AULA 9

Ciência e Tecnologia do Vácuo

– 2020 –

31/03/20

Resumo da aula anterior

- Condutâncias no regime viscoso ($\lambda << D$)
  - Condutância de um orifício
    mostrar slide
  - condutância de um tubo

$$\boxed{C_{N_2} = \frac{180\, D^4 \bar{P}}{L}} \qquad \bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

  - condutância dependente do gás

$$\boxed{C = \frac{1}{\eta} \frac{\pi D^4 \bar{P}}{128\, L}}$$

- Condutância no regime intermediário
  $10^{-2} < D\bar{P} < 10^{-1}$ [cm Torr]

$$\boxed{C_I = C_m \left(0{,}0736 \frac{D}{\bar{\lambda}} - 1 \right)}$$

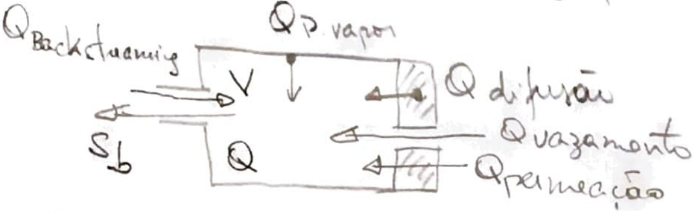
$$\boxed{\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3}}{\bar{P}} \quad \frac{\text{cm}}{\text{Torr}}}$$

Função P(t) em sistemas de Vácuo

Comportamento da pressão em função do tempo

$P(t)$ { Regime viscoso
Regime molecular

Variação do throughput (fluxo de massa)



(Q)

Fontes de gases - mostrar slide 2

(a) Moléculas do gás da atmosfera inicialmente fechadas no sistema (Q)

(b) Gás que penetra no sistema devido a vazamentos (Q_V)
→ Vazamento real (cte) ou virtual (dependente do tempo)

(c) Gás proveniente da desgaseificação dos materiais do sistema (Q_D)
dessorção térmica e difusão (dependente do tempo)

(d) Gás ou vapor resultante da pressão de vapor dos materiais (Q_{PV})
VAPORIZAÇÃO

(e) Gás penetrando no sistema por permeação através das paredes (Q_P) cte.

(f) Backstreaming (Q_B)

$$Q_G = Q_V + Q_D + Q_{PV} + Q_P$$

$$\boxed{Q_G = \sum_i Q_i}$$

Todas as fontes de gases dependem de como foi projetado o sistema (geometria e materiais utilizados)
A maioria das contribuições é constante no tempo!!
então Q_G é considerado constante (no intervalo de tempo considerado)

Bombeamento no regime viscoso

Suposição: A velocidade de bombeamento é constante no intervalo de pressões.

Lembrando que a velocidade de bombeamento efetiva depende da condutância do sistema

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C}}$$

No regime viscoso $\quad C = \frac{\pi}{128\eta}\frac{D^4 \bar{P}}{L} = E\bar{P} \quad , \quad \bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$

$$S_{ef} = \frac{S_b E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}} \Longrightarrow Q = PS = \frac{P S_b E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}}$$

$Q = P\frac{dV}{dt}$ mas $PV = cte$ então $P\frac{dV}{dt} + V\frac{dP}{dt} = 0$

então: $P\frac{dV}{dt} = -V\frac{dP}{dt}$

Q_G é desprezado por ser muito menor do que Q

$$\therefore \boxed{Q = -V\frac{dP}{dt} = \frac{P S_b E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}}} \qquad (I)$$

Por outro lado

$$Q = P_b S_b = -V\frac{dP}{dt}$$

$$\therefore \boxed{P_b = \frac{-V}{S_b}\frac{dP}{dt}} \qquad (II)$$

Substituindo $\bar{P}$ na equação (1), temos

$$Q = P S_b E \left(\frac{P+P_b}{2}\right)\left[\frac{1}{S_b + E\left(\frac{P+P_b}{2}\right)}\right] = -V\frac{dP}{dt}$$

