

INTRODUÇÃO À LÓGICA FUZZY

SEL0364

Controle não linear aplicado

Lógica fuzzy

2

- **Definição:** É a lógica baseada em análises de informações estritamente qualitativas. Isto é feito de forma que a decisão não se resume entre um **'sim'** e um **'não'**, mas, também considera abstrações do tipo **'próximo de'**, **'em torno de'**, **'muito alto'**, **'bem baixo'**, etc.

Lógica Fuzzy

3

□ Exemplo: Homens de meia idade

□ Lógica Clássica:

- Se $40 \leq \text{Idade} \leq 55$ então Homem meia idade

□ Lógica fuzzy:

Idade	35	40	45	50	55
Grau de pertinência	0,0	0,5	1,0	0,5	0,0

Conjuntos fuzzy

4

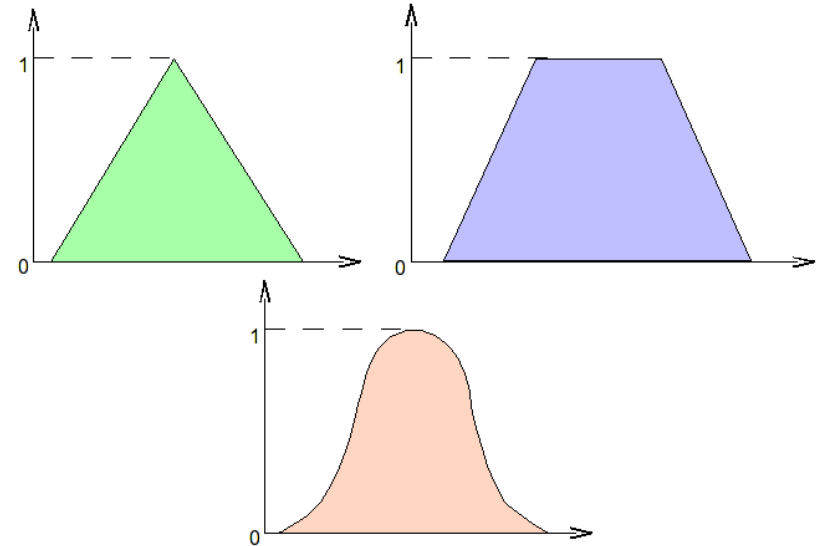
- **Definição:** Um conjunto fuzzy X em um universo de discurso U é caracterizado por uma função de pertinência μ_X que assume valores no intervalo $[0,1]$

$$\mu_X(u) \in [0,1], \forall u \in U$$

Conjuntos fuzzy

5

- Funções de pertinência
 - ▣ Triangular
 - ▣ Trapezoidal
 - ▣ Sino
 - ▣ Gaussiana
 - ▣ Sigmoidal

