AULA 10

2/04/20

- Lista 3

Resumo da aula anterior

Bombeamento no regime viscoso.

$$Q = -V\frac{dP}{dt} \qquad Q = C\Delta P \qquad C = \frac{\pi}{128\eta}\frac{D^4\bar{P}}{L} = E\bar{P}$$

$$S_{ef} = \frac{C\,S_b}{C+S_b} \qquad Q = P S_{ef} = P S_b E \bar{P} \qquad \bar{P} = \frac{P_1+P_2}{2}$$

$$\boxed{\frac{-V^2E}{S_b^2}\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + \frac{2V}{E}\left(\frac{dP}{dt}\right) + P^2 = 0}$$ Equação do 2º grau

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{E}\left[\frac{1}{P} - \frac{1}{P_i}\right] - \frac{1}{S_b}\left[\frac{((S_b/E)^2+P^2)^{1/2}}{P} - \frac{((S_b/E)^2+P_i^2)^{1/2}}{P_i}\right] +$$

$$+ \frac{1}{S_b}\left[\ln\frac{P_i + ((S_b/E)^2+P_i^2)^{1/2}}{P + ((S_b/E)^2+P)}\right]$$

SLIDE $[S_b \times t/V]$ Parâmetro geométrico

$$\frac{D^4}{L} = \frac{128\eta E}{\pi}$$

para $L \to 0\,cm$ $E \to \infty$ então

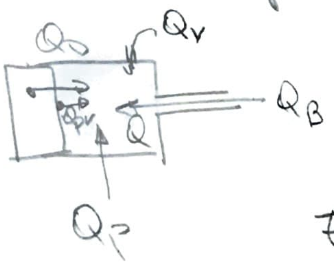
$$\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b}\ln\frac{P_i+P_i}{P+P} \Longrightarrow \boxed{\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b}\ln\frac{P_i}{P}}$$

$$\boxed{P = P_i\, e^{-\frac{S_b}{V}t}}$$

Bombeamento no Regime molecular

$DP \leq 10^{-2}$ Torr cm

fontes de gases



$$Q_G = Q_V + Q_{PV} + Q_D + Q_P$$

$$\boxed{Q_G = \sum Q_i}$$

Equação Geral

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum Q_i}$$

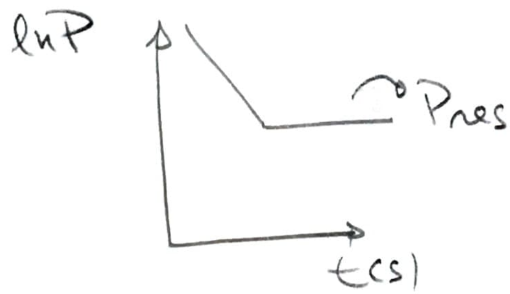
Depois de um longo tempo $\frac{dP}{dt} \to 0$ então $\boxed{PS = \sum Q_i}$

logo $\boxed{P_{res} = \frac{\sum Q_i}{S}}$

fontes de gases
X
Velocidade de bombeamento

Resolvendo a equação diferencial

$$\boxed{P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} + P_{res}}$$



Constante de bombeamento τ

$$\boxed{\tau = V/S}$$

$T_{1/2}$ $\quad P = \frac{P_0}{2}$

$$\frac{P_0}{2} = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} \equiv \frac{1}{2} = e^{-\frac{S}{V}t}$$

então $2^{-1} = e^{-\frac{S}{V}t} \Rightarrow -\ln 2 = -\frac{S}{V} t \overbrace{\ln e}^{=1}$

então $t = \frac{V}{S}\ln 2$

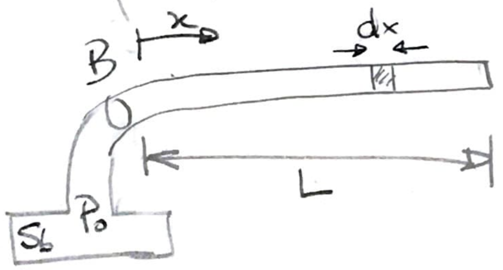
$$\boxed{T_{1/2} = \tau \ln 2}$$

Perfil da Pressão ao longo do tubo

A. Roth

Na condição estacionária $P_{res} = \dfrac{\sum_i Q_i}{S}$; $Q_G = \sum_i Q_i$

A condição estacionária é caracterizada por um gradiente de pressão ao longo do tubo.