Substituindo II em I

$$Q = P S_b E\left(\frac{P - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)\frac{1}{S_b+E\left(\frac{P-\frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)} = -V\frac{dP}{dt}$$

$$P S_b E\left(\frac{P-\frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right) = -V\frac{dP}{dt}\left[S_b+E\left(\frac{P-\frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)\right]$$ MULTIPLICANDO POR 2

$$P^2 S_b E - PVE\frac{dP}{dt} = -V\frac{dP}{dt}\left[2S_b + E\left(P-\frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}\right)\right]$$ DIVIDINDO POR S_b

$$+V\frac{dP}{dt}\frac{2S_b}{S_b} + \underbrace{V\frac{dP}{dt}\frac{EP}{S_b}} - V\frac{dP}{dt}\frac{EV}{S_b^2}\frac{dP}{dt} + \frac{P^2 S_b E}{S_b} - \cancel{\frac{PVE}{S_b}\frac{dP}{dt}} = 0$$

$$\frac{dP}{dt}2V - \frac{V^2E}{S_b^2}\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + P^2E = 0$$ dividindo por E

$$\boxed{\frac{2V}{E}\frac{dP}{dt} - \frac{V^2}{S_b^2}\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + P^2 = 0}$$

escolhendo $A = \frac{2V}{E}$ e $B = \left(\frac{V}{S_b}\right)^2$

$$\boxed{-B\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + A\left(\frac{dP}{dt}\right) + P^2 = 0}$$

equação do 2º grau

$ax^2 + bx + c = 0$

raízes $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

escolha

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + 4BP^2}}{-2B} \qquad \frac{dP}{dt} < 0$$

então escolhe a raiz positiva

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-A + \sqrt{A^2 + 4BP^2}}{-2B}$$

$$\boxed{dt = \frac{-2B}{-A + \sqrt{A^2 + 4BP^2}}\, dP}$$

tabela de integrais

$$t = \frac{A}{2P} + \sqrt{B}\left[\frac{\left((A^2/4B) + P^2\right)^{1/2}}{P} - \ln\left(P + \left(\frac{A^2}{4B} + P^2\right)^{1/2}\right)\right] + C$$

condições iniciais para $t = 0\,s$ $P = P_{inicial}$

então

$$C = \sqrt{B}\left[\ln\left(P_i + \left(\frac{A^2}{4B} + P_i^2\right)^{1/2}\right) - \frac{\left(\frac{A^2}{4B} + P_i^2\right)^{1/2}}{P_i}\right]$$

Resultado final

$$\frac{t}{V} = f(E, P_i, P, S_b) \qquad \text{Substituindo } A = \frac{2V}{E} \text{ e } B = \frac{V^2}{S_b^2}$$

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{E}\left[\frac{1}{P} - \frac{1}{P_i}\right] + \frac{1}{S_b}\left[\frac{((S_b/E)^2 + P^2)^{1/2}}{P} - \frac{((S_b/E)^2 + P_i^2)^{1/2}}{P_i}\right]$$

$$+ \frac{1}{S_b}\left[\ln \frac{P_i + \left(\left(\frac{S_b}{E}\right)^2 + P_i^2\right)^{1/2}}{P + \left(\left(\frac{S_b}{E}\right)^2 + P^2\right)^{1/2}}\right] \qquad (III)$$

Slide com o gráfico dessa função para o parâmetro

$$\boxed{\frac{D^4}{L} = \frac{128}{\pi} \eta E}$$

Considerando $P_i = 760$ Torr

$P = 7{,}6 \times 10^{-2}$ Torr

Regime Viscoso

$$\boxed{D\bar{P} \geq 1}$$

Exemplo 1

Se uma câmara de $V = 100\,l$ for bombeada por uma bomba de $S_b = 2\,l/s$, através de um tubo de $D = 2\,cm$ e comprimento $L = 200\,cm$, o parâmetro geométrico é $\frac{D^4}{L} = \frac{2^4}{200} = 8 \times 10^{-2}\,cm^3$

Pela curva $8 \times 10^{-2}\,cm^3$ para $S = 2\,l/s$

$\frac{t}{V} = \frac{6\,seg}{l}$ então o tempo necessário para bombear $100\,l$ será $600\,s$

