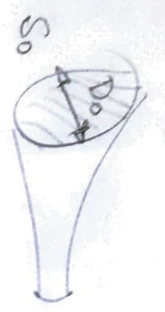


Resumo da aula anterior.

Condições no regime molecular ($\lambda \gg D$) - Colisões com as paredes

① Vuvzele



$$S = S_0 e^{-\beta z}$$

$$C = \frac{4}{3} K \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{R dz}{A^2}}$$

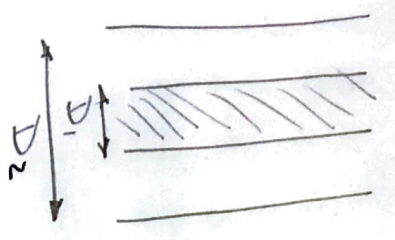
Equações Gerais

$$C = \frac{K \bar{v} \pi D_0^3 \beta}{8} \left[e^{\frac{3}{2} \beta L} - 1 \right]^{-1}$$

Para $\beta \rightarrow 0$ N_2 a $T = 293K$

$$C = \frac{12 D_0^3}{L} \left[\frac{D [cm]}{L [cm]} \right]$$

② Burtos Anular



$$C = \frac{12 K}{L} (D_2 - D_1)^2 (D_1 + D_2)$$

Aproximação do prof Heleio Ouzic

$$C = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \left(1 - \frac{D_1}{D_2} \right)$$

→ Resolução de exercícios.

Condutâncias de um orifício



ASPD
colisões elásticas
entre moléculas

HIPÓTESES

- 1) $P_1 \approx P_2$
- 2) $P_2 < P_1$
- 3) λ e menor do que as dimensões do orifício

- Mesmo cond. o P_1 flui do compartimento 1 para o 2
- O P_1 tem a maior seção transversal ao atravessar o orifício
- Depois dessa contração (compressão) o P_1 passa por variações contrárias e expansões até finalmente se expandir na mesma de P_2 em 2

EXATIDÃO ADIABÁTICA

Expansões e contrações são rápidas que não há transferência de calor.

Q (calor) = 0

Equação $PV^\gamma = cte$

$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

C_p e o calor específico $P dT$
 C_v e o calor específico $V dT$

Novo processo adiabático

$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$

Variação térmica de uma substância ao variar entre quantidade de calor (J/kgK) ($\frac{cal}{g \cdot ^\circ C}$)

Para gases monoatômicos

$C_p - C_v = R$

$C_v = \frac{3}{2} R \Rightarrow C_v = 12,5 \frac{J}{molK}$ (He)
 $C_v = 20,0 \frac{J}{molK}$ (N₂)

Calor específico é a quantidade de calor necessária para aquecer 1 grau 1 mol de moléculas

C_p a pressão cte
 C_v a volume cte

$Q = A P_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{R_0 T_1}{M} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}}$ (I)

No CGS

$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$, R_0 , M massa molar, T temperatura

P_1 é a pressão no compartimento **I**

Como $Q = C \Delta P$, então:

$$C = \frac{0,13A}{1 - (R_2/R_1)} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\gamma/x} \left\{ \frac{2x}{x-1} \left(\frac{T_1}{T} \right) \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{(x-1)}{x}} \right] \right\}^{1/2}$$

A em cm^2 C (kg/s) T (K) M (g)

Para o ar: 80% N_2 , 20% O_2 , $M = 29$, $T = 293\text{K}$, $x = 1,4$

$$C = \frac{76,6A}{1 - (R_2/R_1)} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{0,712} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{0,288} \right]^{1/2} \quad \text{II}$$

Para $P_1 = P_2 \rightarrow Q = 0$ eq I

e será máximo para $\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{2}{x+1} \right)^{\frac{x}{x-1}} \equiv \sqrt{c}$

P_c é um valor crítico

3

Para $T = 293\text{K}$ $r_c = 0,525$

$\textcircled{c} = 204\text{R}$ $A(\text{cm}^2)$ $P(\text{torr})$ $Q(\frac{\text{torr}\cdot\text{cm}^3}{\text{s}})$

