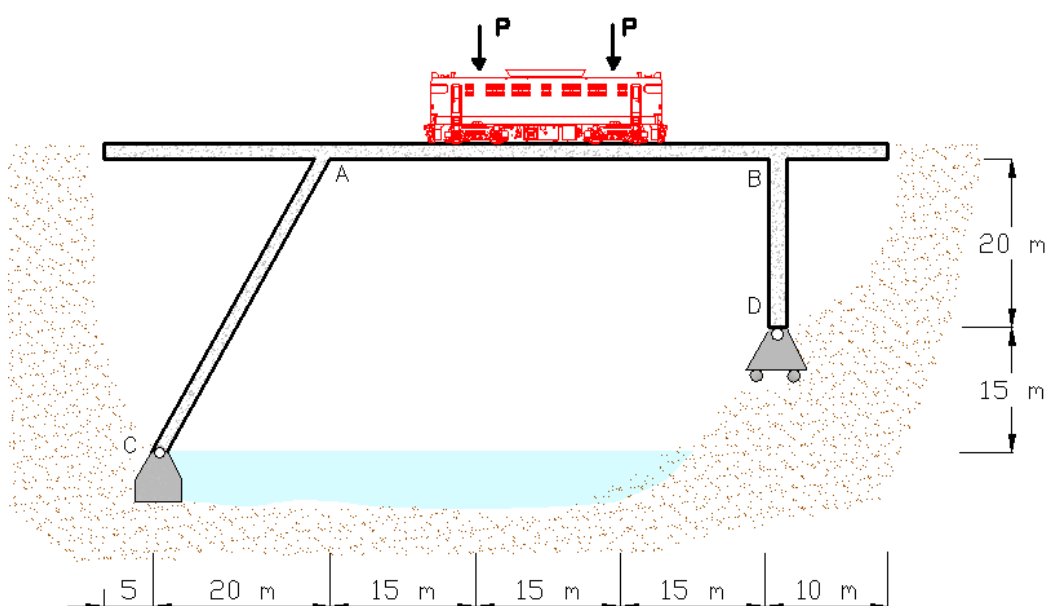


E27) (Franzini, 2014)

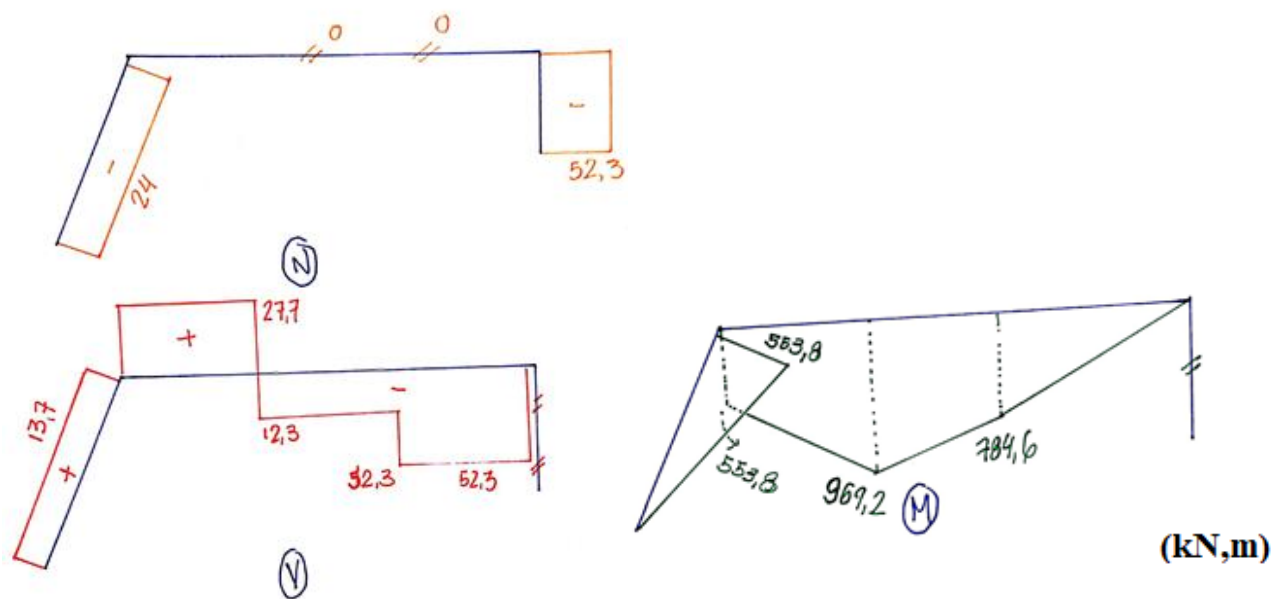
Considere o pórtico plano representado na Figura 2a. Traçar os diagramas de força normal, força cortante e momento fletor nos espaços correspondentes.



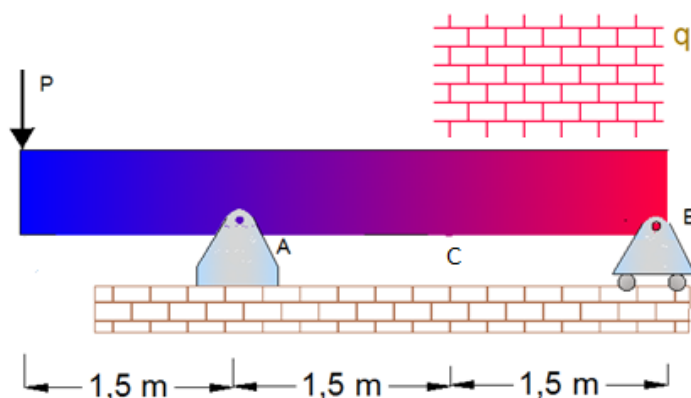
E28) A ponte de concreto armado está sujeita ao peso da locomotiva considerado como duas forças concentradas de valor  $P = 40 \text{ kN}$ . Sua geometria, posição de ações e restrições estão indicados na figura. Obtenha os diagramas de esforços normal, cortante e momento fletor em todos os trechos.



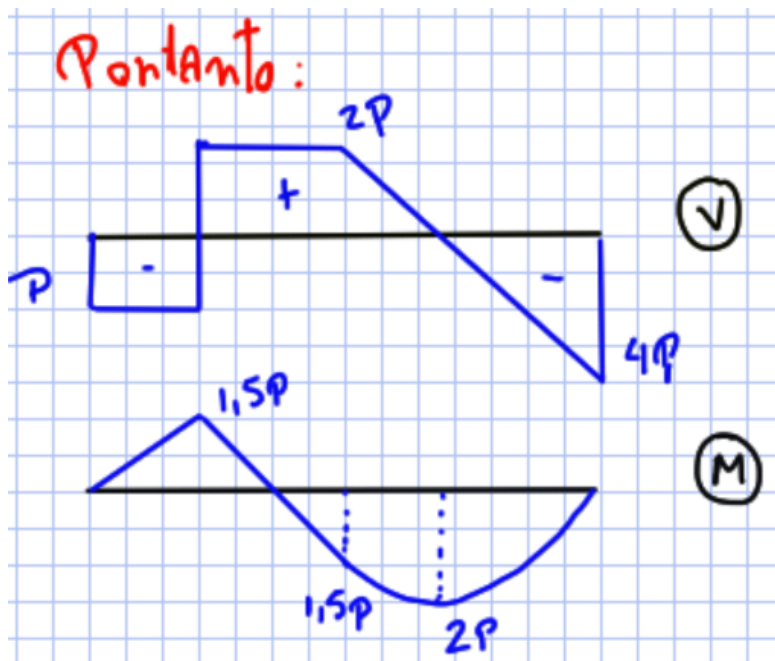
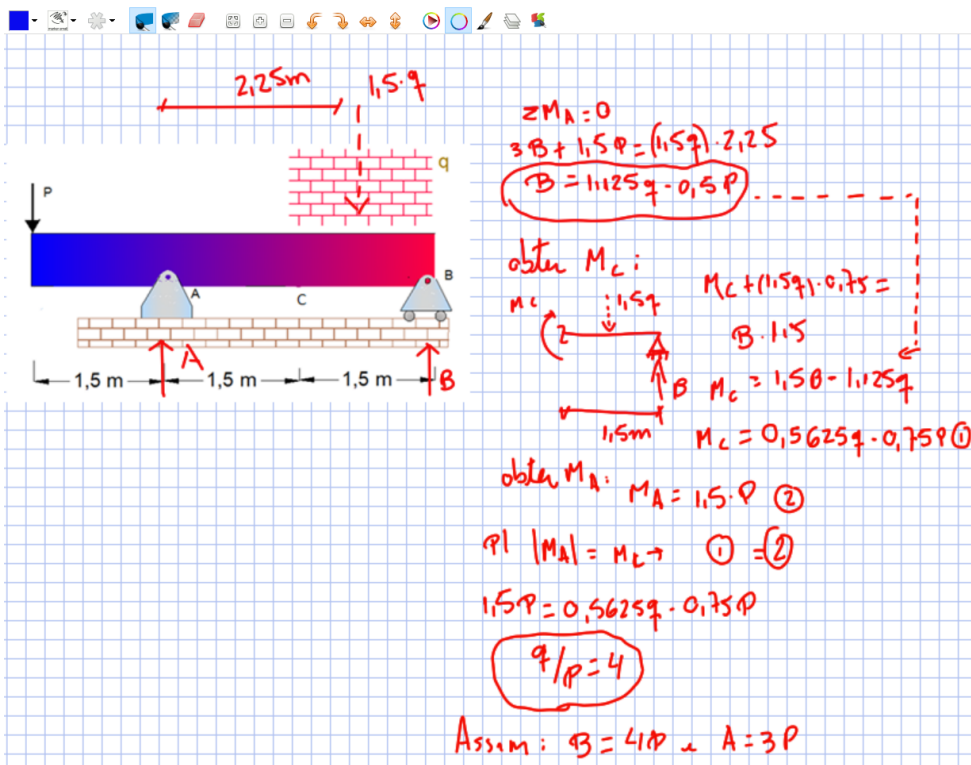
Resposta:



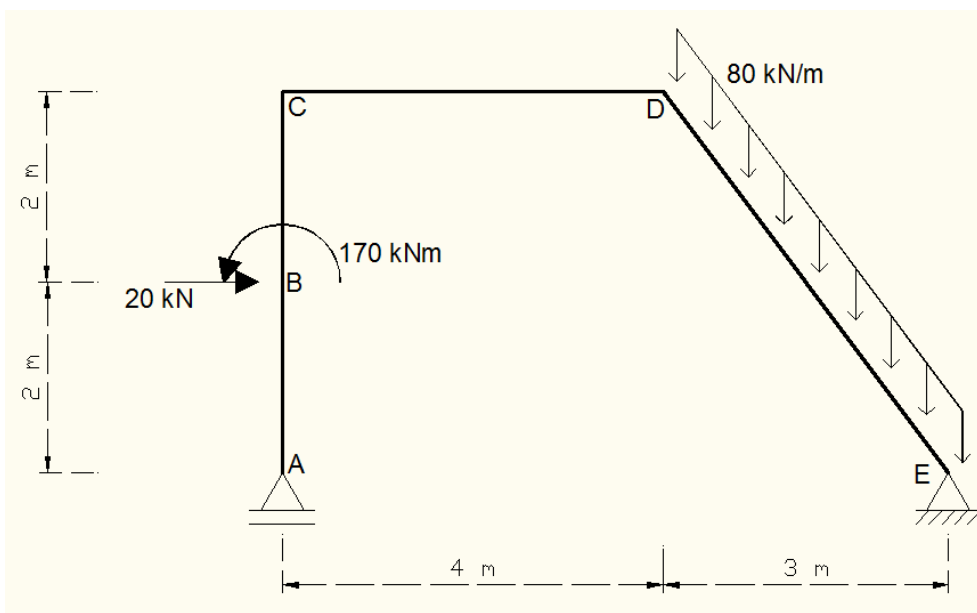
E29) Para a viga a seguir: a) determine a razão entre  $q$  e  $P$  de modo que o valor do momento fletor em A seja em módulo numericamente igual ao momento em C; b) com essa razão obtida em (a), represente os diagramas de esforços de toda a viga em função de  $P$ , indicando valores e posições dos extremos. Considere “ $P$ ” uma força concentrada e “ $q$ ” um carregamento distribuído constantemente no trecho CB.



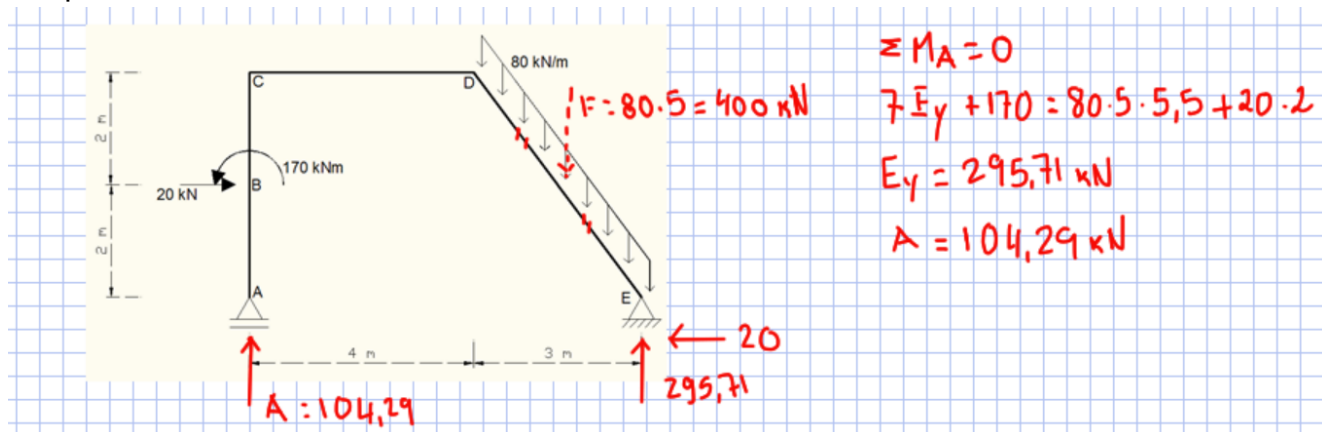
Resposta:

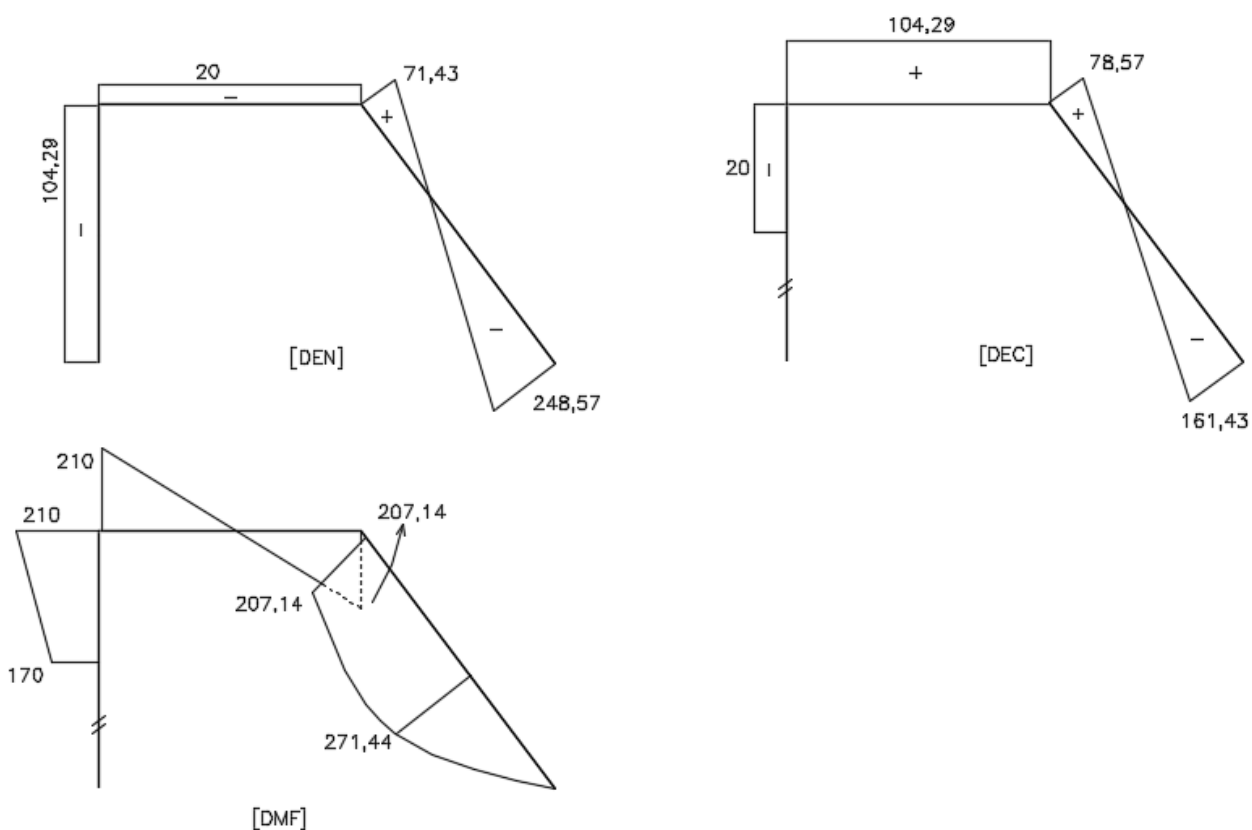


E30) Determinar os diagramas de esforços solicitantes de toda a estrutura plana da figura a seguir. Indicar também a seção em se tem o máximo momento fletor e indicar no diagrama o seu valor.



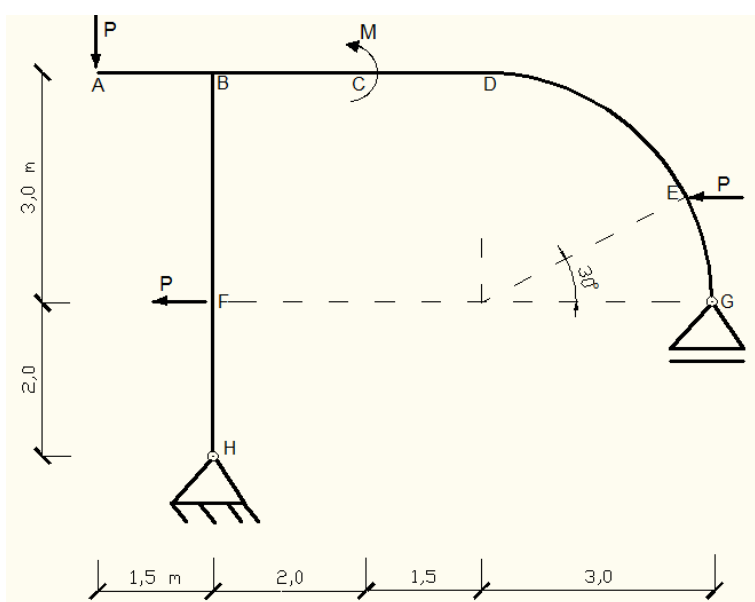
Resposta:



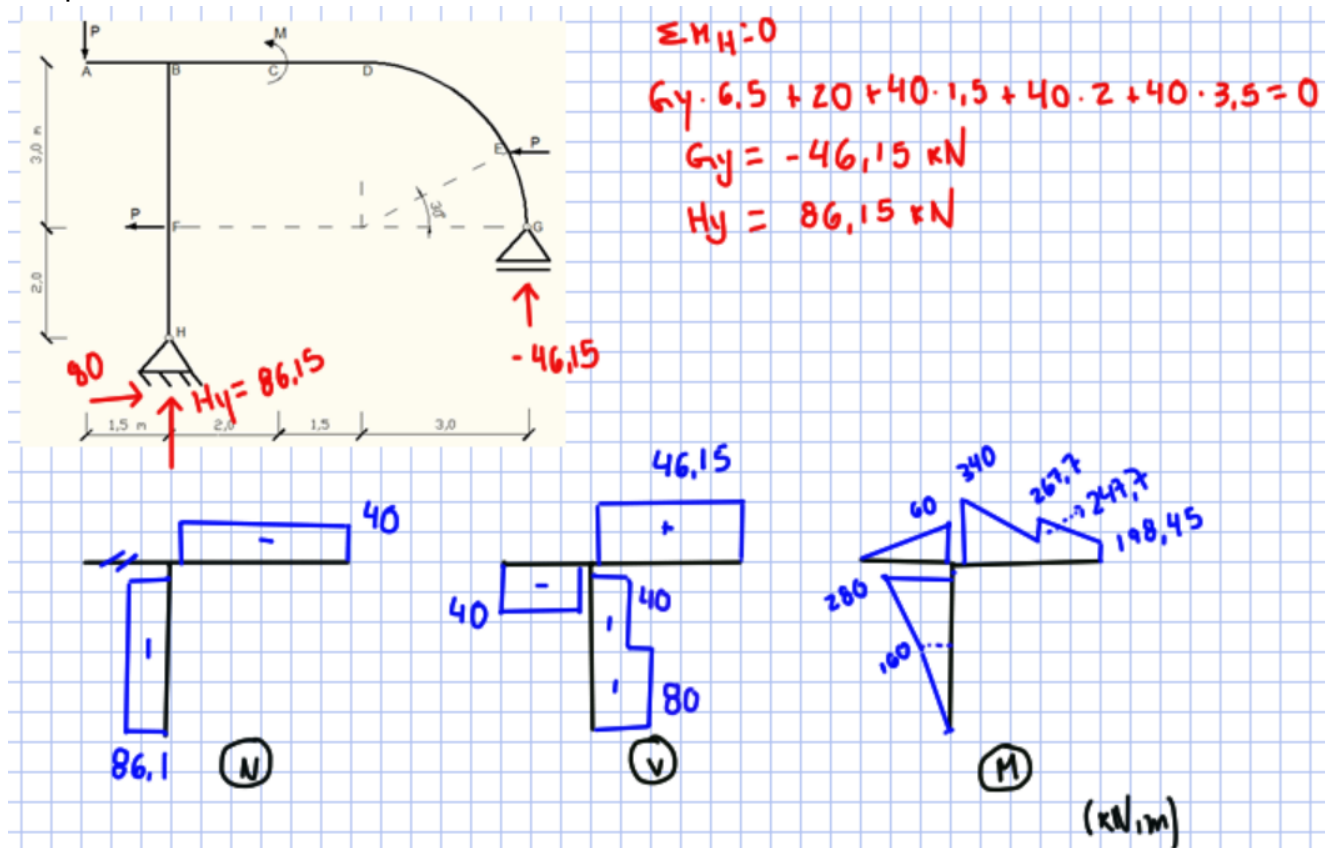


E31) Para a estrutura da figura a seguir, onde o trecho DG é circular de raio 3 m, sabendo-se que a força concentrada vale  $P = 40 \text{ kN}$  e o momento concentrado aplicado no ponto C tem valor de  $M = 20 \text{ kNm}$ , pedem-se:

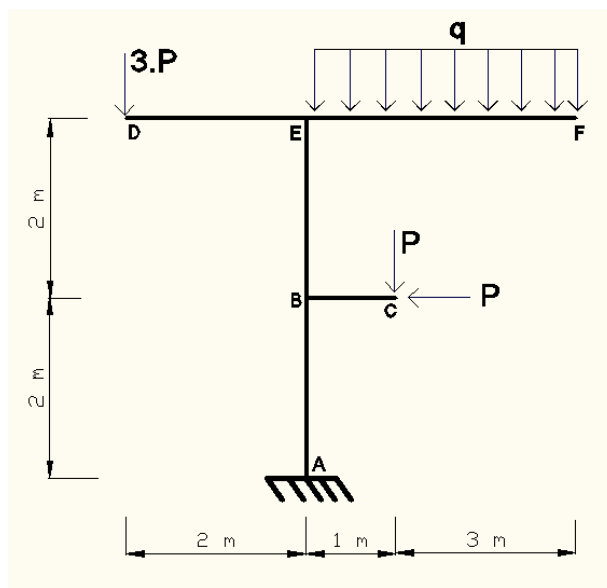
- Diagramas de esforços normal, cortante e momento fletor para os trechos ABCD e BFH, desenha-os nas figuras indicadas;
- Para a seção E+ (imediatamente abaixo de E), calcular seus esforços normal, cortante e momento fletor.



