AULA 6

Ciência e Tecnologia do vácuo

- 2020 -

lista 2

Resumo da aula anterior

$$\nu = \frac{1}{4} n \bar{v} = \frac{\text{nº de partículas}}{\text{área} \quad \text{tempo}} \qquad \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \; ; \quad n = \frac{P}{kT}$$

$$\boxed{\nu = \frac{3{,}5 \times 10^{22}}{(MT)^{1/2}} P(\text{Torr})} \qquad \frac{\text{moléculas incidentes}}{cm^2 \quad s}$$

Slide - $\boxed{\tau = \frac{2{,}7 \times 10^{-6}}{P(\text{Torr})}}$ tempo de formação de uma monocamada.

- Cálculo de $N_s \equiv N_v$

$$P = \frac{12kT}{\pi R_0 \delta^2} \qquad \begin{cases} \delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8} \text{ cm} \\ k = 10^{-19} \frac{\text{Torr cm}^3}{K} \end{cases}$$

$N_s \equiv N_v$ para $P \sim 10^{-2}$ Torr

- VISCOSIDADE

$$\boxed{\eta = \frac{1}{3} \lambda n m \bar{v}}$$

- Regimes de escoamento

$$\begin{cases} \text{Regime viscoso} \quad (\lambda \ll D) \\ \quad - \text{fluxo turbulento} \\ \quad - \text{fluxo laminar} \\ \text{Regime intermediário} \\ \text{Regime molecular} \quad (\lambda \gg D) \end{cases}$$

nº de Reynolds

$$\boxed{Re = \frac{\rho v P}{\eta}}$$

$Q > 200\,D$ (cm) turbulento
$Q < 100\,D$ (cm) laminar

$[Q] = \left[\frac{\text{Torr}\ \ell}{s}\right]$

nº de Knudsen

$$\boxed{N_K = \frac{\lambda}{D}}$$

$DP \geq 1$ viscoso
$DP \leq 10^{-2}$ Molecular
$10^{-2} < DP < 1$ intermediário

EXEMPLOS

bancadas 1 e 2 do lab. $P = 10^{-2}$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10^{-1}$ cmTorr
INTERMEDIÁRIO

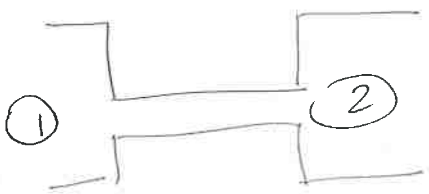
$P = 1$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10$ cmTorr
VISCOSO

bancada 3 do lab. $P = 10^{-6}$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10^{-5}$ cmTorr
Molecular

Fluxo Molecular

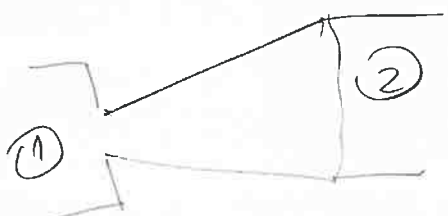
Probabilidade de Transmissão

$\boxed{N_0 \times P_{1-2}}$



caso simétrico

$1 \to 2$ e $2 \to 1$ são iguais



caso assimétrico

$1 - 2$ e $2 \to 1$ também são iguais

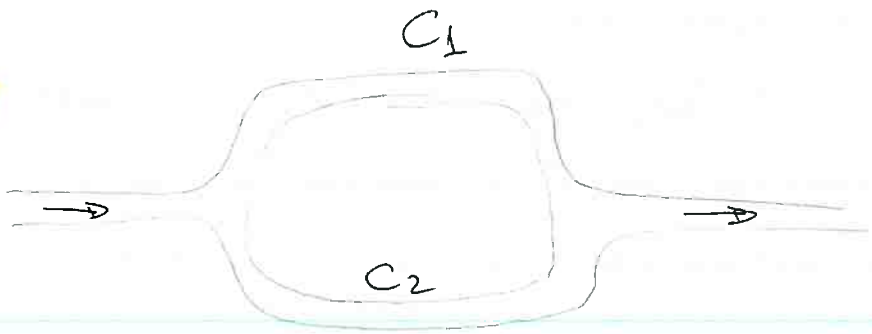
argumento

sem bombeamento $\boxed{P_1 = P_2}$

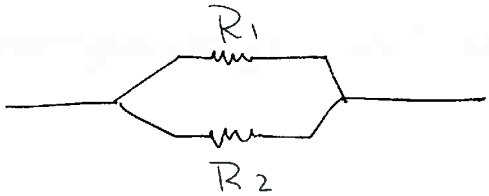
Condutâncias

inverso da impedância

Paralelo



Analogia

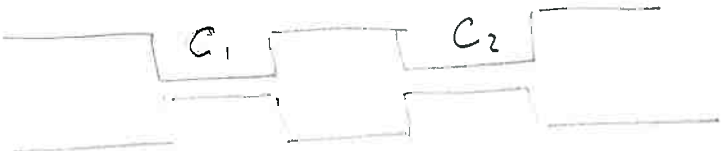


$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Para tubos no regime molecular

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \equiv \boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$$

Série



Analogia

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Para tubos no regime molecular

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

Aula de hoje

Regime molecular

— bomba difusora (bancada 3)

1. condutância de um orifício
2. condutância de um diafragma
3. Duto circular
4. Duto com seção reta retangular.

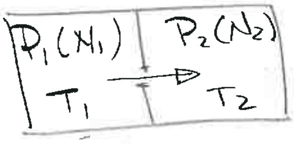
Leitura recomendada

The ultimate vacuum
D.A Redhead

Vacuum 53 (1999) 137-149

Condutância de um orifício

Regime molecular



As dimensões da câmara de vácuo devem ser bem maiores do que o orifício.

Suposição: As moléculas colidem apenas com as paredes da câmara

fluxo de gás (throughput)

lembrando $\boxed{PV = NkT}$

$$Q = P\frac{dV}{dt} = kT\frac{dN}{dT} \quad \text{e} \quad \boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}} \quad \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área} \quad \text{tempo}}$$

$\frac{dN}{dt} = \nu A$, então:

$$Q = kT\nu A = kT\left(\frac{1}{4} n\bar{v}\right)A \qquad \text{como } \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\,;\; n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

$$Q = \cancel{kT}\,\frac{1}{4}\,\frac{P}{\cancel{kT}}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\,A \Longrightarrow Q = PA\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

$$\boxed{Q_T = Q_1 - Q_2 = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1 - P_2)}$$

O que nos interessa é o fluxo de massa total que é exatamente dado pela diferença entre os dois compartimentos

$$\boxed{Q_T = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1 - P_2)}$$

mas $Q = C\Delta P$, por definição, então:

$$\boxed{C = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$$ condutância de um orifício !!

Reescrevendo $$\boxed{C = 3{,}64\left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} A \ \ell/s}$$

Para N_2, $T = 20°C$ ($T = 293\,K$)

$$\boxed{C_{N_2} \simeq 12A \ \ell/s}$$ A (cm^2)
C (ℓ/s)

- Para um orifício circular

$$A = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}, \text{ então:}$$

$$C_{o_{N_2}} = \frac{12\pi D^2}{4} \simeq 9D^2$$

$$\boxed{C_{o_{N_2}} = 9D^2}$$ D (cm)
C_o (ℓ/s)

Nota-se que $C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$

- No regime molecular a condutância <u>NÃO</u> depende da pressão

- Quanto maior a temperatura, maior a condutância

- Quanto menor a temperatura, menor a condutância

- A condutância é inversamente proporcional à massa molar.

Condutância de um diafragma

— Condutância de orifícios com áreas distintas ligados por um tubo de comprimento L.

$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$

Considerando a impedância na direção 1 para 2

A molécula deve encontrar o orifício do tubo e depois vencer a superfície do tubo

$$Z_{12} = Z_{A_0} + Z_L + Z_{eff}$$

Na direção $2 \rightarrow 1$

$$Z_{21} = Z_A + Z_L$$

Sabendo que $Z_{12} \equiv Z_{21}$ e supondo que o sistema esteja sendo bombeado e que se estabeleça um fluxo de massa.

Com as bombas de vácuo desligadas, as pressões P_1 e P_2 devem se igualar, logo $Z_{21} \equiv Z_{12}$

então:

$$Z_{A_0} + \cancel{Z_L} + Z_{ef} = Z_A + \cancel{Z_L}$$

$$\therefore \boxed{Z_{ef} = Z_A - Z_{A_0}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{C_{ef}} = \frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A_0}} \Longrightarrow \boxed{C_{ef} = C_A \frac{C_{A_0}}{C_{A_0} - C_A}}$$

Sabendo que p/ N_2 a $T = 20°C$

$C_0 = 12A = 9D^2$, então:

$$C_{ef} = 12A \left[\frac{A_0}{A_0 - A} \right]$$ ou

$$C_{ef} = 9D^2 \left[\frac{D_0^2}{D_0^2 - D^2} \right]$$ expressão equivalente

Estudo de casos

CASO 1 PARA $A \ll A_0$

$C_{ef} = 12A$ ou $C_{ef} = 9D^2$

i.e $\boxed{C_{ef} = C_A}$

CASO 2 PARA $A \sim A_0$

$C_{ef} \to \infty$ i.e $\boxed{Z_{ef} = 0}$

CASO 3 Para $A = \frac{A_0}{2}$

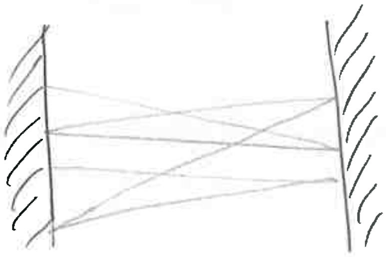
$\boxed{C_{ef} = 2C_A}$ efeito diafragma

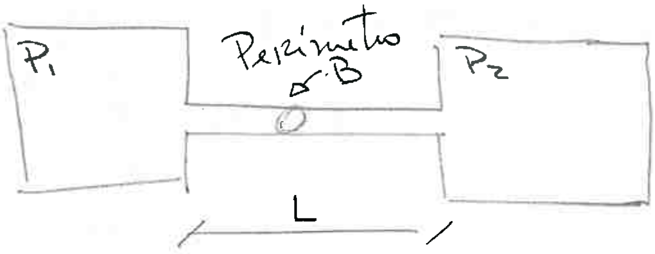
Condutância de um tubo circular

Regime molecular - Deduzido por Knudsen.

No regime molecular as moléculas descrevem trajetórias em linha reta aleatórias entre as paredes

$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$ $\frac{\text{moléculas}}{\text{area tempo}}$





Nem todas as moléculas que penetram no tubo conseguem chegar do outro lado.

$\Rightarrow$ A transmissão não é 100%

Hipótese de Knudsen

$$\boxed{P_{\text{transmissão}} \propto \frac{A}{BL}}$$

Algumas moléculas vão p/ frente e outras voltam.

A probabilidade de transmissão é proporcional à seção reta (área) e inversamente proporcional à area da superfície do tubo

$$\begin{cases} A \equiv \text{area} \\ B = \text{Perimetro} \\ L = \text{comprimento do tubo} \end{cases}$$

Ref. A. Roth pag 82-85 seção 3.3.3.

Condutância $C \propto N_{\text{moléculas}} \times P_{\text{transmissão}}$

$N_{\text{moléculas}} \propto Q$ (proporcional ao throughput)

$$Q = P\frac{\Delta V}{\Delta t} = kT\frac{\Delta N}{\Delta t}$$ $$\boxed{\frac{dN}{dt} = \nu A}$$

lembrando $\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}$

$$Q = kT\nu A = kT\frac{1}{4} n \bar{v} A$$

substituindo $\left\{ \begin{array}{l} \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \\ n = \frac{P}{kT} \end{array} \right.$

$$Q = \cancel{kT}\frac{1}{4}\frac{P}{\cancel{kT}}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\, A$$

$$\therefore \boxed{Q = PA\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$$

então $\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = P_1 A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \\ Q_2 = P_2 A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \end{array} \right.$ área do tubo é constante

Lembrando da hipótese de Knudsen, temos:

$$P_{\text{transmissão}} \propto \frac{A}{BL}$$

Sendo $C \propto P_{\text{transmissão}} \times N_{\text{moléculas}}$

e $N \propto Q$, vem

$$Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1 - P_2)\,A \times \frac{A}{BL}$$

$$\boxed{Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1 - P_2)\,\frac{A^2}{BL}}$$

Nessa equação temos que incluir uma constante de proporcionalidade devido à correção de velocidades $\boxed{\frac{16}{3}K}$

$$Q = C\Delta P = C(P_1 - P_2)$$

$$\boxed{C = \frac{16K}{3}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,\frac{A^2}{BL}}$$ Equação Geral

- Para tubos cilíndricos $K = 1$
- Para tubos de seção reta retangular, o fator K depende da relação entre os lados (b/a)

Como $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$, então:

$$\boxed{C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{A^2}{BL}}$$

para um tubo, temos

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$B = 2\pi R = \pi D$$

logo $$\boxed{C = \frac{\pi}{12}\,\bar{v}\,\frac{D^3}{L}}$$

Influência da TEMPERATURA na condutância

$$C \propto \bar{v} \qquad \bar{v} \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1/2} \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{1/2}$$

$\boxed{\begin{array}{c} N_2 \text{ líquido} \\ T_0 = 77\,K \end{array}}$

Para $T_1 = 293\,K$ e $T_2 = 77\,K$

$$C = \sqrt{\frac{293}{77}} \sim 2 \qquad \underline{\text{Fator } 2}$$

i.e. ao se colocar N_2 líquido, a condutância DIMINUI, mas a pressão também diminui.

---

condutância para N_2 em um tubo cilíndrico

$$\boxed{C = \frac{\pi}{12} \bar{v} \frac{D^3}{L}} \qquad \begin{array}{l} T = 300\,K \\ M = 28 \text{ u.m.a.} \end{array}$$

$$\bar{v} = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2} = \left(\frac{8RT}{\pi N_A m}\right)^{1/2} = \left(\frac{8R}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{C = 3{,}8 \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} \frac{D^3}{L}}$$

Roth pag 84

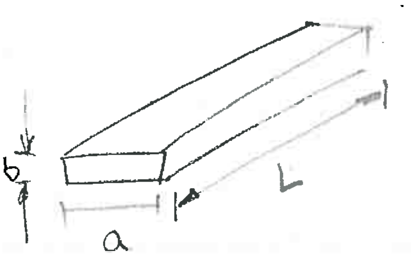
Para $T = 293\,K$ e $M = 28$

$$\boxed{C_{AIR} = 12 \frac{D^3}{L}}$$

D (cm)
L (cm)
C (l/s)

Independe da Pressão

Condutância de um duto retangular



$\underline{b < a}$

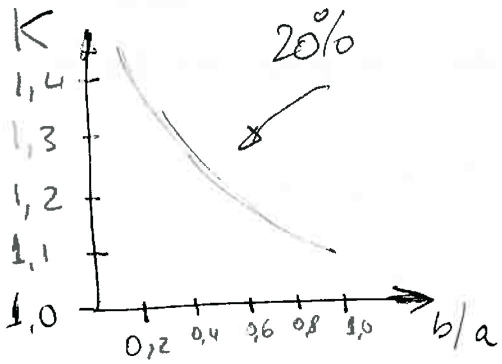
$$\begin{cases} A = a \cdot b \\ B = 2(a+b) \quad \text{perímetro} \end{cases}$$

Sendo $$\boxed{C = \frac{4}{3}\bar{v}\frac{A^2}{BL}K}$$

$$C = \frac{4}{3}\bar{v}\frac{(ab)^2}{2(a+b)L}K = \frac{2}{3}\bar{v}\frac{a^2b^2}{(a+b)L}K$$

Valores de K

Slide



Para $a = 2b$

correção de 20%

Estudo de casos

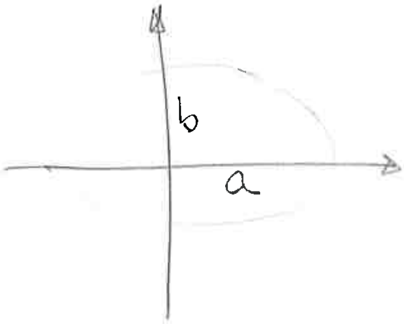
(a) Para $a \gg b$

$$\boxed{C = \frac{2}{3}\bar{v}\frac{ab^2}{L}}$$

b) Para $a = b$ quadrado

$$\boxed{C = \frac{1}{3}\,\bar{v}\,\frac{a^3}{L}}$$

c) Elipse semi eixos a e b



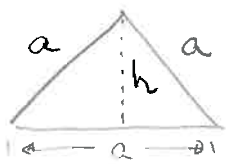
$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$$

$$\begin{cases} A = \pi a b \\ B = 2\pi \left(\dfrac{a^2+b^2}{2}\right)^{1/2} \end{cases}$$

$$\boxed{C = K\,\frac{2\sqrt{2}}{3}\,\frac{\pi}{L}\,\frac{a^2 b^2}{(a^2+b^2)^{1/2}}\,\bar{v}}$$

d) Tubo triangular (triângulo equilátero de lado a)

$K = 1{,}24$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \; ; \quad B = 3a$$

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

dedução $h^2 = \frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \therefore h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \therefore A = \frac{a}{2}\frac{h}{2}\times 2$

então $A = \frac{ah}{2} = \frac{a^2}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ c.q.d

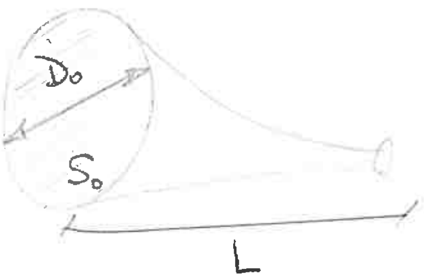
$$C = 0{,}413\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2}\frac{a^3}{L}$$ em CGS

$$\boxed{C \simeq 4{,}8\,\frac{a^3}{L}}$$

Equação Geral para o cálculo da condutância de tubos

$$\boxed{C = K \, \frac{4}{3} \, \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A} \, dl}}$$

Exemplo: <u>VUVUZELA</u> (próxima aula)



seção circular

$$\boxed{S = S_0 \, e^{-\beta x}}$$

$$0 < x < L$$

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4} D_0^2 \, e^{-\beta x}$$

$$\begin{cases} D^2 = D_0^2 \, e^{-\beta x} \\ D = D_0 \, e^{-\frac{\beta}{2} x} \end{cases}$$

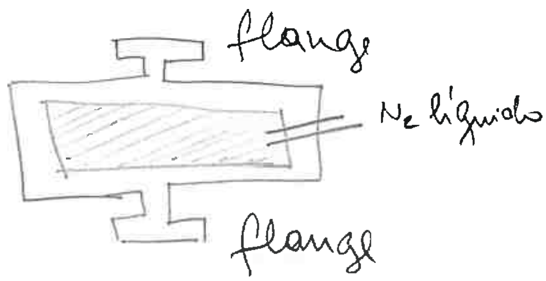
O problema se reduz ao cálculo da integral

$$\boxed{I = \int_0^L \frac{B}{A^2} \, dl}$$

Tarefa para o lar

Qual a expressão para o cálculo de condutância de um duto anular?

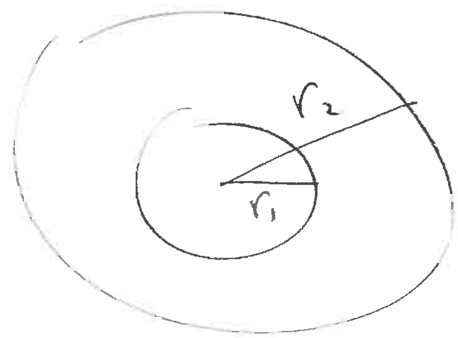
Armadilhas de N_2 são sempre no formato anular



As armadilhas são descritas como uma sucessão de impedâncias em série.

DUTO CIRCULAR

$$\begin{cases} C = 12A \\ A = \pi(r_2^2 - r_1^2) \end{cases}$$



A armadilha de N_2 líquido é colocada no sistema de vácuo para proteger a câmara da subida do vapor de óleo (backstreaming)

Bomba Difusora

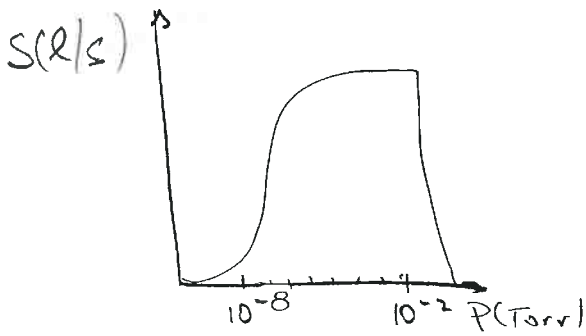
SLIDES - { bomba difusora
back streaming (vapor)
back migration (superfície)

A bomba difusora não consegue bombear mais do que o número de moléculas que passam pelo orifício (boca).

Velocidades supersônicas

As colisões das moléculas de óleo transmitem momento linear às moléculas do ar (500 uma x 28 uma)

As paredes são refrigeradas para ajudar na condensação do líquido.



Baffle = evita backstreaming
Trap (N_2 líquido) = também evita

- A condutância da bomba está relacionada com a velocidade de bombeamento.
- A velocidade da bomba depende do processo de bombeamento.
- Eficiência de bombeamento

$\varepsilon \sim 30\%$ a 40%

FATOR H

Fator H ou fator de velocidade de bombeamento é a razão entre a velocidade real de bombeamento e o máximo fluxo permitido.

Velocidade da bomba $\equiv$ 50% × condutância do orifício

$$S = 50\%\,(9D^2)$$

$$\therefore \boxed{S = 4{,}5\,D^2} \ \ell/s \qquad D\,(cm)$$

EXEMPLOS

Diametro	CATÁLOGO	CALCULADO
2"	90 l/s	115 l/s
4"	425 l/s	450 l/s
18"	10000 l/s	9300 l/s
52"	17000 l/s	18000 l/s

1" = 2,54 cm