Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos
Universidade de São Paulo

Cálculo I - Lista 6: Integrais

Prof. Responsável: Andrés Vercik

1. Determine uma antiderivada das funções dadas.

a) $f(x) = \sqrt{x}$

b) $h(s) = s - \dfrac{1}{s}$

c) $f(t) = e^{-2}$

d) $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

e) $f(x) = x^5 - \sqrt[3]{x} + x^{-4}$

f) $p(t) = 100e^{-0,02t} - \dfrac{50}{t}$

g) $A(r) = \pi.r^2 - 2\pi.r$

h) $q(s) = As^{0,7}$

2. Verifique que $F(x)$ é a antiderivada de $f(x)$.

a) $f(x) = 2xe^{x^2}$, $F(x) = 1 + e^{x^2}$

b) $f(x) = xe^{\frac{x}{2}}$, $F(x) = 2e^{\frac{x}{2}}(x-2)$

c) $f(x) = \dfrac{2}{x^2 - 1}$, $F(x) = \ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|$

d) $f(x) = \ln x$, $F(x) = x\ln x - x$

3. Determine o valor da constante A que torna F(x) uma antiderivada de $f(x)$.

a) $f(x) = (2x-3)^5, F(x) = A(2x-3)^6$

b) $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}, F(x) = A\ln(x^2+1)$

c) $f(x) = xe^{-x}, F(x) = Ae^{-x}(x+1)$

4. Determine o valor da constante A que tornara verdadeiro o resultado da integração:

a) $\int (2t-1)^5\,dt = A(2t-1)^6 + c$

b) $\int \sqrt{3x+1}\,dx = A(3x+1)^{\frac{3}{2}} + c$

c) $\int \dfrac{dt}{t^2 - t} = A\ln\left|\dfrac{t}{t-1}\right| + c$

d) $\int te^{-t^2}\,dt = Ae^{-t^2} + c$

5. Determine os valores das constates A e B que tornam verdadeiro o resultado da integração

a) $\int \dfrac{dx}{x^2 + x - 6} = A\ln|x-2| + B\ln|x+3| + c$

b) $\int te^{0,1t}\,dt = Ate^{0,1t} + Be^{0,1t} + c$

6. Determine cinco antiderivadas diferentes da função dada e trace o gráfico das cinco no mesmo sistema de eixos.

a) $f(x) = 2$

b) $f(x) = -2$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x$

d) $f(x) = -\frac{1}{2}x$

e) $f(x) = 2e^{-x}$

f) $f(x) = \frac{1}{3x}$

7. Determine a integral pedida e verifique se a resposta esta correta derivando o resultado.

a) $\int (x^2 - 3x + 1)dx$

b) $\int \frac{2}{x^3} dx$

c) $\int e^{3t} dt$

d) $\int \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})dx$

e) $\int y^2\left(5y^3 + \frac{1}{y}\right)dy$

f) $\int \sqrt{t}dt$

g) $\int e^{-0,5t} dt$

h) $\int (1-t)^2 dt$

i) $\int (e^{2x} + e^{3/2})dx$

8. Determine a integral indefinida usando a substituição indicada. Verifique se a solução está correta derivando o resultado.

a) $\int \frac{2x}{x^2+1} dx, u = x^2 + 1$

b) $\int \frac{\ln x}{x} dx, u = \ln x$

c) $\int \sqrt{3x+4}dx, u = 3x + 4$

d) $\int \frac{x\ln(x^2+1)}{x^2+1} dx, u = \ln(x^2+1)$

e) $\int \frac{e^{2x}}{e^x+1} dx, u = 1 + e^x$

f) $\int e^{-t} dt, u = -t$

g) $\int \frac{e^t}{(2+e^t)^2} dt, u = 2 + e^t$

h) $\int \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx, y = 1 + \sqrt{x}$