Supondo uma bomba de vácuo bombeando um tubo longo, de condutância C, fechado na outra extremidade

Considerando q a taxa de desgaseificação $\left[\dfrac{Torr\,l}{s}\dfrac{1}{cm^2}\right]$

$-dQ = q\,B\,dx$ (I) B é o perímetro do tubo.

O sinal negativo indica que o fluxo de massa se desloca para os valores negativos de x.

O throughput que passa por um elemento de comprimento <u>dx</u> é dado por:

Como $Q = C\Delta P \Longrightarrow$ $\boxed{Q = C\,dP\,\dfrac{L}{dx}}$

Podemos escrever a relação:

$$\boxed{dQ = C\,L\,\frac{d^2P}{dx^2}\,dx} \quad \text{(II)}$$

$$\frac{d^2P}{dx^2} = \frac{dQ}{dx}\frac{1}{CL} \; ; \text{ mas } \frac{dQ}{dx} = -qB \quad \text{da equação (1)}$$

então $\boxed{\frac{d^2P}{dx^2} = -\frac{qB}{CL}}$ integrando em x

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{qBx}{CL} + k_1$$

Condição de contorno para calcular k_1

No final do tubo $\left.\frac{dP}{dx}\right|_{x=L} = 0$ em $x = L$

então $k_1 = \frac{qB}{C}$

logo $\frac{dP}{dx} = -\frac{qBx}{CL} + \frac{qB}{C}$ integrando novamente

$$P(x) = -\frac{qBx^2}{2CL} + \frac{qB}{C}x + k_2$$

outra condição de contorno que permite calcular k_2

Na boca do tubo $x = 0 \Longrightarrow P = P_0$

então $k_2 = P_0$

Mas, $Q = PS$ e $Q = qA$ área do tubo $\boxed{A = BL}$

então $P_0 = \frac{qA}{S}$, portanto:

$$\boxed{P_0 = \frac{qBL}{S_b}}$$

Então $P_x = qB\left[\dfrac{L}{S_b} + \dfrac{x}{C} - \dfrac{x^2}{2LC}\right]$

Portanto o perfil da pressão segue uma parábola com concavidade para baixo.

Os valores de pressão serão dados por:

$$P_x - P_0 = qB\left[\frac{x}{C} - \frac{x^2}{2LC}\right] \quad \text{pois} \quad P_0 = \frac{qBL}{S_b}$$

Para P_L, vem:

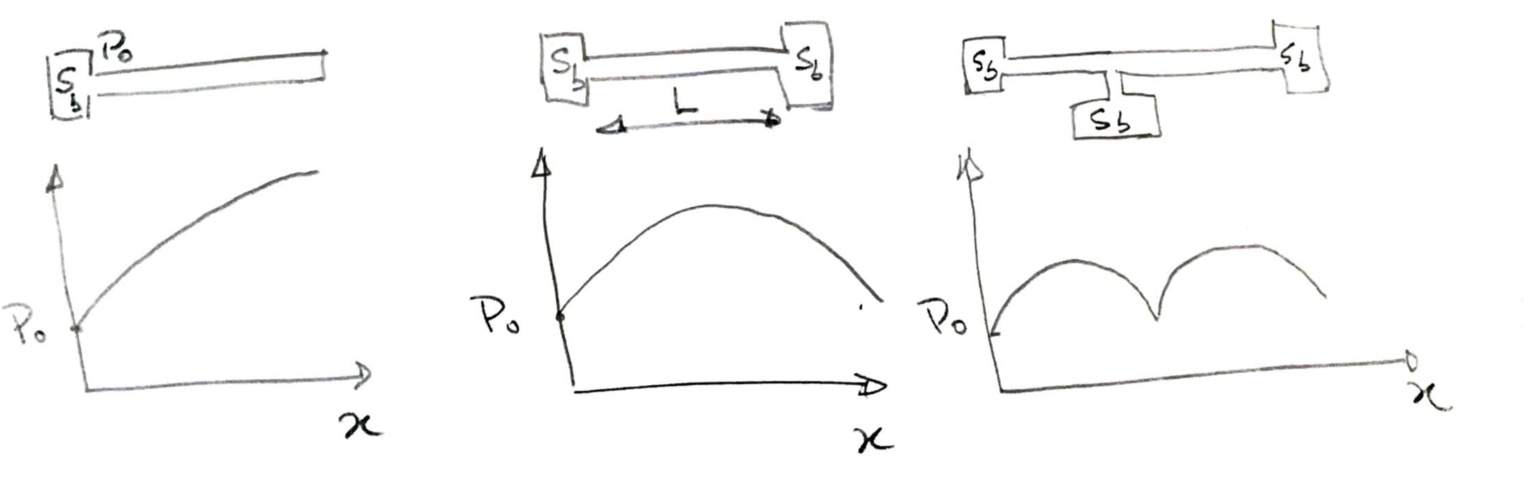
$$P_L - P_0 = qB\left[\frac{L}{C} - \frac{L^2}{2LC}\right] = \frac{qBL}{2C}$$