Para $\frac{P_2}{P_1} < r_c \rightarrow \textcircled{1} = C \Delta P$

$C = 204\text{R} \frac{P_1 - P_2}{P_1 - P_2}$

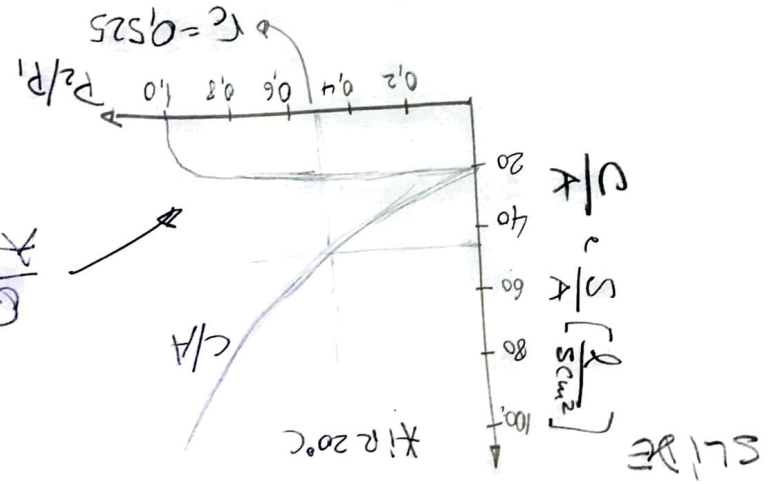
então $C = 204 \frac{1 - P_2/P_1}{1 - P_2/P_1}$

ou seja para $P_2 < 0,1 P_1$; $\frac{P_2}{P_1} < 0,1$

$C \approx 204$

Velocidade de bombearia (S) através de um orifício

$S = \frac{P}{Q} = \frac{C(P_1 - P_2)}{P_1} = C \left(1 - \frac{P_2}{P_1}\right)$



$\frac{Q}{A P_1} = \frac{S}{A}$

$\frac{S}{A}$ é constante até r_c e cai a zero para $P_1 \sim P_2$
 $\frac{C}{A}$ tem a inflexão para $P_1 \sim P_2$

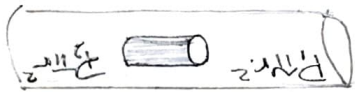
Regime Visoso

(4)

② Condutância de um tubo

Lei de Poiseuille.

Em um tubo longo o fluxo acontece na região de alta pressão (P1) para a de baixa pressão (P2). O perfil de velocidade do fluxo de moléculas é constante. Não tem movimento turbulento. A velocidade do fluxo de moléculas nos pontos é zero!