i) $\int \frac{1}{e^x + e^{-x} + 2} dx, u = e^x ou e^{-x} + 1$

j) $\int (x^2 - 1)e^{x^3-3x+1} dx, u = x^3 - 3x + 1$

9. Determine a integral indefinida. Verifique se a resposta está correta derivando a resposta.

a) $\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}dx$ g) $\int (2x+5)^7 dx$ m) $\int \frac{dt}{t\ln t}$

b) $\int (x^2-3)^5 x dx$ h) $\int t^3\sqrt{t^4+1}dt$ n) $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}dx$

c) $\int \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^3}dx$ i) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+3}dx$ o) $\int e^{2x}\sqrt{1+e^{2x}}dx$

d) $\int t^3 e^{-0,1t^4}dt$ j) $\int e^{-4t}dt$ p) $\int \frac{1}{1+x^{1/3}}dx$

e) $\int \frac{3}{2x+1}dx$ k) $\int \frac{(\ln t)^2}{t}dt$

f) $\int \frac{\ln(t^2)}{t}dt$ l) $\int \frac{e^t}{1+e^t}dt$

10. Resolva o problema de valor inicial.

a) $\frac{dy}{dt}=\sqrt{4t+1},\quad y(0)=3$ b) $\frac{dy}{dt}=\sqrt{4t+1},\quad y(2)=3$

c) $\frac{dr}{dx}=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}},\quad r(0)=4$ d) $\frac{dy}{dx}=\frac{2x}{(x-2)^2},\quad y(1)=4$

11. Nos exercícios a seguir, use o método da integração por partes, escolhendo u e v' da forma indicada.

a) $\int xe^{2x}dx$; $u=x$, $v'=e^{2x}$ b) $\int \ln x dx$; $u=\ln x$, $v'=1$

12. Use o método da integração por partes para calcular a integral.

a) $\int te^{-t/2}dt$ e) $\int x^3\sqrt{x^2+1}dx$ i) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x+1}}dx$