$$\therefore \boxed{P_L - P_0 = \frac{qBL}{2C}}$$

Independe da pressão

Devido a esse resultado, para se bombear tubos muito longos (aceleradores de partículas: Pelletron, GANIL, RHIC, LHC etc) deve-se colocar um grande número de bombas ao longo do tubo!

SLIDE



VAZAMENTOS

Técnicas de detecção

Tópicos a serem abordados:

(a) Vazamento real (cte)
(b) Vazamento virtual (depende do tempo)
(c) Dimensão dos vazamentos
(d) Fontes de gases
- Q permeação
- Q difusão
- Q desorpção térmica

Lembrando

Regime Viscoso ($\lambda << D$)

$$DP \geq 1 \text{ Torr cm}; \quad S_{ef} = \frac{S_b C_{vis}}{C_{vis} + S_b} \Rightarrow \boxed{S_{ef} \simeq S_b}$$

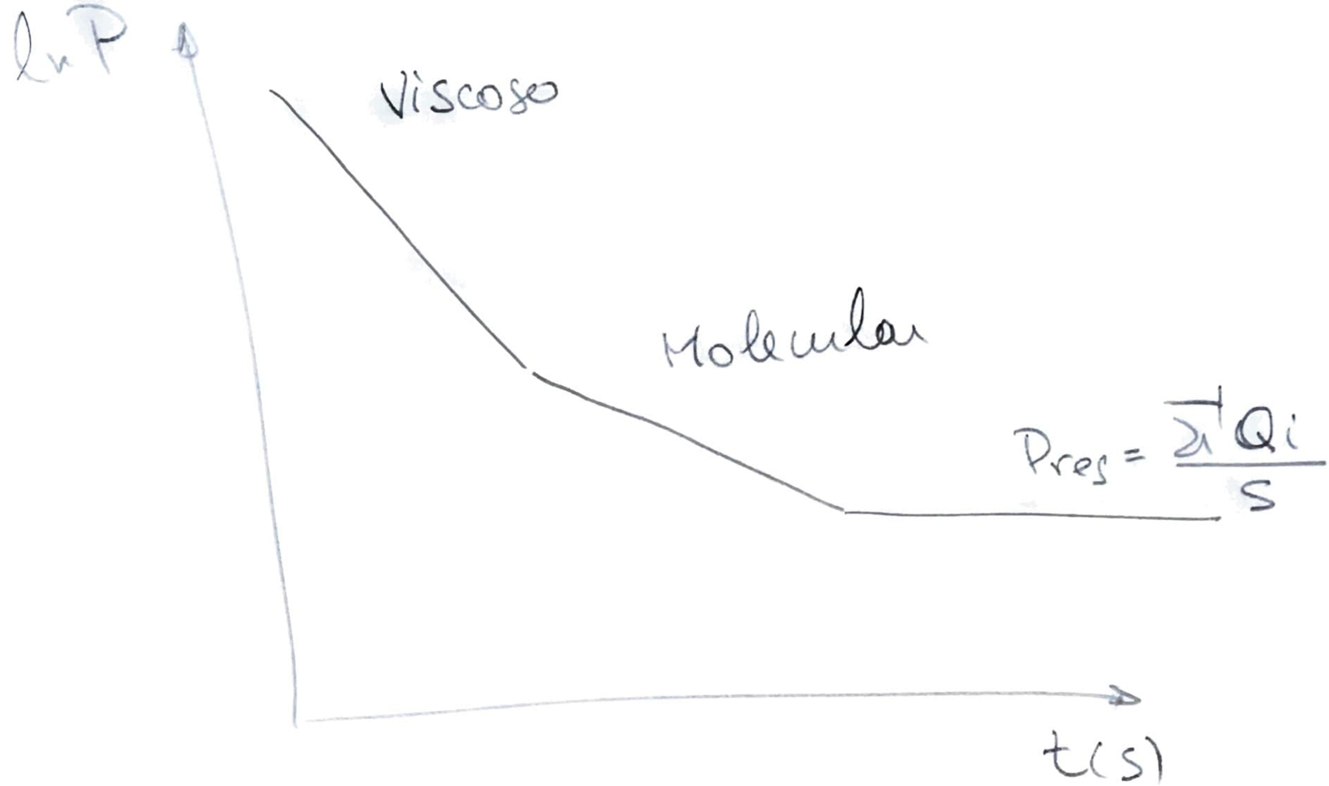
Regime molecular ($\lambda >> D$)