Exemplo 2

Se o mesmo volume for conectado diretamente na bomba de vácuo, $L = 0\,cm$, então

$$\lim_{L \to 0} \frac{D^4}{L} \to \infty$$

$$\frac{t}{V} = 4{,}5\,l/s$$

Neste caso, o tempo para o escoamento de $100\,l$ será de $\underline{\underline{t = 450\,s}}$

Exemplo 3

Se a bomba estiver conectada diretamente na câmara ($L = 0$ cm)

$$E = \frac{\pi}{128\eta}\frac{D^4}{L}$$

o valor de $E \to \infty$ vide equação (III)

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b}\left[1 - 1\right] + \frac{1}{S_b}\left[\ln \frac{P_i + P_i}{P + P}\right]$$

$$\boxed{\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b} \ln \frac{P_i}{P}}$$

Essa é a equação que rege o bombeamento no regime molecular

$$\frac{S_b t}{V} = \ln \frac{P_i}{P}$$

$$e^{\frac{S_b t}{V}} = e^{\ln \frac{P_i}{P}}$$

$$\frac{P_i}{P} = e^{\frac{S_b t}{V}} \longrightarrow P = P_i e^{-\frac{S_b t}{V}}$$

$$\therefore \boxed{P(t) = P_i \, e^{-\frac{S_b t}{V}}}$$

Bombeamento no Regime molecular

Comportamento da pressão em função do tempo $P(t)$

fontes: Q moléculas do gás do sistema
Q_V vazamentos (real e virtual)
Q_D desorpção térmica e difusão
Q_{VP} vaporização
Q_P permeação
Q_B backstreaming

$$Q_G = Q_V + Q_D + Q_{VP} + Q_P + Q_B \qquad \boxed{Q_G = \sum_i Q_i}$$

Variação do throughput

$$-V\frac{dP}{dt} = PS - \underbrace{(Q_V + Q_D + Q_{VP} + Q_P + Q_B)}_{\sum_i Q_i}$$

pressão diminuindo

$$\frac{dP}{dt} < 0 \quad \therefore \quad Q > 0$$

Equação geral que rege o escoamento de gases

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum_i Q_i}$$

Após decorrido um tempo, que depende do sistema, o arranjo experimental entra em equilíbrio, ou seja $\frac{dP}{dt} \sim 0$. Neste estágio, o sistema mantém uma pressão residual P_{res}, então:

$$\boxed{P_{res} S - \sum_i Q_i = 0}$$

$S \, P_{res} = \sum_i Q_i$

$$\boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$$

Compare as pressões finais das bancadas 1 e 2

$S_{b_1} = 5 \frac{m^3}{h}$ $S_{b_2} = 8 \frac{m^3}{h}$

É muito importante se preocupar com todas as fontes de gases, principalmente com os vazamentos! A pressão final depende deles!!

- Limpeza do sistema (aquecer p/ limpar)
- Reduzir vazamentos
- Escolher geometrias e materiais adequados
- As fontes de gases devem ser conhecidas.

A pressão final do sistema é o resultado da razão

$$\boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$$

Para reduzir a pressão final é necessário reduzir as fontes de gases e/ou aumentar a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo.

Mas, nem sempre é possível

A escolha dos materiais e o tipo de vedação também é muito importante para atingir

P_{res} baixa

Resolução da equação diferencial

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum_i Q_i}$$

Supondo que S seja constante e que o fluxo de massa seja constante ou varie lentamente

$$-\frac{dP}{dt} = \frac{PS-Q}{V} \qquad \text{onde } Q = \sum_i Q_i$$

$$\frac{dP}{PS-Q} = -\frac{dt}{V} \qquad \begin{cases} u = PS - Q \\ du = S\,dP \end{cases}$$

então: $\dfrac{du}{Su} = -\dfrac{dt}{V} \equiv \dfrac{du}{u} = -\dfrac{S\,dt}{V}$; integrando

$$\int_{u_0}^{u}\frac{du}{u} = -\frac{S}{V}\int_{t_0}^{t} dt \longrightarrow \ln u\Big|_{u_0}^{u} = -\frac{S}{V}(t-t_0)$$

$$\ln\frac{u}{u_0} = -\frac{S}{V}(t-t_0) \Rightarrow e^{\ln\frac{u}{u_0}} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} \Rightarrow \frac{u}{u_0} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

mas $u = PS - Q$, então $\dfrac{PS-Q}{P_0S-Q} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$ mas $Q = P_{res}S$

$$PS - P_{res}S = (P_0S - P_{res}S)\,e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

