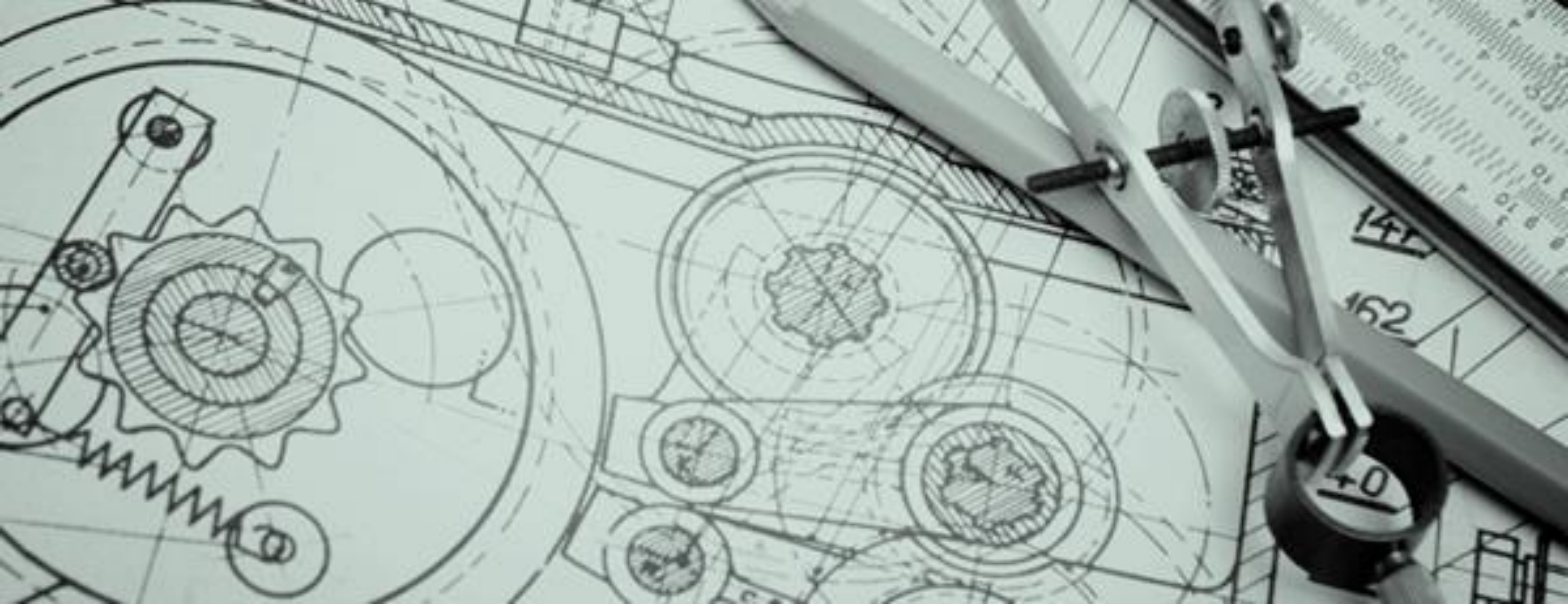


MODELOS CINEMÁTICOS DE ROBÔS COM RODAS PMR3502

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA

Arturo Forner-Cordero [aforner@usp.br]

Eduardo L.L. Cabral

Thiago de Castro Martins

SUMÁRIO

Introdução à Cinemática de robôs com rodas:

- Posição e orientação do robô (pose). Hipóteses de trabalho;
- Transformação de coordenadas;

Modelagem de robôs com rodas

- Velocidades linear e angular do robô.
- Jacobiano

CINEMÁTICA

Cinemática de robôs móveis $\Rightarrow$ é o estudo do movimento dos robôs sem considerar as forças que governam esse movimento:

- Trata das relações geométricas que governam o sistema.

Um robô móvel se move no seu ambiente quase sem restrições:

- Não existe uma forma direta de medir a posição do robô no ambiente;
- Para obter a posição do robô é necessário um processo de integração do movimento das rodas no tempo;
- O processo de integração envolve incertezas na estimativa da posição do robô;

➢ **Esse é o principal desafio da robótica móvel.**

Para entender o movimento de um robô móvel é preciso entender as restrições impostas pelas rodas que podem ser holonômicas ou não holonômicas

POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO DO ROBÔ

Na modelagem cinemática o robô móvel é considerado como sendo um corpo rígido sobre rodas se movendo em um plano horizontal.ç

O número de graus de liberdade do movimento de um corpo rígido no plano é 3:

- Dois para a posição do robô no plano;
- Um para a orientação do robô em torno do eixo vertical perpendicular ao plano.

Para especificar a posição do robô no plano são definidos um sistema de referência global fixo no plano e um sistema de referência que se move com o robô.

HIPÓTESES

O robô se movimenta sobre um plano;

Os eixos são perpendiculares ao chão;

As rodas não apresentam escorregamento;

Os elos do robô são rígidos (não há elementos flexíveis);

Mantendo constante o controle de direção durante um intervalo de tempo pequeno, o robô se desloca de um ponto a outro, com um seguindo o arco de uma circunferência;

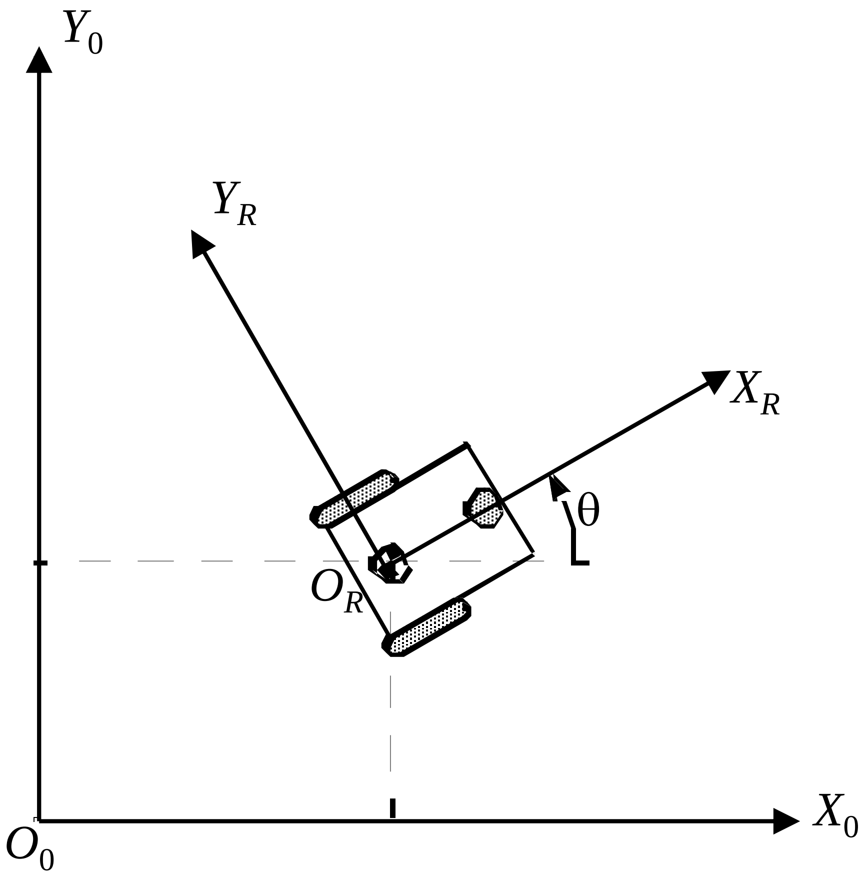
O robô se comporta como um sólido rígido

POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO DO ROBÔ

Os eixos X_0 e Y_0 definem o sistema de coordenadas global fixo, com origem no ponto O_0.

Os eixos X_R e Y_R definem o sistema de coordenadas do robô (que se move com o robô), com origem no ponto O_R.

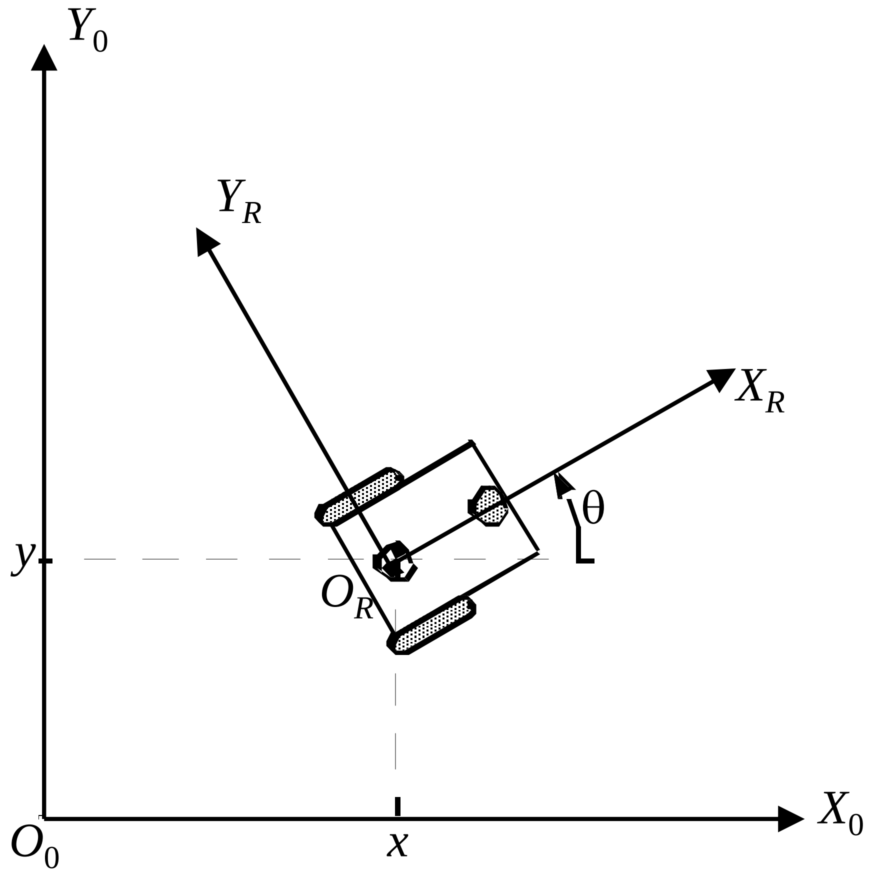
O ponto O_R é escolhido de forma arbitrária no chassi do robô.



POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO DO ROBÔ

A posição do robô é definida pela posição do ponto O_R no sistema fixo de referência, dado pelas coordenadas x e y.

A orientação do robô (ou posição angular) é definia como sendo o ângulo que o eixo X_R faz com o eixo X_0, sendo dada pelo ângulo θ.

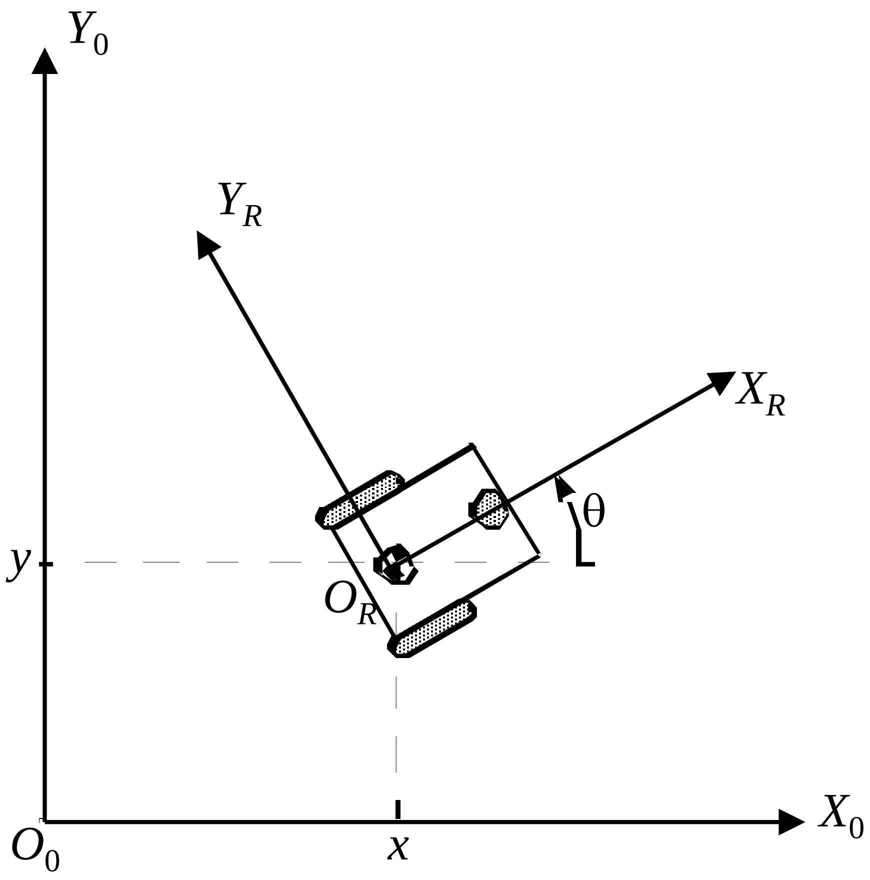


POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO DO ROBÔ

Posição + orientação = pose.

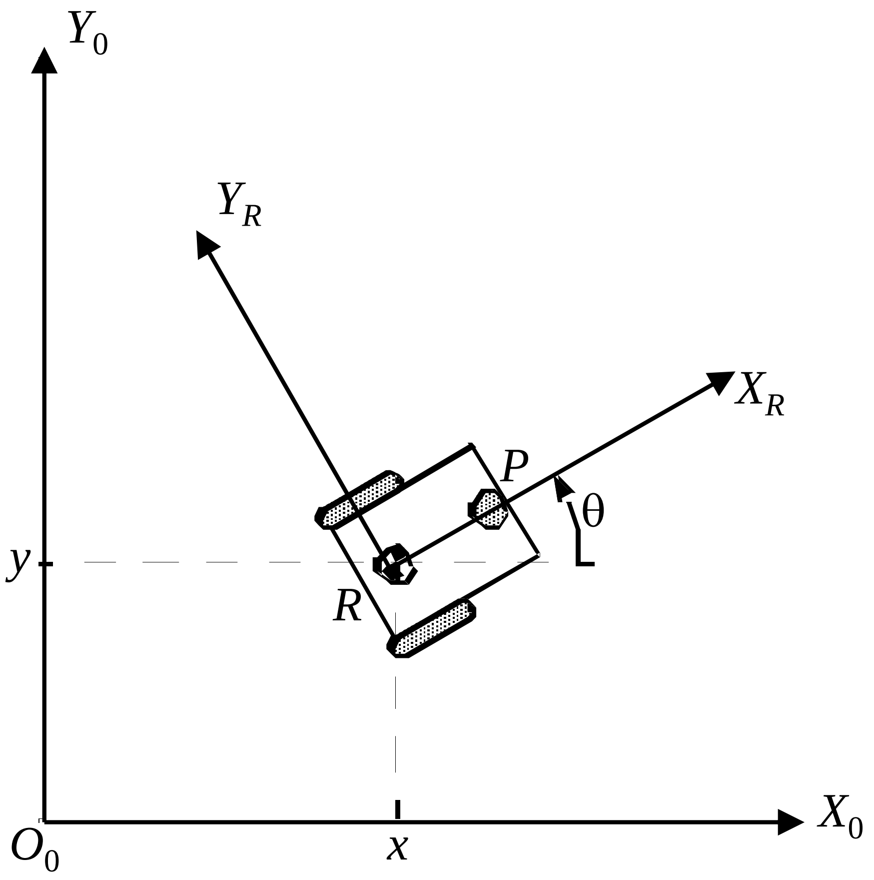
A pose do robô, ξ_0, no sistema de coordenadas global é descrita por um vetor de 3 elementos:

$$\xi_0 = [x, y, \theta].$$



TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

A relação entre as coordenadas de um ponto P do robô, dadas no sistema de coordenadas do robô, $\mathbf{P_R}$, e as coordenadas desse mesmo ponto, dadas no sistema global, $\mathbf{P_0}$, é definida pela transformação de coordenadas entre os sistemas global e do robô.

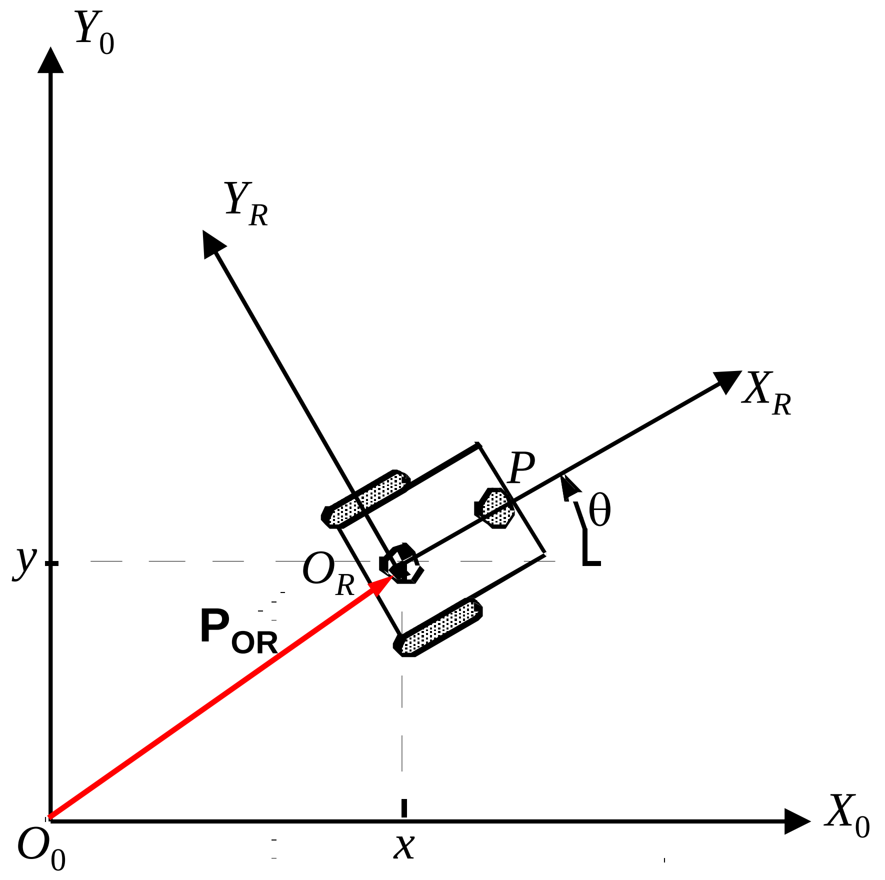


TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

A transformação do sistema global de referência para o sistema local do robô é dada por:

- Uma translação e uma rotação;
- A translação é definida pela posição do ponto O_R (posição do robô) no sistema global de referência $\Rightarrow$ $\mathbf{P}_{\mathbf{OR}} = [x, y, 0]$.
- A rotação é definida pela matriz de rotação:

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



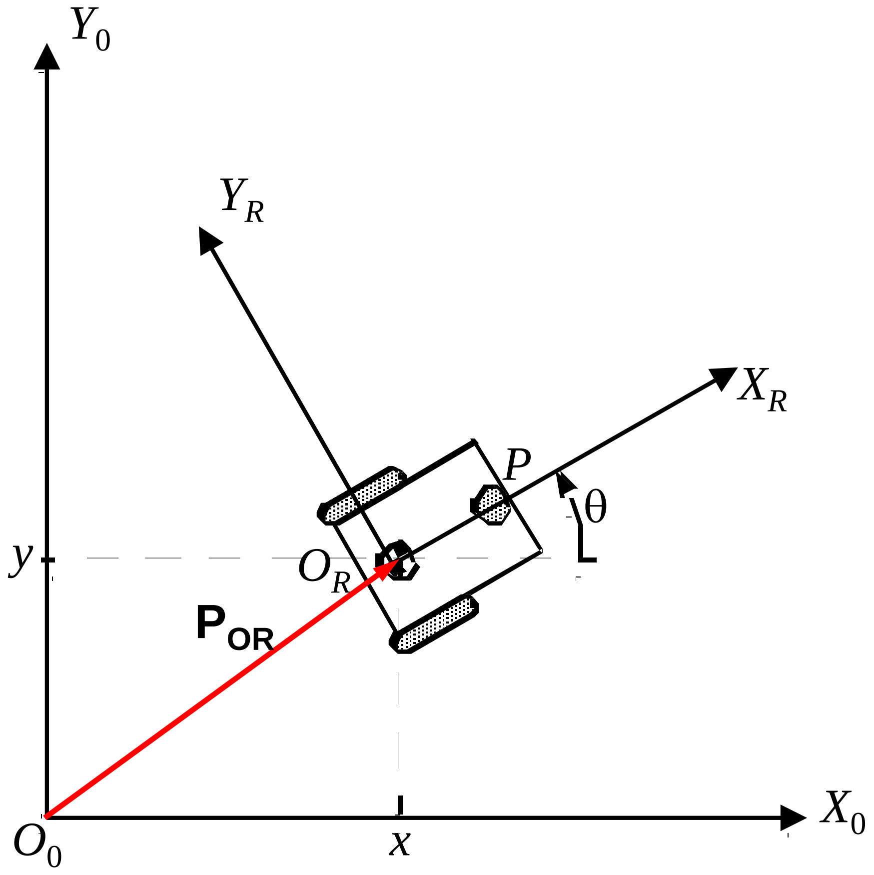
TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

A matriz de rotação **R**(θ) depende da orientação do robô (ângulo θ).

A transformação de coordenadas é realizada pela seguinte operação:

$$\mathbf{P_0} = \mathbf{P_{OR}} + \mathbf{R}(\theta)\mathbf{P_R}$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix}$$



TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

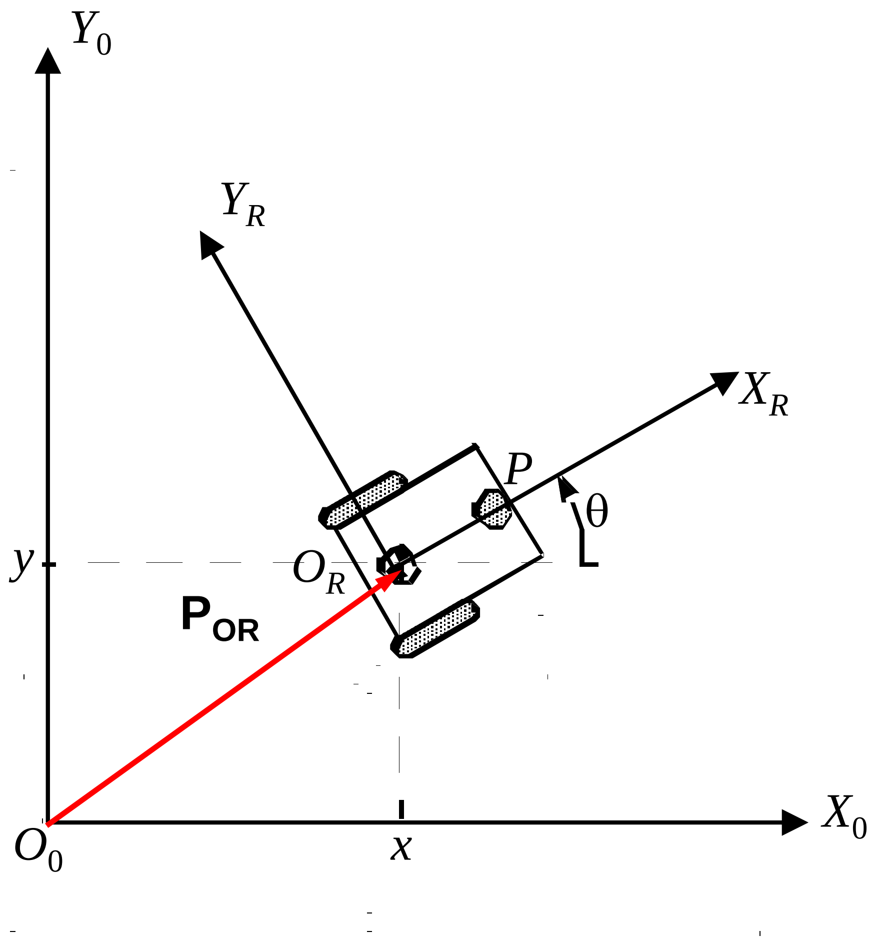
Como se trabalha no plano a coordenada z não é importante/necessária.

Pode-se unir em uma única matriz a translação e a rotação da seguinte forma:

$$\mathbf{P_0} = \mathbf{A}(\mathbf{P_{OR}}, \theta)\mathbf{P_R}$$

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & x \\ \sin\theta & \cos\theta & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{A}(\mathbf{P_{OR}}, \theta)$ = matriz homogênea.



TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

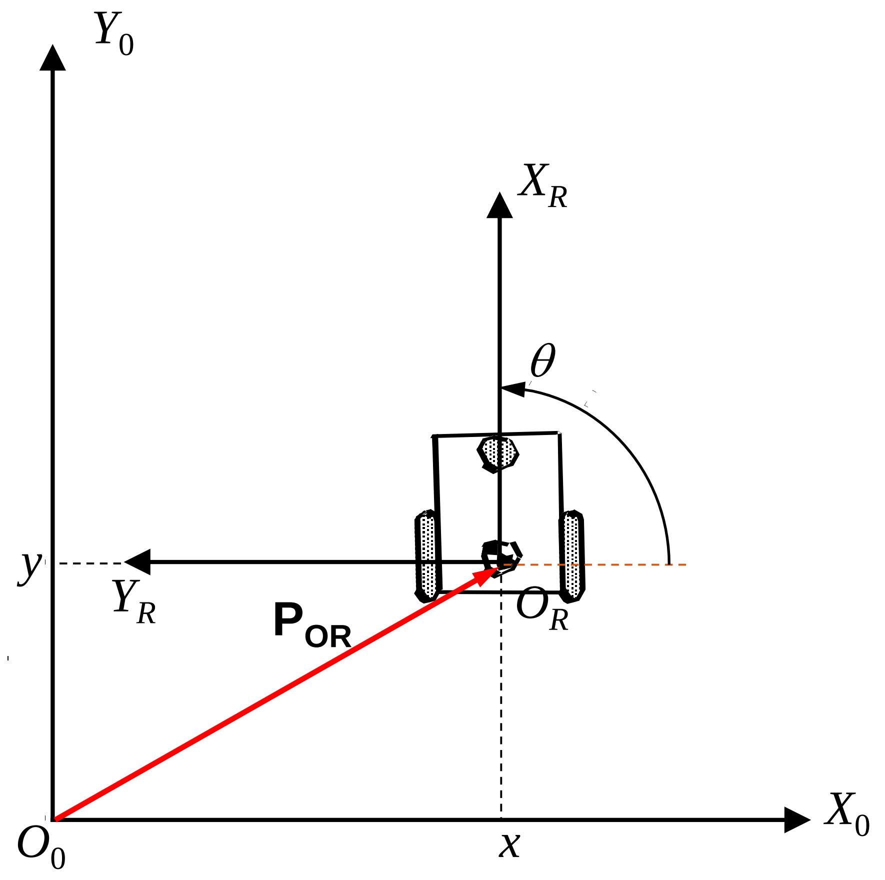
Exemplo.

Considere o robô na pose da figura ao lado, onde $\theta = 90^o$.

Nesse caso a matriz de homogênea **A**(**P**$_{OR}$,90^o) é dada por:

$$\mathbf{A}(\mathbf{P}_{OR}, 90^0) = \begin{bmatrix} \cos 90^0 & -\sin 90^0 & x \\ \sin 90^0 & \cos 90^0 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{P}_{OR}, 90^0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & x \\ 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



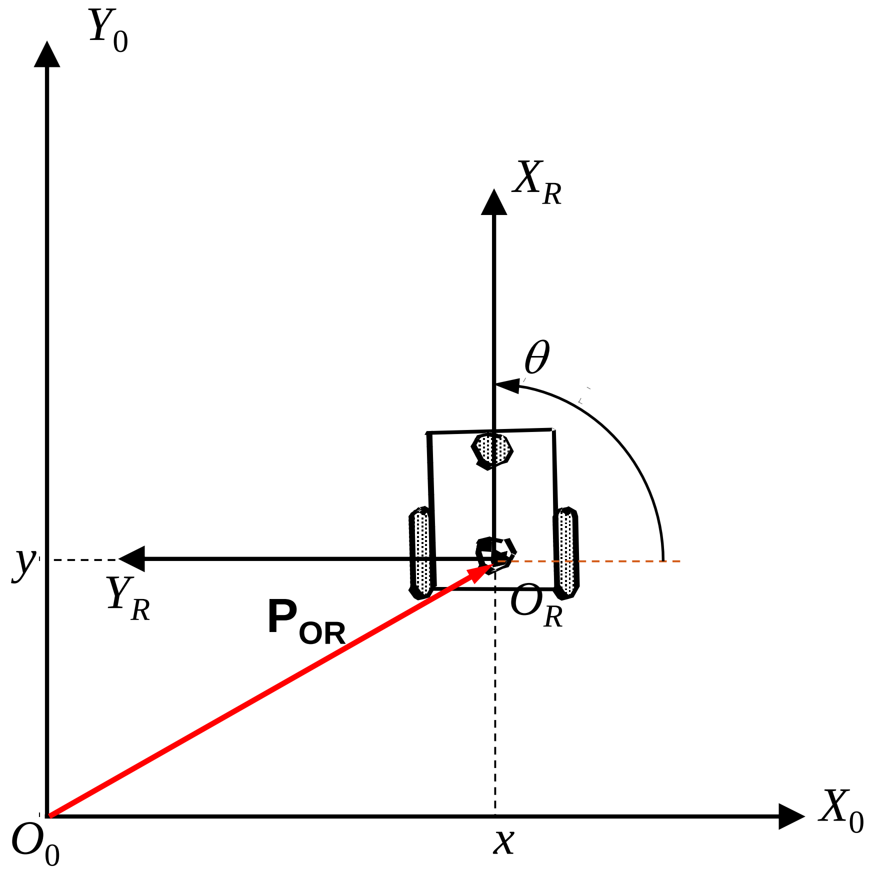
TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

Exemplo.