$$DP \leq 10^{-2} \text{ Torr cm} \qquad S_{ef} = \frac{S_b C_{mol}}{C_{mol} + S_b} \Rightarrow$$ depende da Condutância

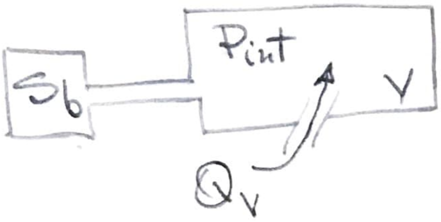
Como S_{ef} (Velocidade de bombeamento efetiva) muda com o regime de escoamento, então o gráfico mono-log que descreve P(t) deve apresentar duas retas com constantes de bombeamento (τ) diferentes.

$$\boxed{\tau = \frac{V}{S}}$$

$$\boxed{P = P_0\, e^{-t/\tau}}$$



VAZAMENTO REAL



Suponha um sistema conectado à pressão externa (ambiente) através de uma abertura de geometria variável.

O throughput (Q) pode ser relacionado com a condutância dessa abertura ou rachadura através da equação:

$$Q = C\Delta P \longrightarrow Q = C\,(P_{ext} - P_{int})$$

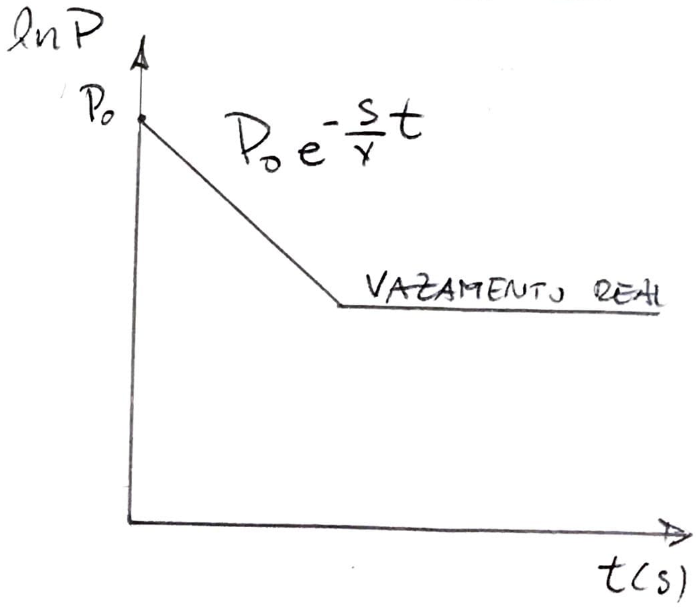
Supondo um único vazamento no sistema, a pressão residual será:

$$P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S} \longrightarrow P_{res} = \frac{Q_V}{S} \Rightarrow \boxed{Q_V = C P_{ext}}$$

Na maioria dos casos:

$$P_{res} \equiv \frac{C P_{ext}}{S} \quad \text{pois} \quad P_{ext} >> P_{int}$$

então $\boxed{P_{res} = \frac{C_V P_{atm}}{S}}$ C_V é a condutância do vazamento real



$$\frac{C_V P_{atm}}{S} = P_{res}$$

Exemplo: bomba difusora de 4" (10,2 cm)

$P_{sistema} = 10^{-6}$ Torr

Considerando $C \sim S_b$

Suponha que a pressão não diminui abaixo de 10^{-5} Torr devido a um vazamento real. Estime a abertura equivalente desse orifício.