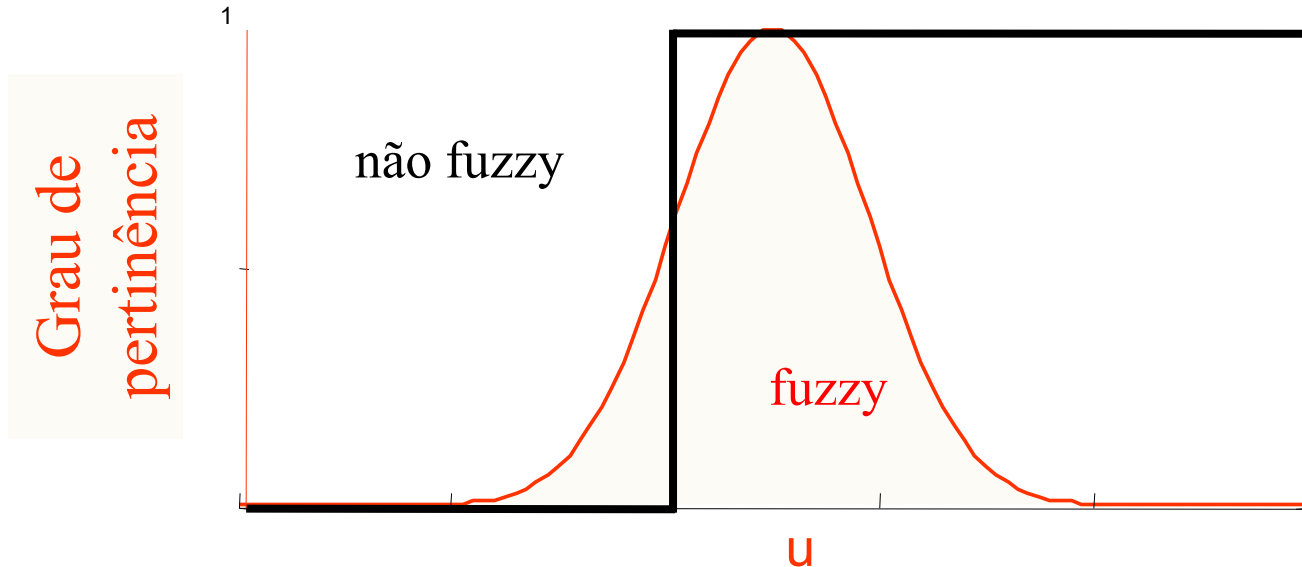


Conjuntos fuzzy

6

□ Contínua

$$\mu_F(u) = \exp\left[-\frac{(u-u_0)^2}{2\sigma^2}\right]$$



Conjuntos fuzzy

7

□ Discreta

$$F = \{(u, \mu_F(u)), u \in U\}$$

□ Notação:

$$F = \left\{ \frac{\mu_F(u)}{u}, u \in U \right\}$$

$$F = \{\mu_F(u), u \in U\}$$

□ Exemplos de conjuntos fuzzy:

$$F = \{(30,0), (35,0,3), (40,1), (45,1), (50,0,7), (55,0,4), (60,0)\}$$

$$F = \left\{ \left(\frac{0}{30} \right), \left(\frac{0,3}{35} \right), \left(\frac{1}{40} \right), \left(\frac{1}{45} \right), \left(\frac{0,7}{50} \right), \left(\frac{0,4}{55} \right), \left(\frac{0}{60} \right) \right\}$$

$$F = \{0,0.3,1,1,0.7,0.4,0\}$$

Operações básicas

8

- Interseção
 - Operação mínimo: $\mu_A(x) \cap \mu_B(x) = \text{mínimo}(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- União
 - Operação máximo: $\mu_A(x) \cup \mu_B(x) = \text{máximo}(\mu_A(x), \mu_B(x))$
- Complemento
 - Complemento $\mu(x) = 1 - \mu(x)$
- Igualdade

Operações básicas

9

□ **Exemplo:** Sejam as variáveis linguísticas Pequeno, Médio e Grande

$$P = \left\{ \frac{1}{1}; \frac{0,6}{2}; \frac{0,2}{3}; \frac{0}{4}; \frac{0}{5} \right\} \quad M = \left\{ \frac{0}{1}; \frac{0,5}{2}; \frac{1,0}{3}; \frac{0,5}{4}; \frac{0}{5} \right\}$$

$$G = \left\{ \frac{0}{1}; \frac{0}{2}; \frac{0,1}{3}; \frac{0,5}{4}; \frac{1}{5} \right\}$$

União (máximo):

$$C = \max \{ \mu_M(u), \mu_G(u) \} = \left\{ \frac{0}{1}; \frac{0,5}{2}; \frac{1}{3}; \frac{0,5}{4}; \frac{1}{5} \right\}$$

Interseção (mínimo):