Dado um ponto P no robô, com coordenadas $[l, 0]$ descritas no sistema de referência local do robô, pode-se calcular esse ponto no sistema de referência global.

$$\mathbf{P_0} = \mathbf{AP_R} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & x \\ 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P_0} = \begin{bmatrix} x \\ l+y \\ 1 \end{bmatrix}$$



VELOCIDADE DO ROBÔ

Velocidade linear do robô descrita no sistema local do robô:

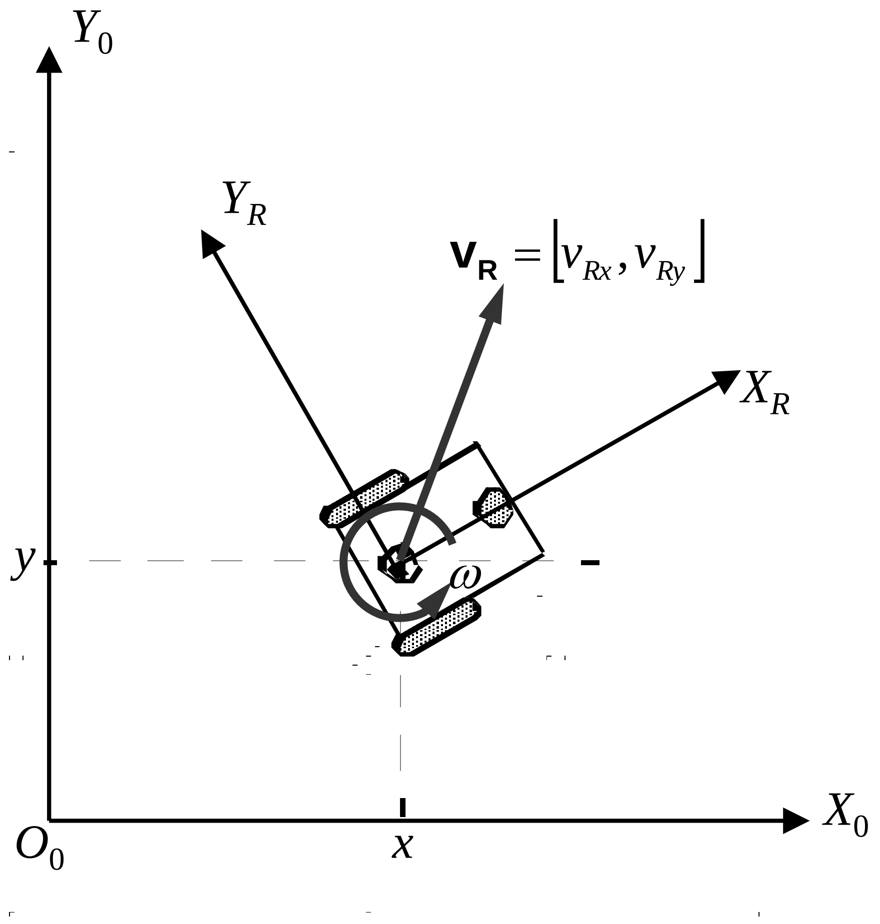
$$\mathbf{v_R} = [v_{Rx}, v_{Ry}].$$

Velocidade angular do robô:

$$\omega = \dot{\theta}$$

O vetor velocidade do robô descrita no sistema local do robô inclui tanto a velocidade linear como a angular:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_{\mathbf{R}} = \left[v_{Rx}, v_{Ry}, \dot{\theta}\right]$$



VELOCIDADE DO ROBÔ

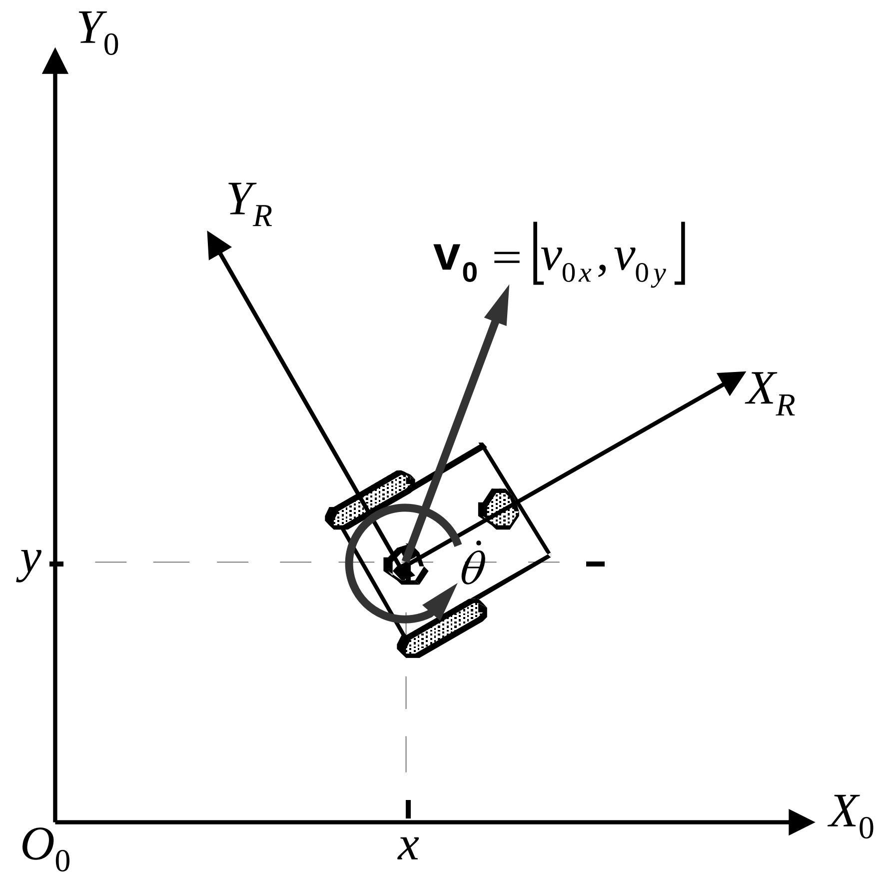
Velocidade linear do robô descrita no sistema global de referência:

$$\mathbf{v_0} = \lfloor v_{0x}, v_{0y} \rfloor$$

A velocidade angular do robô no sistema de coordenadas do robô e no sistema global é a mesma, pois os eixos Z_0 e Z_R são paralelos.

Vetor velocidade do robô descrita no sistema global (vel. linear e angular):

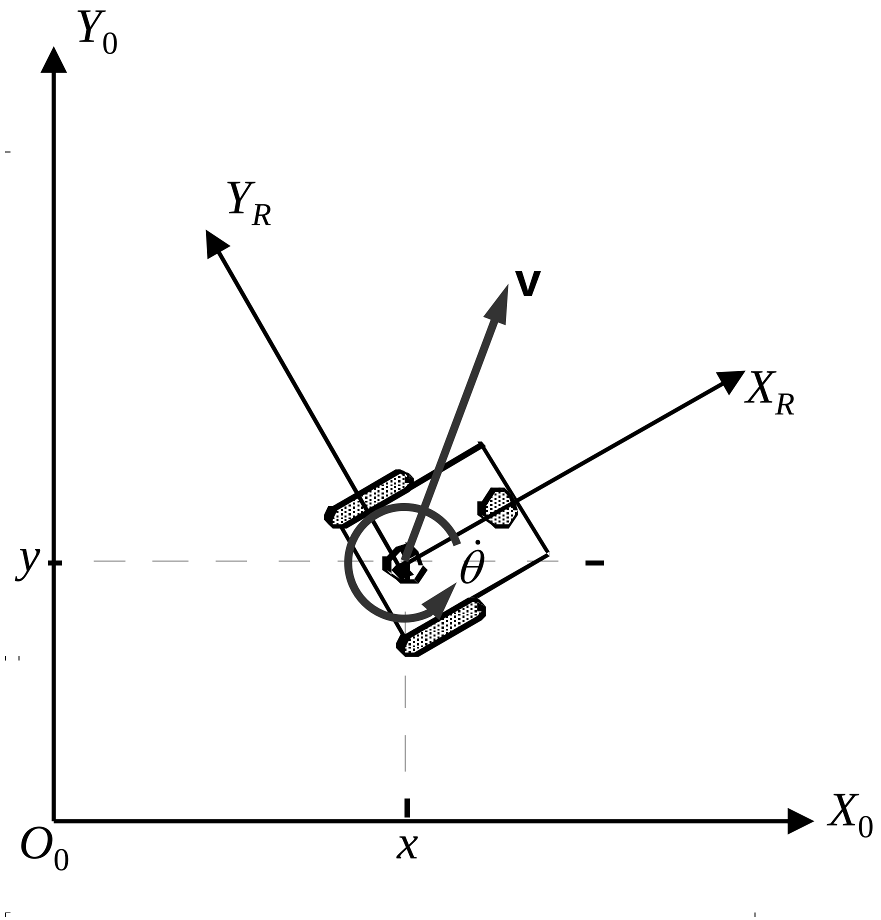
$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_0 = \left[v_{0x}, v_{0y}, \dot{\theta} \right]$$