$$P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}$$

desprezando as outras fontes de gás

$$\boxed{P_{res} = \frac{Q_{VAZAMENTO}}{S_{\text{bomba difusora}}}}$$

$S_{BD} \simeq 50\%\ C_o$

C_o é a condutância de uma abertura circular (furo)

$$C_o = 9D^2 \Longrightarrow S_{BD} = 4{,}5\,D^2$$

$$\begin{cases} S_{BD} \simeq 450\ \ell/s \\ C = 450\ \ell/s \end{cases}$$

Suposição do início do problema

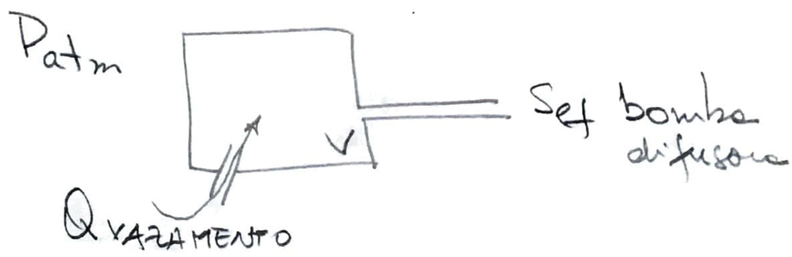
$$S_{ef} = \frac{S_b C}{C + S_b} = \frac{450 \times 450}{450 + 450} \simeq 225\ \ell/s$$

$P_{res} = 10^{-5}$ Torr

$$Q_V = (10^{-5}\ \text{Torr})(225\ \ell/s)$$

$$\boxed{Q_V = 2{,}3 \times 10^{-3}\ \frac{\text{Torr}\ \ell}{s}}$$

Suponha a seguinte situação:



$Q_V = C_{VAZAMENTO}\,(P_{atm} - P_{sistema})$ $\quad P_{atm} \gg P_{sistema}$

- No regime molecular

$$C_0 = 9D^2 \quad \text{então} \quad \boxed{Q_V = 9D^2 P_{atm}}$$

- No regime viscoso

$$C = 20A \quad \text{para} \quad P_2 < 0{,}1P_1$$

então $C = 20\,\dfrac{\pi D^2}{4} \Longrightarrow C_{viscoso} = 15D^2$

MOSTRAR SLIDE

As condutâncias têm a mesma ordem de grandeza

$$Q_V = 2{,}25\times10^{-3}\ \text{Torr l/s}$$

$$2{,}25\times10^{-3} = 9D^2(700) \therefore \boxed{D = 6\times10^{-4}\ \text{cm}}$$

TAMANHO DO ORIFÍCIO

$\boxed{D \sim 6\,\mu m}$ menor do que um fio de cabelo

Comentários:

Em um sistema "sujo" a taxa de emissão de moléculas por desgaseificação é da ordem de $\boxed{10^{-6}\ \dfrac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}}$

A taxa de desgaseificação de um sistema limpo é bem menor

$$\boxed{10^{-9}\ \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}}$$

Considerando que o fluxo de massa (Q_v) calculado para a abertura seja proveniente da desgaseificação das paredes da câmara de $D = 20$ cm

$$A = 4\pi R^2 = \pi D^2 = 1256 \text{ cm}^2, \text{ então:}$$

$$q_v = \frac{Q_v}{\text{area}} = \frac{2{,}25 \times 10^{-3}}{1256} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2} \sim 1{,}8 \times 10^{-6} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}$$

ou seja, o vazamento calculado é praticamente uma fonte de gás permanente, da mesma ordem de grandeza da taxa de desgaseificação de um sistema "sujo"!!

Exercício: Qual seria o vazamento equivalente de um sistema "limpo", com essas mesmas dimensões $D = 4''$?

Taxa de desgaseificação

$$q = 10^{-9} \frac{\text{Torr}\,\ell}{s\ \text{cm}^2} \Longrightarrow Q = qA = 10^{-9}(1256) \cong 1{,}2 \times 10^{-6} \frac{\text{Torr}\,\ell}{s}$$

$$Q_v = C\Delta P = C(P_{ext} - \cancel{P_{int}}) = C P_{ext} = C P_{atm}$$

$$C_v = 9D^2 \qquad P_{atm} = 700 \text{ Torr}$$

então

$$1{,}2 \times 10^{-6} \frac{\text{Torr}\,\ell}{s} = 9D^2(700)$$

$$D^2 = 1{,}2 \times 10^{-10}$$

$$\therefore \boxed{D = 1{,}1 \times 10^{-5} \text{ cm}} \qquad 1000\ \text{Å}$$

—— / ——

A mensagem mais importante dessas estimativas é que os vazamentos devem ser evitados SEMPRE!

