lista 2

artigo do prof. Helcio Onusic

J. Vac. Sci. Technology 14(2) (1980) 661.

Resumo da aula passada

CÁLCULO DE CONDUTÂNCIAS NO REGIME MOLECULAR ($\lambda >> D$)

① Condutância de um orifício

$$Q = P\frac{\Delta V}{\Delta t} = kT\frac{\Delta N}{\Delta T} \qquad \boxed{Q = C\Delta P}$$

$$C = 3{,}64\left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} A \; [l/s] \Longrightarrow \boxed{C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}}$$

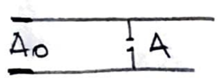
dependência com T e M.

para $T = 293\,K$ e N_2, vem:

$$C_{N_2} = 12A \; [l/s] \qquad \left\{ \begin{array}{l} A\,[cm^2] \\ C\,[l/s] \end{array} \right.$$

ORIFÍCIO CIRCULAR $\boxed{C_{o_{N_2}} = 9D^2}$ D [cm], C_o [l/s]

② Condutância de um diafragma



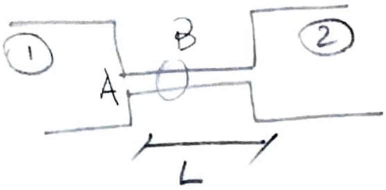
$$C_{ef} = 12A\left(\frac{A_o}{A_o - A}\right)$$

$$C_{ef} = 9D^2\left(\frac{D_o^2}{D_o^2 - D^2}\right)$$

Estudo de casos

$$\left\{ \begin{array}{lll} A << A_o & C_{ef} \sim C_A & \\ A \sim A_o & C_{ef} \sim \infty & \\ A = \frac{A_o}{2} & C_{ef} = 2C_A & \text{efeito diafragma} \end{array} \right.$$

③ Condutância de um tubo



$$\boxed{C = \frac{16}{3} K \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \frac{A^2}{BL}}$$

K = 1 para tubos cilíndricos

$$\boxed{C = \frac{4}{3} \bar{v} \frac{A^2}{BL}}$$

$$\boxed{C = \frac{\pi}{12} v \frac{D^3}{L}}$$

Para N_2 e $T = 293\,K$ num tubo cilíndrico

$$\boxed{C_{air} = \frac{12 D^3}{L}}$$

D (cm)
L (cm)
C (l/s)

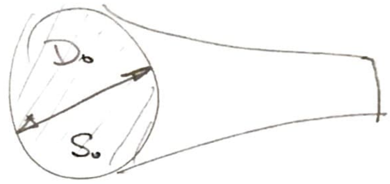
④ Cálculo da condutância de tubos

- quadrado
- retangular
- elíptico
- triangular

Expressão Geral

$$\boxed{C = \frac{4}{3} K \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A^2} dl}}$$

Regime Molecular - Vuvuzela ②



$$\boxed{S = S_o\, e^{-\beta x}}$$

área $A = \frac{\pi D^2}{4} = \pi D_o^2 e^{-\beta x}$

perímetro $B = 2\pi R = \pi D$

$$\left\{ \begin{array}{l} D^2 = D_o^2 e^{-\beta x} \\ D = D_o e^{-\frac{\beta x}{2}} \end{array} \right.$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \qquad A^2 = \frac{\pi^2 D^4}{16} \implies \frac{B}{A^2} = \frac{\pi D}{\frac{\pi^2 D^4}{16}} = \frac{16}{\pi D^3}$$

Equação Geral

$$\boxed{C = \frac{4}{3} k \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B\,dl}{A^2}}}$$

$$I = \int_0^L \frac{B\,dl}{A^2} = \int_0^L \frac{16}{\pi D^3}\,dx = \frac{16}{\pi}\int_0^L D^{-2} D^{-1}\,dx$$ substituindo D

$$I = \frac{16}{\pi}\int_0^L \left(D_o^{-2} e^{+\beta x}\right)\left(D_o^{-1} e^{+\frac{\beta x}{2}}\right)dx$$

$$I = \frac{16}{D_o^3 \pi}\int_0^L e^{\frac{3}{2}\beta x}\,dx = \frac{16}{D_o^3 \pi}\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{\beta}\, e^{\frac{3}{2}\beta x}\Big|_0^L =$$

$$I = \frac{32}{3}\,\frac{1}{D_o^3 \pi \beta}\left[e^{\frac{3}{2}\beta L} - e^0\right] = \frac{32}{3\pi D_o^3 \beta}\left[e^{\frac{3}{2}\beta L} - 1\right]$$

substituindo na eq. geral

$$C = \frac{4}{\cancel{3}} k\, \bar{v}\, \frac{\cancel{3}\pi D_o^3 \beta}{32}\left[e^{\frac{3}{2}\beta L} - 1\right]^{-1}$$

$$\therefore \boxed{C = \frac{k \bar{v} \pi D_o^3 \beta}{8}\left[e^{\frac{3}{2}\beta L} - 1\right]^{-1}}$$

Para $\beta \to 0$, temos:

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{K \bar{v} \pi \beta D_o^3}{8} \left[e^{\frac{3}{2}\beta L} - 1 \right]^{-1}$$

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{K \bar{v} \pi D_o^3}{8} \left[\frac{\beta}{e^{\frac{3}{2}\beta L} - 1} \right]$$ Regra de L'Hopital

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{K \bar{v} \pi D_o^3}{8} \left[\frac{1}{\frac{3}{2} L e^{3/2 \beta L}} \right] = \frac{K \bar{v} \pi D_o^3 2}{8 \times 3 L}$$

$$\boxed{C = \frac{K \bar{v} \pi D_o^3}{12 L}}$$

Para um tubo circular $K = 1$

então $$\boxed{C = \frac{\bar{v} \pi D_o^3}{12 L}}$$ Expressão para o tubo circular.

Como $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ para $T = 20°C$ e N_2, $M = 28$ uma

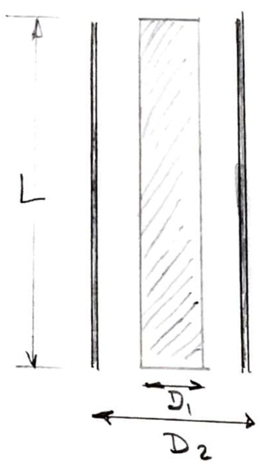
$$\bar{v} = 14550 \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} \frac{cm}{s} = 14550 \left(\frac{293}{28}\right)^{1/2} \frac{cm}{s} = 47070 \frac{cm}{s}$$

então $$\boxed{C = \frac{\pi}{12 L} (47070) \frac{D_o^3}{L} \frac{cm^3}{s}}$$

$$C = 12300 \frac{D_o^3}{L} \frac{cm^3}{s}$$

$$\therefore \boxed{C = 12 \frac{D_o^3}{L}} \quad [l/s]$$

Condutância de um duto anular



Regime Molecular

hipótese de Knudsen

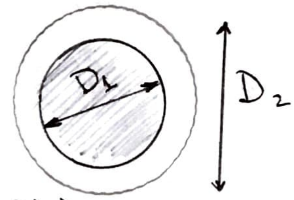
$$P_{transmissão} \propto \frac{A}{BL}$$

$$\boxed{C = \frac{4}{3} k \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B\,dl}{A^2}}}$$ Equação Geral

Para uma seção reta constante $$\boxed{C = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{A^2}{BL}}$$

Superfície de um duto anular

$$\begin{cases} BL = \pi D_1 L + \pi D_2 L = \pi L (D_1 + D_2) \\ A = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) \end{cases}$$



$$C = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{A^2}{BL} = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{\pi^2}{16} \frac{(D_2^2 - D_1^2)^2}{\pi L (D_1 + D_2)}$$

lembrando que $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$, temos

$$C = \frac{k \bar{v}}{12} \frac{\pi}{L} \frac{[(D_1 + D_2)(D_2 - D_1)]^2}{D_1 + D_2}$$

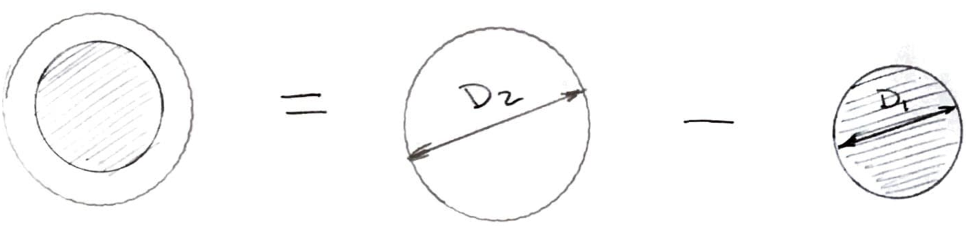
Para $T = 20°C$, N_2, $\bar{v} = 47070$ cm/s

$$\boxed{C = \frac{12 k}{L} (D_1 + D_2)(D_2 - D_1)^2 \quad l/s}$$

equação (I)

Maneira alternativa de fazer o cálculo

H. Ounsic J. Vac. Sci. Tech. 14(2) (1980) 661



Partindo da condutância de um duto circular

$$C = \frac{12D^3}{L}, \text{ então:}$$

$$C_T = \frac{12D_2^3}{L} - \frac{12D_1^3}{L} = \frac{12}{L}(D_2^3 - D_1^3) \times H \qquad \text{equação (II)}$$

Como equação I = equação II, temos:

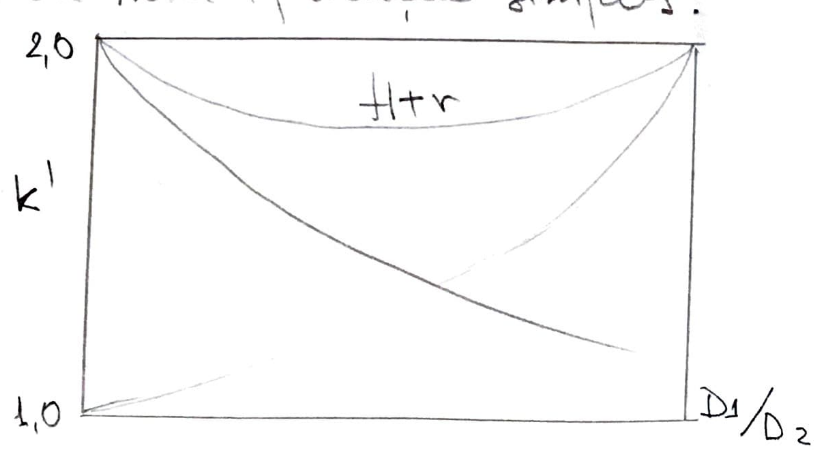
$$H = (1-r^2)(1+r+r^2)^{-1}K' \qquad \text{onde } r = D_1/D_2$$

Como $H + r \sim 1{,}0$ então $\boxed{H = 1 - \frac{D_1}{D_2}}$

$$\therefore \boxed{C = \frac{12}{L}(D_2^3 - D_1^3)\left(1 - \frac{D_1}{D_2}\right)}$$

Equação mais prática por ser resultante da subtração e usa um fator de multiplicação simples.

Slide



Lista 2 - ex 16 ④

Calcular a condutância para $T = -196°C$ (N_2 líquido)

$C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$ T_{N_2} líquido $= -196°C$
$= 77 K$

$\frac{C_1}{C_2} \propto \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{77}{293}} = 0,5$

alteração na condutância ao utilizar N_2 líquido

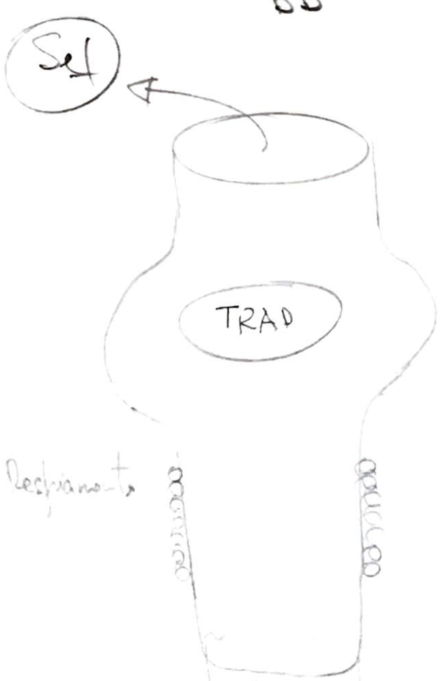
Bombo Difusora

(A) Qual a velocidade de bombeamento de uma bomba difusora de 4" (~10 cm)

$$S_{BD} \sim 50\% \, C_{orifício} = 50\% \, 9D^2 = 4,5 D^2$$

$$\boxed{S = 450 \, l/s}$$

(B) Qual a velocidade de bombeamento efetiva (S_{ef}) ao se colocar uma armadilha de nitrogênio líquido com condutância da mesma ordem de grandeza da S_{BD}?



$C_{trap} \sim 450 \, l/s$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C}$$

Essa equação só é válida quando o throughput é constante.

Calculando

$$S_{ef} = \frac{450 \times 450}{450 + 450} = 225 \ l/s$$

A velocidade de bombeamento cai pela metade

$$\underset{300K}{C_{TRAP}} \sim 450 \ l/s \longrightarrow \underset{77K}{C_{TRAP}} \sim 0{,}5 \times 480 = 230 \ l/s$$

Neste caso, temos:

$$S_{ef} = \frac{450 \times 230}{450 + 230} = 150 \ l/s$$

Redução de 1/3 do valor inicial.

$$\begin{cases} S_{inicial} = 450 \ l/s \\ S_{ef}\ (300K) = 225 \ l/s \\ S_{ef}\ (77K) = 150 \ l/s \end{cases}$$

Ao colocar N_2 líquido no "trap" a velocidade de bombeamento cai de 225 l/s para 150 l/s, mas a pressão não aumenta, na verdade a pressão diminui!!

A armadilha de N_2 líquido aprisiona o vapor d'água e moléculas do ar e evita o "backstreaming"

A armadilha de N_2 líquido funciona como uma outra bomba de vácuo.

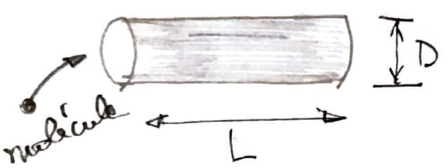
Bomba criogênica

lista 2 - ex. 18

S. Dushman propôs que a condutância de um duto pode ser descrita como a associação em série de um orifício com a condutância de um duto.

Obtenha a expressão para a condutância nesse caso.

Considere N_2 a $T = 300\,K$ no regime molecular.



Primeiro a molécula deve encontrar a abertura do tubo e depois atravessá-lo

$$P_{\text{transmissão}} \quad A \times \frac{1}{BL}$$

$$Z_{total} = Z_{orifício} + Z_{duto}$$

$$\frac{1}{C_{Total}} = \frac{1}{C_o} + \frac{1}{C_{tubo}} \qquad \begin{cases} C_o = 9D^2 \\ C_{tubo} = \dfrac{12D^3}{L} \end{cases}$$

então: $$\frac{1}{C_{TOTAL}} = \frac{1}{9D^2} + \frac{1}{\frac{12D^3}{L}} = \frac{12D^3 + L\,9D^2}{9D^2 \times 12D^3}$$

$$C_{TOTAL} = \frac{12D^3}{L}\left[\frac{9D^3}{9D^2 + \frac{12D^3}{L}}\right]$$ multiplicando e dividindo por $3D^2$, temos:

$$C_{TOTAL} = \frac{12D^3}{L}\left[\frac{3}{3 + \frac{4D}{L}}\right] = 12D^3\left[\frac{3 + \frac{4D}{L}}{3}\right]^{-1}$$

$$\therefore \boxed{C_{Total} = C_{TUBO}\left[1 + \frac{4}{3}\frac{D}{L}\right]^{-1}}$$

No caso de tubos longos $L >> D$

$$\boxed{C_{TOTAL} = C_{TUBO}}$$

No caso de $L << D$

$$C_{TOTAL} \sim C_{TUBO} \frac{3L}{4D} = \frac{12D^3}{\cancel{L}} \frac{3\cancel{L}}{4D} = 9D^2 \equiv C_{orifício}$$

Reescrevendo em relação à condutância do orifício C_o, vem

αC_o onde α é uma proporção:

$$\alpha C_o = C_{TOTAL} = \frac{12D^3}{L}\left[1 + \frac{4}{3}\frac{D}{L}\right]^{-1}$$

$$\alpha = \frac{12D^3}{L}\left(1 + \frac{4}{3}\frac{D}{L}\right)^{-1} \times \frac{1}{9D^2} \rightarrow C_o$$

$$\alpha = \frac{12\cancel{D^3}}{L}\left(\frac{1}{1+\frac{4}{3}\frac{D}{L}}\right) \times \frac{1}{9\cancel{D^2}} = \frac{4}{3}\frac{D}{L}\left[\frac{1}{1+\frac{4}{3}\frac{D}{L}}\right]$$

$$\alpha = \frac{4}{\cancel{3}}\frac{D}{\cancel{L}}\left[\frac{\cancel{3L}}{3L+4D}\right] = \frac{4D}{3L+4D} = \frac{1}{1+\frac{3L}{4D}}$$

$$\begin{cases} \text{para } L >> 1 & \alpha = \frac{4D}{3L} \\ \text{para } L << 1 & \alpha = 1 \end{cases}$$