VETOR VELOCIDADE DO ROBÔ

Observe que o vetor velocidade do robô é a derivada temporal da pose do robô:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \frac{d\boldsymbol{\xi}}{dt} = \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix}$$

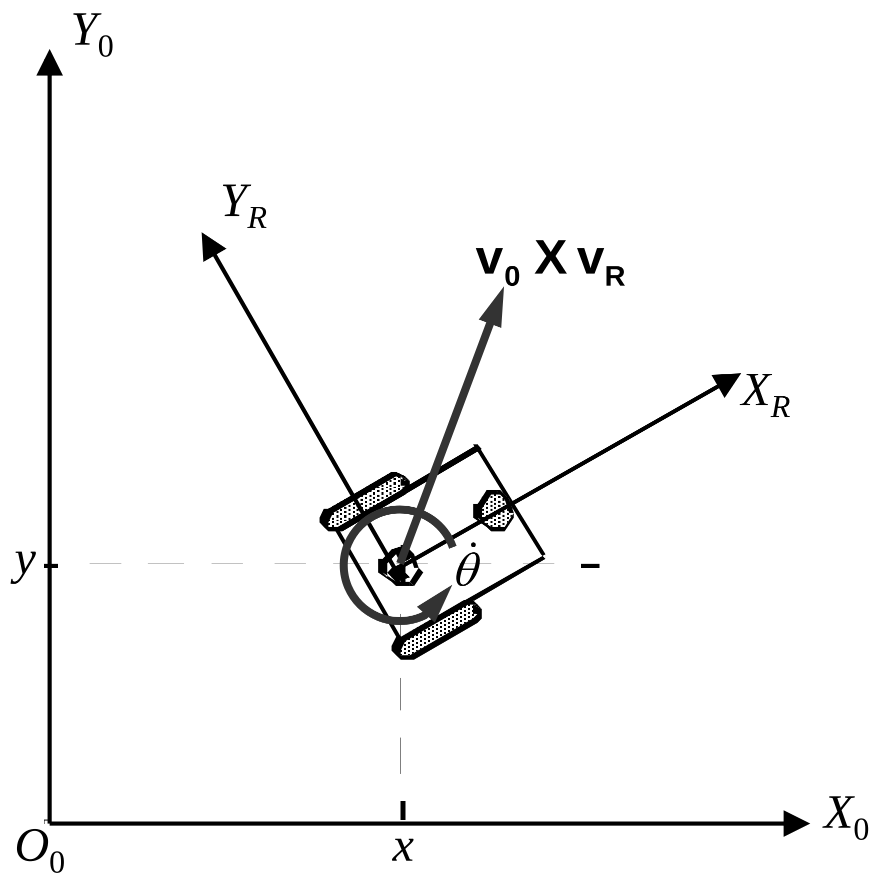


TRANSFORMAÇÃO DE VELOCIDADE

A relação entre o vetor de velocidade do robô nos sistemas global e local é dada pela matriz de rotação do robô **R**(θ):

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_{\mathbf{0}} = \mathbf{R}(\theta)\dot{\boldsymbol{\xi}}_{\mathbf{R}}$$

$$\begin{bmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Rx} \\ v_{Ry} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$



$[\dot{x}, \dot{y}, \dot{\theta}]$

TRANSFORMAÇÃO DE VELOCIDADE

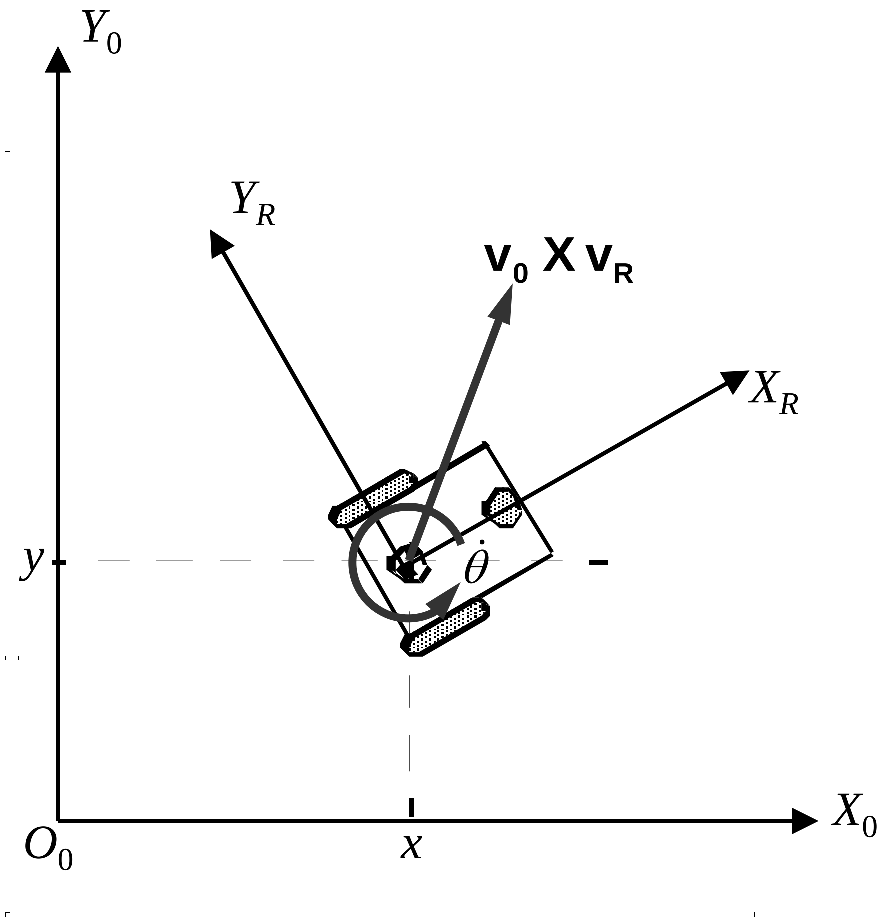
Inversamente tem-se que:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_{\mathbf{R}} = \mathbf{R}(\theta)^{-1}\dot{\boldsymbol{\xi}}_{\mathbf{0}}$$

$$\begin{bmatrix} v_{Rx} \\ v_{Ry} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Nota-se a inversa da matriz de rotação é dada pela sua transposta:

$$\mathbf{R}(\theta)^{-1} = \mathbf{R}(\theta)^{t}$$



TRANSFORMAÇÃO DE VELOCIDADE

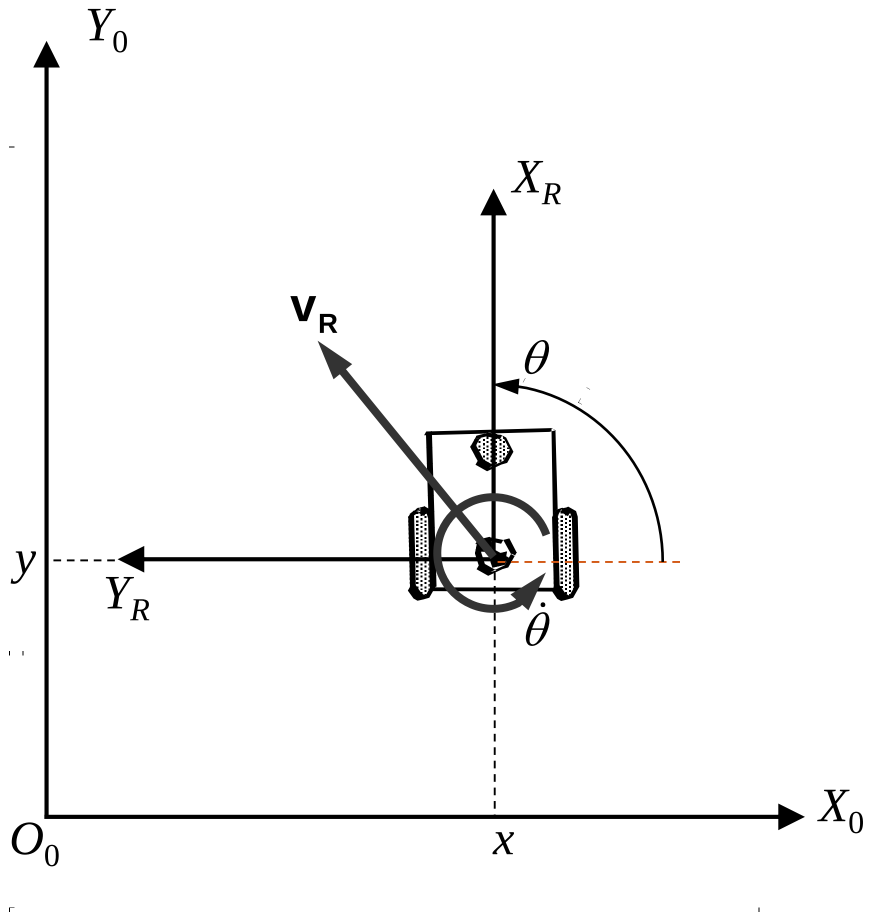
Exemplo.

Considere o robô na pose da figura ao lado, onde $\theta = 90^o$.