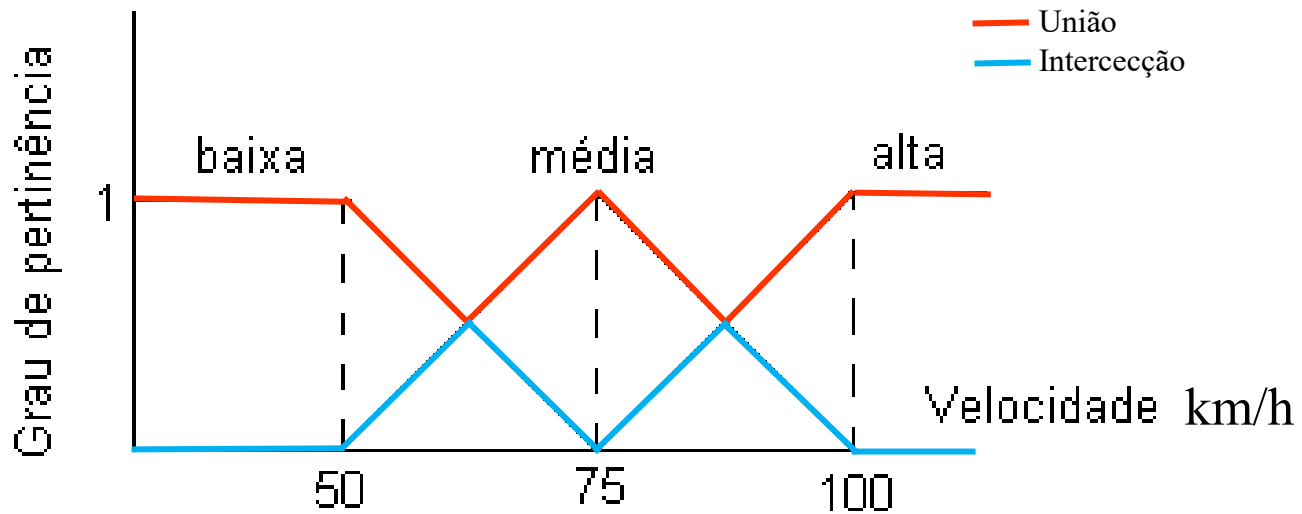
$$D = \min \{ \mu_P(u), \mu_M(u) \} = \left\{ \frac{0}{1}; \frac{0,5}{2}; \frac{0,2}{3}; \frac{0}{4}; \frac{0}{5} \right\}$$

Complementar G (não grande):

$$E = \left\{ \frac{1}{1}; \frac{1}{2}; \frac{0,9}{3}; \frac{0,5}{4}; \frac{0}{5} \right\}$$

Operações básicas

10



Variáveis linguísticas

11

- **Definição:** Uma variável linguística é uma variável cujos valores são palavras
- Uma variável linguística é definida por
$$\langle X, T(X), U, G, M \rangle$$
- X: nome, T(X):função de pertinência de X, U:universo de discurso, G: gramática, M: regras semânticas associadas

Regras fuzzy

12

- Relacionam variáveis fuzzy, cada uma delas associada a um dos seus predicados linguísticos

SE *Velocidade é Baixa*
ENTÃO *Aceleração é Alta*

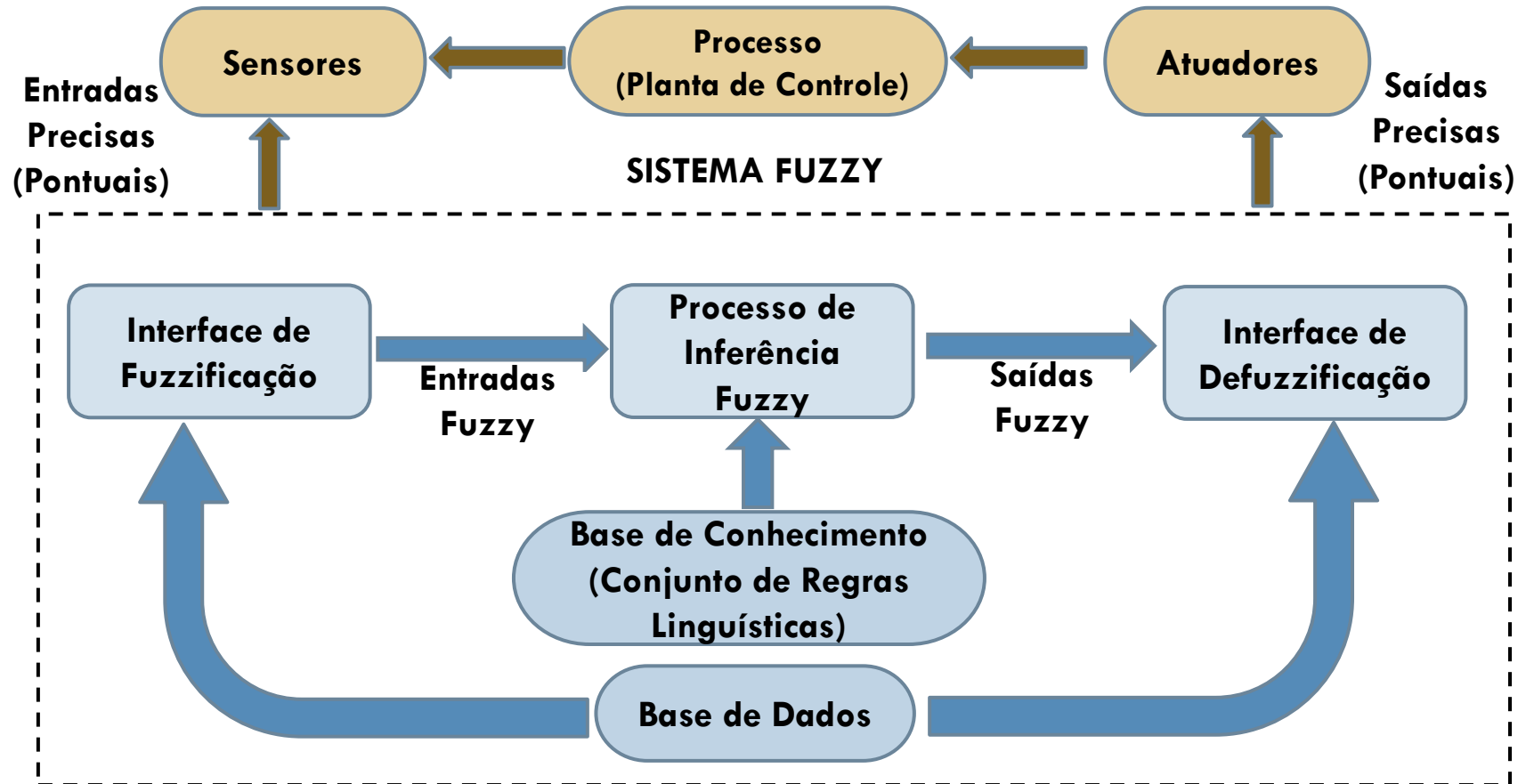
Defuzificação

13

- Primeiro máximo
- Último máximo
- Média do máximo
- Centro de área

Estrutura da lógica fuzzy

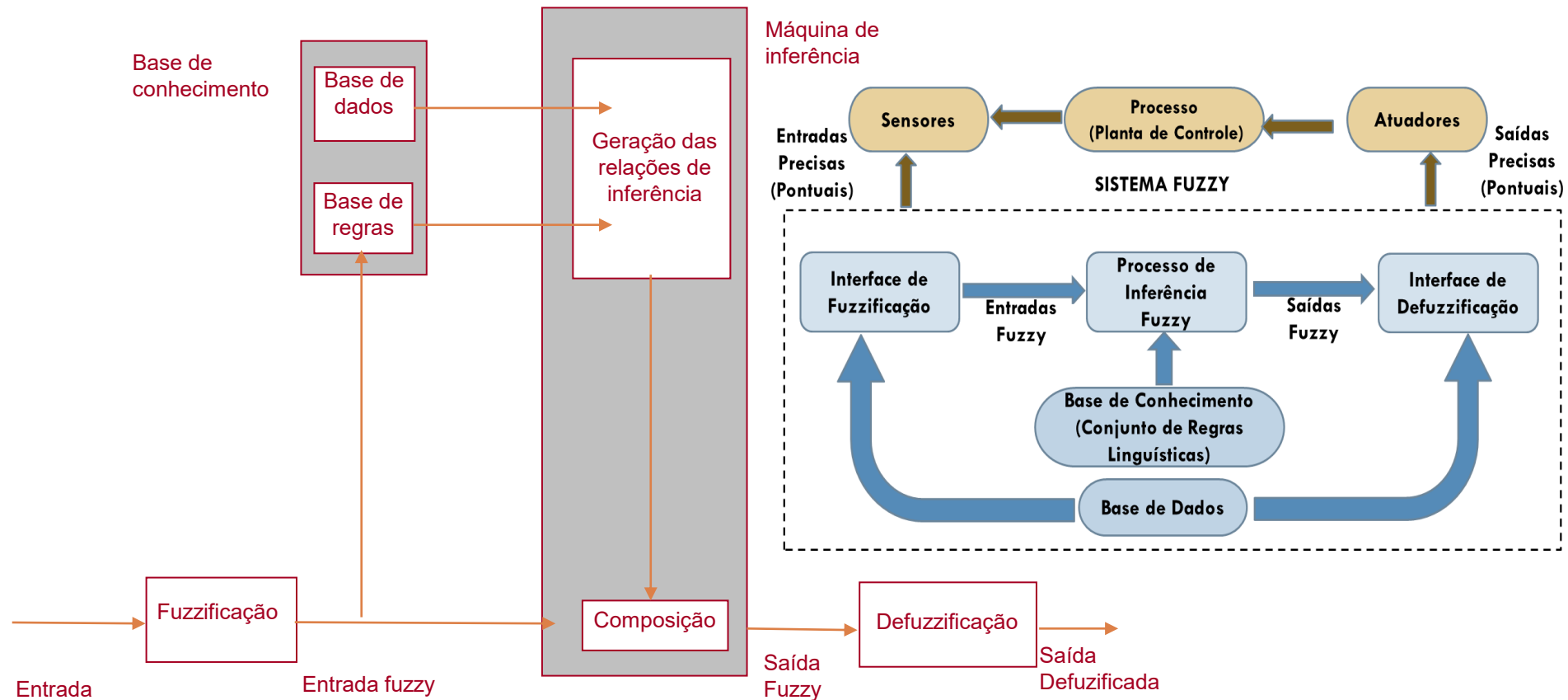
14



Fonte: Slides da Aula 6 de Sistemas Fuzzy – Prof. Dr. Ivan Nunes da Silva (Modificado)

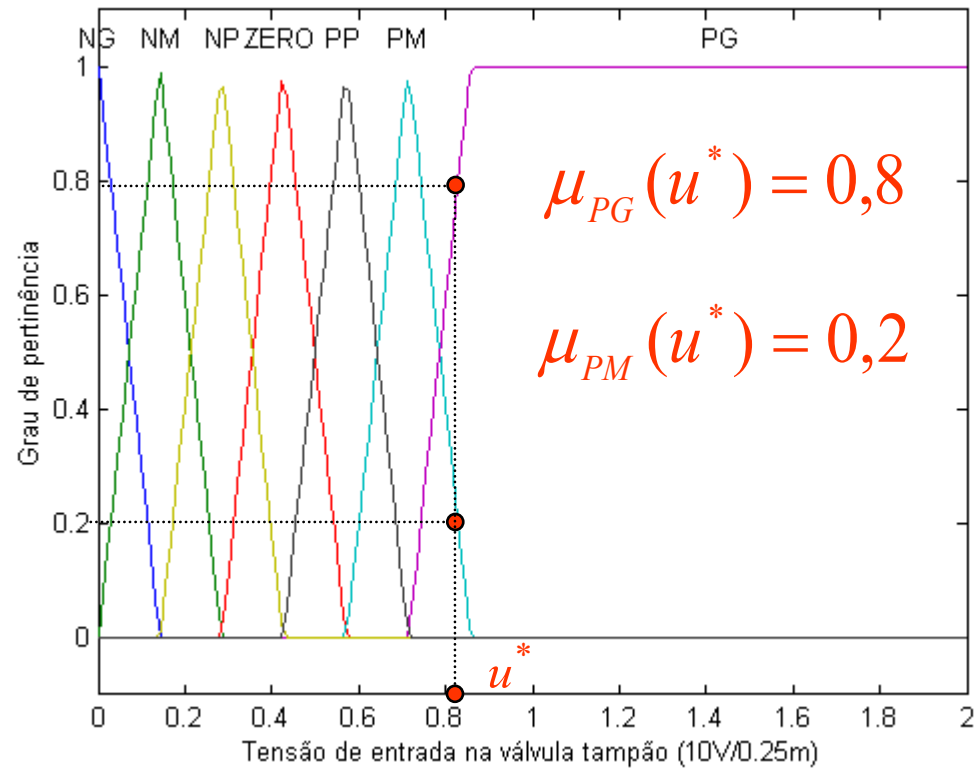
Estrutura da lógica fuzzy

15



Fuzificação

16



Base de conhecimento

17

- Base de dados: definições de conjuntos fuzzy
- Base de regras
 - ▣ Exemplo de uma regra SE-ENTÃO:
 - Se Erro é Pequeno e Variação do erro é Baixa então:
 - posição da válvula tampão é ZERO.
 - Parte SE: antecedente
 - Parte ENTÃO: consequente

Inferência e defuzzificação

18

- Operação de max-min
 - ▣ Inferência: Operador mínimo
 - ▣ Agregação: Operador máximo
- Defuzzificação
 - ▣ Centro de área

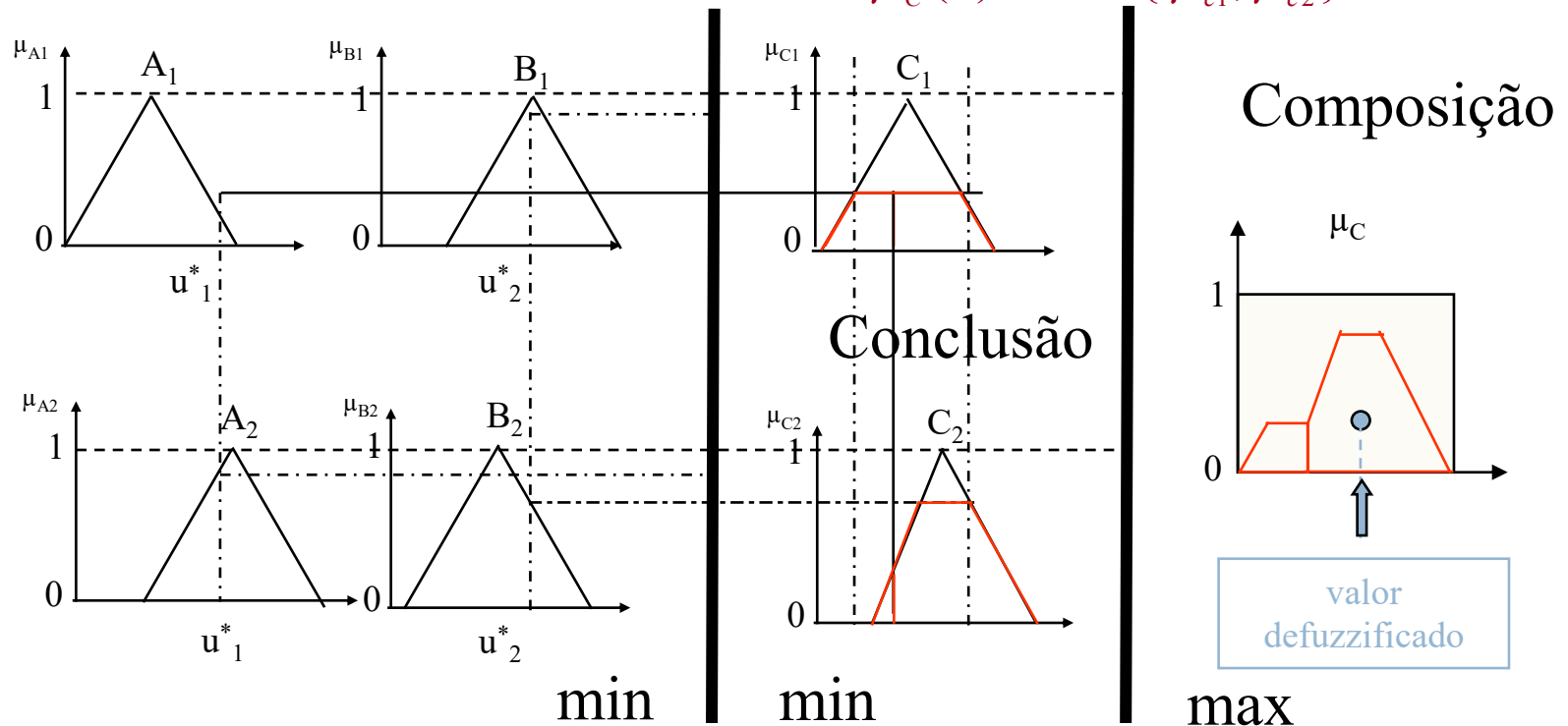
Exemplo

Sejam os conjuntos fuzzy A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 e C_2

19

R1: se $u_1=A_1$ e $u_2=B_1$ então $y=C_1$
R2: se $u_1=A_2$ e $u_2=B_2$ então $y=C_2$

$$\mu_{C_1}(u) := \min \{ \min \{ \mu_{A_1}, \mu_{B_1} \}, \mu_{C_1} \}$$
$$\mu_{C_2}(u) := \min \{ \min \{ \mu_{A_2}, \mu_{B_2} \}, \mu_{C_2} \}$$
$$\mu_C(u) := \max \{ \mu_{c_1}, \mu_{c_2} \}$$



Métodos de defuzificação

20

- Método do Centro de área (CDA) – Mais utilizado

- $$CDA = \frac{\sum_{k=1}^N \mu(x_k)x_k}{\sum_{k=1}^N \mu(x_k)}$$
,

Onde N é o número de discretizações do universo de discurso

- No Matlab:

```
function cda = cda(x,u)
```

```
    cda = sum(u*x) / sum(u) ;
```

```
end
```