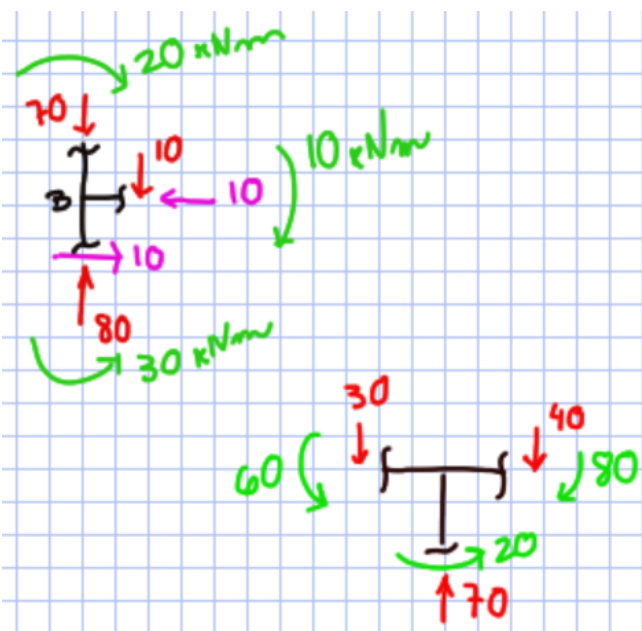
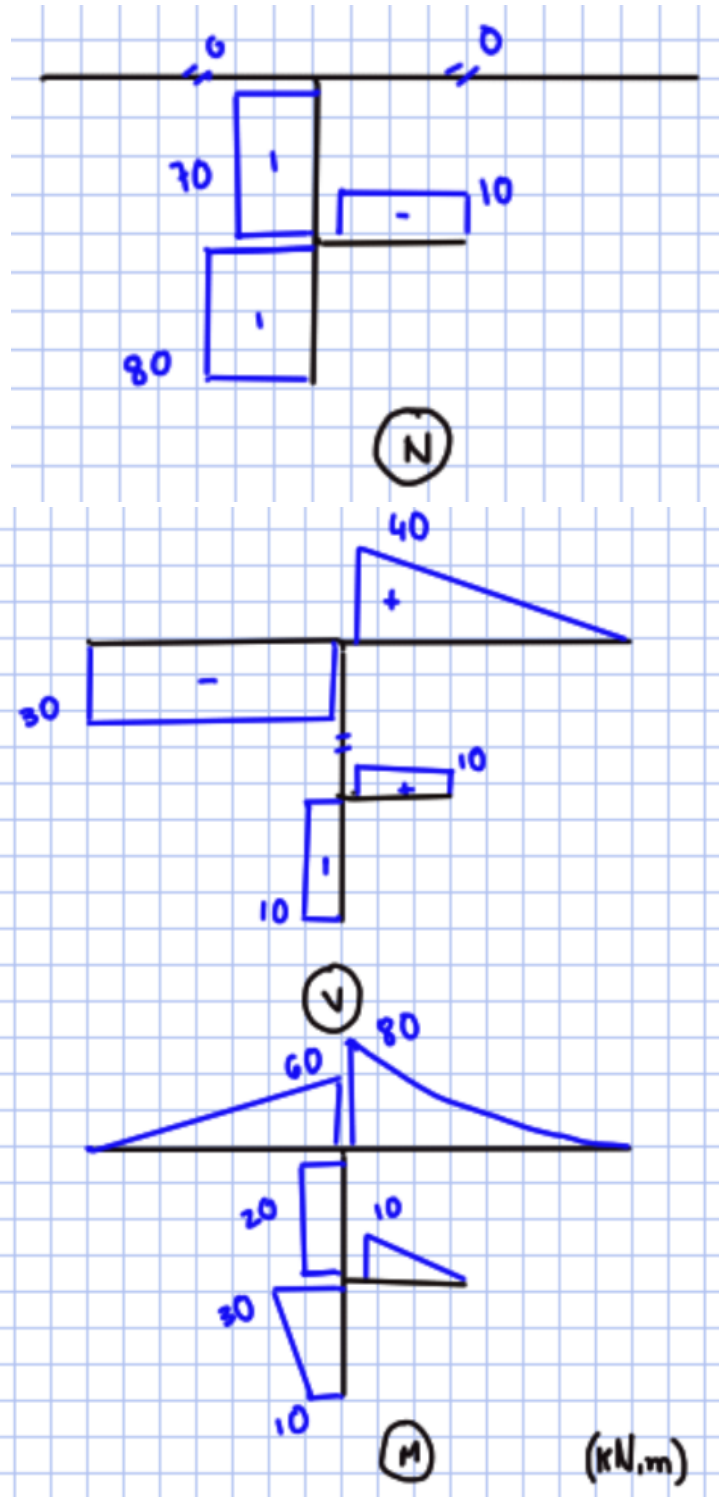
Resposta:



E32) Para a estrutura plana a seguir, obtenha os esforços solicitantes para os trechos ABE e DEF. Sabe-se que  $P = 10 \text{ kN}$  e  $q = 10 \text{ kN/m}$ . Indicar os diagramas nos desenhos em destaque.



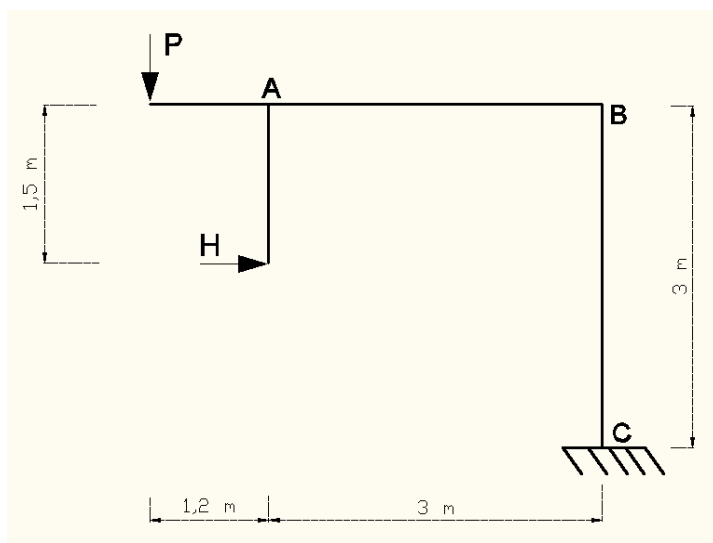
Resposta:



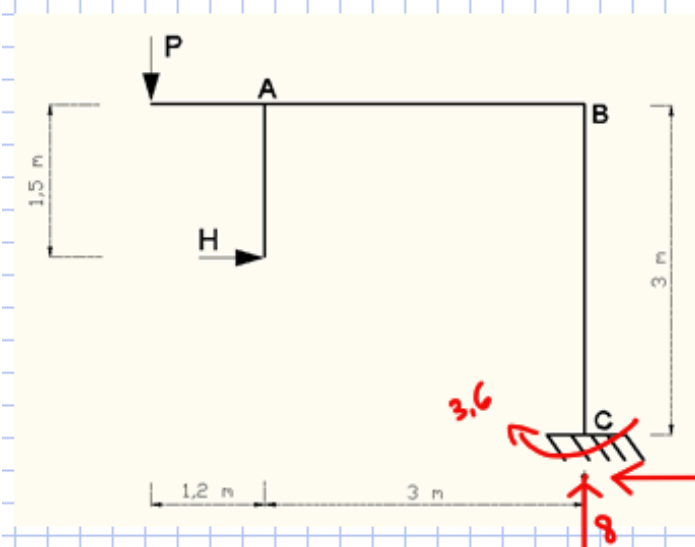
Verificação de equilíbrio nos pontos B e E.

E33) Determinar os esforços solicitantes (N, V e M) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos nos desenhos em destaque. Dados:  $P = 8 \text{ kN}$ ;  $H = 20 \text{ kN}$ .





Resposta:

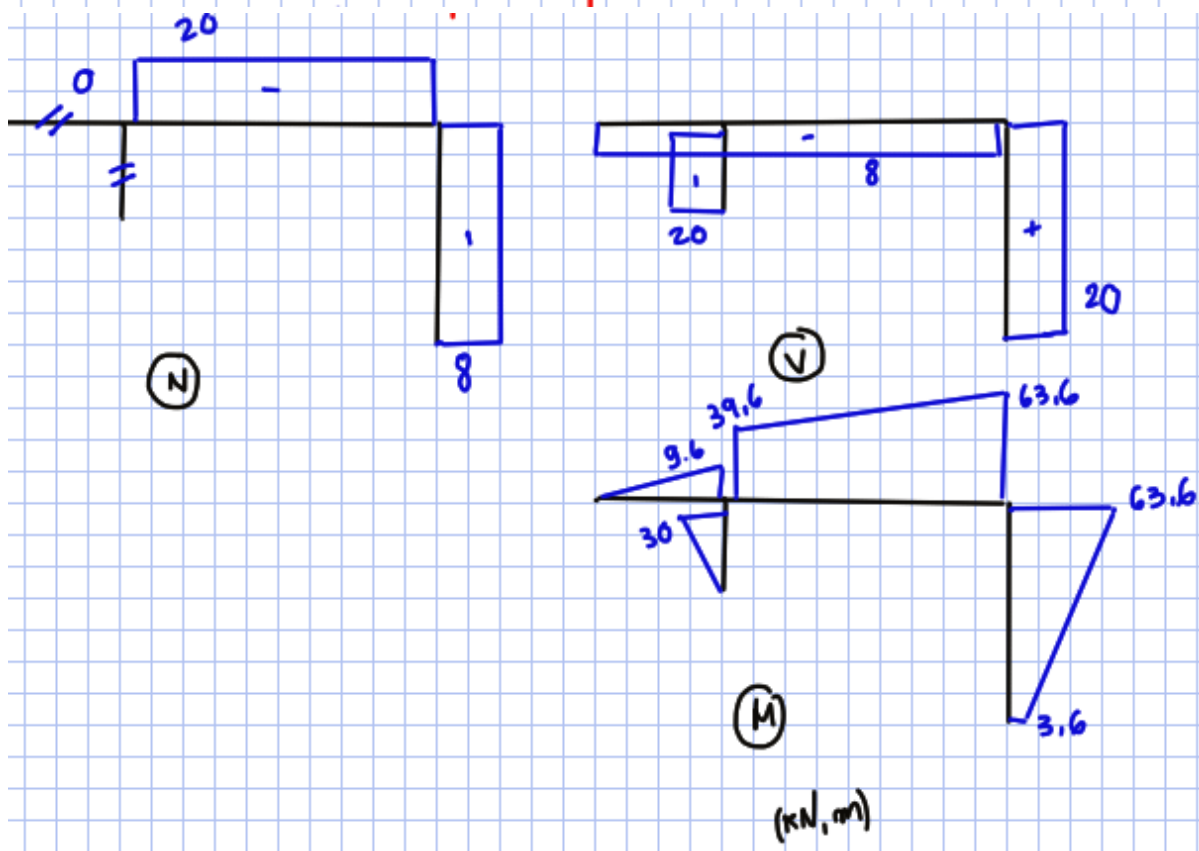


$$\sum M_C = 0:$$

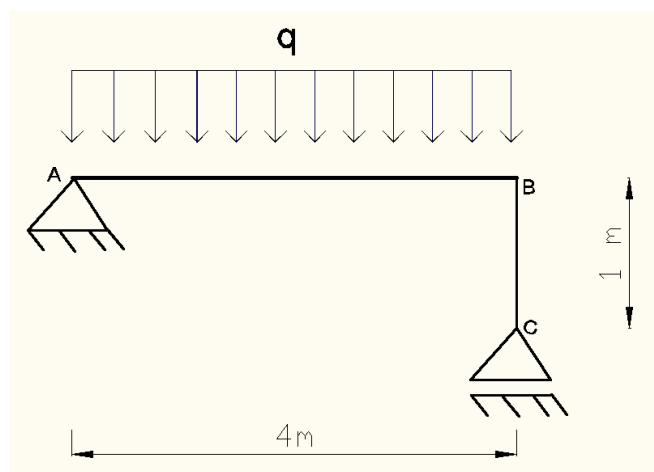
$$M_C + H \cdot 1,5 = P \cdot 4,2$$

$$M_C = 8 \cdot 4,2 - 20 \cdot 1,5$$

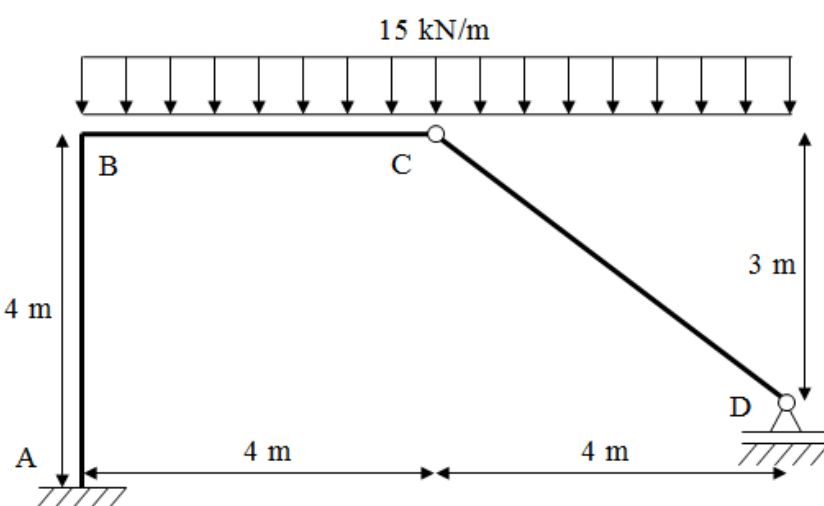
$$M_C = 3,6 \text{ kNm}$$



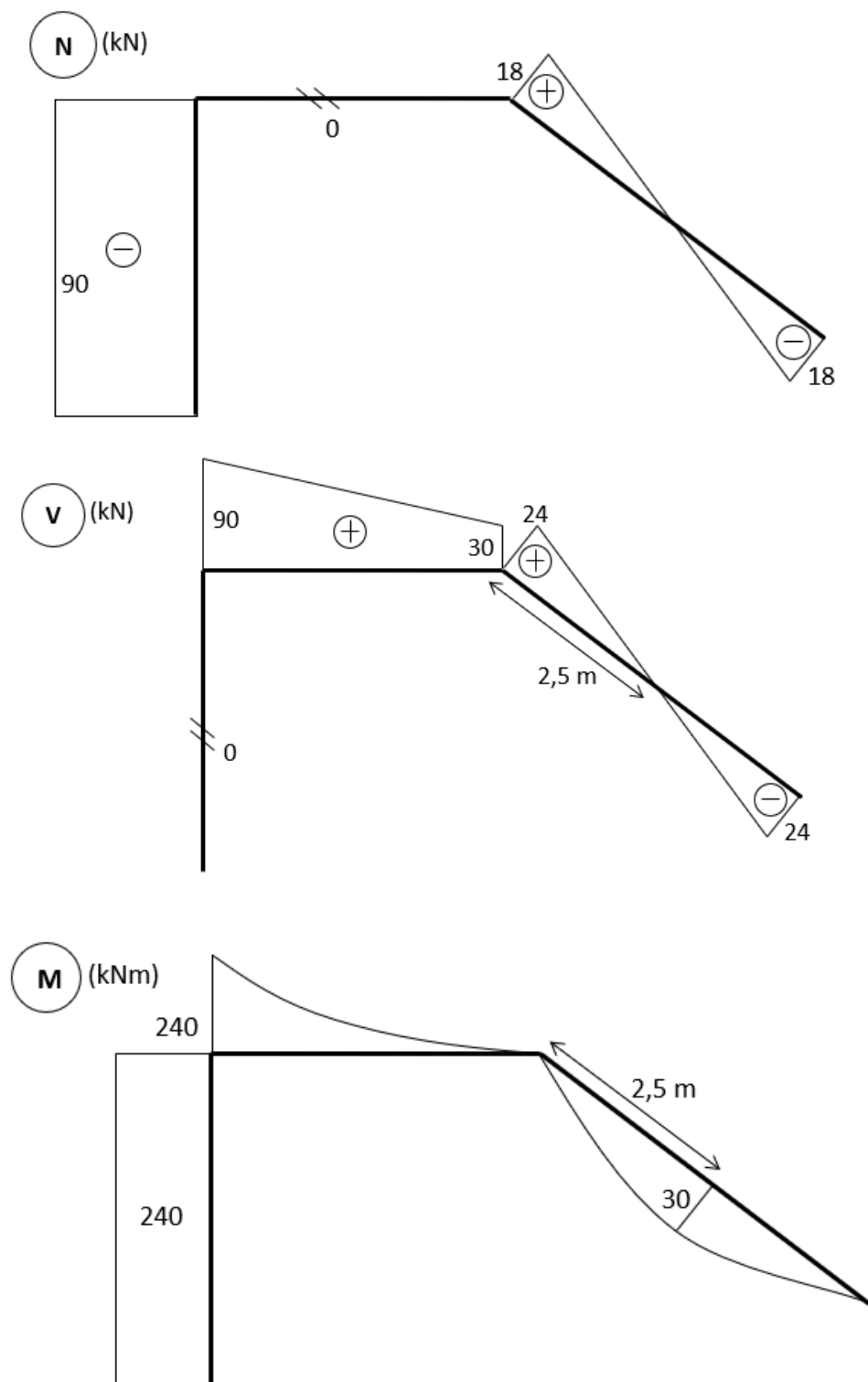
E34) Sabendo-se que  $q = 40 \text{ kN/m}$ , determine os diagramas de esforço normal, cortante e momento fletor.



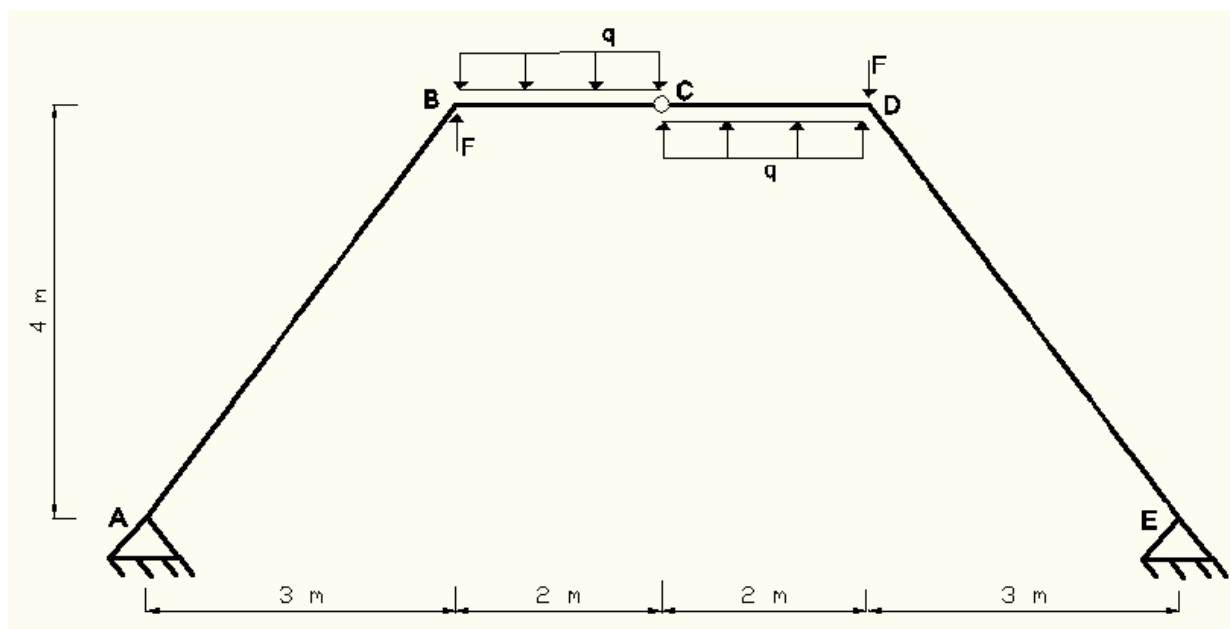
E35) (Dimas, 2013) Esboçar os diagramas de esforços solicitantes da estrutura abaixo.