Nesse caso a matriz de rotação **R**(90^o) é dada por:

$$\mathbf{R}(90^0) = \begin{bmatrix} \cos 90^0 & -\sin 90^0 & 0 \\ \sin 90^0 & \cos 90^0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}(90^0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



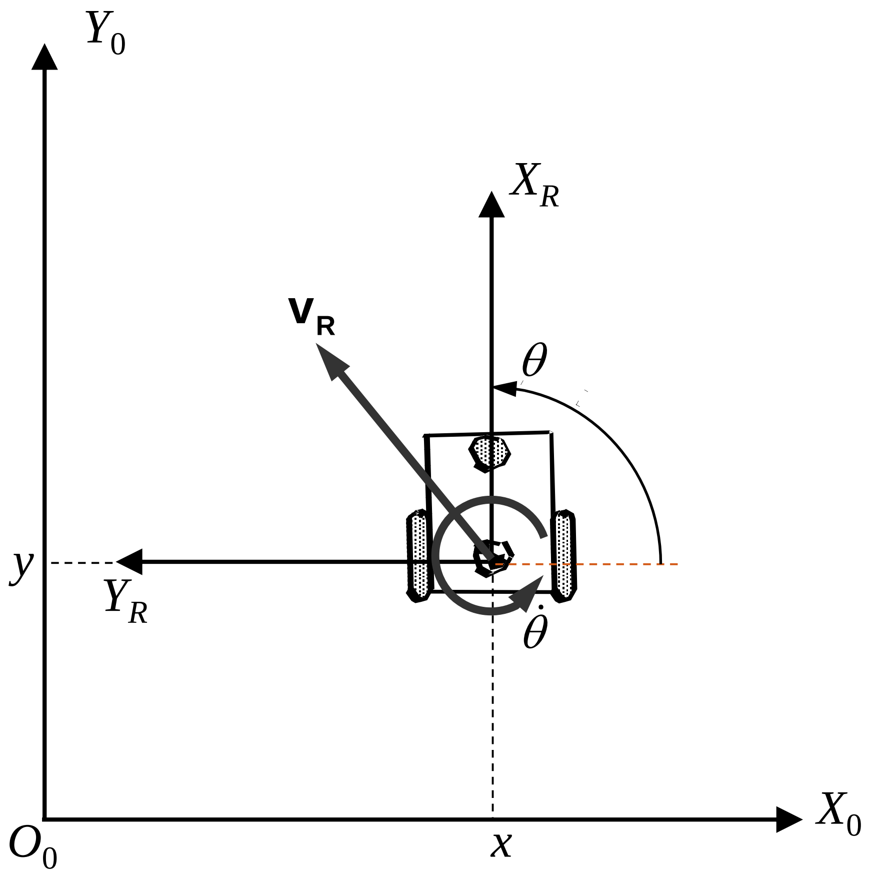
TRANSFORMAÇÃO DE VELOCIDADE

Exemplo.

Dado o vetor velocidade do robô $[v_x, v_y, \omega]$ descrito no sistema de referência local do robô, a velocidade do robô no sistema global será dada por:

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_0 = \mathbf{R}(\theta)\boldsymbol{\xi}_R \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_0 = \begin{bmatrix} -v_y \\ v_x \\ \omega \end{bmatrix}$$



RESTRIÇÕES CINEMÁTICAS

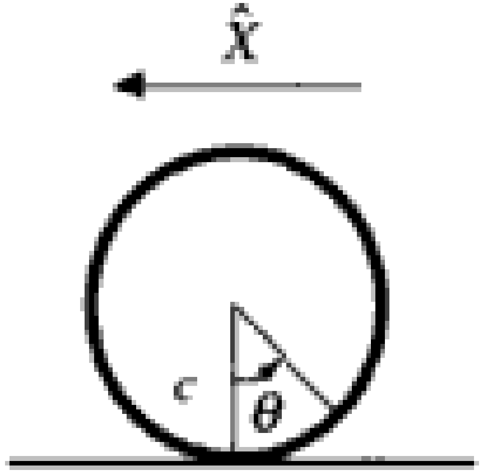
Restrições holonômicas (não dependem das velocidades);

Restrições não holonômicas dependem das velocidades e não são integráveis;

Os robôs manipuladores com base fixa: holonômicas;

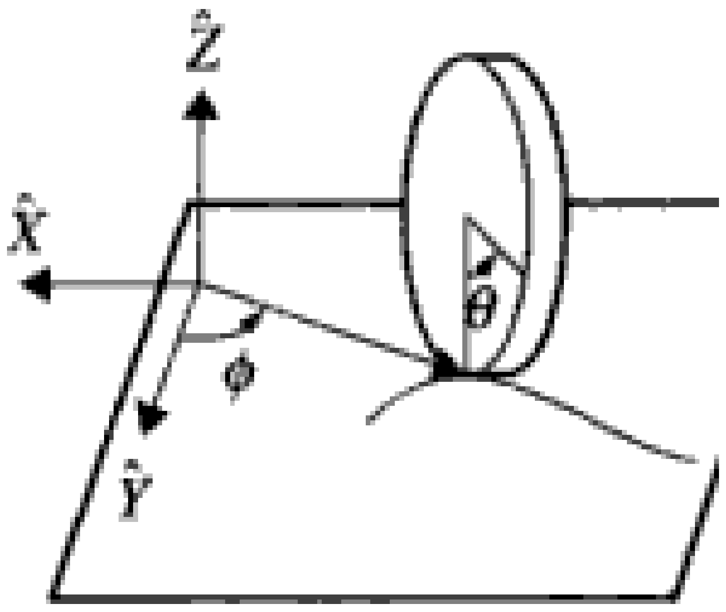
Movimento de uma roda de radio r em uma dimensão x

- A velocidade
- $\dot{x} = c\dot{\theta}$;
- Pode estabelecer-se uma restrição holonômicas por integração
- $x - c\theta = cte$
- Só um grau de liberdade



Fonte: Ollero A. Robótica. 2005.

RESTRIÇÕES CINEMÁTICAS



Fonte: Ollero A. Robótica. 2005.

No espaço tridimensional: Restrições não holonômicas.

Precisamos quatro coordenadas:

- Ponto de contato (x,y)
- Ângulo θ entre a vertical e um radio de referência: quanto há girado a roda
- Ângulo ϕ de orientação da roda.

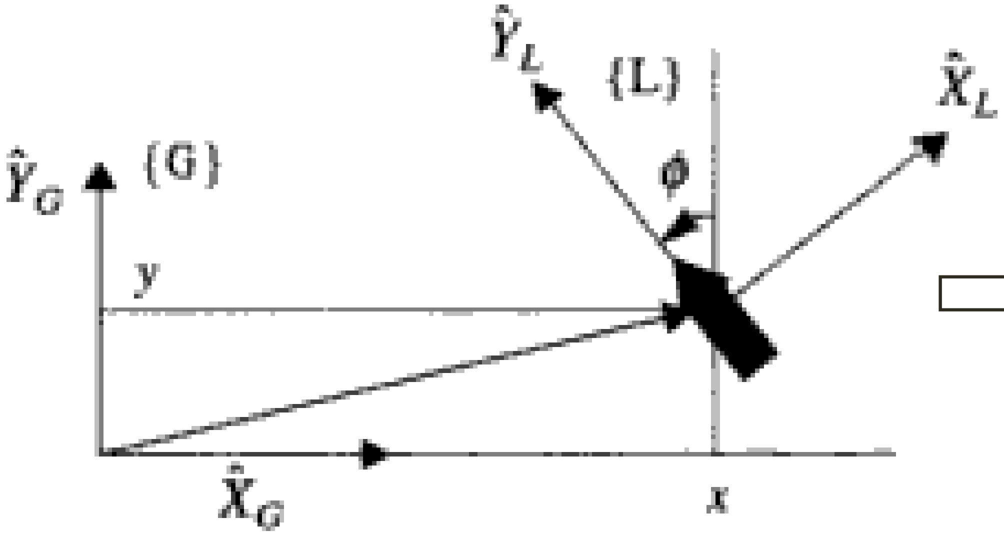
Roda sem escorregamento:

- O ponto de contato recorre o mesmo espaço sobre a borda do disco que sobre o plano da roda
- A velocidade no ponto de contato:
- Paralela ao disco: $-\dot{x}\sin\phi + \dot{y}\cos\phi = c\dot{\theta}$
- Perpendicular: $\dot{x}\cos\phi + \dot{y}\sin\phi = 0$

Restrições ao movimento

MODELO VEÍCULO COM RODAS

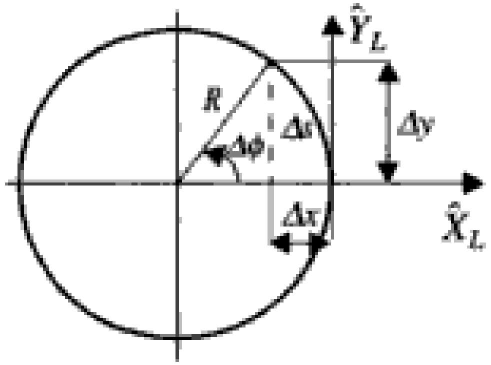
Movimento do veículo em um sistema de referência global. Se desloca segundo um arco de circunferência



...continua na louça

Movimento do veículo no sistema de referência local. As velocidades linear e angular:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}\,;\omega = \frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \dot{\phi}$$



Comprimento do arco: $\Delta s = R\Delta\phi$

Curvatura: $\gamma = \frac{1}{\mathrm{R}} = \frac{\Delta \phi}{\Delta s}$

Fonte: Ollero A. Robótica. 2005.

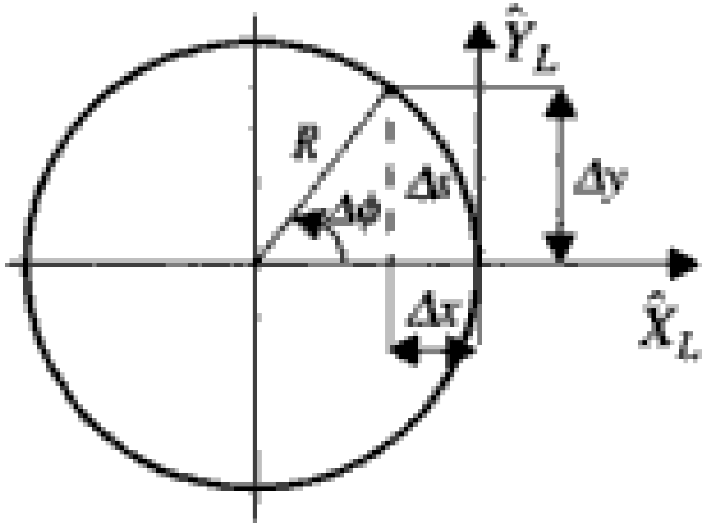
MODELO VEÍCULO COM RODAS

Calculemos o deslocamento.