c) $\int x^2\ln x dx$ f) $\int t\ln t dt$ j) $\int x^3 e^{x^2}dx$

b) $\int t^2 e^{-t}dt$ g) $\int x(\ln x)^2 dx$

d) $\int x\sqrt{3x+2}dx$ h) $\int t^3 e^t dt$

13. Decomponha a fração dada em frações parciais.

a) $\dfrac{1}{(x-1)(x+5)}$

b) $\dfrac{1}{x^2-9}$

14. Use o método das frações parciais para calcular a integral.

a) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2-9x+20}$

b) $\displaystyle\int \frac{dt}{t^2-t}$

c) $\displaystyle\int \frac{dt}{t^2+t}$

d) $\displaystyle\int \frac{1}{t^2+t-6}\,dt$

e) $\displaystyle\int \frac{dx}{(x-a)(x-b)}$, $(a \neq b)$

f) $\displaystyle\int \frac{dp}{p(1-(p/k))}$, k constante

15. Determine as integrais a seguir. Verifique se a solução está correta derivando o resultado.

a) $\displaystyle\int (3x+5)^9\,dx$

b) $\displaystyle\int \frac{dx}{4x+1}$

c) $\displaystyle\int \left(\frac{2}{x+4}-\frac{3}{x-1}\right)dx$

d) $\displaystyle\int \frac{t^3}{t^4+1}\,dt$

e) $\displaystyle\int t\sqrt{t^2+9}\,dt$

f) $\displaystyle\int x^6 \ln x\,dx$

g) $\displaystyle\int \frac{1}{t^2-1}\,dt$

h) $\displaystyle\int \frac{t}{t^2-1}\,dt$

i) $\displaystyle\int \frac{1}{(t-1)^2}\,dt$

j) $\displaystyle\int \frac{t}{(t-1)^2\,dt}$

k) $\displaystyle\int x^3\left(x^4-4\right)^5 dx$

l) $\displaystyle\int (2t+1)\left(t^2+t-1\right)^8 dt$

m) $\displaystyle\int \left(t+e^{4t}\right)dt$

n) $\displaystyle\int te^{4t}\,dt$

o) $\displaystyle\int x(1+\ln x)\,dx$

p) $\displaystyle\int \frac{1+\ln x}{x}\,dx$

q) $\displaystyle\int te^{0,5t^2}\,dt$

r) $\displaystyle\int t^2 e^{0,5t}\,dt$

s) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2-3x+2}$

t) $\displaystyle\int (x-1)e^{2x}\,dx$

u) $\displaystyle\int (\ln x)^3\,dx$

v) $\displaystyle\int \ln(x^3)\,dx$

w) $\displaystyle\int \frac{2t}{t^2-3t}\,dt$

x) $\displaystyle\int \frac{te^{-t}}{(t-1)^2}\,dt$

y) $\displaystyle\int \frac{1-e^x}{1+e^x}\,dx$

z) $\displaystyle\int \frac{1}{1+e^x}\,dx$

aa) $\displaystyle\int \frac{1}{e^x-e^{-x}}\,dx$

bb) $\displaystyle\int \frac{e^x}{e^{2x}-4e^x+3}\,dx$

cc) $\int \frac{x}{1+\sqrt{x}}dx$

dd) $\int \frac{x}{\sqrt{1+x}}dx$

ee) $\int \frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}dx$

ff) $\int \frac{1}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}dx$

16. Resolva o problema de valor inicial.

a) $\frac{dy}{dt}=\sqrt{2t+1}, \qquad y(0)=1$

b) $\frac{dy}{dt}=t-te^t, \qquad y(0)=-1$

c) $\frac{dy}{dt}=(\ln t)^2-t, \qquad y(1)=2$

d) $\frac{dy}{dt}=\frac{1}{t^2+3t+2}, \qquad y(0)=0$

e) $\frac{dy}{dt}=t\sqrt{3t+1}, \qquad y(0)=0$

f) $\frac{dy}{dt}=e^{2t}\sqrt{e^t+2}dt, \qquad y(0)=1$

17. Determine a área sobre o gráfico de $f(x)$ entre a e b por dois métodos: primeiro, por geometria elementar; segundo, usando o teorema fundamental do cálculo.

a) $f(x)=\frac{1}{2}, \quad a=1, \quad b=5$

b) $f(x)=2, \quad a=0, \quad b=3$

c) $f(x)=\frac{x}{2}, \quad a=0, \quad b=4$

d) $f(x)=3x, \quad a=2, \quad b=3$

e) $f(x)=2x+2, \quad a=0, \quad b=1$

f) $f(x)=-4x+8, \quad a=1, \quad b=2$

18. Trace o gráfico de $f(x)$ entre a e b e use o teorema fundamental do cálculo para determinar a área sob o gráfico.

a) $f(x)=x^3, \qquad a=0, \quad b=2$

b) $f(x)=x^3-1, \qquad a=1, \quad b=2$

c) $f(x)=2x-x^2, \qquad a=0, \quad b=2$

d) $f(x)=\sqrt{x}, \qquad a=1, \quad b=4$

e) $f(x)=x+\frac{1}{x}, \qquad a=1, \quad b=2$

f) $f(x)=3-2x-x^2, \qquad a=-3, \quad b=0$

g) $f(x)=\frac{1}{x^2}, \qquad a=1, \quad b=3$

h) $f(x)=x^3-3x^2+6, \qquad a=0, \quad b=3$

i) $f(x)=e^x, \qquad a=-1, \quad b=1$

j) $f(x)=x^4-2x^2+1, \qquad a=-1, \quad b=1$

19. Calcule a integral definida usando o teorema fundamental do cálculo.

a) $\int_0^1 (x - x^3)dx$

b) $\int_{-1}^1 (x - x^3)dx$

c) $\int_1^3 (1 - x)x$

d) $\int_{-3}^1 xdx$

e) $\int_0^2 (x^3 - 4x^2 + 3x)dx$

f) $\int_{-1}^1 (e^x - 1)dx$

g) $\int_0^4 (x^4 - 4x^3)dx$

h) $\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x} dx$

i) $\int_{-1}^1 x^{\frac{1}{3}} dx$

j) $\int_0^1 (3x - 2e^x)dx$