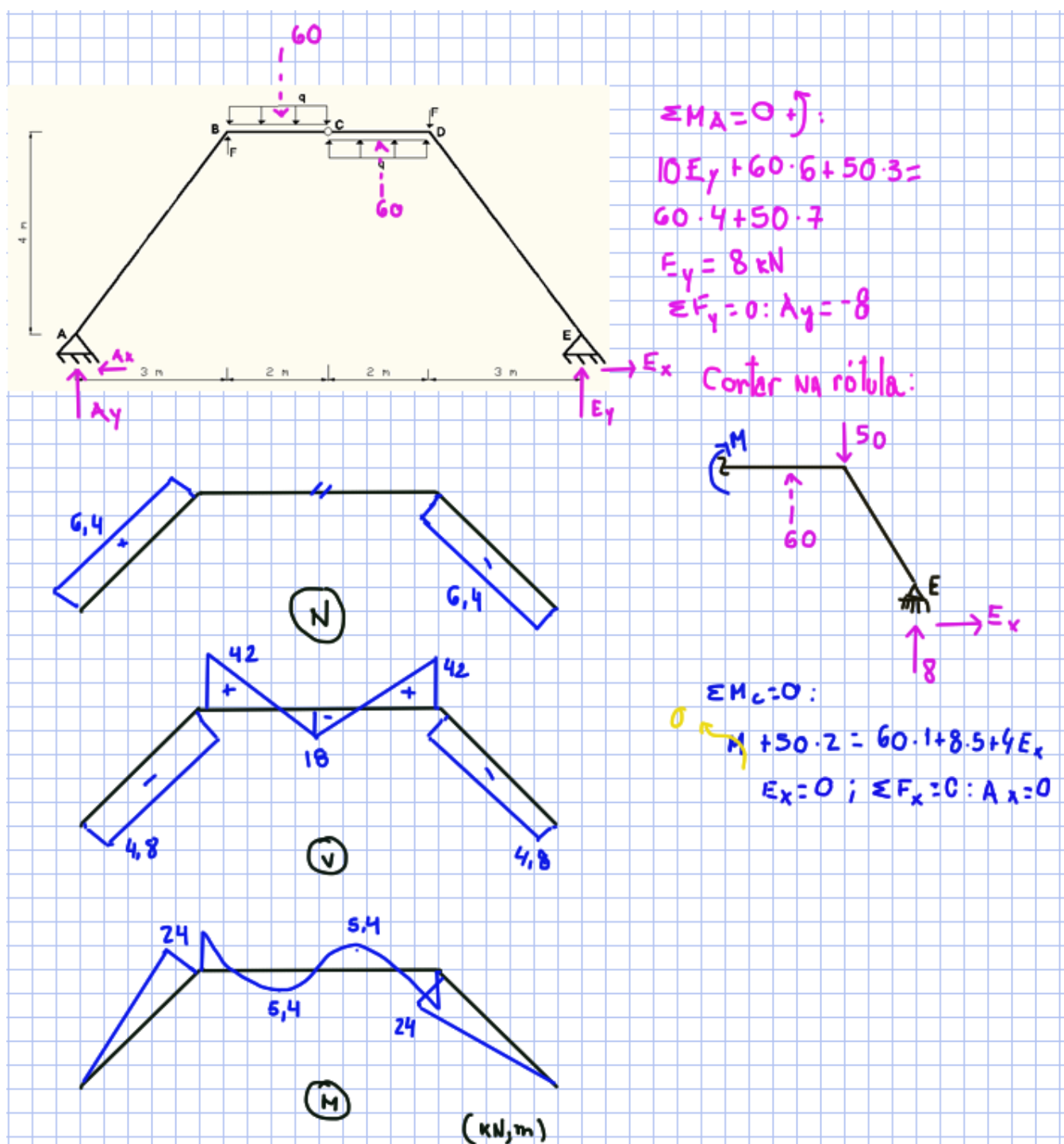
Resposta:



E36) Determinar os esforços solicitantes ( $M$ ,  $V$  e  $N$ ) no pórtico triarticulado, sob a ações das cargas indicadas. Adote  $q = 30 \text{ kN/m}$  e  $F = 50 \text{ kN}$ . Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos. Apresente os diagramas nos desenhos indicados na resposta.

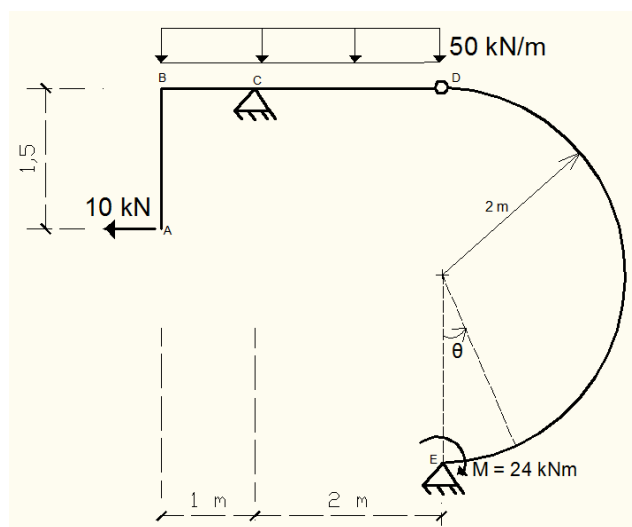


Resposta:

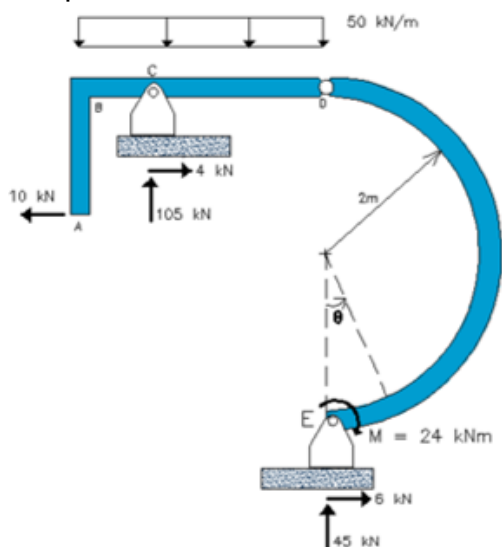


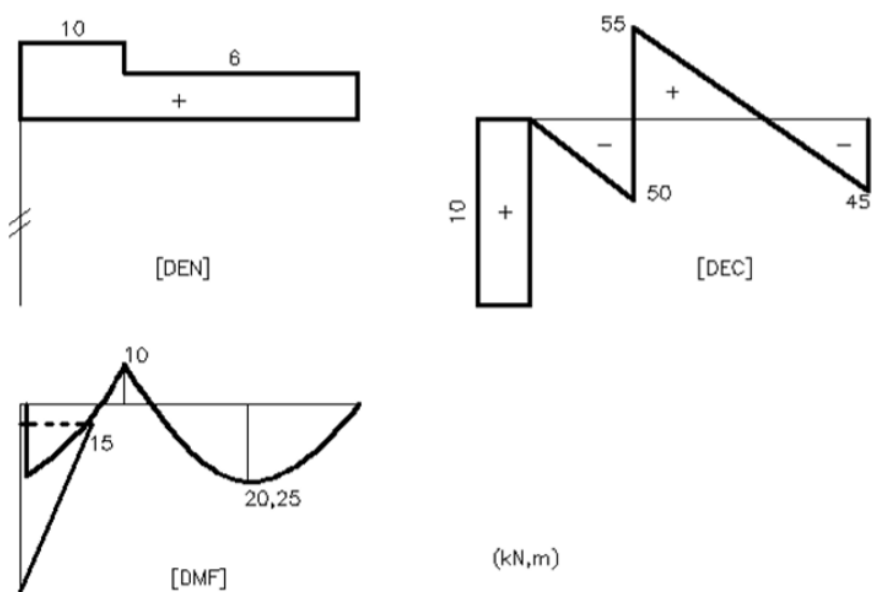
E37) A figura representa uma estrutura rotulada em D e apoios fixos em C e E. Sob os carregamentos indicados, carga distribuída constante no trecho BD, força concentrada em A e momento concentrado (M) em E, obtenha:

- Reações de apoio;
- Diagramas dos esforços solicitantes para o trecho ABCD;
- As expressões dos esforços solicitantes, em função de  $\theta$ , do trecho circular DE.



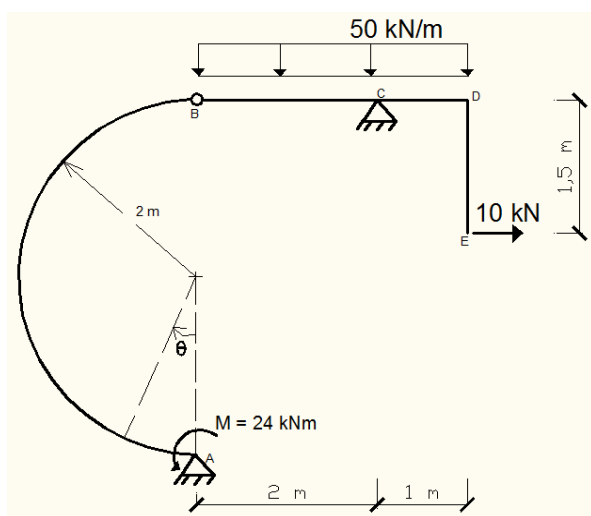
Resposta:



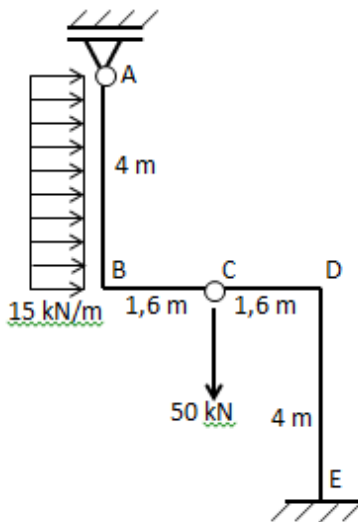


E38) A figura representa uma estrutura rotulada em B e apoios fixos em A e C. Sob os carregamentos indicados, carga distribuída constante no trecho BD, força concentrada em E e momento concentrado (M) em A, obtenha:

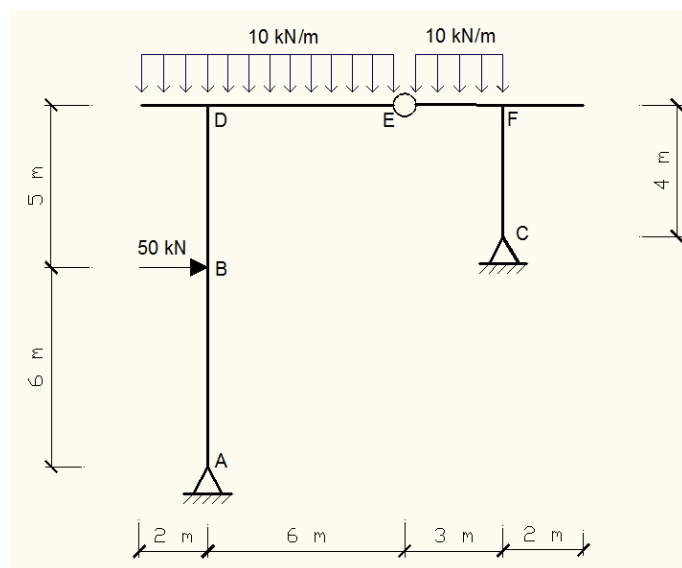
- a) Reações de apoio;
- b) Diagramas dos esforços solicitantes para o trecho BCDE;
- c) As expressões dos esforços solicitantes, em função de  $\theta$ , do trecho circular AB.



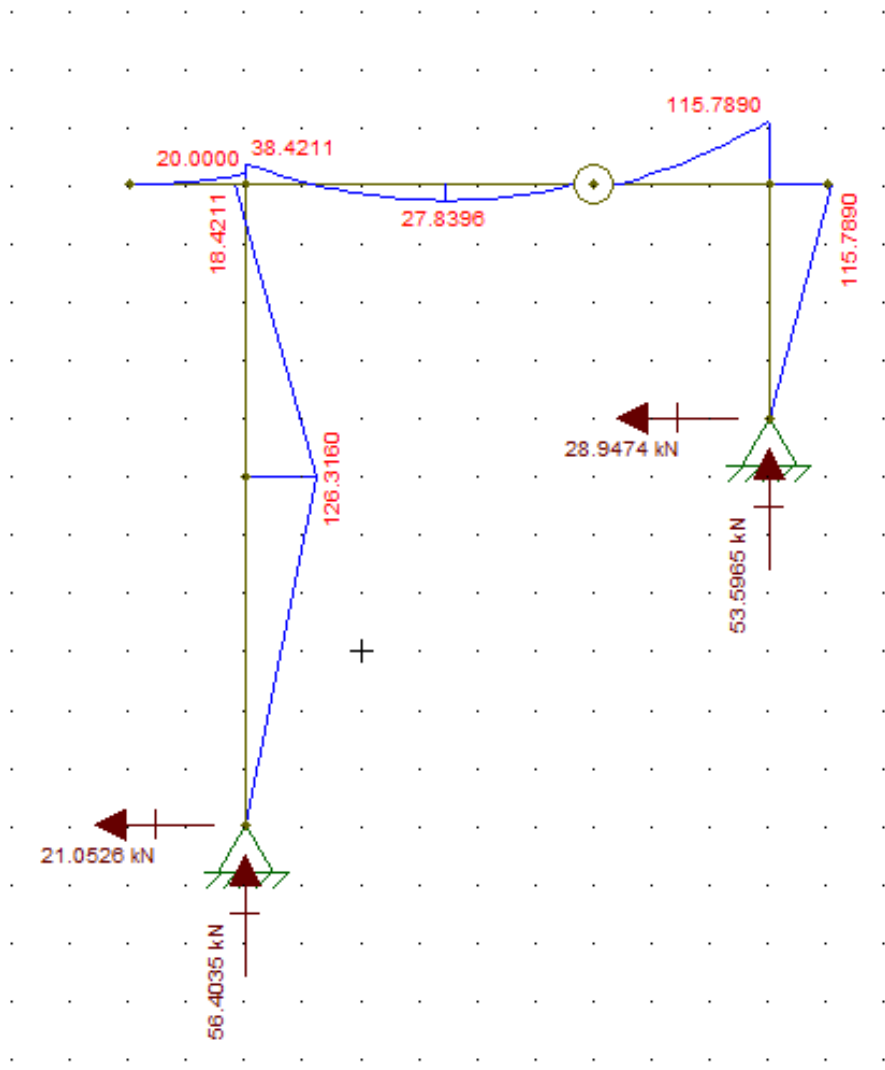
E39) (Dimas, 2012) Considere a estrutura isostática da figura abaixo. Pede-se determinar os diagramas de esforços normais (N), esforços cortantes (V) e momentos fletores (M). Devem ser utilizados os critérios de sinal definidos em sala de aula.



E40) Para o pórtico tri-articulado abaixo, determinar os diagramas de momentos fletores, normal e cortante de *todo o pórtico*. Indicar os valores mais relevantes em cada barra.

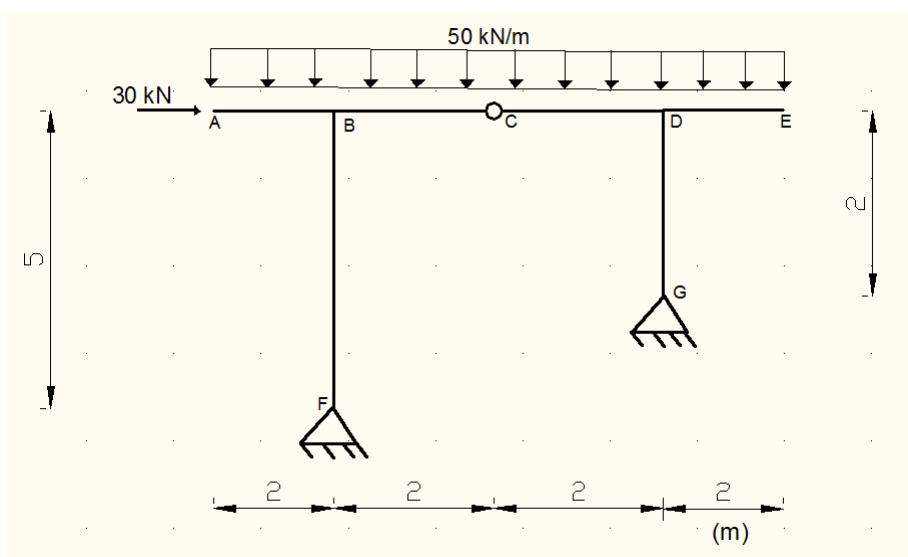


Resposta:

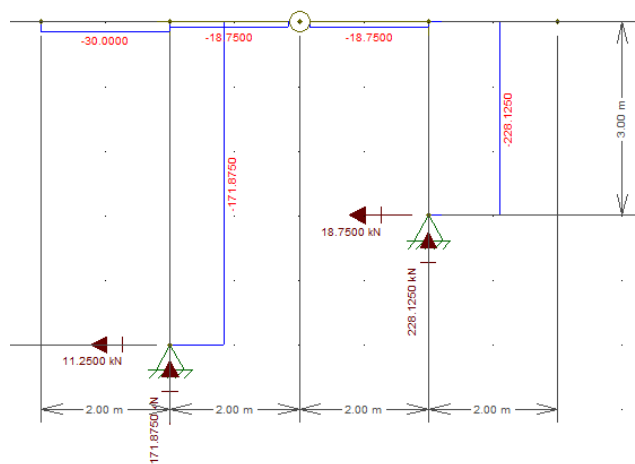


(M) e Reações

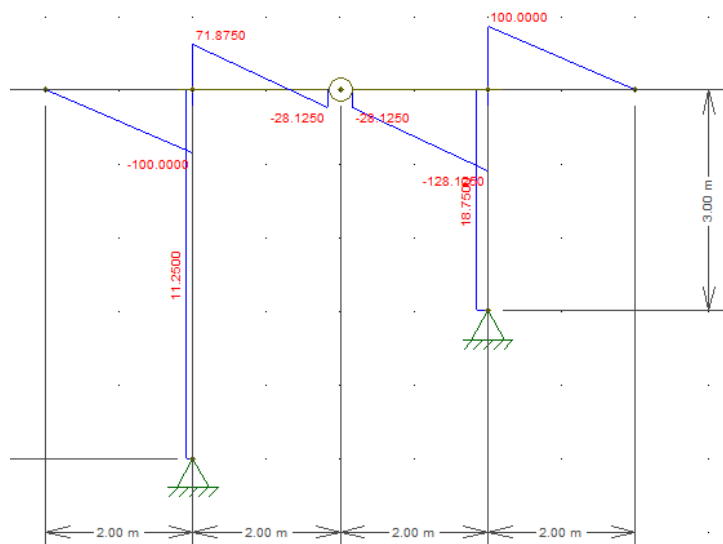
E41) Para o pórtico triarticulado abaixo, calcular os diagramas de esforços solicitantes N, V e M, indicando todos os valores relevantes.



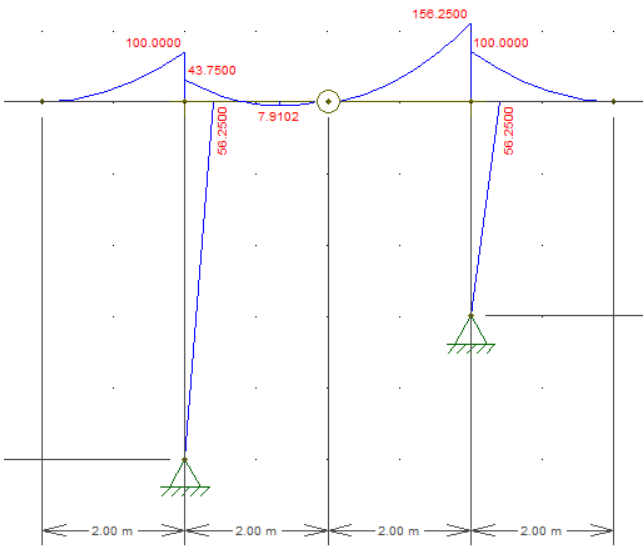
Resposta:



(Normal)

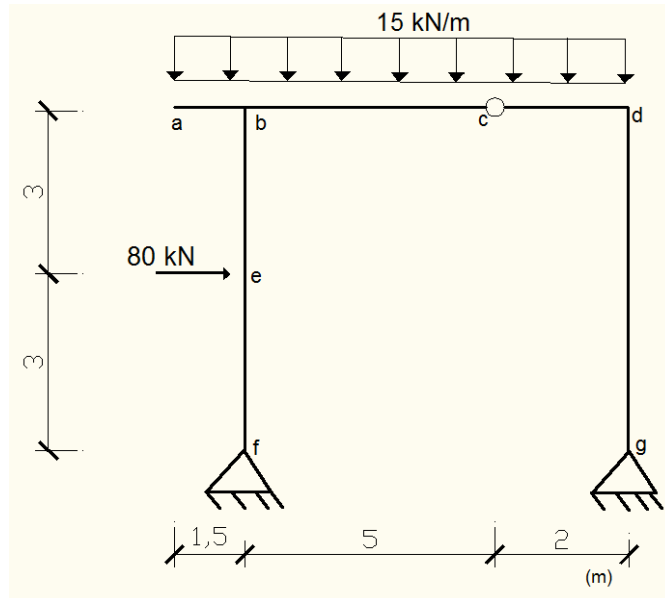


(Cortante)

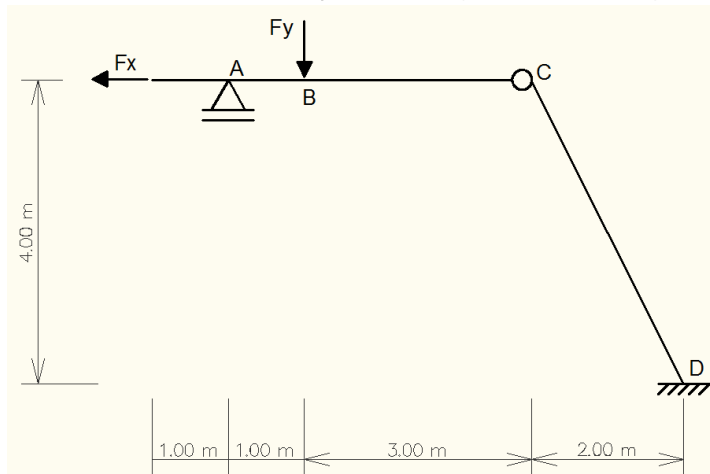


(Momento fletor)

E42) Para o pórtico triarticulado abaixo, calcular os diagramas de esforços solicitantes  $N, V$  e  $M$ , indicando todos os valores relevantes.