No sistema local:

$$^{L}(\Delta x) = -(R - Rcos(\Delta\phi))$$

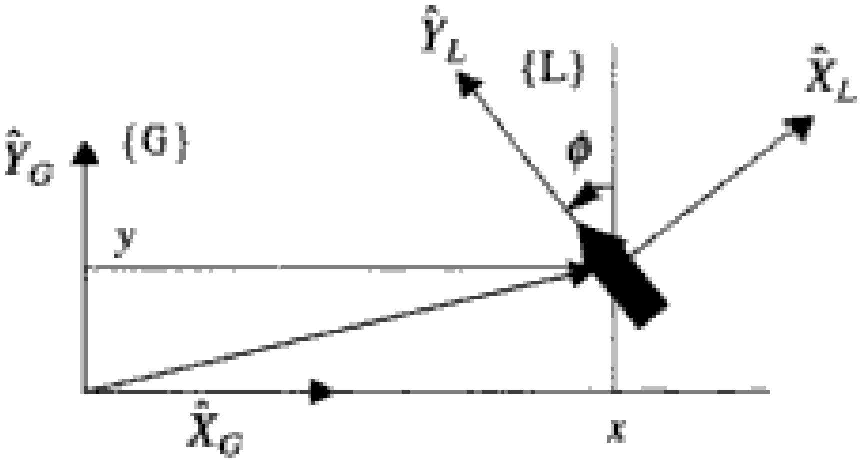
$$^{L}(\Delta y) = Rsen(\Delta\phi)$$



Trasladando o deslocamento ao sistema de referencia global:

$$^{G}(\Delta x) = R(cos(\Delta\phi) - 1) \cdot cos(\phi) - R\big(sen(\Delta\phi)\big) \cdot sen(\phi)$$

$$^{G}(\Delta y) = R(cos(\Delta\phi) - 1) \cdot sen(\phi) + R\big(sen(\Delta\phi)\big) \cdot cos(\phi)$$



Se o intervalo de controle é suficientemente pequeno

MODELO VEÍCULO COM RODAS

Se o intervalo de controle é suficientemente pequeno termos seno e coseno

$$^{G}(\Delta x) = R(cos(\Delta\phi) - 1) \cdot cos(\phi) - Rsen(\Delta\phi) \cdot sen(\phi) \rightarrow$$

$$\Delta x = -R \cdot \Delta\phi \cdot sen(\phi) = -\Delta s \cdot sen(\phi)$$

$$^{G}(\Delta y) = R(cos(\Delta\phi) - 1) \cdot sen(\phi) + Rsen(\Delta\phi) \cdot cos(\phi) \rightarrow$$

$$\Delta \mathrm{y} = R \cdot \Delta\phi \cdot cos(\phi) = -\Delta s \cdot cos(\phi)$$

Isto pode ser expressado em forma de diferencial respeito ao tempo:

$$\dot{x} = -v \cdot sen\phi;\ \dot{y} = v \cdot cos\phi;\ \dot{\phi} = \omega;$$

MODELO JACOBIANO

Dado $\boldsymbol{p}$: vetor com n coordenadas generalizadas

Dado $\boldsymbol{q}$: vetor com m variáveis de atuação com n>m

Sejam as derivadas ao respeito ao tempo $\dot{\boldsymbol{p}}, \dot{\boldsymbol{q}}$

Definimos o modelo direto da seguinte forma: $\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{p})\dot{\boldsymbol{q}}$

Podemos definir o modelo anterior em forma do Jacobiano:

$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \phi \end{bmatrix}$; com as coordenadas globais do ponto-guia do robô

MODELO JACOBIANO

Relembrando: $\dot{x} = -v \cdot sen\phi;\ \dot{y} = v \cdot cos\phi;\ \dot{\phi} = \omega;$

Que pode ser expressado em forma matricial:

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \begin{bmatrix} -sen\phi \\ cos\phi \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega = \begin{bmatrix} -sen\phi & 0 \\ cos\phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -sen\phi & 0 \\ cos\phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}};$$

Combinando as duas primeiras equações podemos obter a seguinte restrição não holonômica: $\dot{x} \cdot cos\phi + \dot{y} \cdot sen\phi = 0$

O veículo se movimenta em cada instante segundo a direção de seu eixo longitudinal de simetria: $tg\phi = \frac{\dot{x}}{\dot{y}}$; a orientação e a posição não são independentes.

MODELO JACOBIANO INVERSO

Dada a posição desejada ***p*** podemos calcular as variáveis de controle ***q***

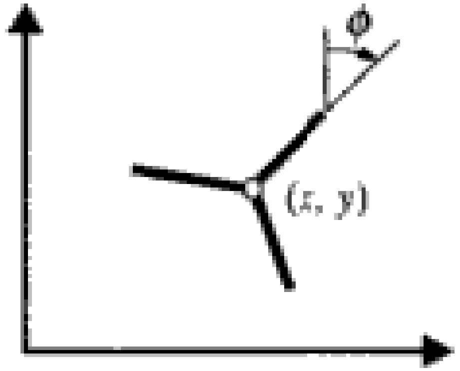
Para isso, calculamos o inverso do jacobiano... Se não é quadrado precisamos calcular a pseudoinversa:

Dado o modelo direto podemos calcular o pseudoinverso:

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \begin{bmatrix} -sen\phi & 0 \\ cos\phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}; \quad \rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{q}} = \{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{p})^T \cdot \boldsymbol{J}(\boldsymbol{p})\}^{-1} \cdot [\boldsymbol{J}(\boldsymbol{p})^T] \cdot \dot{\boldsymbol{p}};$$

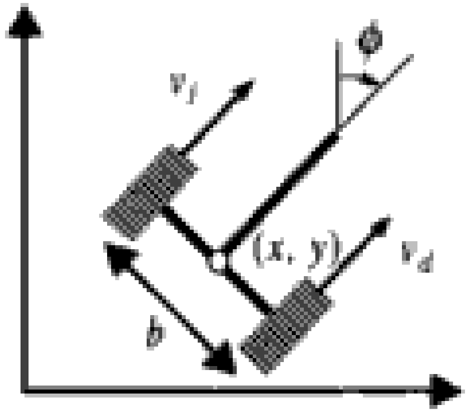
$$\begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -sen\phi & cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ \phi \end{bmatrix}$$

MODELOS DOS ARRANJOS DE RODAS



Síncrona ou “synchro-drive”:

- Transmissões orientam as três rodas simultaneamente com velocidade angular ω e se mover com velocidade linear v.
- Restrição não holonômica e 2 gdl



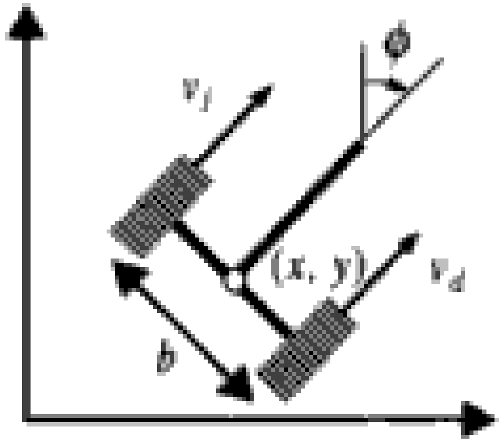
Diferencial:

- Pode controlar as velocidades das rodas de forma independente.

$$\left.\begin{aligned} v &= \frac{v_d + v_i}{2} = \frac{(\omega_d + \omega_i)c}{2} \\ \omega &= \frac{v_d - v_i}{b} = \frac{(\omega_d - \omega_i)c}{b} \end{aligned}\right\} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \phi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(c \text{ sen } \phi)/2 \\ (c \cos \phi)/2 \\ -c/b \end{bmatrix} \omega_i + \begin{bmatrix} -(c \text{ sen } \phi)/2 \\ (c \cos \phi)/2 \\ c/b \end{bmatrix} \omega_d$$

Fonte: Ollero A. Robótica. 2005.

DIFERENCIAL



Radio c

Distância entre rodas b

A velocidade resultante é a media das duas rodas:

$$v = \frac{v_d + v_e}{2} = c\,\frac{(\omega_d + \omega_e)}{2}\ ;$$

$$v_e = c\omega_e; v_d = c\omega_d;$$

E a velocidade angular:

$$\omega = \frac{v_d - v_e}{b} = c\,\frac{(\omega_d - \omega_e)}{b}\ ;$$

A pergunta é:

Quais serão as velocidades angulares das rodas para ter uma v e ω desejadas?