forças viscosas

Supondo um pequeno cilindro de raio r em equilíbrio \equiv velocidade constante

Forças atuando no cilindro

① Diferença de pressão $\equiv dP \pi r^2$

② Força viscosa \equiv oposta ao fluxo

$F = -\eta A \frac{dv}{dr}$

Area da superfície do cilindro

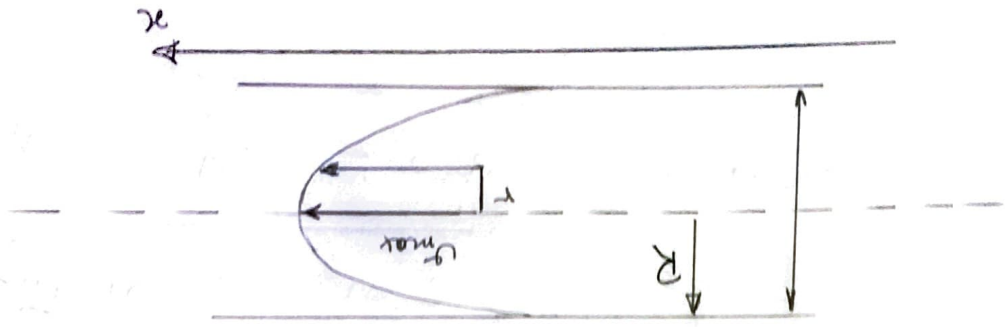
$F = -\eta 2\pi r dx \frac{dv}{dr}$

Igualizando as duas forças $- \eta 2\pi r dx \frac{dv}{dr} = dP \pi r^2$

$- dv = \frac{dP}{2\eta} \frac{1}{r} dr$

integrando, temos

$-\int_v^0 dv = \frac{dP}{2\eta} \frac{1}{r} \int_r^0 r dr \Rightarrow -v = \frac{dP}{2\eta} \frac{1}{r^2} + C$



Regime viscoso.

Distribuição das velocidades no

- Tom perfil parabólico

- O fluxo de gás (velocidade) vai na direção da queda de pressão.

OBSERVAÇÕES

$$\frac{1}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2)$$

o perfil da velocidade das moléculas será:

$$v = \frac{1}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2) + C \Rightarrow C = \frac{dP}{dx} \frac{R^2}{4\eta}$$

A constante C pode ser obtida das condições de contorno $v=0$ $r=R$

CALCULO DO THROUGHPUT (Q)

análise dimensional $\frac{\text{cm}^3}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \equiv \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Substituindo estes parâmetros na equação de distribuição de velocidades

$$v = -\frac{1}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2) 2\pi r dr$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \pi R^2 \\ dA &= 2\pi r dr \\ \frac{dV}{dt} &= v dA \end{aligned} \right\}$$

$$dV = v dt dA$$

$$Q = P dV \frac{dt}{dt}$$

Q volume do gás fluindo através da seção
 rate do tubo per unidade de tempo e obtido

integrando de $r=0$ a $r=R$

$$\frac{dV}{dt} = - \int_0^R \frac{2\pi}{4\eta} \frac{dP}{dx} (R^2 - r^2) dr = -\frac{2\pi}{4\eta} \frac{dP}{dx} \left[R^2 r - \frac{r^3}{3} \right]_0^R$$

$$= -\frac{2\pi}{4\eta} \frac{dP}{dx} \left[\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{3} \right] = -\frac{\pi}{8\eta} \frac{dP}{dx} R^4$$

$$\text{então } \left| \frac{dV}{dt} = -\frac{\pi}{8\eta} \frac{dP}{dx} R^4 \right.$$

- Depende inversamente da viscosidade
- Esta equação só tem sentido no regime VISCOSO!

...do do throughput

$$0 = P dV = D \left[-\pi r^2 \frac{dr}{dr} \right]$$

$$0 = -\pi r^2$$

...de ϕ a L , temos:

com var. separar $P(x)$, e feita uma estimativa de modo do throughput ao longo do tubo.

$$\langle Q \rangle = \int_0^L Q dx = \frac{\pi R^4}{8 \eta L} \int_0^L \left(P \frac{dP}{dx} \right) dx$$

$$\langle Q \rangle = -\frac{\pi R^4}{8 \eta L} \int_{P_1}^{P_2} P dP$$

$$\langle Q \rangle = -\frac{\pi R^4}{8 \eta L} \left[\frac{P^2}{2} \right]_{P_1}^{P_2} = -\frac{\pi R^4}{16 \eta L} (P_2^2 - P_1^2)$$

$$\langle Q \rangle = -\frac{\pi R^4}{8 \eta L} (P_2 - P_1)(P_2 + P_1)$$

$$\langle Q \rangle = \frac{\pi R^4}{16 \eta L} (P_1 + P_2) (P_1 - P_2)$$

temos:

$$\langle Q \rangle = \frac{\pi R^4}{16 \eta L} 2P (P_1 - P_2)$$

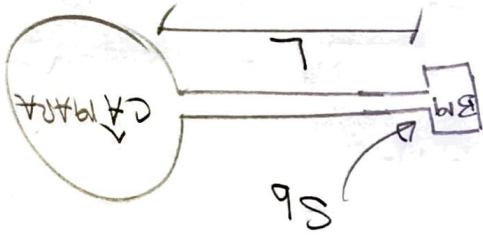
Substituído os valores $C_{N_2} = 12(2,5)^3 = 2,3 \text{ g/s}$

② No regime molecular $C_{N_2} = 12D^3 \text{ (g/s)}$

$N_2 \quad T = 300K$

Qual a velocidade de bombearamento efetiva (Set) ?