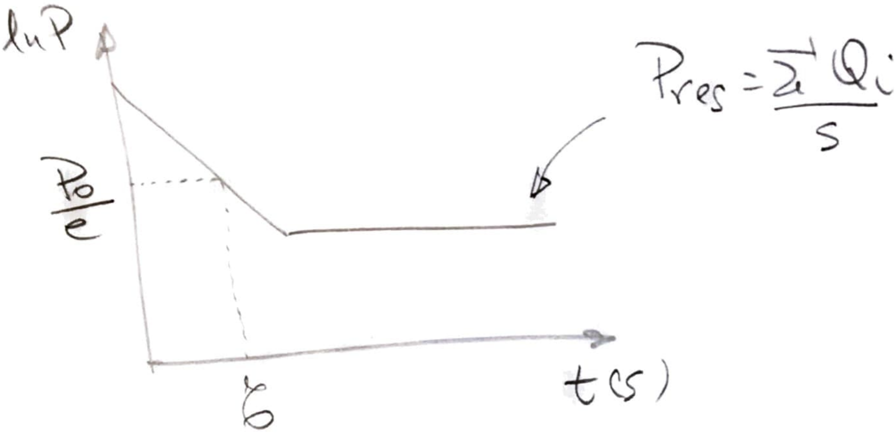
$$S(P-P_{res}) = S(P_0-P_{res})e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} \Rightarrow P - P_{res} = (P_0-P_{res})e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

Como $P_0 \gg P_{res}$, então $P - P_{res} = P_0 e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} + P_{res} \longrightarrow \text{Para } t_0 = 0\,s\text{, vem:}$$

$$\boxed{P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} + P_{res}}$$

Gráfico



$P = \frac{P_0}{e}$ substituindo $\frac{P_0}{e} = P_0 e^{-\frac{S}{V}t}$ $\quad \frac{1}{e} = \frac{P_0}{P_0} e^{-\frac{S}{V}t}$

$e^{-1} = e^{-\frac{S}{V}t}$ $\quad \ln e^{-1} = \ln e^{-\frac{S}{V}t} \Longrightarrow -1 = -\frac{S}{V}t$

$t = \frac{V}{S} = \tau$ $\quad \tau = \frac{V}{S}$ é a constante de bombeamento

τ é constante de tempo do sistema

$Q = C\Delta P = C(P_0 - P_{residual})$ desprezível

$Q = CP_0$

$\therefore \underline{\underline{Q = cte}}$

Fator de Serviço

A. Guthrie - Vacuum technology

O fator de serviço é um fator empírico igual ou maior do que 1,0, o qual é especificado para uma dada faixa de pressão, sendo um valor multiplicativo para o escoamento calculado para bombas mecânicas, devido à desgaseificação e outras condições reais em sistemas industriais

FAIXA DE PRESSÃO (TORR)	FATOR DE SERVIÇO
760 - 100	1,0
100 - 10	1,25
10 - 0,5	1,5
0,5 - 0,05	2,0
0,05 - 0,0002	4,0

Exercício

Qual o tempo para se reduzir a pressão de um sistema de vácuo por um fator 100?