Combinando as equações anteriores:

$$\omega_d - \omega_e = \frac{b\cdot\omega}{c}; \qquad \omega_d + \omega_e = \frac{2\cdot v}{c};$$

$$2\omega_d = \frac{2\cdot v}{c} + \frac{b\cdot\omega}{c} = \frac{v + \frac{b}{2}\cdot\omega}{c};$$

$$2\omega_e = \frac{2\cdot v}{c} - \frac{b\cdot\omega}{c} = \frac{v - \frac{b}{2}\cdot\omega}{c};$$

MODELO JACOBIANO DO VEÍCULO DIFERENCIAL

Lembrando a expressão geral da posição e velocidade de um veículo não holonômico:

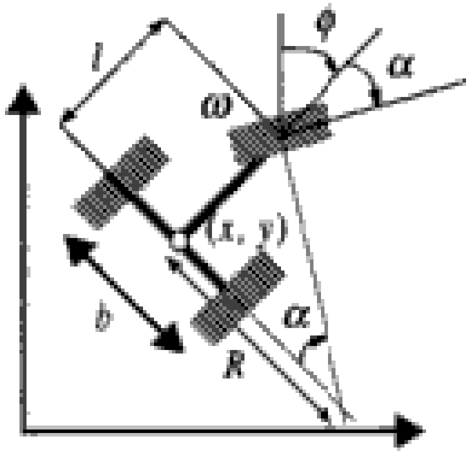
$$\dot{x} = -v \cdot sen\phi;\ \dot{y} = v \cdot cos\phi;\ \dot{\phi} = \omega;$$

$$\dot{x} = c\frac{(\omega_d+\omega_e)}{2} \cdot sen\phi;\ \dot{y} = c\frac{(\omega_d+\omega_e)}{2} \cdot cos\phi;\ \dot{\phi} = c\frac{(\omega_d-\omega_e)}{b};$$

Expressando em forma matricial nos leva á expressão do jacobiano:

$$\dot{\boldsymbol{p}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-c \cdot sen\phi}{2} \\ \dfrac{c \cdot cos\phi}{2} \\ \dfrac{-c}{b} \end{bmatrix} \omega_e + \begin{bmatrix} \dfrac{-c \cdot sen\phi}{2} \\ \dfrac{c \cdot cos\phi}{2} \\ \dfrac{c}{b} \end{bmatrix} \omega_d = \begin{bmatrix} \dfrac{-c \cdot sen\phi}{2} & \dfrac{-c \cdot sen\phi}{2} \\ \dfrac{c \cdot cos\phi}{2} & \dfrac{c \cdot cos\phi}{2} \\ \dfrac{-c}{b} & \dfrac{c}{b} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_e \\ \omega_d \end{bmatrix};$$

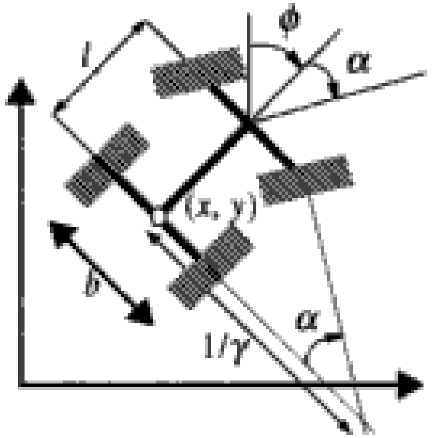
MODELOS DOS ARRANJOS DE RODAS



Triciclo clássico:

- Roda da frente: orientação e tração

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \phi' \\ \alpha' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathrm{sen}\ \phi \quad \cos\ \alpha \\ \cos\phi \quad \cos\ \alpha \\ (\mathrm{sen}\ \alpha)/l \\ 0 \end{bmatrix} v_t + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega_\alpha = \begin{bmatrix} -\mathrm{sen}\ \phi \quad \cos\alpha & 0 \\ \cos\phi \quad \cos\ \alpha & 0 \\ (\mathrm{sen}\ \alpha)/l & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t \\ \omega_\alpha \end{bmatrix}$$



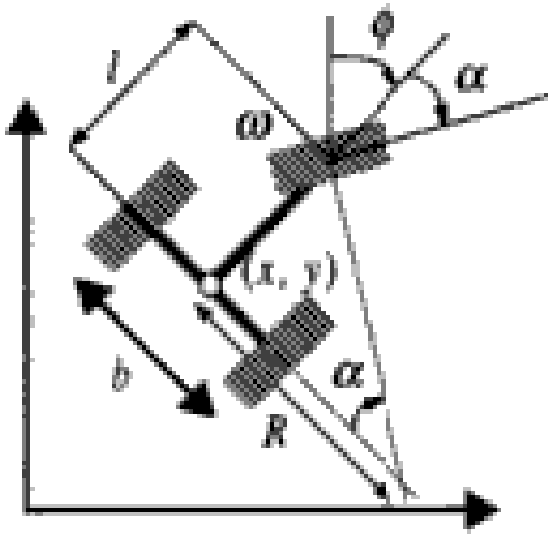
Configuração Ackerman

$$\alpha = (\mathrm{tg}\ \alpha)/l$$

- Não existem expressões explicitas da cinemática inversa
- Integração numérica

Fonte: Ollero A. Robótica. 2005.

MODELO DO TRICICLO CONVENCIONAL



Variáveis de controle:

Orientação da roda dianteira: α, ω_α

Velocidade de giro da roda dianteira: ω_t

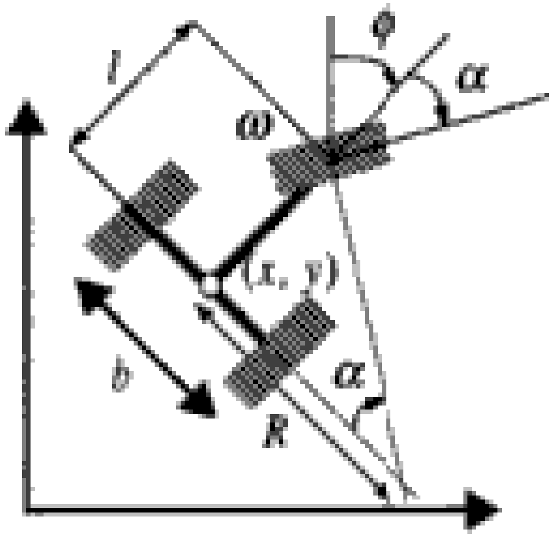
Quais são as variáveis de estado?

Posição e orientação do veículo no plano x, y, ϕ

Orientação da roda: α

MODELO DO TRICICLO CONVENCIONAL

A velocidade lineal da roda: $v_t = c \cdot \omega_t$



A velocidade resultante depende do ângulo da roda:

$$v = v_t \cdot cos\alpha = c \cdot \omega_t \cdot cos\alpha$$

O ângulo de orientação varia de acordo com:

$$\dot{\phi} = \frac{v_t}{l}\, sen\alpha = \frac{c \cdot \omega_t}{l}\, sen\alpha$$

MODELO JACOBIANO TRICICLO

Relembrando: $\dot{x} = -v \cdot sen\phi; = v \cdot cos\phi; \dot{\phi} = \omega;$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -cos\alpha \cdot sen\phi \\ cos\alpha \cdot cos\phi \\ {sen\alpha}/{l} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot v_t + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \omega_\alpha = \begin{bmatrix} -cos\alpha \cdot sen\phi & 0 \\ cos\alpha \cdot cos\phi & 0 \\ {sen\alpha}/{l} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_t \\ \omega_\alpha \end{bmatrix};$$

$[\dot{x}, \dot{y}, \dot{\phi}, \dot{\alpha}]$ $[v_t, \ \omega_\alpha]$

SUMÁRIO

Cinemática é o estudo de como os robôs se movem.

Cinemática dos robôs móveis tem particularidades, pois o movimento de um robô quase não tem restrição.

Posição $\Rightarrow$ posição de um ponto do robô.

Orientação no plano $\Rightarrow$ ângulo que o eixo x do robô faz com o eixo x do ambiente.

Velocidades linear e angular do robô.

Transformação de coordenadas $\Rightarrow$ descrever pose e velocidades do robô em diferentes sistemas de coordenadas.

Modelos cinemáticos de robôs: Jacobiano $\Rightarrow$ relação variáveis de controle e posição

EXERCÍCIOS

1. Dada uma pose do robô fazer um esquema dos sistemas de coordenadas fixo e do robô.
2. Dado um esquema dos sistemas fixo e do robô, qual a pose do robô?
3. Dada a pose do robô em um plano, qual a transformação de coordenadas entre o sistema do robô e o sistema fixo?
4. Dada a velocidade do robô no sistema do robô e a pose do robô, qual a velocidade do robô no sistema fixo?
5. Calcular o modelo inverso do triciclo convencional. Implementar em Simulink:

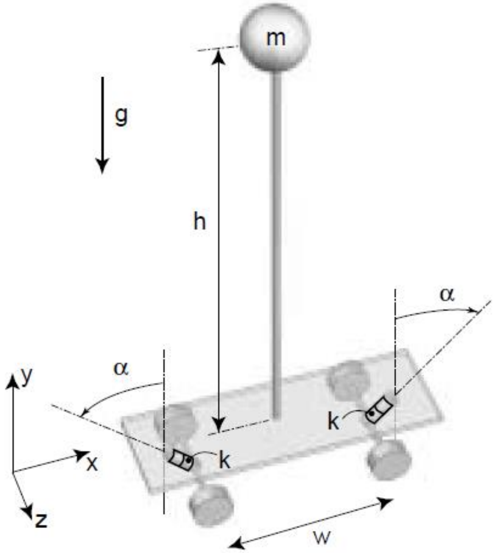
$$J = \begin{bmatrix} -\text{sen}\ \phi \quad \cos\alpha & 0 \\ \cos\phi \quad \cos\alpha & 0 \\ (\text{sen}\ \alpha)/l & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_t \\ \omega_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-l^2 \text{sen}\ \phi \quad \cos\alpha}{(l\cos\alpha)^2 + \text{sen}^2\alpha} & \dfrac{l^2 \cos\phi \quad \cos\alpha}{(l\cos\alpha)^2 + \text{sen}^2\alpha} & \dfrac{l\ \text{sen}\ \alpha}{(l\cos\alpha)^2 + \text{sen}^2\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ \phi' \\ \alpha' \end{bmatrix}$$

Fonte: Ollero A. Robótica. 2005.

LEVEL: TOP ROBOTICIST

M. Wisse
A. L. Schwab
Department of Mechanical Engineering
Delft University of Technology
Mekelweg 2, 2628 CD, Delft, the Netherlands
m.wisse@wbmt.tudelft.nl



Skateboards, Bicycles, and Three-dimensional Biped Walking Machines: Velocity-dependent Stability by Means of Lean-to-yaw Coupling