$S = 60 \text{ e/min} = 1 \text{ g/s}$
 $L = 80 \text{ cm}$
 $D = 1'' = 2,5 \text{ cm}$



Lista 2 ex 17.

$P = \frac{P_1 + P_2}{2}$

$P \text{ (Torr)}$
 $D \text{ (cm)}$

$C_{N_2} \approx 180 D^4 P$

Para N_2 , $T = 293K$ e $\eta = 175 \mu \text{ Poise}$

Veja que neste caso a condutância DEPENDE da Pressão.

$C = \frac{\pi D^4 P}{128 \eta L}$

$C = \frac{\pi R^4 P}{8 \eta L}$

Mas, $Q = C \Delta P$, então

⑥

$D = 2R$

lembrando $S_{ef} = S_b \cdot C = \frac{1 \times 2^3}{1+2^3} = 0,78/s$

$$C_{N_2 \text{ viscoso}} = \frac{180 D^4}{L}$$

$DP \leq 10^{-2}$ cm Torr → Regime molecular
 $DP \geq 1$ cm Torr → Regime viscoso

condições limite, raras

$$C_{N_2 \text{ viscoso}} = \frac{180 D^3 DP}{L}$$

$$C_{N_2 \text{ viscoso}} = \frac{180 D^3 \cdot 1}{L} = 35 \text{ r/s}$$

Não é como $S_{ef} = S_b \cdot C \sim S_b = 1,8/s$

COMPARANDO CONDUTANÇAS

$$\frac{C_{\text{viscoso}}}{C_{\text{molecular}}} = \frac{180 D^3 DP}{L} \cdot \frac{L}{12 D^3} \approx 15 //$$

No início do bombardeio as condutâncias são iguais!!

i.e. as impedâncias são iguais!

Condutância dependente do gás

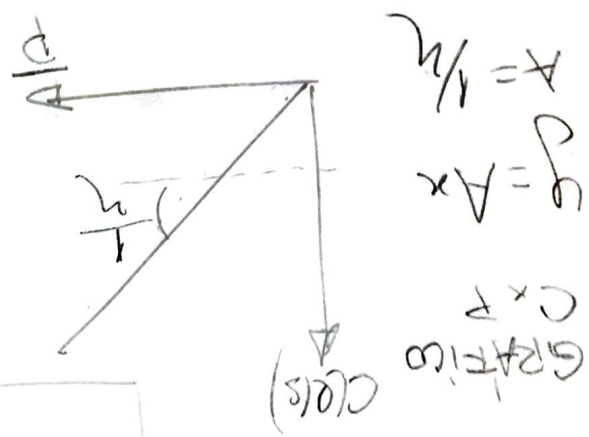
(7)

No regime viscoso

$$C = \frac{1}{4} \pi \bar{D} \bar{v}$$

gases diferentes \bar{v} diferentes

Podem extrair o valor de viscosidade de um gás experimentalmente a partir do gráfico.



$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$n = \frac{P}{kT}$$

$$\eta = \frac{nm\bar{v}\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{1}{n} = \frac{kT}{\sqrt{2}n\sigma^2}$$

$$\lambda = 2,3 \times 10^{-20} \frac{1}{\sigma^2}$$

Para T em K
 σ em cm
 P em $Torr$

CGS } 1 Poise = 1g / (cm s) = dina s / cm²
 SI } 10 Poise = 1kg / (m s) = Pa s

$$\eta = \frac{nm\bar{v}\lambda}{2} = \frac{P}{kT} \frac{m}{2} \frac{kT}{\sqrt{2}n\sigma^2} = \frac{m\bar{v}}{2\sqrt{2}n\sigma^2}$$

$$\eta = \frac{m\bar{v}}{2\sqrt{2}n\sigma^2} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m\bar{v}}{n\sigma^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m\bar{v}}{\frac{P}{kT}}$$

$$\lambda = 5 \times 10^{-3} (cm) \quad P (Torr)$$

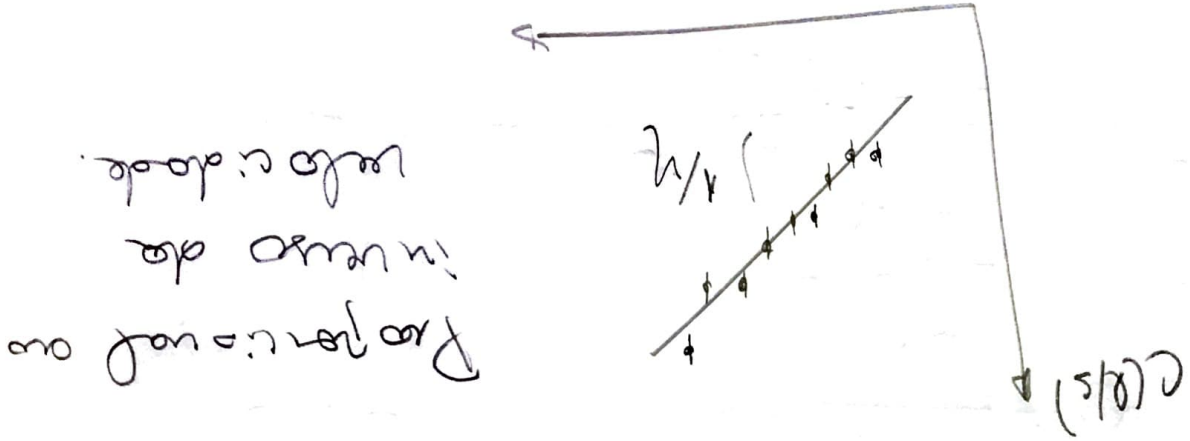
gas
 N₂
 O₂
 Ar
 H₂
 He
 H₂O

Tabela $\eta, c_{gas}/c_{N_2}$
 η (µPa a 20°C)

gas	η (µPa a 20°C)	c_{gas}/c_{N_2}
N ₂	175	1
O ₂	203	0,86
Ar	182	0,96
H ₂	88	2
He	196	0,89
H ₂ O	94	1,9

$$C_{visc} = \frac{\pi}{D^4} \frac{L}{\eta} \frac{1}{p}$$

É possível medir η no laboratório



Regime Intermediário

8

$$|k^2 < DP < 1$$

$$C_i = C_v + a C_m$$

$$f(x) = a + bx$$

C_i = condutância no regime intermediário
 C_v = condutância no regime viscoso
 C_m = condutância no regime molecular

$$a = 1 + \left(\frac{m}{kT}\right)^{1/2} \overline{DP}$$

$$1 + 1,24 \left(\frac{kT}{m}\right)^{1/2} \overline{DP}$$

$$\eta \sim \lambda P \sqrt{\frac{2m}{kT}}$$

$$\eta = m \overline{v} \lambda, \quad n = \frac{P}{kT}, \quad v = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$\eta = \frac{P}{kT} m \lambda \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = P \lambda \sqrt{\frac{2m}{\pi kT}}$$

$$a = \frac{1 + 1,25 \frac{\lambda}{D}}{1 + 1,55 \frac{\lambda}{D}}$$

Equações Aproximadas

$$C_I = C_m \left(0,0736 D \frac{\lambda}{D} + 1 \right)$$

$$\bar{\lambda} = 5 \times 10^{-3} (C_m)$$
$$\bar{p} (Torr)$$