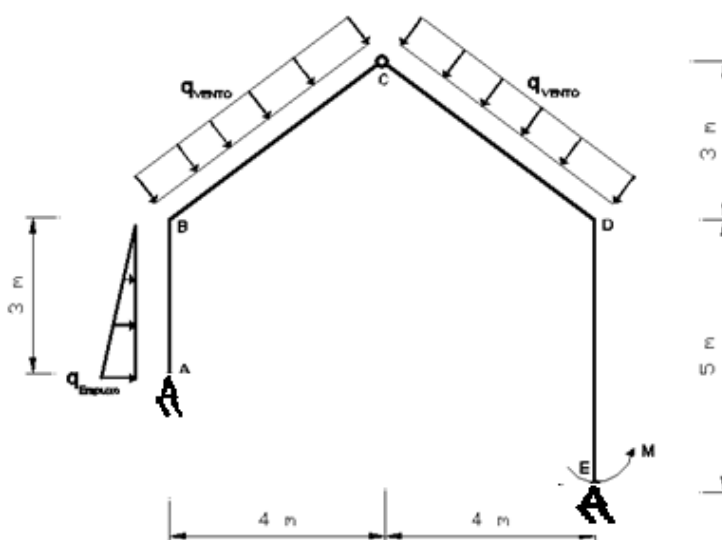


E43) Determinar os esforços solicitantes *das normais e momento fletores* de todo o pórtico a seguir. Dados:  $F_x = 10$  kN;  $F_y = 15$  kN. Esboçar os diagramas nas figuras indicadas.



E44) No galpão a seguir, o pilar AB serve também como contenção de terra, sendo a carga do solo atuante uniformemente variável de valor 0 a  $q_{empuxo} = 2$  kN/m. Nos telhados BC e CD atuam cargas de vento perpendiculares a seus eixos, com valor de  $q_{vento} = 4$  kN/m. Na base do pilar DE, em uma seção imediatamente acima do apoio E, há um momento aplicado de valor  $M = 5$  kN.m. Escrever as respostas nos espaços indicados, determinando:

- Reações nos apoios A e E;
- Os diagramas apenas nos trechos CDE, indicando os sinais e pontos relevantes de cada esforço.

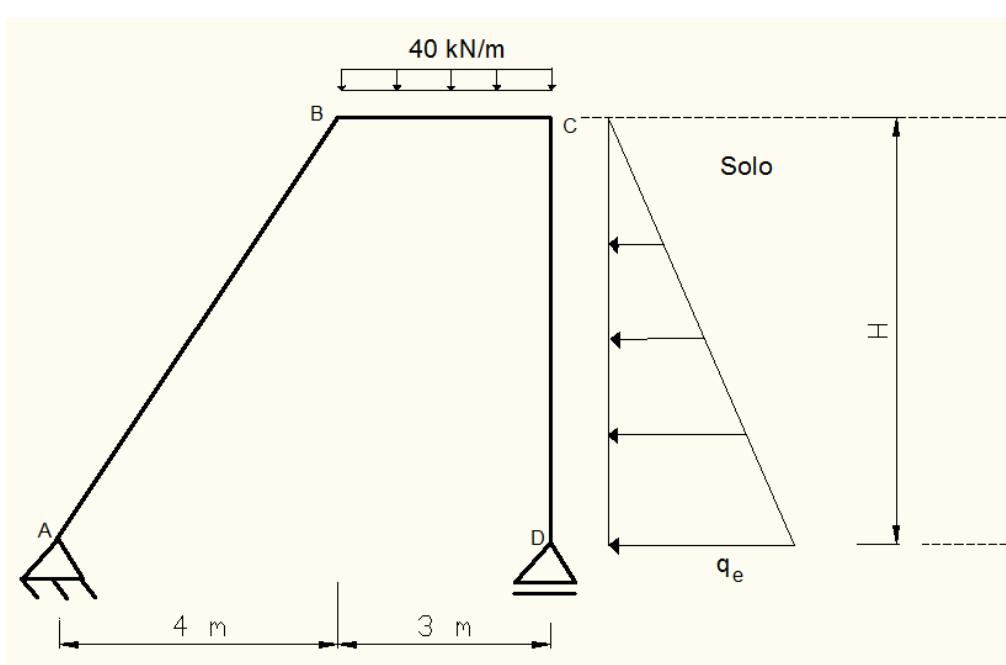


Respostas:

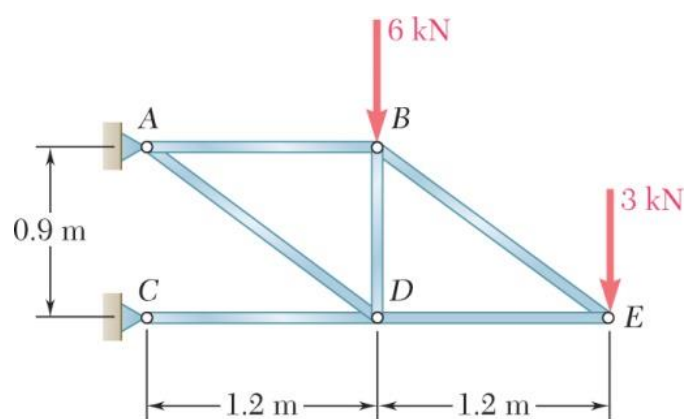
- Reações:  $A_x = -0,43$  ;  $A_y = 15,61$  ;  $E_x = 2,57$  ;  $E_y = 16,39$
- Diagramas:

$M_d = -7,85$ ;  $M_{max\_cd} = 8,8$ ;

E45) O pórtico plano ABCD serve como contenção de terra. O solo exerce uma carga no muro CD conforme indicado no desenho e seu valor máximo é dado pela relação  $q_e = \gamma_{solo} \cdot H \cdot b \cdot k_0$ , onde  $\gamma_{solo}$  é o peso específico,  $k_0$  é o coeficiente de empuxo do solo, H a altura do muro e b sua largura. Sobre a viga BC age uma carga constantemente distribuída devido a uma ação permanente de 40 kN/m. **Determinar os diagramas de esforço normal, cortante e momento fletor apenas no trecho BC**, indicando os diagramas, seus valores e posições de extremos nos desenhos da resposta. Considere:  $\gamma_{solo} = 22 \text{ kN/m}^3$ ,  $H = 6 \text{ m}$ ,  $b = 1 \text{ m}$ ,  $k_0 = 0,33$ .

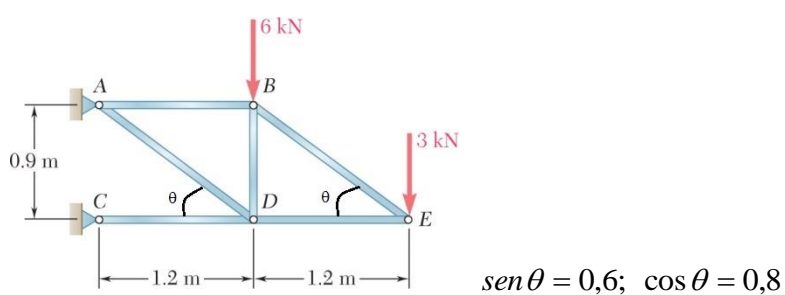


E46) Para a treliça a seguir, determinar seus esforços em cada barra. Indique as barras que estão tracionadas ou comprimidas.



Resposta:

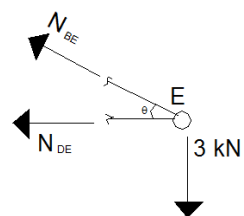
$N_{BE} = 5,0 \text{ kN (T)}$ ;  $N_{DE} = 4,0 \text{ kN (C)}$ ;  $N_{AB} = 4,0 \text{ kN (T)}$ ;  $N_{BD} = 9,0 \text{ kN (C)}$ ;  
 $N_{AD} = 15,0 \text{ kN (T)}$ ;  $N_{CD} = 16,0 \text{ kN (C)}$



nó E:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow 3 = N_{BE} \cdot 0,6 \rightarrow N_{BE} = 5 \text{ kN (T)}$$

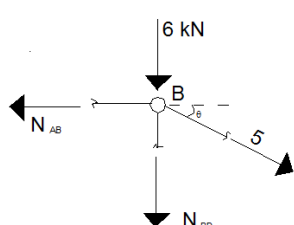
$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_{DE} + 5 \cdot 0,8 = 0 \rightarrow N_{DE} = -4 \text{ kN (C)}$$



nó B:

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 5 \cdot \cos \theta = N_{AB} \rightarrow N_{AB} = 4 \text{ kN (T)}$$

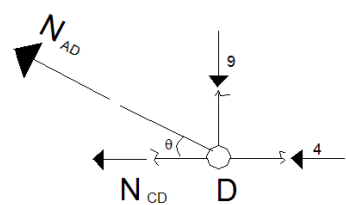
$$\sum F_y = 0 \rightarrow 6 + 5 \cdot \text{sen} \theta + N_{BD} = 0 \rightarrow N_{BD} = -9 \text{ kN (C)}$$



nó D:

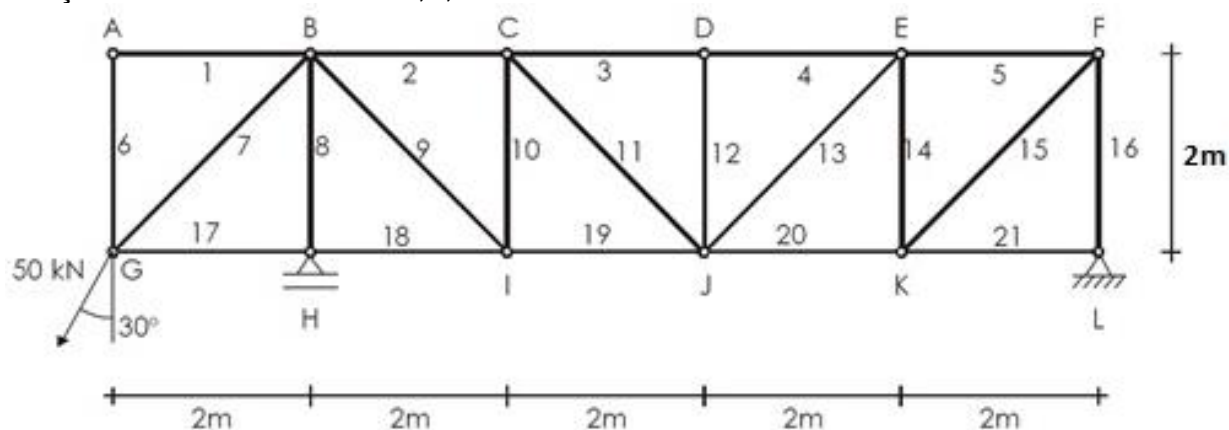
$$\sum F_y = 0 \rightarrow N_{AD} \cdot \text{sen} \theta = 9 \rightarrow N_{AD} = 15 \text{ kN (T)}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow N_{AD} \cdot \cos \theta + N_{CD} + 4 = 0 \rightarrow N_{CD} = -16 \text{ kN (C)}$$

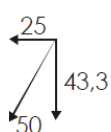
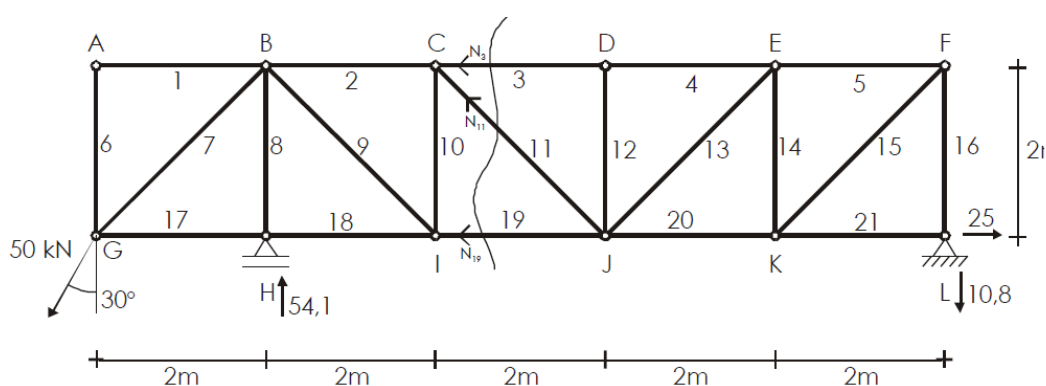


E47) Para a treliça seguir, onde atua somente uma força de 50 kN no nó G, na direção indicada, pedem-se:

- a) as reações de apoio;
- b) esforços normais nas barras 1, 6, 7 e 17.



Resposta:



$$\begin{aligned} 1. (1,0) \quad \Sigma M_L = 0 &\Rightarrow 43,3 \cdot 10 - V_H \cdot 8 = 0 \Rightarrow V_H = 54,1 \text{ kN} \\ \Sigma V = 0 &\Rightarrow 54,1 - 43,3 + V_L = 0 \Rightarrow V_L = -10,8 \text{ kN} \\ \Sigma H = 0 &\Rightarrow -25 + H_L = 0 \Rightarrow H_L = 25 \text{ kN} \end{aligned}$$

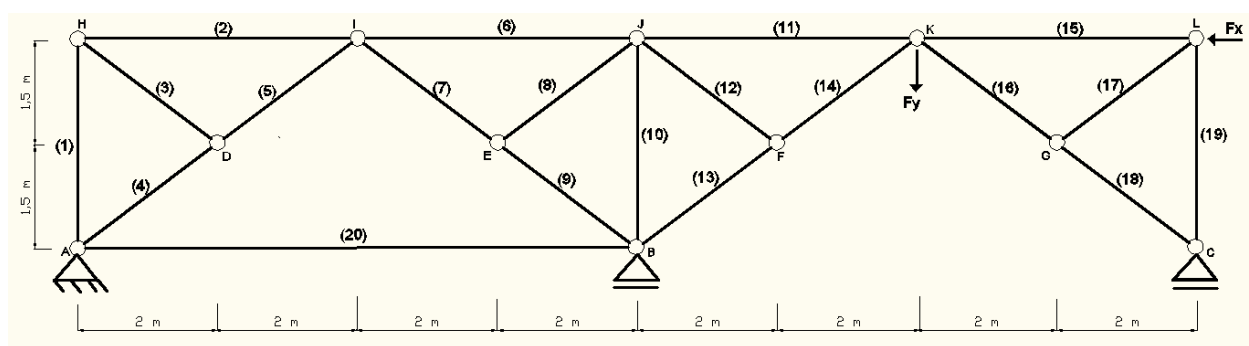
Equilíbrio Nó A:

$$\begin{aligned} \Sigma F_x = 0: N_1 &= 0 \\ \Sigma F_y = 0: N_6 &= 0 \end{aligned}$$

Equilíbrio Nó G:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0: N_7 \cdot \text{sen}45^\circ &= 50 \cdot \text{cos}30^\circ \rightarrow N_7 = 61,2 \text{ kN (T)} \\ \Sigma F_x = 0: 61,2 \cdot \text{cos}45^\circ - 50 \cdot \text{sen}30^\circ + N_{17} &= 0 \rightarrow N_{17} = -18,3 \text{ kN (C)} \end{aligned}$$

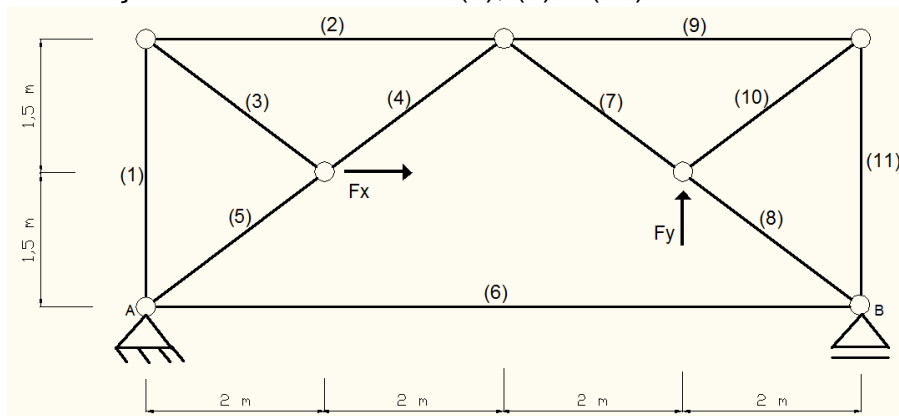
E48) Para a treliça a seguir, determine os esforços normais nas barras (3), (6), (9), (15) e (17). Dados:  $F_x = 10 \text{ kN}$ ;  $F_y = 18 \text{ kN}$ . Indicar cada valor com seu respectivo sinal no quadro de respostas.



Respostas:

$N_3 = 0$	$N_6 = 14 \text{ kN}$	$N_9 = -8,75 \text{ kN}$	$N_{15} = -10 \text{ kN}$	$N_{17} = 0$
-----------	-----------------------	--------------------------	---------------------------	--------------

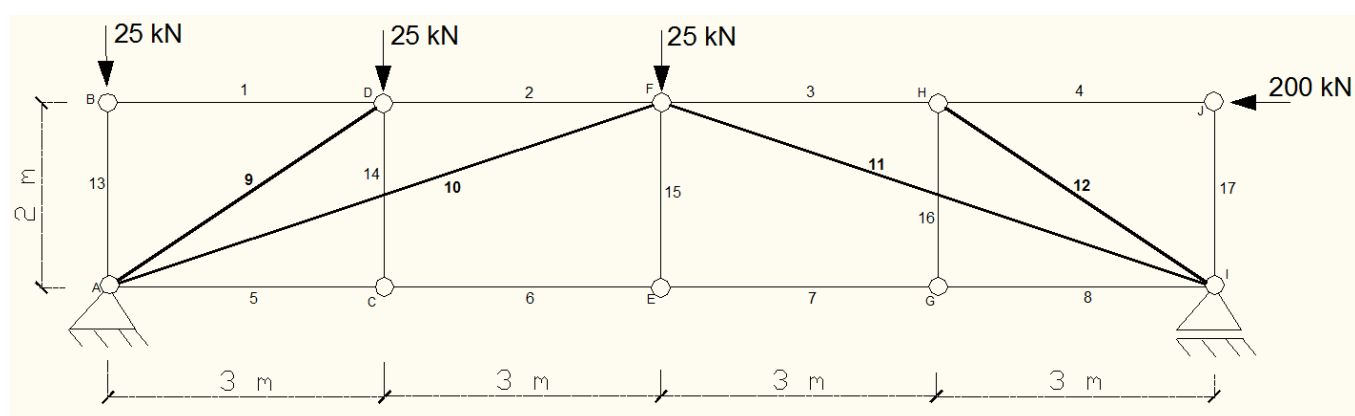
E49) Determinar os esforços normais nas barras (3), (6) e (11). Dados:  $F_x = 160 \text{ kN}$ ;  $F_y = 0$ .



E50) Empregando necessariamente o processo do equilíbrio dos nós e/ou o processo de Ritter (ou das seções), determinar as forças normais nas barras 9, 10, 11 e 12 da treliça da



figura, indicando claramente se essas forças são de tração ou de compressão. No final, escreva essas normais obtidas no espaço indicado.



