Roteiro de Estudos II: The Neoclassical Growth Model

Docente: Jefferson Bertolai **Monitor:** Bruno de Queiroz Caleman

Exercícios Teóricos:

Atividade 1 *Leitura do capítulo* 3 *de [2].*

Atividade 2 *Descreva o modelo de crescimento Neoclássico.*

Atividade 3 *Apresente para a economia discutida na seção* 3.2 *de [2] a definição exata dos seguintes conceitos:*

(a) Alocação factível.

(b) Alocação Pareto eficiente.

Atividade 4 *Apresente o problema sequencial do planejador para a economia discutida na seção* 3.2 *de [2],*

(a) quando ele escolhe a sequência $\{c_t, k_t, n_t\}_{t=0}^{\infty}$*;*

(b) quando ele escolhe a sequência $\{k_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$.

Explique a equivalência entre estes dois problemas.

Atividade 5 *Apresente o problema recursivo do planejador para a economia discutida na seção* 3.2 *de [2], Descreva os seguintes conceitos associados ao problema recursivo:*

(a) função valor;

(b) variável de estado;

(c) variável de controle;

(d) equação de Bellman;

(e) função política;

Atividade 6 *De acordo com [2], quais perguntas associadas ao problema do planejador são respondidas pelo Teorema da Contração? Quais perguntas são respondidas pelo Princípio da Otimalidade ?*

Atividade 7 *Para o exemplo da seção* 3.2.3 *de [2], a equação funcional do problema recursivo do planejador é*

$$v(k) = \max_{0 \leq k' \leq k^{\alpha}} \{\ln(k^{\alpha} - k') + \beta v(k')\}.$$

(a) Utilize o método de coeficientes indeterminados (guess and verify) para calcular a função valor $v(\cdot)$.

(b) Utilize a abordagem analítica do método de Iteração da Função Valor para calcular $\{v_n\}_{n=0}^{4}$ *a partir de* $v_0 \equiv 0$.

(c) *Utilize a abordagem numérica do método de Iteração da Função Valor para calcular (em linguagem Python) aproximações para as funções* $\{v_n\}_{n=0}^{4}$ *(a partir de* $v_0 \equiv 0$*) nos pontos* $\mathcal{K} = \{0.04, 0.08, 0.12, 0.16, 0.2\}$.

Atividade 8 *Considere o problema sequencial do planejador com horizonte finito discutido na seção* 3.2.4 *de [2],*

$$w^T(\bar{k}_0) = \max_{\{k_{t+1}\}_{t=0}^T} \sum_{t=0}^{T} \beta^t U\left[f(k_t) - k_{t+1}\right] \quad \textit{sujeito a} \begin{cases} 0 \leq k_{t+1} \leq f(k_t) \\ k_0 = \bar{k}_0 > 0 \textit{ dado.} \end{cases} \tag{1}$$

(a) *Argumente que (1) possui solução e que ela é única.*

(b) *Apresente e descreva a "Equação de Euler".*

(c) *Supondo* $U(c) = \ln(c)$ *e* $f(k) = k^\alpha$*, mostre que a solução de (1) é dada por* $k_0 = \bar{k}_0$,

$$k_{t+1} = \alpha\beta \frac{1-(\alpha\beta)^{T-t}}{1-(\alpha\beta)^{T-t+1}} k_t^\alpha \qquad e \qquad c_t = \frac{1-\alpha\beta}{1-(\alpha\beta)^{T-t+1}} k_t^\alpha.$$

(d) *Supondo* $U(c) = \ln(c)$ *e* $f(k) = k^\alpha$*, mostre que*

$$\lim_{T\to\infty} k_{t+1}(k_t) = g(k_t) \qquad e \qquad \lim_{T\to\infty} w^T(k_0) = w(k_0)$$

em que $g(\cdot)$ *e* $w(\cdot)$ *são, respectivamente, a função política e a função valor obtida no item (a) do exercício 7.*

(e) *Descreva como o "Shooting Algorithm" calcula a sequência* $\{k_{t+1}\}_{t=0}^T$ *que satisfaz a "Equação de Euler",* $k_0 = \bar{k}_0$ *e* $k_{T+1} = 0$ *para os casos em que não necessariamente vale* $U(c) = \ln(c)$ *e* $f(k_t) = k^\alpha$.

Atividade 9 *Considere o problema sequencial do planejador com horizonte infinito discutido nas seções* 3.2.4 *e* 3.2.5 *de [2],*

$$w(\bar{k}_0) = \max_{\{k_{t+1}\}_{t=0}^T} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U\left[f(k_t) - k_{t+1}\right] \quad \textit{sujeito a} \begin{cases} 0 \leq k_{t+1} \leq f(k_t) \\ k_0 = \bar{k}_0 > 0 \textit{ dado.} \end{cases} \tag{2}$$

(a) *Apresente e discuta a Condição de Transversalidade (TVC) como condição para o ótimo.*

(b) *Enuncie o Teorema* 3.12 *de [2].*

(c) *Supondo* $U(c) = \ln(c)$ *e* $f(k) = k^\alpha$*, mostre que existe solução para o problema (2) e que esta é única.*

(d) *Apresente e discuta a "Regra de Ouro Modificada".*

Atividade 10 *Considere o modelo com crescimento populacional e tecnológico discutido na seção* 3.2.6 *de [2]. Calcule o consumo agregado* C_t *e o capital agregado* K_t *na trajetória de crescimento balanceado quando* $U(c) = \ln(c)$ *e* $f(k) = k^\alpha$.

Atividade 11 *Considere a discussão da seção* 3.3 *de [2].*

(a) *Apresente a definição de Equilíbrio Competitivo (de Arrow-Debreu).*

(b) Mostre que a escolha ótima da firma satisfaz

$$r_t = F_k(k_t, n_t) \qquad e \qquad w_t = F_n(k_t, n_t).$$

(c) Mostre que a escolha ótima do indivíduo satisfaz

$$\beta \frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} = \frac{p_{t+1}}{p_t} = \frac{1}{1 + r_{t+1} - \delta}.$$

(d) Apresente um Equilíbrio Competitivo implicado pelas escolhas do item (b) e (c).

(e) Apresente a definição de Equilíbrio Sequencial (com Mercados Sequenciais).

(f) Apresente a definição de Equilíbrio Competitivo Recursivo.

Exercícios Computacionais:

Atividade 12 *Assista às vídeo aulas da semana* 3 *de [1].*

Atividade 13 *Resolva os exercícios, obrigatórios e opcionais, da semana* 3 *de [1].*

Atividade 14 *Assista às vídeo aulas da semana* 4 *de [1].*

Atividade 15 *Resolva os exercícios, obrigatórios e opcionais, da semana* 4 *de [1].*

Bibliografia:

[1] DCC-IME/USP. *Introdução à Ciência da Computação com Python Parte 1*. 2017. URL `https://pt.coursera.org/learn/ciencia-computacao-python-conceitos`.

[2] D. Krueger. *Macroeconomic theory*. Department of economics, University of Pennsylvania, 2017.