Considere uma bomba mecânica $S = 60\ \ell/\text{min}$ bombeando uma câmara de $D = 30\ cm$, conectada à bomba por um tubo de $L = 80\ cm$ e $D = 2{,}5\ cm$

(a) Regime molecular ($DP \leq 10^{-2}$ Torr cm)

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t}$$

$$\ln P = \ln\left(P_0 e^{-\frac{S}{V}t}\right) \Rightarrow \boxed{t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}}$$

deduzido também p/ o regime viscoso

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{30}{2}\right)^2 = 14130\ cm^3 \Rightarrow \boxed{V = 14{,}1\ \ell}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} \Rightarrow S_b = 1\ \ell/s$$

$$C_{tubo} = \frac{12 D^3}{L} \quad N_2 \quad T = 300\ K \qquad D\ (cm) \quad L\ (cm)$$

$$C_{tubo} = \frac{12(2{,}5)^3}{80} = 2{,}3\ \ell/s$$

Podemos usar a condutância do tubo?

Resposta: Sim

Lembrando Dushman

$$\frac{1}{C_{TOTAL}} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_{tubo}} \qquad \begin{cases} C_0 = 9D^2 = 9(2{,}5)^2 = 56\ \ell/s \\ C_{tubo} = \frac{12D^3}{L} = 2{,}3\ \ell/s \end{cases}$$

Portanto $C_o >> C_{TUBO}$

Então podemos usar a condutância menor, ou seja, a de maior impedância.

$$S_{ef} = \frac{1 \times 2,3}{1 + 2,3} \sim 0,7 \ \ell/s$$

$$\text{tempo} = \frac{V}{S_{ef}} \ln \frac{P_o}{P} = \frac{14}{0,7} \ln \frac{100}{1} = 93\,s$$

(b) Regime Viscoso

{ Pressão alta
$\lambda << D$ e $D\bar{P} \geq 1$ Torr cm
choque entre as moléculas

$$C_{tubo} = \frac{180\, D^4 \bar{P}}{L} \quad \text{para } N_2 \text{ a } T = 300\,K$$

$$C_{tubo} = \frac{180\, D^3 D\bar{P}}{L} \quad D\bar{P} \equiv 1$$

logo $$C_{viscoso} = \frac{180\,(2,5)^3 \times 1}{80}$$

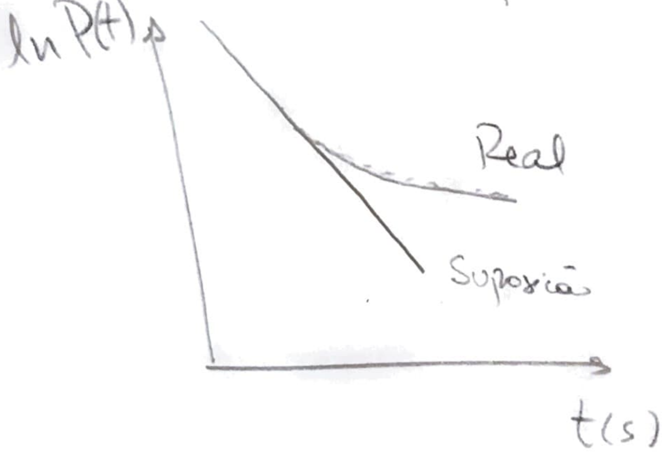
$$C_{viscoso} = 35 \ \ell/s$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{C + S_b} = \frac{1 \times 35}{1 + 35} \sim 0,98 \ \ell/s$$

$$\boxed{S_b \sim S_{ef} \sim 1 \ \ell/s}$$

No regime viscoso a perda da capacidade de bombeamento é praticamente desprezível!

$$\text{Tempo} = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P} = \frac{14}{1} \ln \frac{100}{1} = 64\,s$$



Neste cálculo foi desprezado o termo

$$P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}$$

Essa suposição é válida nos regimes viscoso e intermediário.

- Vamos considerar 760 Torr → $7{,}6 \times 10^{-2}$ Torr

Para usar o gráfico do início da aula

$$\frac{D^4}{L} = \frac{(2{,}5)^4}{80} = 0{,}5$$

$V = 14\,\ell$ $\quad S_b = 1\,\ell/s$ $\quad D = 2{,}5\,cm$ $\quad L = 80\,cm$

$$\frac{t}{V} = 9\,\frac{s}{\ell} \quad \text{então} \quad \boxed{t = 127\,s}$$

→ Usando a expressão acima $t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}$

$$t = \frac{14}{1} \ln \frac{760}{7{,}6 \times 10^{-2}} = 130\,s$$