**Respostas:**

$N_9 = -45,1 \text{ kN (C)}$

$N_{11} = +46,1 \text{ kN (T)}$

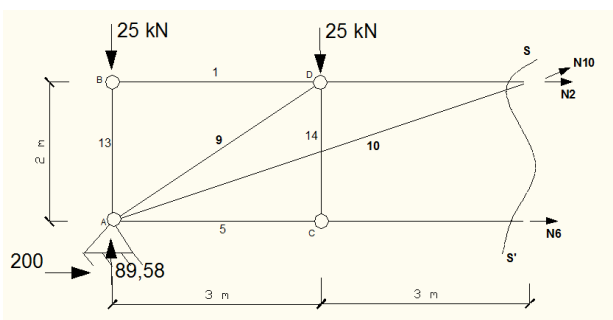
$N_{10} = -125,17 \text{ kN (C)}$

$N_{12} = 0$

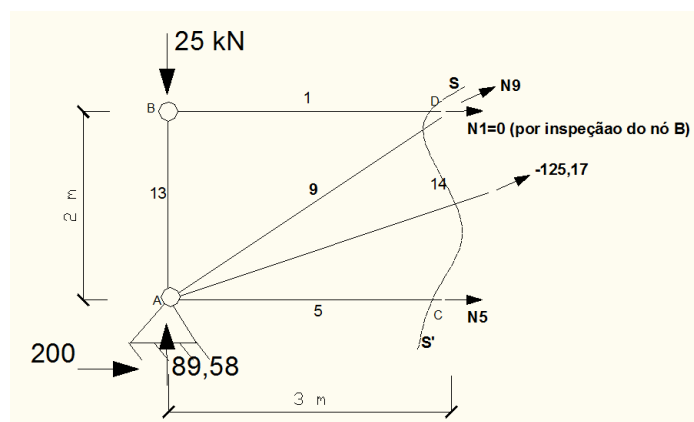
$\sum M_A = 0: 12.R_b + 2 * 200 = 3.25 + 6 * 25 \rightarrow R_b = -14,58 \text{ kN} \downarrow$

$\sum F_y = 0: R_a - 14,58 = 75 \rightarrow R_a = 89,58 \text{ kN} \uparrow$

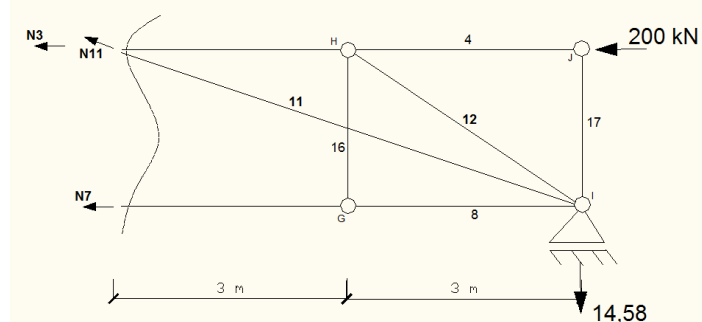
$\sum F_x = 0: R_{Ax} = 200 \text{ kN} \rightarrow$



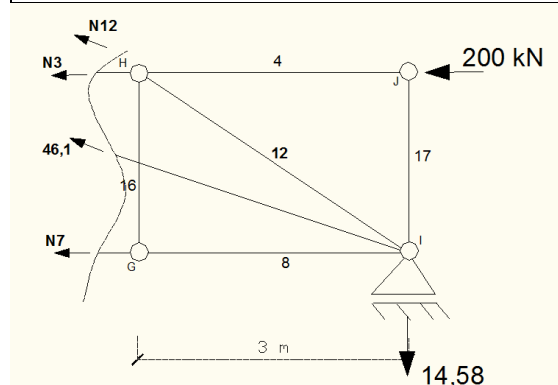
$\sum F_y = 0: N_{10} \cdot \text{sen}\theta + 89,58 = 50 \rightarrow N_{10} = -125,17 \text{ kN (C)}$



$\sum M_c = 0: N_9 \cdot \text{cos}\alpha \cdot 2 + 89,58 * 3 = 125,17 * \text{cos}\theta \cdot 1 + 25 \cdot 3 \rightarrow N_9 = -45,1 \text{ kN (C)}$

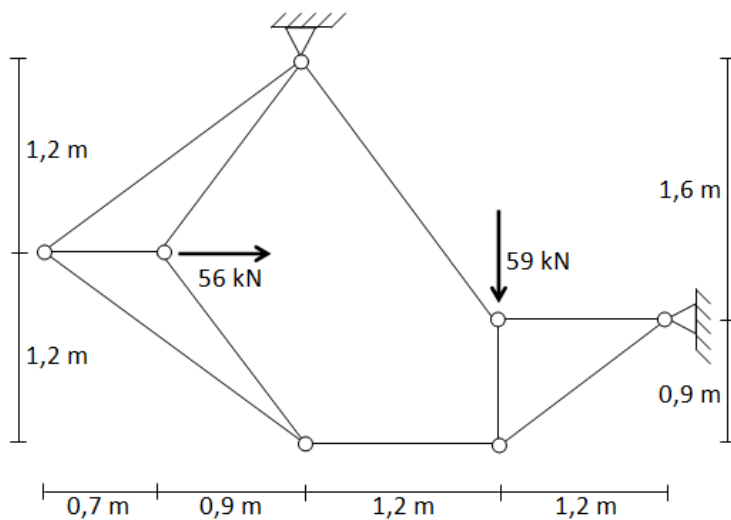


$\sum F_y = 0: N_{11} \cdot \text{sen}\theta = 14,58 \rightarrow N_{11} = 46,1 \text{ kN (T)}$

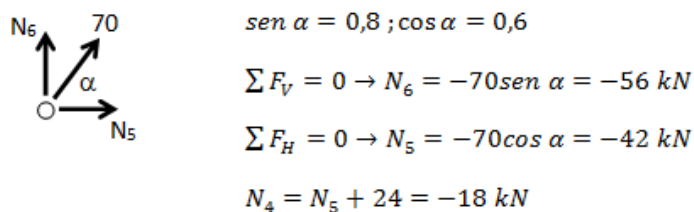
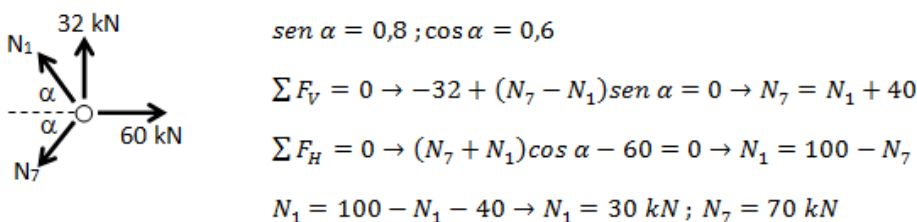
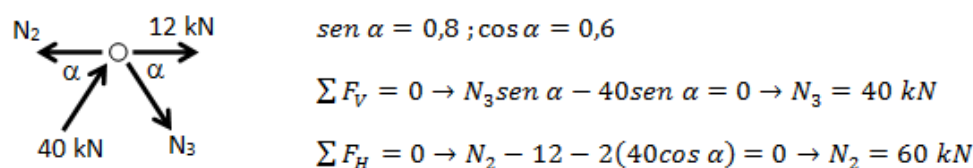
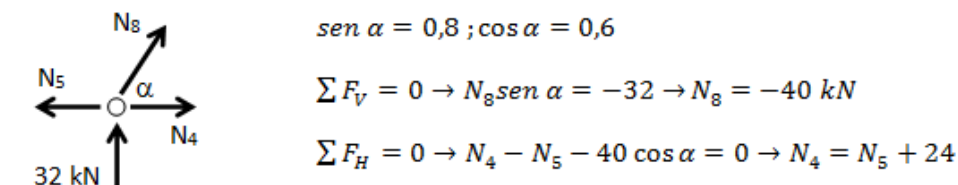


$\sum F_y = 0: N_{11} \cdot \text{sen}\theta + N_{12} \cdot \text{sen}\alpha = 14,58 \rightarrow N_{12} = 0$

E51) (Dimas, 2012) Considere a treliça isostática da figura abaixo. Calcule o valor do esforço normal de todas as barras, indicando-o junto à barra correspondente em kN. Deve ser obedecido o critério de sinal apresentado em sala de aula.

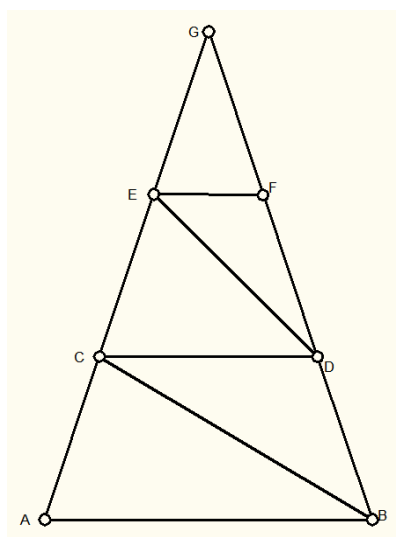
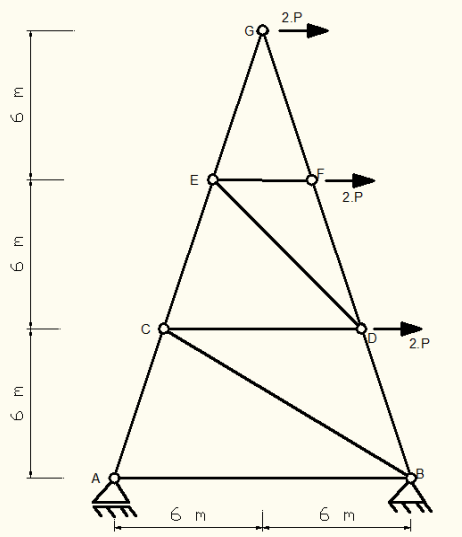


Resposta:

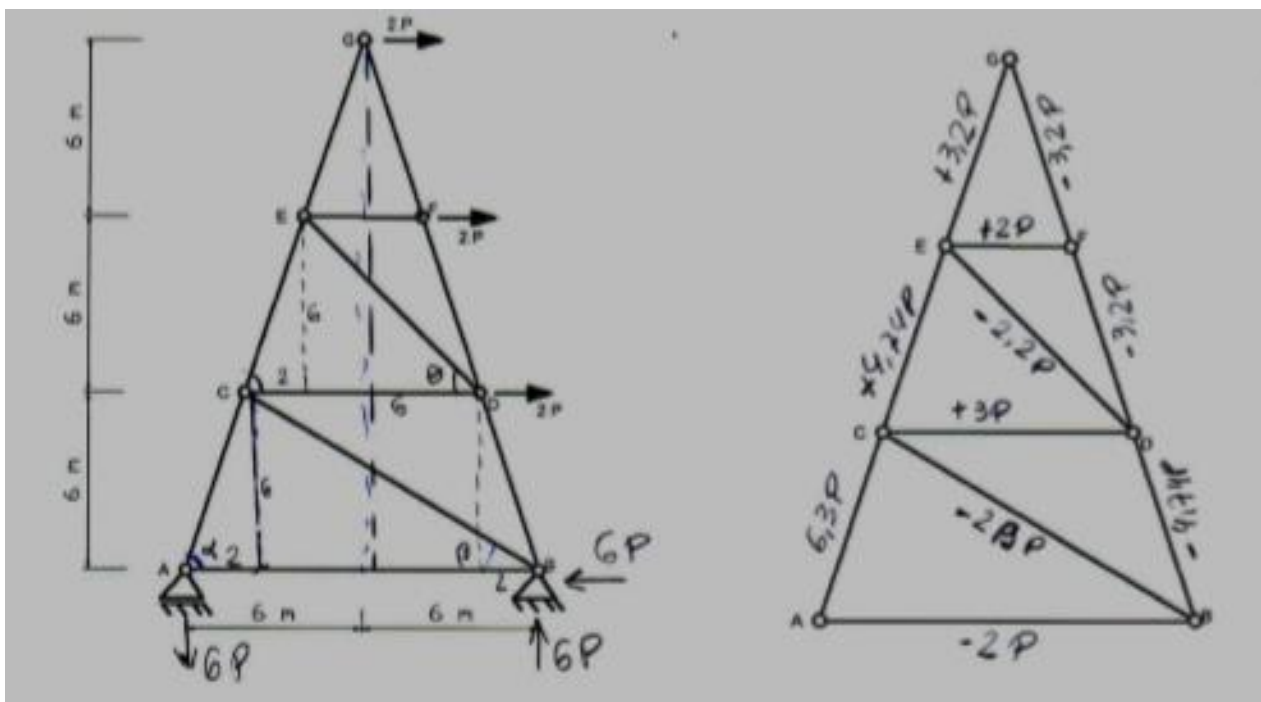


E52) a) Determinar os esforços em todas as barras da treliça a seguir, em função de  $P$ . Indicar seus valores no desenho à direita.

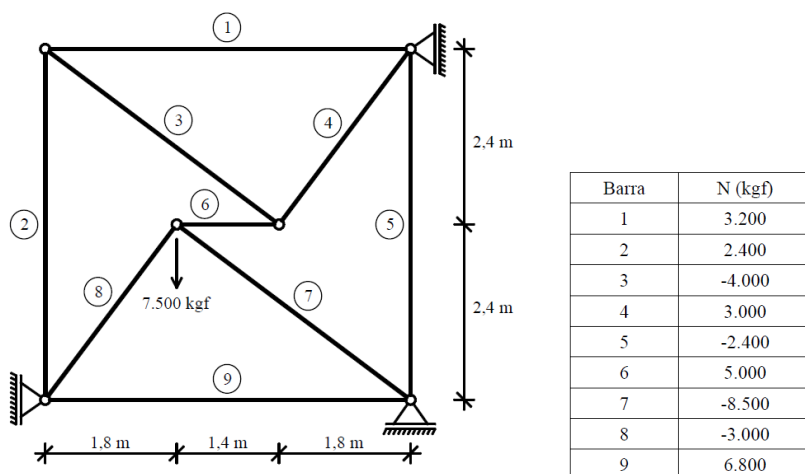
b) Com base nos valores do item a) e sabendo-se que as barras são de mesmo material e área, e que resistem, no máximo, a forças normais de 96 kN à tração e 60 kN à compressão, obtenha o máximo valor de  $P$  que possa ser aplicado ( $P_{\text{max}}$ ), para que nenhuma barra tenha valores maiores que os limites indicados.



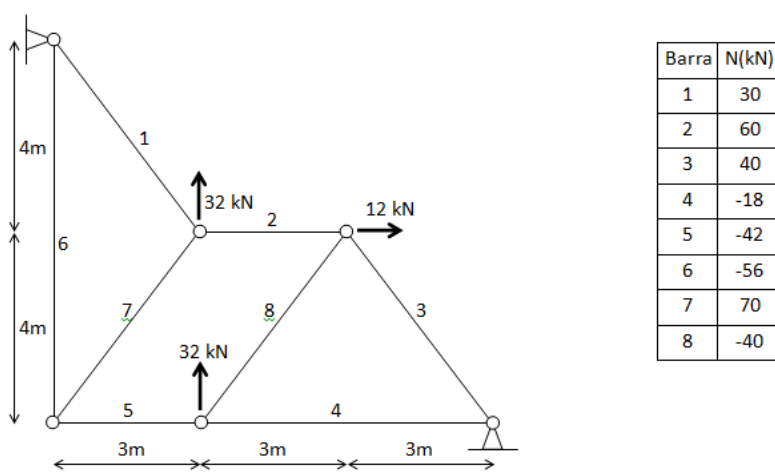
Resposta:



E53) (Brito) Para a treliça a seguir, determine os esforços normais de todas as barras.



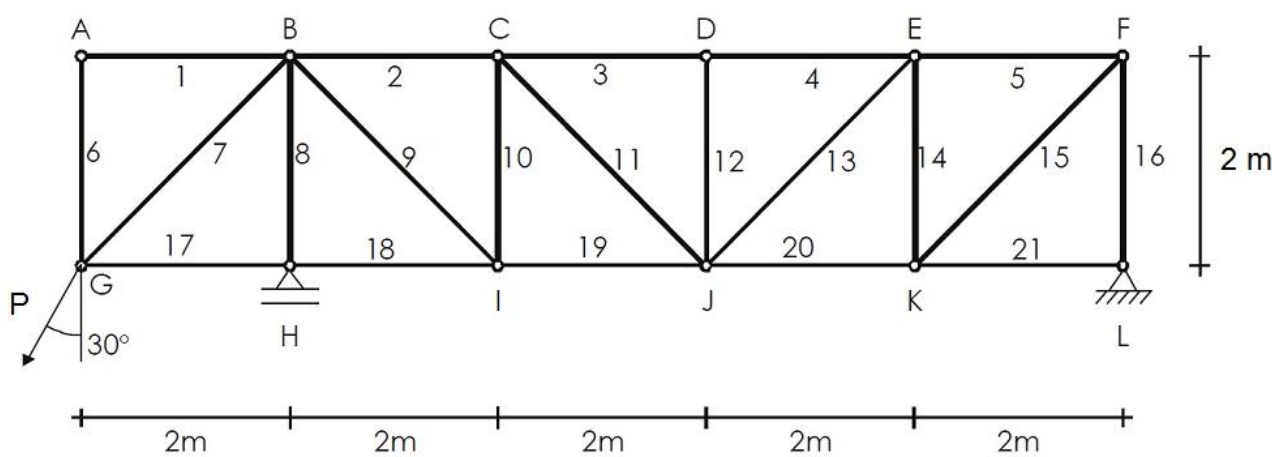
E54) (Dimas, 2012) Considere a treliça isostática da figura abaixo. Calcule o valor do esforço normal de todas as barras, indicando-o junto à barra correspondente em kN.



E55) Um engenheiro estrutural foi contratado para avaliar a treliça que é usada numa ponte em atividade no norte de Minas Gerais. Ele tem que apresentar um relatório sobre as restrições de uso da ponte com base na análise **apenas das barras 3, 11 e 19**. Isto, pois elas estão em processo adiantado de deterioração, conforme observado numa avaliação técnica realizada *a priori*. Todavia, por questões de logística, essas barras não podem ser substituídas, tendo-se que limitar seu uso nas ações. Assim:

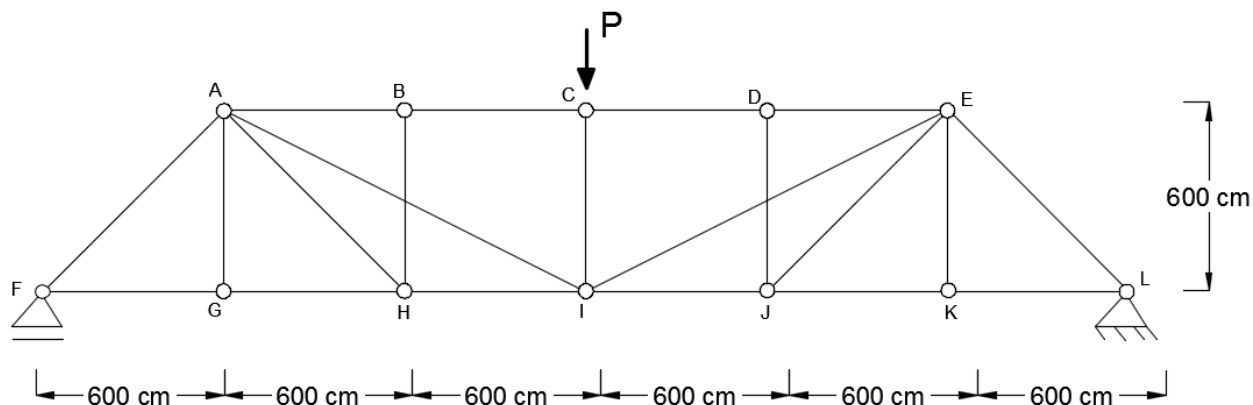
- a) Determine seus esforços normais em função de P;
- b) Após um ensaio destrutivo realizado em outras barras com o mesmo grau de deterioração, estabeleceu-se um valor máximo de esforço normal de tração e compressão para essas barras. Esses valores limites são de 10 kN para tração e 6 kN para compressão. **Obtenha o maior valor de P** que pode ser aplicado para que os valores solicitantes nessas barras não ultrapassem esses limites de projeto.

Escreva os valores obtidos nos espaços indicados na resposta.

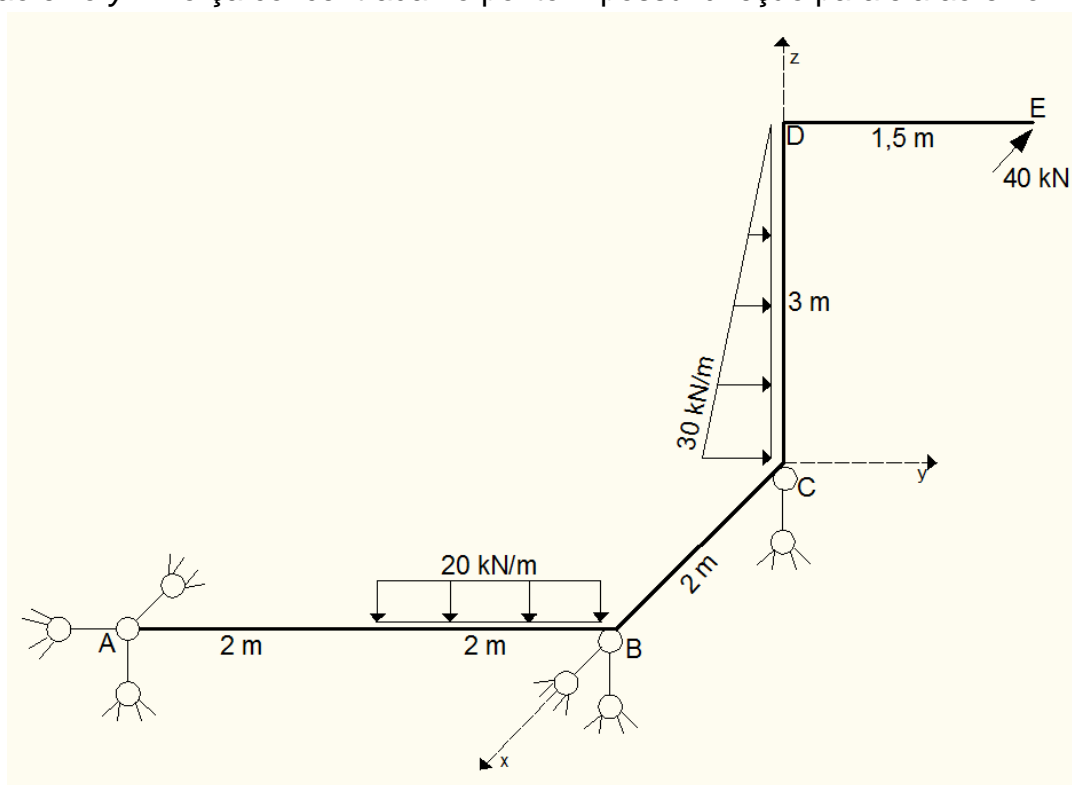


E56) Para a treliça a seguir:

- Obtenha os esforços normais de todas as barras em termos de P;
- Sabendo-se que todas as barras são de aço e aferiu-se que, por análise experimental, o máximo valor admissível de força a tração delas é de 1100 kN e 900 kN a compressão, **determine o máximo valor de P** que não leve a que esses limites sejam ultrapassados, por segurança estrutural.



E57) Determine as reações de apoio da estrutura a seguir. O trecho AB é paralelo ao eixo y, com a força distribuída constante atuando na metade dessa barra e linha de ação da sua resultante é paralela ao eixo z. O trecho BC está contido no eixo x. O trecho CDE está no plano yz, com o carregamento distribuído linearmente atuando em toda a barra CD e resultante paralela ao eixo y. A força concentrada no ponto E possui direção paralela ao eixo x.



Resposta

$$\sum F_x = 0: A_x + B_x = 40 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0: A_y = 45 \text{ kN} \quad (\leftarrow)$$

$$\sum F_z = 0: A_z + B_z + C_z = 40 \quad (2)$$

$$M_x = d_y \cdot F_z - d_z \cdot F_y$$

$$M_y = d_z \cdot F_x - d_x \cdot F_z$$

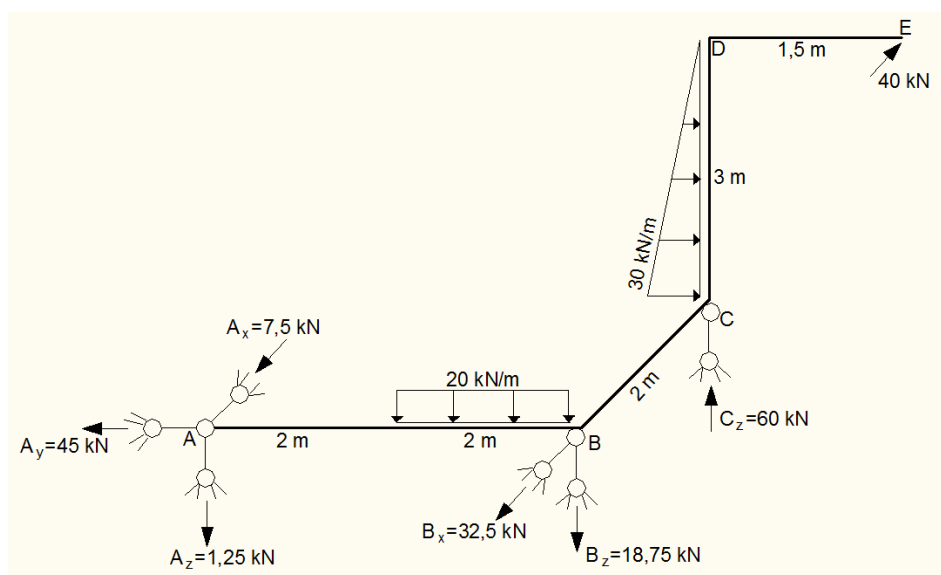
$$M_z = d_x \cdot F_y - d_y \cdot F_x$$

$$\sum M_x = 0: -40 \cdot (-1) + A_z \cdot (-4) - (45) \cdot (1) = 0 \rightarrow A_z = -1,25 \text{ kN}$$

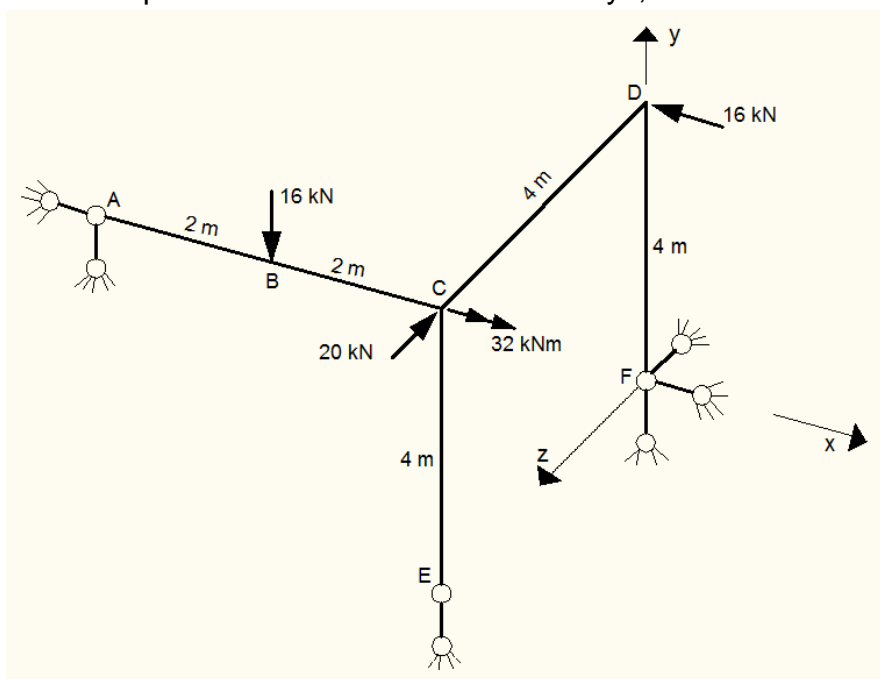
$$\sum M_y = 0: -40 \cdot (3) - [(-40) \cdot (2) + B_z \cdot (2) + A_z \cdot (2)] = 0 \rightarrow B_z = -18,75 \text{ kN}$$

$$\sum M_z = 0: -45 \cdot (2) - [(-40) \cdot (1,5) + A_x \cdot (-4)] = 0 \rightarrow A_x = 7,5 \text{ kN}$$

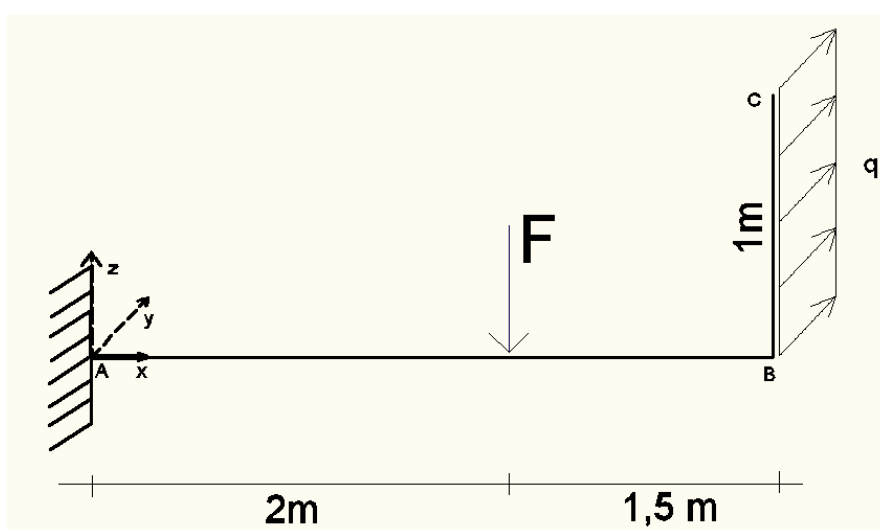
Portanto:  $B_x = 40 - 7,5 = 32,5 \text{ kN}$



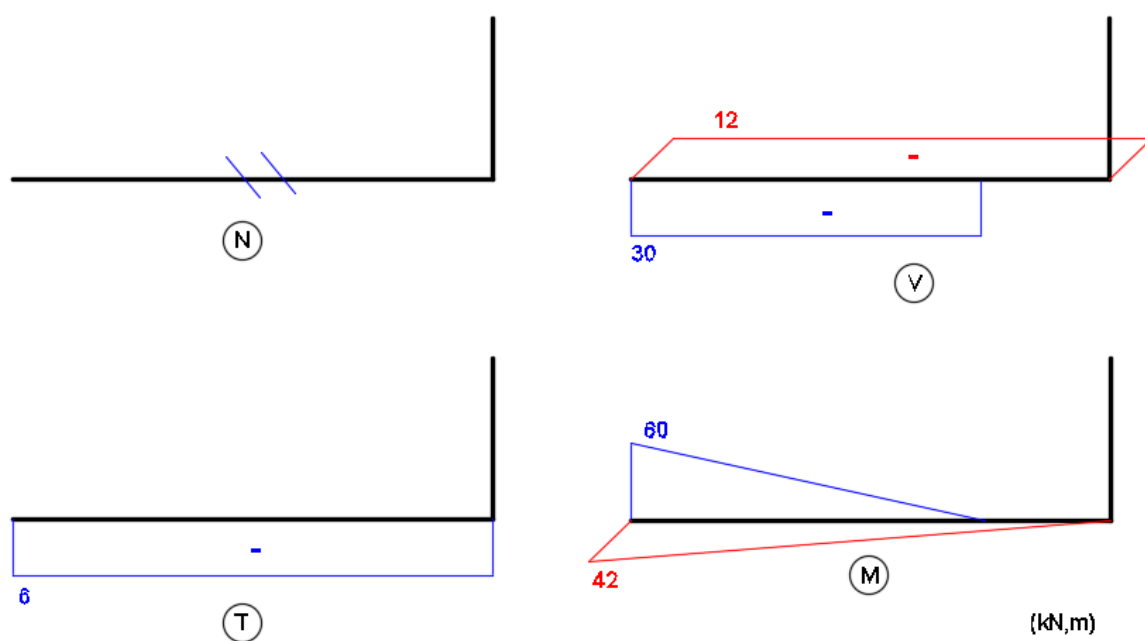
E58) Traçar os esforços solicitantes (N, T, V e M) do pórtico tridimensional nos eixos indicados. As forças concentradas estão aplicadas no ponto B, C e D, bem como o momento concentrado no ponto C e todas estão paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme desenho.



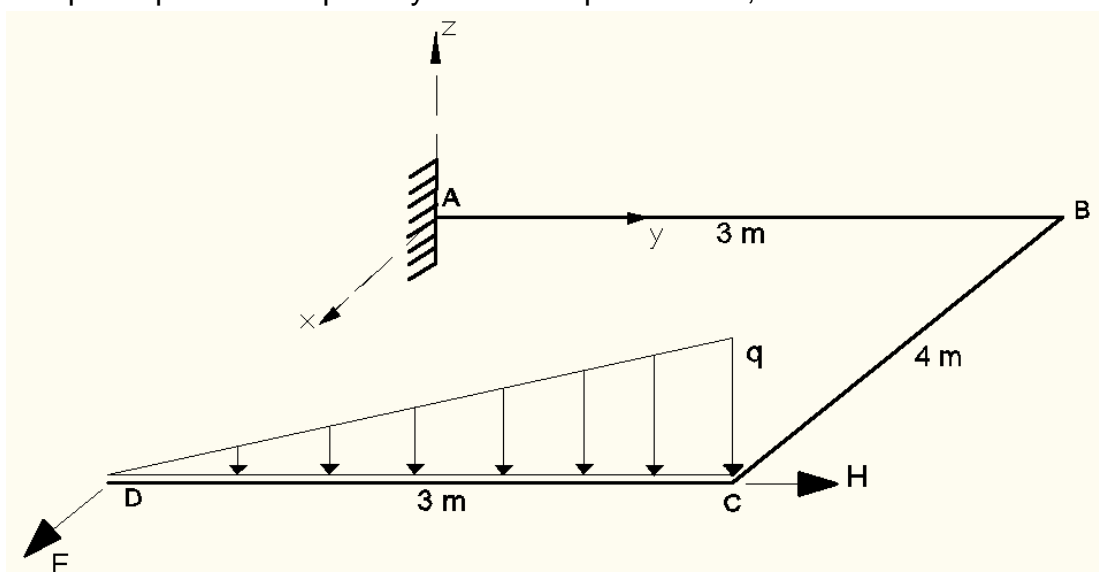
E59) Determine os diagramas de esforços solicitantes da estrutura apenas no trecho AB. Os trechos AB e BC são paralelos, respectivamente, aos eixos x e z. Adote a força  $F = 30$  kN que atua na direção z e  $q = 12$  kN/m, paralelo ao eixo y. Indicar os diagramas nos desenhos em destaque.



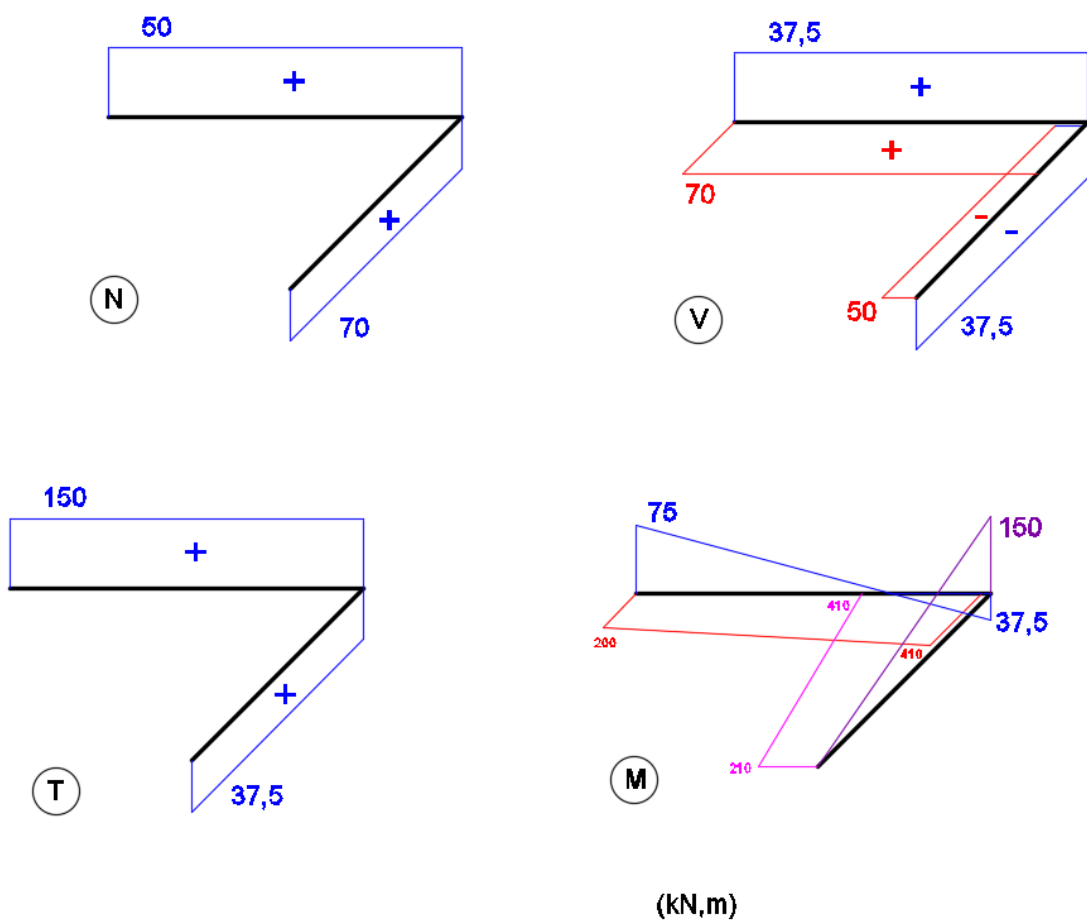
Resposta:



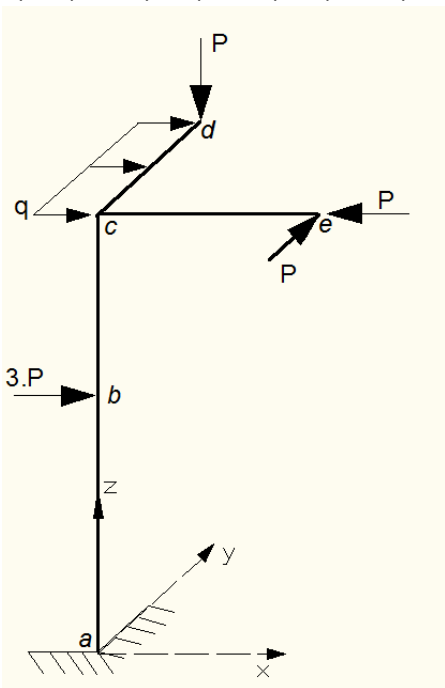
E60) Determine os diagramas de esforços solicitantes da estrutura apenas nos trechos AB e BC. Os trechos AB e DC são paralelos ao eixo y, bem como a força  $H = 50$  kN. A barra BC e a força  $F = 70$  kN são paralelas ao eixo x. Na barra DC atua uma carga distribuída linearmente contida num plano paralelo ao plano yz de valor  $q = 25$  kN/m, conforme indicado.



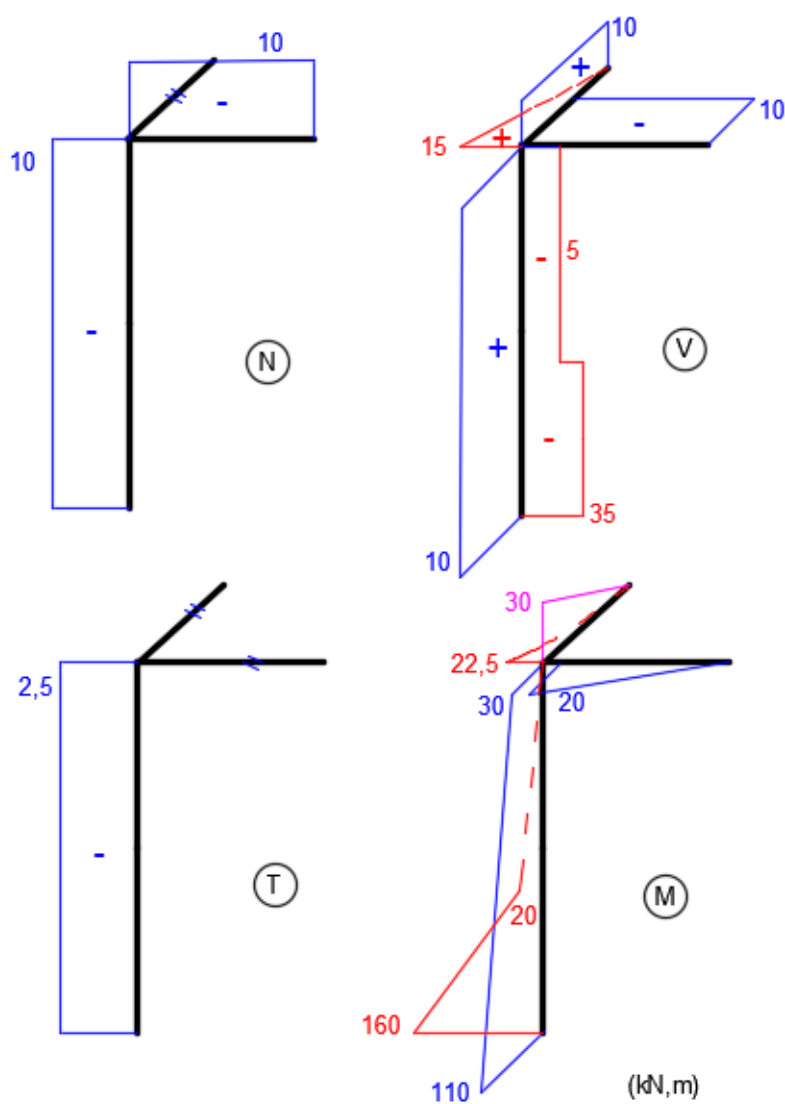
Resposta:



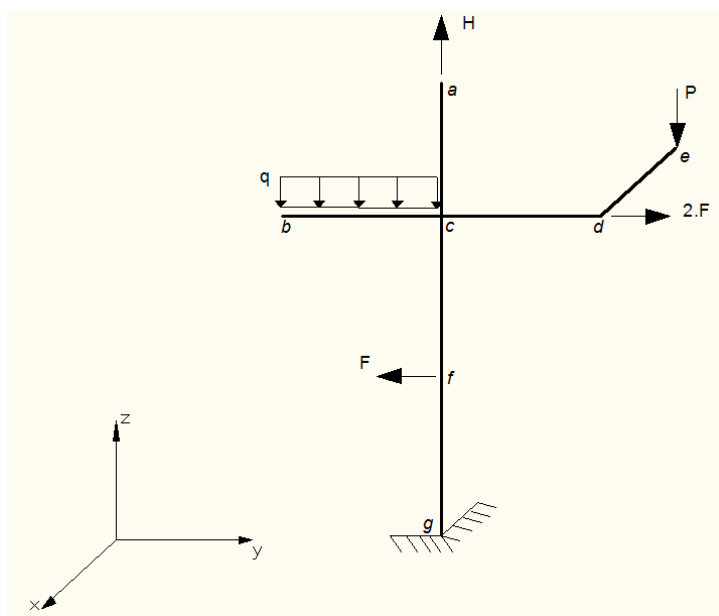
E61) Determinar os esforços solicitantes (M,V, T e N) no pórtico tridimensional. As forças são paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme indicado. Dados: As coordenadas dos pontos são, em metros: a(0;0;0), b(0;0;4), c(0;0;8), d(0;3;8), e(2;0;8).  $P = 10 \text{ kN}$ ;  $q = 5 \text{ kN/m}$ .



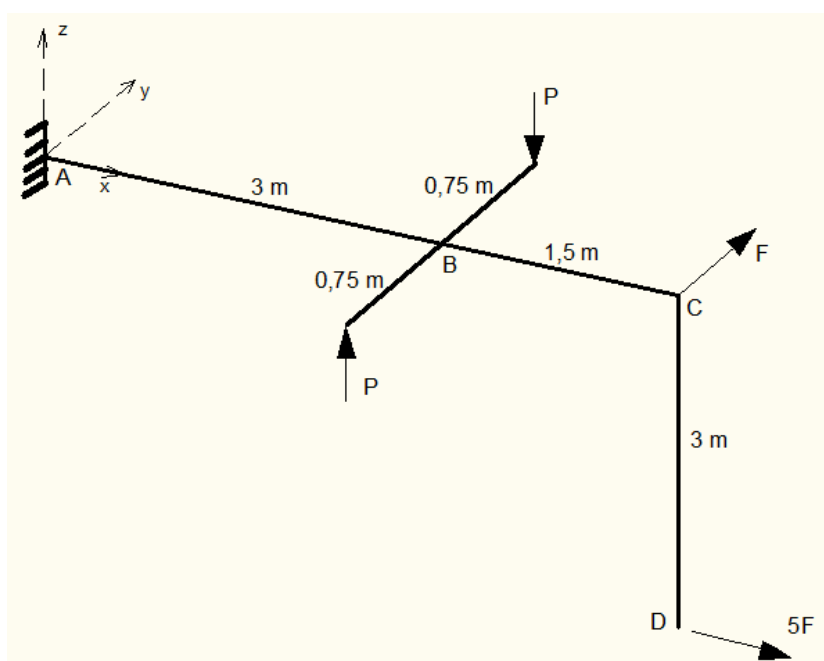
Resposta:



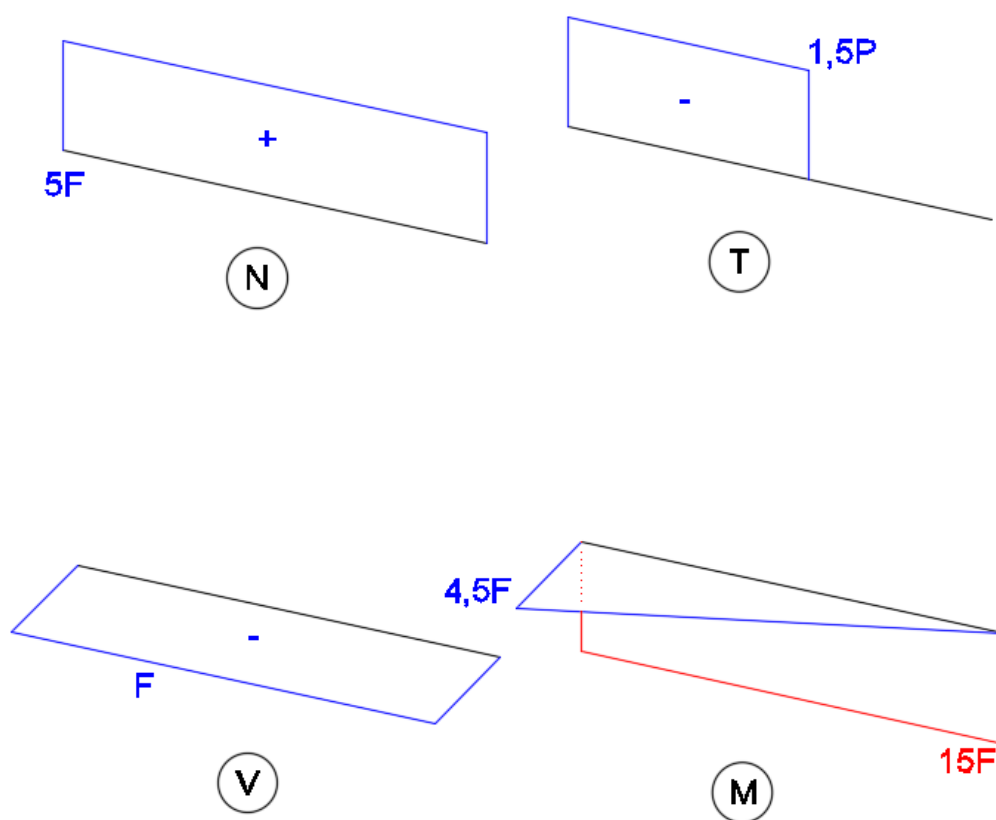
E62) Determinar os esforços solicitantes (M,V, T e N) no pórtico tridimensional. As forças são paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme indicado. Dados: As coordenadas dos pontos são, em metros: a(0;0;30), b(0;-12;24), c(0;0;24), d(0;12;24), e (-10;12;24), f(0;0;12) e g(0;0;0).  $H = P = 180 \text{ kN}$ ;  $F = 120 \text{ kN}$ ;  $q = 12 \text{ kN/m}$ .



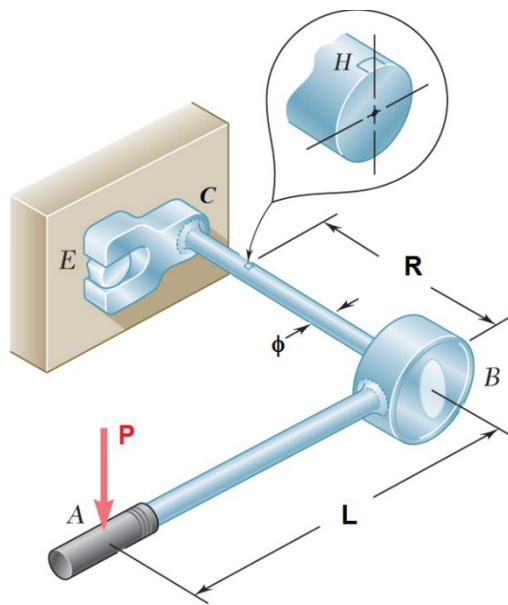
E63) Para o pórtico tridimensional, **determine os diagramas de esforços apenas na barra ABC**. Todas as forças estão paralelas aos eixos indicados. Os comprimentos das barras estão descritos no desenho. Apresentar os diagramas nos desenhos da resposta, seguindo a convenção de aula.



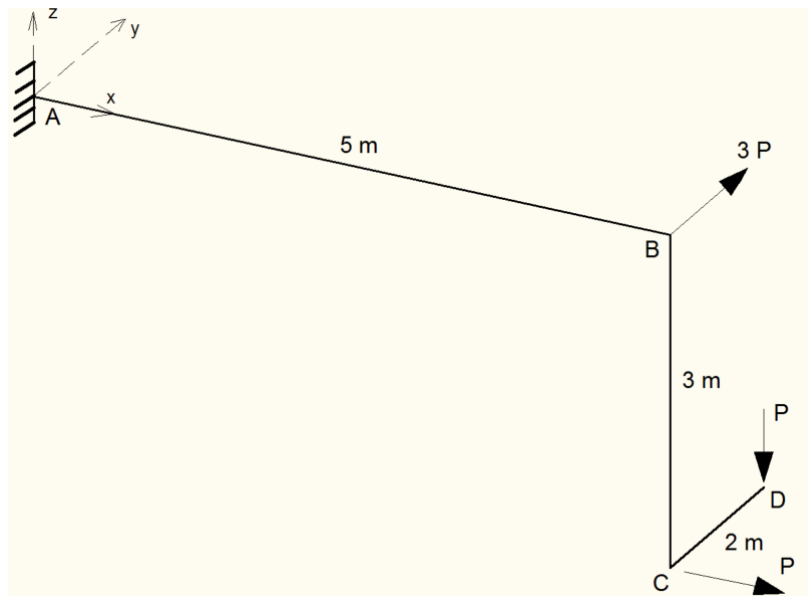
Resposta:



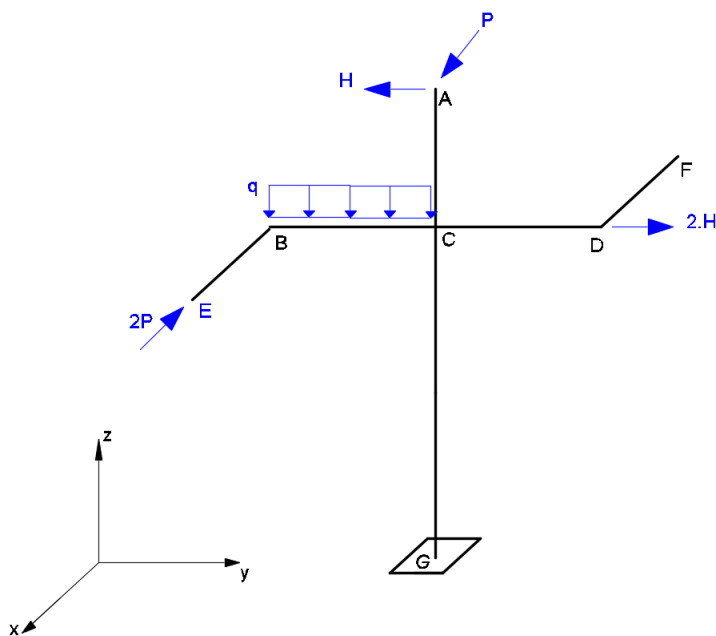
E64) Uma chave de aranha é usada para desapertar um parafuso que representa um engaste, conforme figura. Sabendo que a força  $P$  exercida é de 1 kN, e suas dimensões sejam de  $L = 30$  cm,  $R = 20$  cm, distância  $BC$  de 25 cm e seu eixo maciço  $BC$  tem diâmetro  $\phi = 2$  cm. Determine todos os diagramas de esforços nos trechos  $ABC$ .



E65) Seja a estrutura formada pelas barras AB, BC e CD, engastada em A. Considere que as barras e as ações atuem paralelos aos respectivos eixos indicados no desenho e admita  $P = 500 \text{ kN}$ . Determine os diagramas de esforços de toda a estrutura.

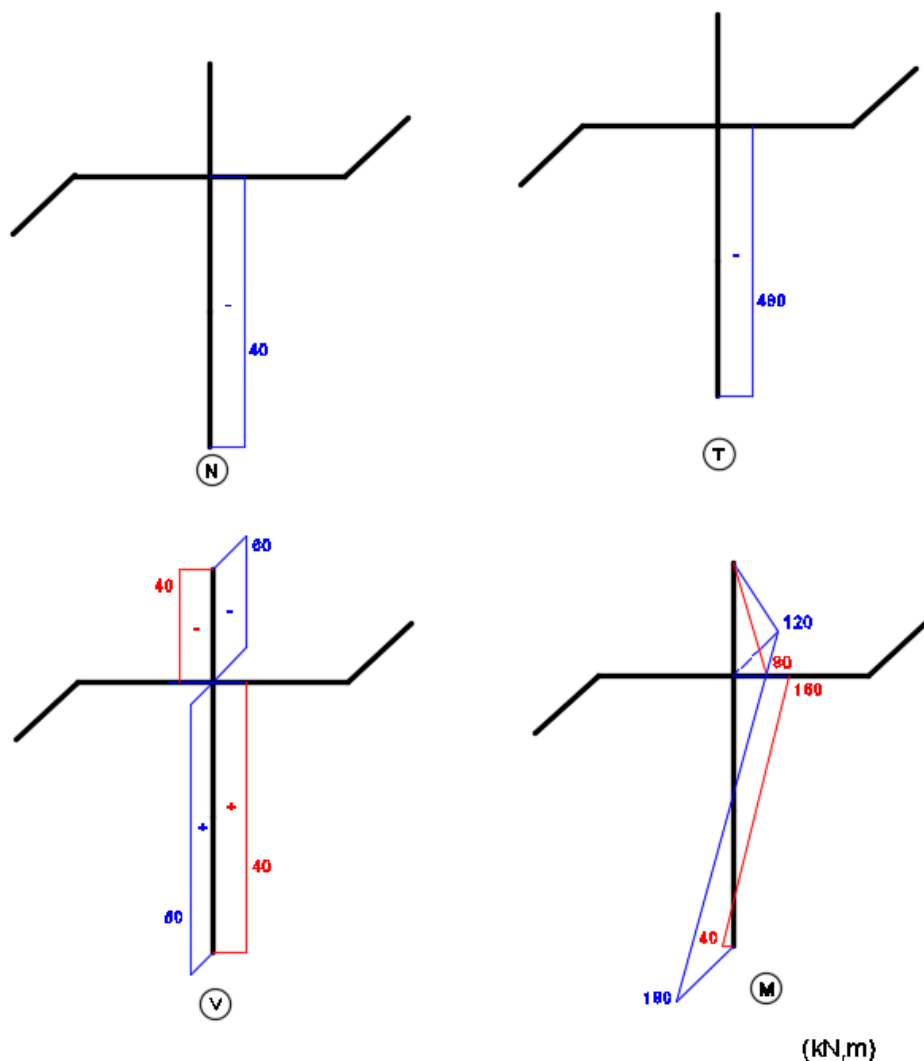


E66) Determine para a estrutura a seguir suas reações no engaste G, e os diagramas de esforços nas barras AC e CG. Admita que as barras e forças são paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme indicado. Sabe-se que as medidas das barras são:  $AC = 2\text{m}$ ;  $CG = 5\text{m}$ ;  $EB = DF = 3\text{m}$ ;  $BC = CD = 4\text{m}$ . Adote:  $H = 40 \text{ kN}$ ;  $P = 60 \text{ kN}$  e  $q = 10 \text{ kN/m}$ .

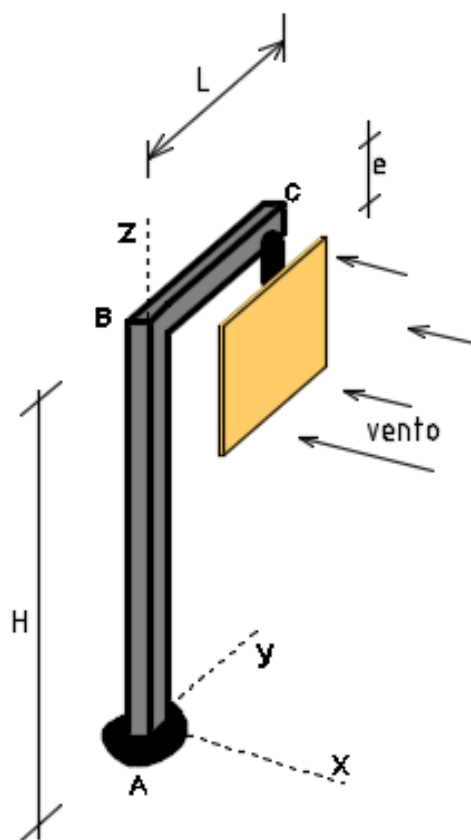


Resposta:



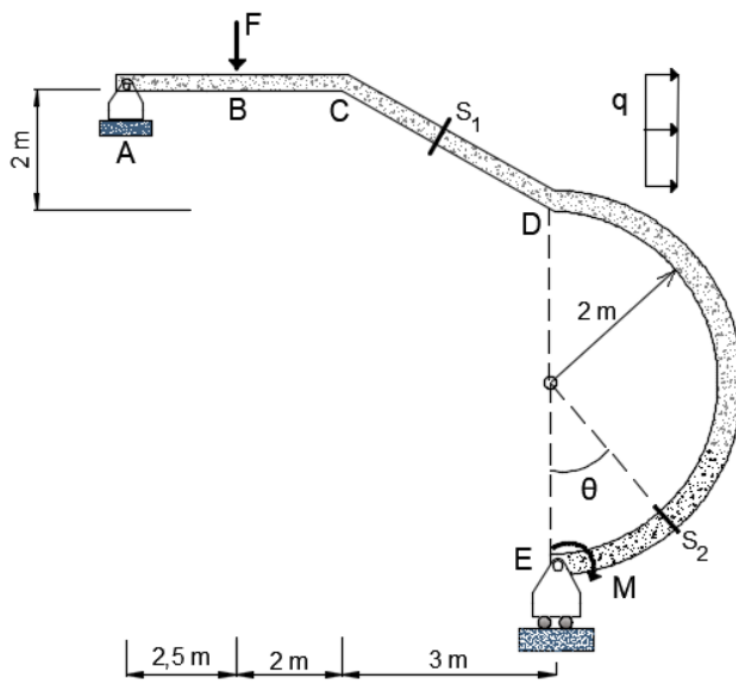


E67) O poste  $ABC$  e a placa quadrada estão contidos no plano  $yz$ . O ponto  $A$  está engastado e na extremidade  $C$  está ligado no meio da dimensão da borda superior de uma placa quadrada de dimensão  $800\text{ mm}$  por uma barra rígida. Considere como ações apenas o peso da placa de  $1.000\text{ N}$  e uma carga de vento de  $700\text{ N/m}^2$  que atua perpendicularmente distribuída uniformemente constante sobre toda a placa, na direção de  $x$ , conforme desenho. As medidas  $H$  e  $L$  são indicadas de eixo a eixo e a medida " $e$ " é a distância entre o eixo do ponto  $C$  e a borda superior da placa. Obtenha os diagramas de normal, momentos fletores e torção apenas no trecho  $AB$  do poste, em medidas de  $N$  e  $m$ . Adote  $H = 5,0\text{ m}$ ,  $L = 2\text{ m}$  e " $e$ " =  $30\text{ cm}$ .

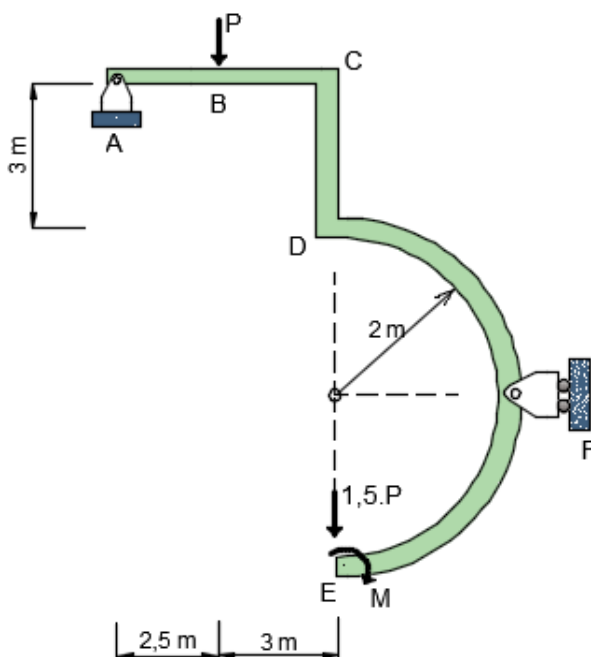


E68) Para a estrutura indicada na figura a seguir, o apoio em  $A$  é fixo e em  $E$  é móvel. Uma força concentrada de  $F = 20\text{ kN}$  atua em  $B$ , um momento concentrado de  $M = 60\text{ kN.m}$  atua em  $E$  e um carregamento distribuído constantemente na direção horizontal atua no trecho  $CD$ , de valor  $q = 30\text{ kN/m}$ . Nessas condições, obtenha:

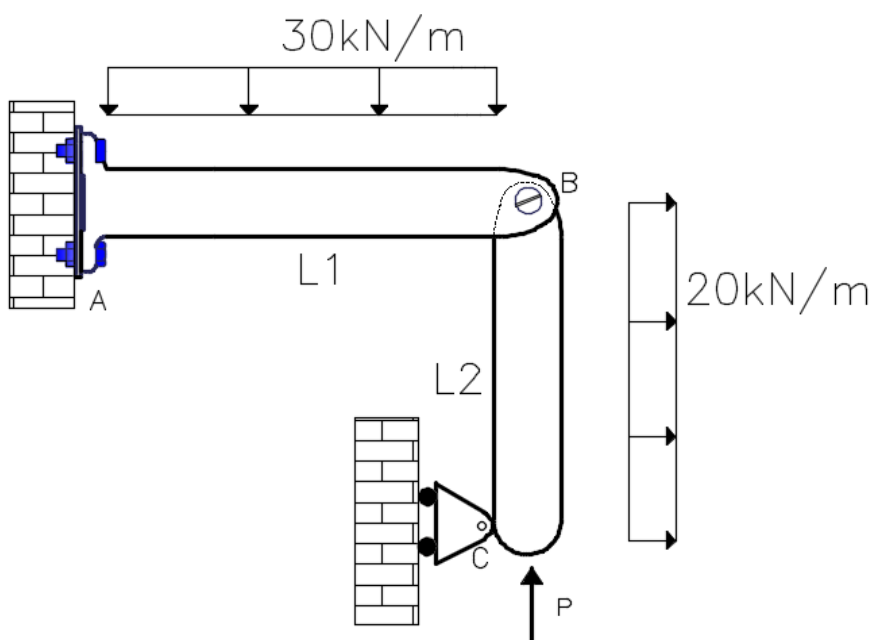
- a) os diagramas de esforços apenas no trecho  $ABC$ ; b) os esforços normal, cortante e momento fletor na seção  $S_1$ , posicionada no meio do trecho  $CD$ ; c) o esforço de momento fletor na seção  $S_2$ , localizada no trecho circular a  $\theta = 30^\circ$ , conforme figura.



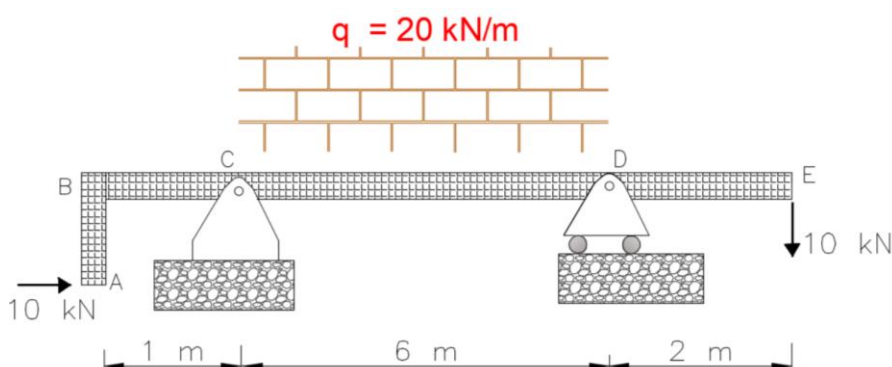
E69) Para a estrutura a seguir, obtenha os diagramas de esforços apenas nos trechos ABC e CD. No ponto B está aplicada uma força P, e no ponto E uma força 1,5.P e um momento concentrado M. Considere:  $P = 20 \text{ kN}$  e  $M = 60 \text{ kN.m}$ . No ponto A há um apoio fixo e no ponto F um apoio móvel.



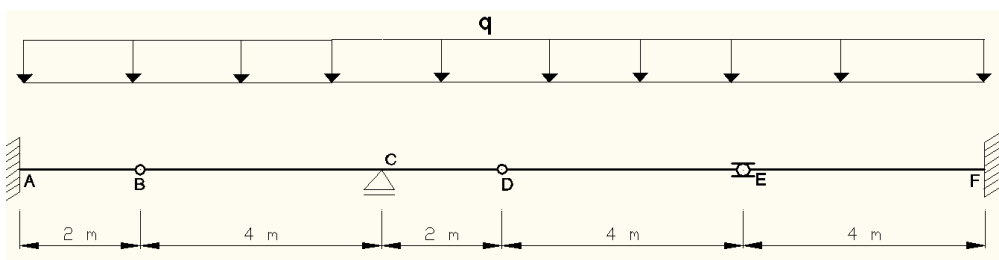
E70) Para a estrutura a seguir, obtenha todos os diagramas de esforços solicitantes. A seção junto de A está engastada na parede. Em B há uma rótula que conecta a barra AB a BC e em C existe um apoio móvel, conforme figura. Considere:  $P = 95 \text{ kN}$ ,  $L1 = 5 \text{ m}$  e  $L2 = 4 \text{ m}$ .



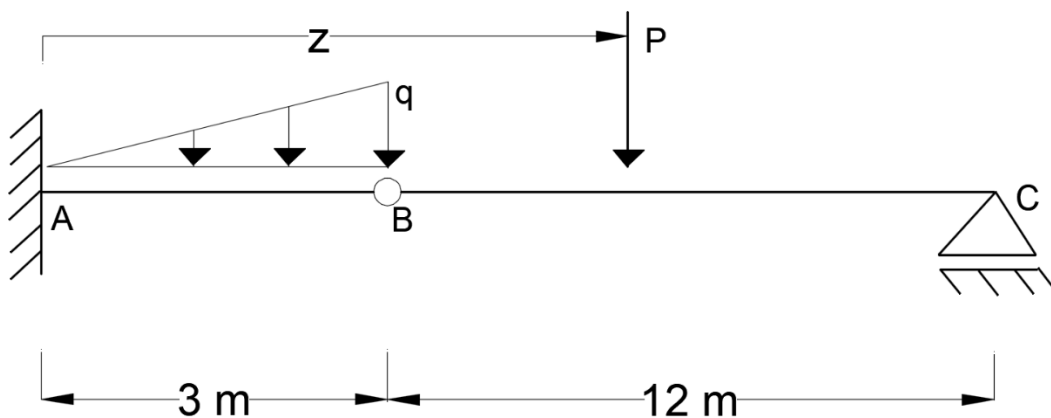
E71) Na viga a seguir, sabe-se que o trecho AB tem dimensão de 0,5m, e que a parede aplica um carregamento distribuído constantemente de cima para baixo em todo o trecho CD. Obtenha os diagramas de esforços solicitantes para toda a estrutura.



E72) Para a viga Gerber a seguir, sabendo-se que a carga distribuída é igual a 2 kN/m, determine as reações de apoio e os diagramas de esforços cortante e momento fletor de toda a viga. Indique os valores de extremos dos momentos. Esquematize os valores no desenho da resposta.



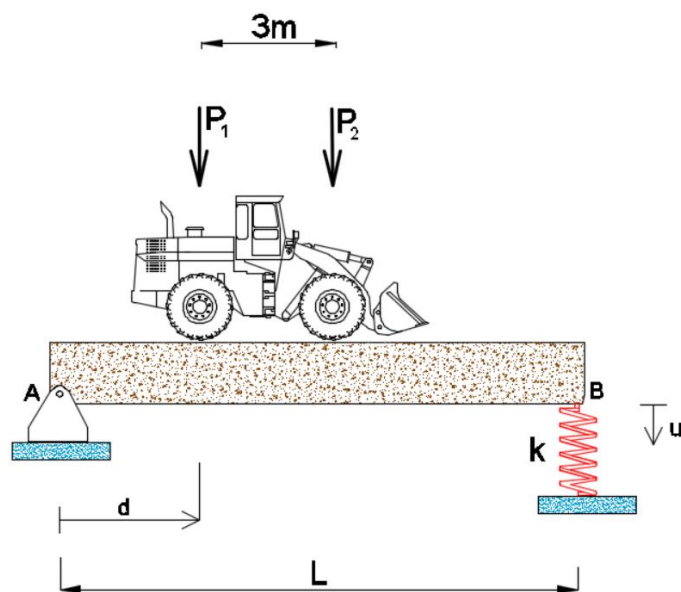
E73) Na viga Gerber a seguir, obtenha a posição “z” de atuação da força P de modo que o máximo momento fletor no trecho AB seja, em módulo, igual ao máximo momento fletor no trecho BC e que esses sejam os menores valores possíveis. Com esse valor adotado de “z”, esboce o diagrama de momento fletor de toda a viga, indicando os valores principais. Adote: q = 6 kN/m e P = 12 kN.



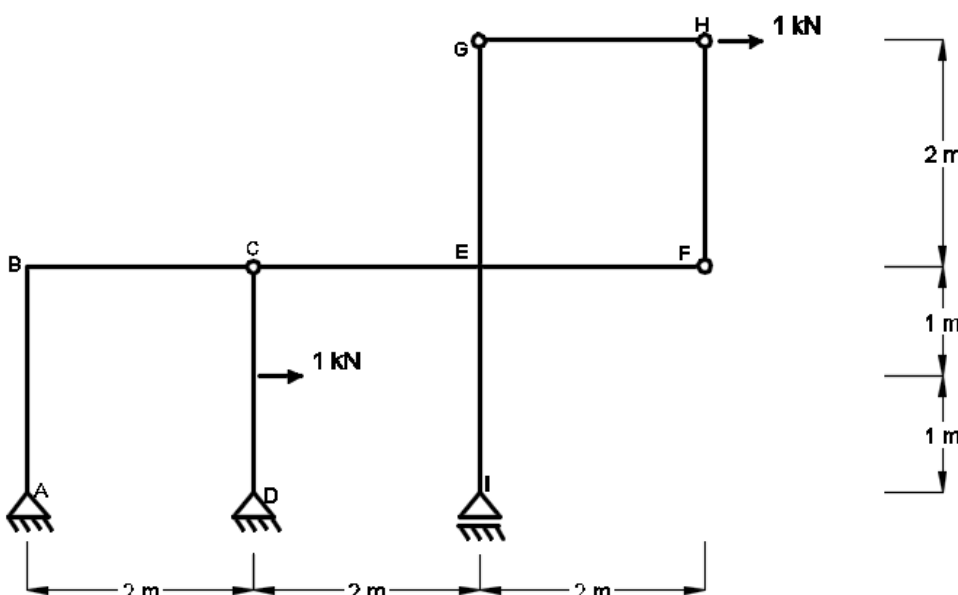
E74) Na ponte de extensão (L) de 20 metros a seguir, um trator se movimenta no sentido da esquerda para a direita apenas. Seu peso é concentrado sobre os eixos de suas rodas - distantes de 3 m. Adote  $P_1 = 45$  kN e  $P_2 = 60$  kN. No ponto A há um apoio fixo e em B uma mola de rigidez k que restringe parcialmente o deslocamento vertical (u), determine:

a) o diagrama de momento fletor da ponte. Considere  $k = Q$ , ou seja, um apoio móvel e  $d = 4$  m (distância de A ao eixo traseiro do trator);

b) a maior distância d, de modo que o deslocamento vertical de B não seja maior que 5 cm, adote  $k = 1.000$  kN/m. Com esse valor máximo de d obtido, apresente o diagrama de momento fletor para a ponte. (Obs: Lembre que  $F = k \cdot u$  é a relação entre força e deslocamento para uma mola).



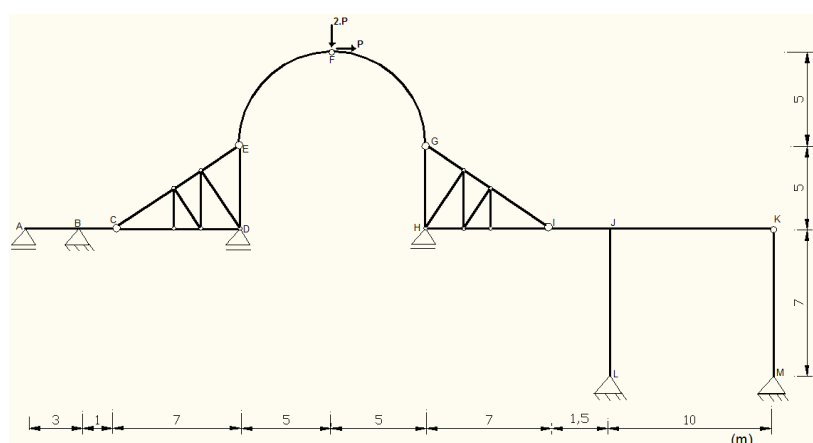
E75) Para a estrutura associada, com forças concentradas na horizontal aplicadas em H e no ponto médio da barra CD no sentido indicado, conforme desenho, obtenha os diagramas de esforços normal e de momento fletor para toda a estrutura.



E76) Para a estrutura associada a seguir, pedem-se:

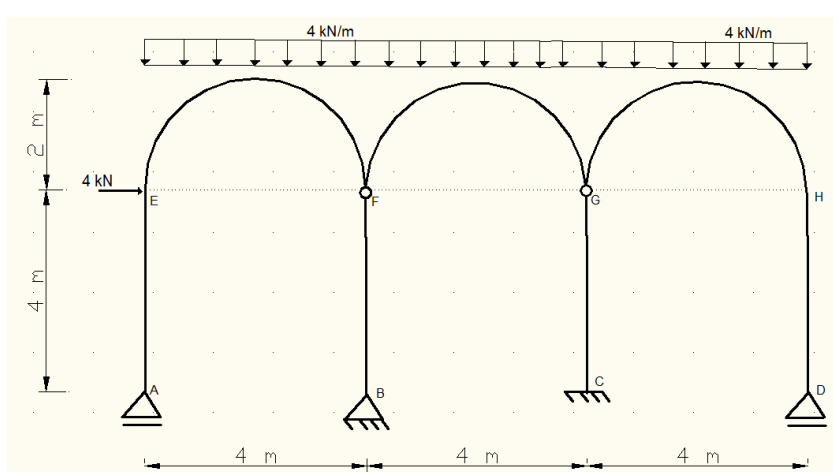
- Decompor a estrutura associada nas subestruturas que a compõem;
- Obtenha os carregamentos que atuam em cada subestrutura;
- Diagramas de forças normais e de momentos fletores nos pilares LJ e MK e na viga IK.

Dado:  $P = 10 \text{ kN}$ .



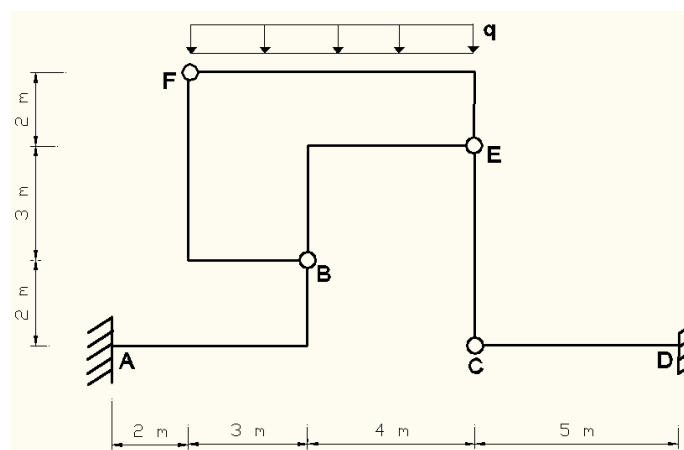
E77) Para a estrutura associada abaixo, determinar:

- As subestruturas que a compõem com seus respectivos nomes;
- As reações em A, B, C e D;
- Diagramas de esforços normais e de momentos fletores dos pilares AE, BF, CG e DH.



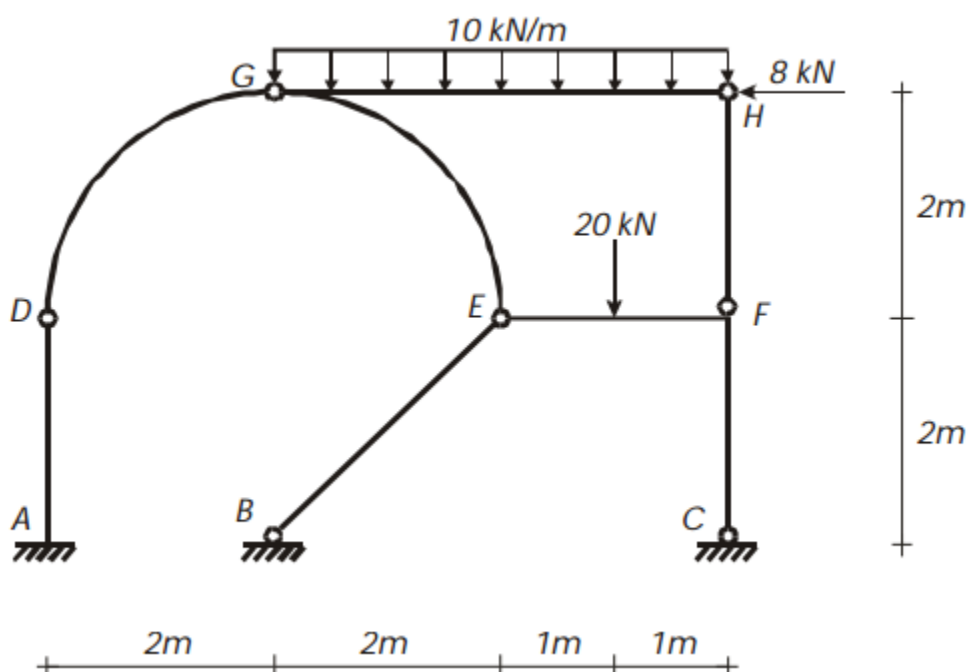
E78) Na estrutura associada da figura, com a força uniformemente distribuída de  $10 \text{ kN/m}$  aplicada conforme indicado, determine:

- as subestruturas e as suas denominações;
- o diagrama de esforço normal e de momento fletor nos trechos AB e CD.
- 



E79) Para a estrutura associada a seguir, com os carregamentos indicados, determine:

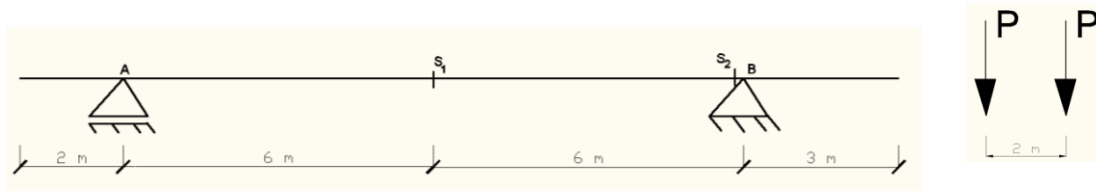
- Reações em A, B e C;
- Esforços apenas no trecho EFC.



E80) A viga de uma ponte possui peso próprio de  $g = 25 \text{ kN/m}$ , carga móvel de  $p = 15 \text{ kN/m}$  e um veículo-tipo indicado a seguir. Ela deve ser dimensionada para a passagem do veículo-tipo com segurança. Sabe-se que a ponte deve resistir a um cortante máximo em módulo de  $350 \text{ kN}$ , e que o momento máximo e mínimo não devem exceder a  $1000 \text{ kN.m}$  e  $450 \text{ kN.m}$ , respectivamente, ambos indicados em módulo. Obtenha o máximo valor da carga por eixo –  $P_{\text{max}}$  - para que ela trabalhe com segurança.

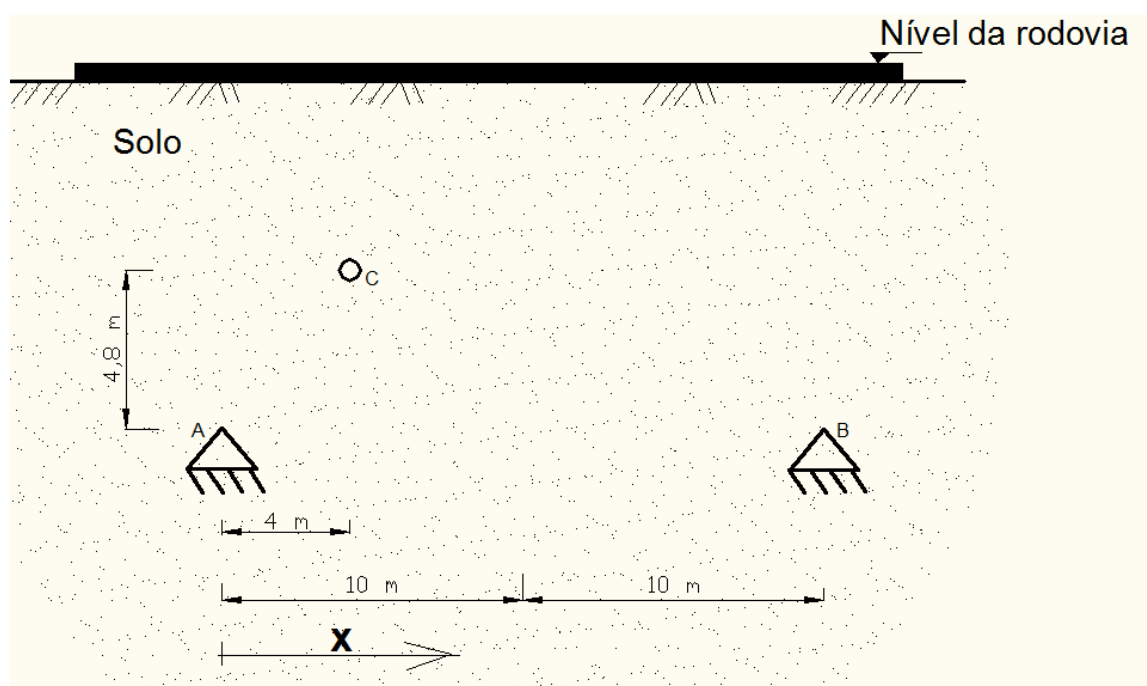
Avalie apenas o cortante máximo em módulo e o momento mínimo na seção  $S_2$  e o momento máximo em  $S_1$ .

Indicar explicitamente todas as passagens de cálculo e o valor de  $P_{\text{max}}$  no espaço indicado na resposta.

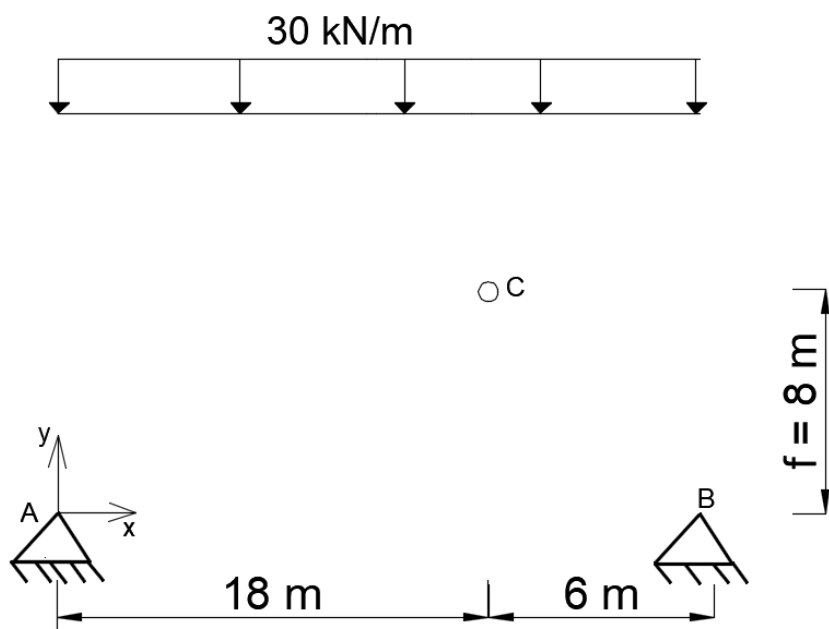


E81) Um arco deve ser construído sob uma rodovia que está apoiado no maciço de solo, conforme indicado na figura. Ele deve estar submetido apenas a esforços de compressão, mediante a forma de linha de pressões. Por simplicidade, considere apenas a carga sobre o arco advinda do conjunto rodovia-lâmina de solo e que seja um carregamento vertical de cima para baixo distribuído constantemente de valor  $50 \text{ kN/m}$ . A rótula em C deve ser posicionada a 4 metros do seu apoio A, e a uma altura de 4,8 m. As fundações dos apoios do arco - pontos A e B - devem ser posicionadas no mesmo nível. Para essa situação:

- c) Esquematize no desenho abaixo a (i) geometria desse arco; (ii) indique a cota da maior altura do arco, bem como (iii) explicita a(s) função (ões) que rege sua linha de pressões;
- d) Determine os esforços normais do arco em  $x = 4 \text{ m}$ ;  $x = 10 \text{ m}$  e  $x = 15 \text{ m}$ .



E82) Na estrutura tri-articulada a seguir, com o carregamento distribuído uniformemente, os apoios fixos e a articulação indicados na figura, obtenha e esboce – explicitando a sua equação - a sua forma para que ela atue mediante o conceito de linha de pressões. Esboce o diagrama de esforços normais, indicando os valores nas seções em  $x = 0$ ,  $x = 4 \text{ m}$ ;  $x = 8 \text{ m}$  e  $x = 12 \text{ m}$ .



E83) Para a viga a seguir, com sua seção transversal quadrada de lado  $h$ :

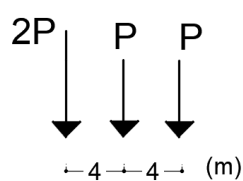
- a) Determine as linhas de influência de esforço cortante nas seções  $S_2$ ,  $S_3$  e  $S_4$ ;

- b) Determine as linhas de influência de momento fletor nas seções S<sub>1</sub>, S<sub>3</sub> e S<sub>4</sub>;  
 c) Obtenha os máximos valores positivos e negativos de momento fletor nas seções S<sub>3</sub> e S<sub>4</sub>, em kN.m, adotando;

Peso próprio:  $g = 20 \text{ kN/m}$

Carga de multidão:  $p = 30 \text{ kN/m}$

Veículo-tipo com  $P = 60 \text{ kN}$  ( ver figura ao lado)

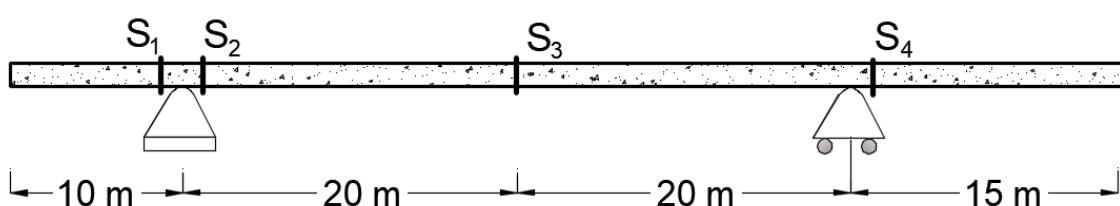


- d) Com os extremos obtidos no item (c), obtenha a menor dimensão admissível de  $h$ , usando as seguintes condições de dimensionamento a tração e compressão:

$$h^3 \geq \frac{6 \cdot |M|}{20.000} \quad (\text{para momentos fletores positivos})$$

$$h^3 \geq \frac{6 \cdot |M|}{30.000} \quad (\text{para momentos fletores negativos})$$

Onde  $M$  é o momento extremo, o qual deve ser empregado em (kN.m) e  $h$  resulta em metros.



Para a viga a seguir:

- a) Obtenha o máximo e o mínimo valor de momento fletor na seção S<sub>3</sub>, em kN.m, adotando: carga permanente  $g = 5 \text{ kN/m}$ , carga de multidão  $q = 50 \text{ kN/m}$  e veículo-tipo de  $P = 50 \text{ kN}$ .  
 b) Avaliando apenas as LI nas seções S<sub>1</sub> e S<sub>2</sub>, com  $g = 5 \text{ kN/m}$ ,  $q = 30 \text{ kN/m}$ , determine agora o máximo valor possível de  $P$ , de modo que o máximo valor do momento fletor positivo (tracionando as fibras inferiores) não seja superior a  $28.000 \text{ kN.m}$  e que o máximo valor de momento negativo (tracionando as fibras superiores) não seja superior, em módulo, a  $5.000 \text{ kN.m}$ .