Exemplos de vazamentos reais

- Ranhuras / Riscos nas peças
- falhas nas soldas
- O'rings partidos ou velhos

Como detectar vazamentos reais

- Leitura dos manômetros
- Conhecimento prévio do comportamento do sistema
- Ouvir o vazamento
- Alcool isopropílico
    - Inicialmente o furo é tampado pelo alcool
    - Depois a leitura da pressão aumenta muito por causa de estar num ambiente com alcool ao invés do ar (medidor Pirani)

Lembrando: Medidores têm comportamentos distintos dependendo do gás.

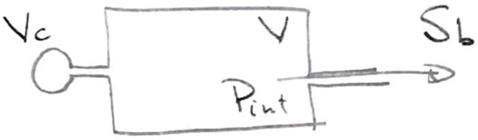
$\Rightarrow$ Usar um detector de vazamentos

- Espectrômetro de He

Vazamento Virtual

Este vazamento consiste em um pequeno volume de gás aprisionado internamente no sistema, sendo bombeado por uma abertura de alta impedância, contribuindo para um fluxo de massa (throughput) dependente do tempo.

Dessa forma, a queda da pressão do sistema $P(t)$ como um todo pode ser extremamente lento.



CAVIDADE + ORIFÍCIO PEQUENO $\equiv$ VAZAMENTO VIRTUAL

Neste caso, $C_{vv} \ll S_b$ $\qquad$ C_{vv} é a condutância da cavidade.

lembrando que $\boxed{-V\dfrac{dP}{dt} = Q - \sum_i Q_i}$

Analogamente, podemos escrever:

$$-V_c \frac{dP_c}{dt} = Q_{vv} \quad \text{onde} \quad Q_{vv} = C_{vv}(P_c - P_{int})$$

Mas, $P_c \gg P_{int}$ então $\boxed{Q_{vv} = C_{vv} P_c}$

$$-V_c \frac{dP_c}{dt} = C_{vv} P_c$$

$$\frac{dP_c}{dt} = -\frac{C_{vv}}{V_c} P_c \quad \xRightarrow[\text{Solução}]{} \quad \boxed{P_c = P_0' \, e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}}$$

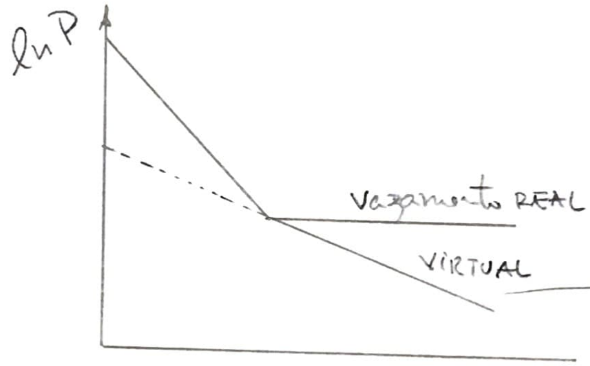
A pressão residual do sistema nesse caso será:

$$\boxed{P_{res} = \frac{Q_{vv}}{S}}$$

então $P_{res} = \dfrac{C_{vv} P_c}{S} \Rightarrow \boxed{P_{res} = \dfrac{C_{vv}}{S} P_0' \, e^{-\frac{C_{vv}}{V} t}}$

O termo $\dfrac{C_{vv} P_0'}{S}$ é constante!

P_0' pode ser estimado como sendo $P_0' = P_{atm}$



SLIDE

$$\boxed{P_R = \frac{C_v P_{atm}}{S}}$$

$$\boxed{\frac{C_{vv} P_0'}{S} e^{-\frac{C_{vv}}{V} t}}$$

ATENÇÃO: o vazamento virtual pode "parecer" o vazamento real

Devemos sempre nos preocuparmos com possíveis vazamentos virtuais, a fim de evitá-los

SLIDES GRÁFICOS $\ln P \times t$
SOLDAS

SOLDAS: