ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

PME 2237 – MECÂNICA DOS FLUIDOS XI – PRIMEIRA PROVA – P1 – 01/04/11

Duração: 100 min

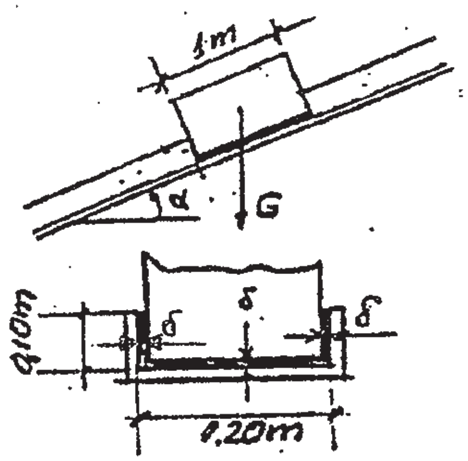
1ª Questão (valor 3,0 pontos)

Um corpo de peso **G = 100 N** desliza numa calha inclinada, conforme indicado na figura abaixo, usando-se como lubrificante óleo **SAE 30 a 60° C**, cuja massa especifica é de **933 kg/m³**.

Sabendo-se que **δ = 0,2 mm e α = 10°**, pede-se determinar:

a) O coeficiente de viscosidade dinâmica (ou absoluta) deste óleo; (1,0 pto)

b) A velocidade adquirida pelo corpo após o estabelecimento do movimento retilíneo uniforme. (2,0 ptos)



2ª Questão (valor 3,0 pontos)

Dado o seguinte campo de velocidades:

$\vec{v} = ax(1+bt)\vec{i} + cy\,\vec{j}$ (m/s)

sendo : $a = c = 1\,s^{-1}$ e $b = 0{,}2\ s^{-1}$

Pedem-se:

a) Verificar se o escoamento é permanente ou não. Justificar a resposta. (0,5 pto)

b) Obter as equações paramétricas de trajetória. Traçar o gráfico da trajetória de uma partícula localizada em $(x_0, y_0) = (1.1)$ no instante $t_0 = 0$, para o intervalo $0 \le t \le 3s$. (1,5 pto)

c) Obter a equação da linha de corrente no instante t = 0. Traçar o gráfico da linha de corrente que passa pelo ponto (1,1). (1,0 pto)

3ª Questão (valor 4,0 pontos)

A figura 1 mostra uma comporta rígida (OAB), articulada em O, que se apoia em um bloco de concreto em B e retém líquido de peso específico γ_t. O manômetro de líquido da figura 2 apresenta a configuração de equilíbrio que permite determinar a pressão em A. Em A está atuando a força F, responsável pela manutenção da comporta fechada.

Fig. 1 Comporta

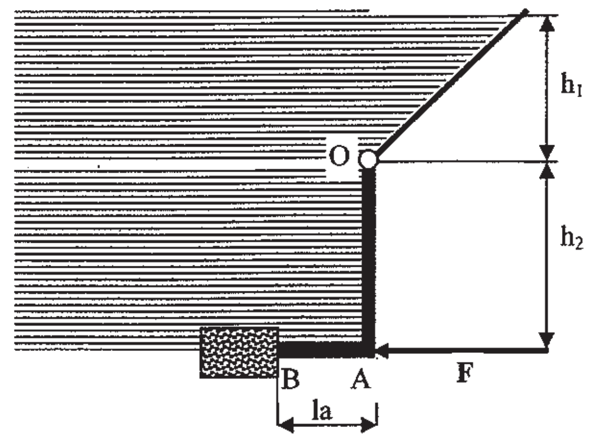
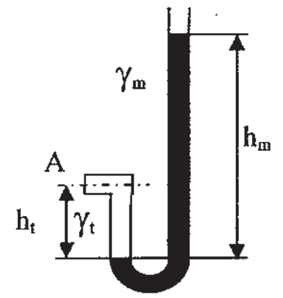


Fig. 2 Manômetro de líquido



Dados: γ_t = 10 000,0 N/m^3; γ_m = 136 000,0 N/m^3; h_t = 0,20 m; hm = 0,53 m; h_1 = 3,0 m; l_a = 2,0 m. A pressão atmosférica age à direita e abaixo da comporta. Largura da comporta: L= 1,0 m (perpendicular ao plano do desenho). Desprezar o peso da comporta.

Pedem-se:

a) Determinar a altura h_2. Justificar a resposta. (0,5 pto.)

b) Determinar a pressão que atua no nível da articulação O da comporta. Justificar a resposta. (0,5 pto.)

c) Transcrever a figura 3.a para o almaço e esquematizar sobre a figura a distribuição de pressões sobre o lado OA da comporta. Determinar os valores das pressões em A e em O, identificando-os na figura. (0,5 pto.)

d) Transcrever a figura 3.b para o almaço e esquematizar sobre ela a distribuição de pressões sobre o lado AB da comporta. Determinar os valores das pressões em A e em B, identificando-os na figura. (0,5 pto.)

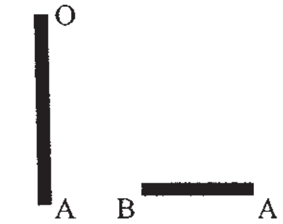


Fig. 3.a Fig. 3.b

e) Determinar o torque (em relação a articulação O) aplicado pelo líquido sobre a comporta. Justificar a resposta. (1,0 pto.)

f) Determinar a força F mínima para que a comporta permaneça fechada. (0,5 pto.)

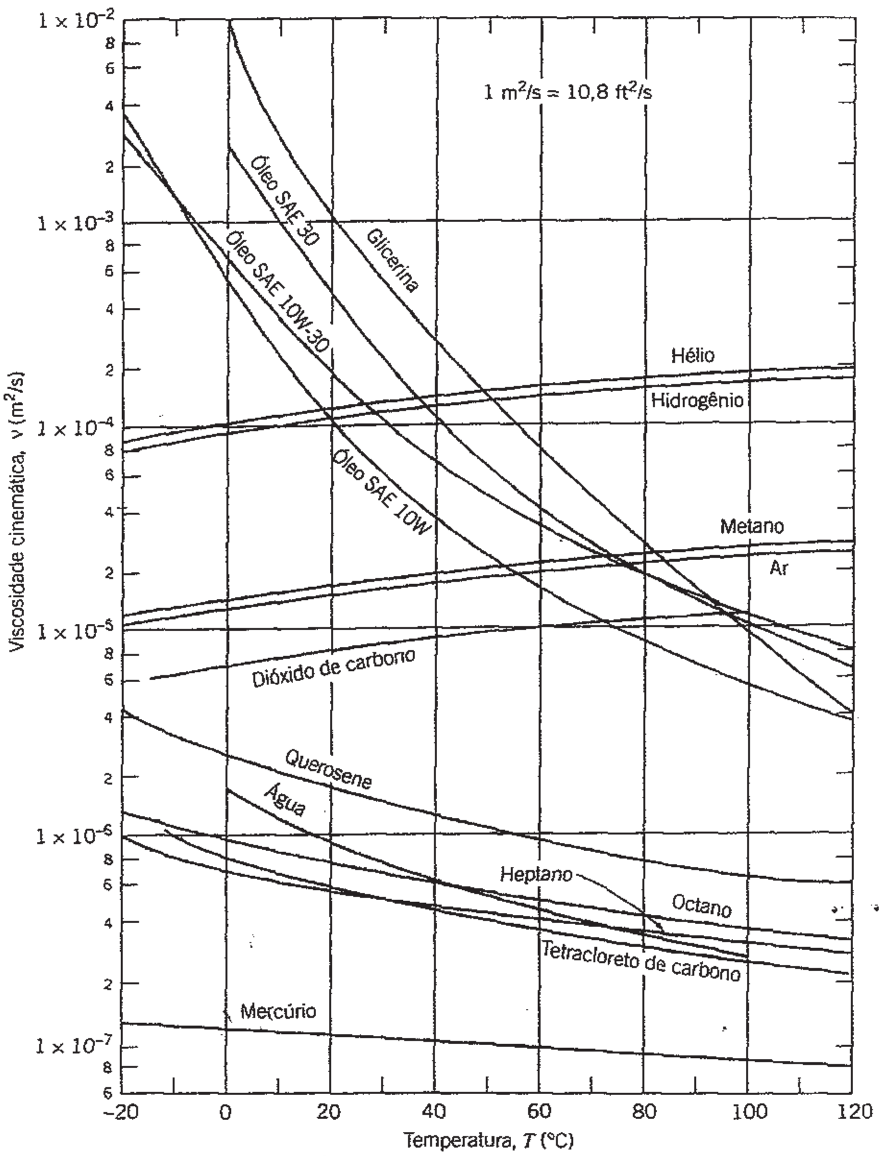
g) Determinar as forças aplicadas na articulação, nas direções horizontal e vertical. (0,5 pto.)

Formulário Geral:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad ; \quad \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad ; \quad \vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} \quad ; \quad F_p = -\int_A p\vec{n}dA \quad ; \quad \frac{dp}{dz} = -\rho g \quad ; \quad p = p_o + \gamma \Delta z$$

Anexo da 1ª questão:

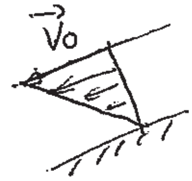


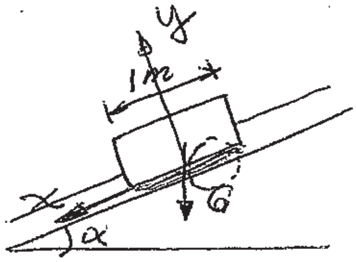
PME 2237 – MECÂNICA DOS FLUIDOS XI

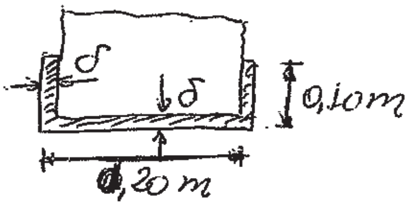
Gabarito – Primeira Prova – 01/04/2011

1º Questão) (Valor 3,0 ptos)

detalhe







Dados: $G = 100\,N$; $\delta = 0,2\,mm$; $\alpha = 10°$

Óleo SAE 30 a 60°C $\Longrightarrow$ $\rho = 933\ kg/m^3$

gráfico anexo $\longrightarrow$ $\nu = \underline{\underline{4,3 \times 10^{-5}}}\ m^2/s$

a) $\mu = \nu\rho = 4,30 \times 10^{-5} \times 933 \cong \boxed{4,0 \times 10^{-2}\ \frac{N \cdot s}{m^2}}$ (1,0 pto)

b) $\tau_{yx} = \mu \dfrac{du}{dy} = \mu \dfrac{V_0}{\delta}$

$F_V = \tau_{yx} A = \mu \dfrac{V_0}{\delta} A$

Equilíbrio de forças em $\underline{\underline{x}}$ para $V_0 = cte$

$\Sigma F_x = 0 \Longrightarrow F_V = G \operatorname{sen} \alpha$

$\therefore\ G \operatorname{sen} \alpha = \mu \dfrac{V_0}{\delta} A$

$$V_0 = \frac{(G \operatorname{sen}\alpha)\,\delta}{\mu\, A} = \frac{(100 \times \operatorname{sen} 10°)\, 0,2 \times 10^{-3}}{4,0 \times 10^{-2} \times \underbrace{(1 \times 0,20 + 2 \times 1 \times 0,10)}_{0,40\,m^2}}$$

$V_0 \cong 0,217\ m/s$ (2,0 ptos)

Obs: O cálculo da área também poderia ser feito descontando as bordas $\underline{\underline{\delta}}$ (a diferença é mínima).

2ª Questão (Valor 3.0 pontos)

Campo de Velocidades: $\vec{V} = ax(1+bt)\vec{i} + cy\vec{j}$ (m/s)

sendo $a = c = 1\ s^{-1}$; $b = 0{,}2\ s^{-1}$

a) Verificar se o escoamento é permanente ou não. Justificativa

R: O escoamento não é permanente (0,25 ptos)
A velocidade é uma função do tempo (ou pode ser justificado pelo cálculo da aceleração local $\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \neq 0$) (0.25 ptos)

b) Equações paramétricas da trajetória

$u = \frac{dx}{dt}$ (I) e $v = \frac{dy}{dt}$ (II)

∴ de (I) $\Longrightarrow u = \frac{dx}{dt} = ax(1+bt)$

ou $\frac{dx}{x} = a(1+bt)\,dt$

Integrando: $\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{x} = \int_{t_0=0}^{t} a(1+bt)\,dt$

$\ln x - \ln x_0 = at + \frac{abt^2}{2} = a\left(t + \frac{1}{2}bt^2\right)$

ou $\frac{x}{x_0} = e^{a(t+\frac{1}{2}bt^2)} \Longrightarrow x = x_0\, e^{a(t+\frac{1}{2}bt^2)}$

p/ $a = 1\ s^{-1}$ e $b = 0.2\ s^{-1} \Longrightarrow \boxed{x = x_0\, e^{(t+0{,}1t^2)}}$ (0,5 pto)

de (II) $\Longrightarrow v = \frac{dy}{dt} = cy$ ou $\frac{dy}{y} = c\,dt$

Integrando: $\int_{y_0}^{y} \frac{dy}{y} = \int_{t_0=0}^{t} c\,dt$

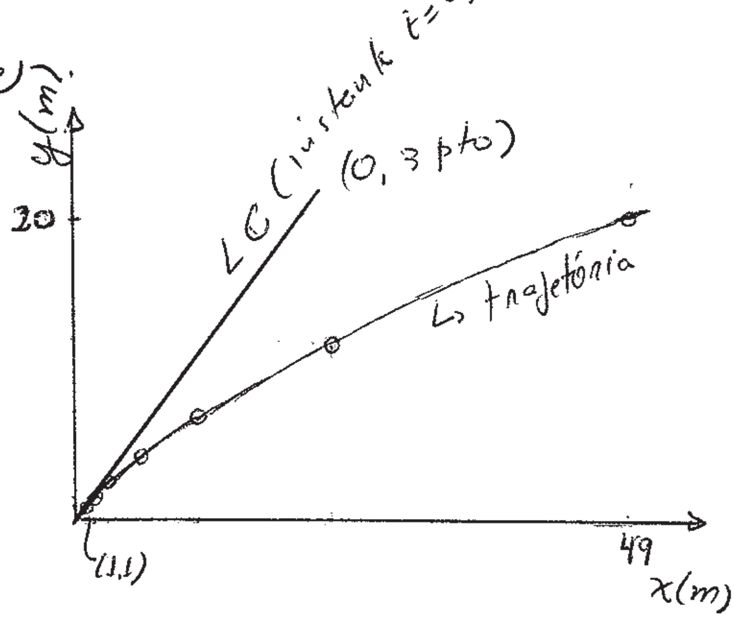
$\ln y - \ln y_0 = ct$ ou $\frac{y}{y_0} = e^{ct}$

∴ $y = y_0\, e^{ct}$

p/ $c = 1\ s^{-1} \Longrightarrow \boxed{y = y_0\, e^{t}}$ (0,5 pto)

Gráfico da trajetória da partícula localizada em $(x_0, y_0) = (1,1)$ no instante $t_0 = 0$, para o intervalo $0 \leq t \leq 3s$.

t(s)	x(m)	y(m)
0	1.0	1.0
0.5	1.7	1.6
1.0	3.0	2.7
1.5	5.6	4.5
2.0	11.0	7.4
2.5	22.8	12.2
3.0	49.4	20.1



(0.5 pto)

c) Equação da L.C. no instante $t = 0$

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \implies \frac{dx}{ax(1+bt)} = \frac{dy}{cy}$$

no instante $t = 0 \implies \frac{dx}{ax} = \frac{dy}{cy}$

$$\therefore \frac{dy}{y} = \frac{c}{a}\frac{dx}{x} \implies \int \frac{dy}{y} = \int \frac{c}{a}\frac{dx}{x}$$

Integrando: $\ln y = \frac{c}{a} \ln x + \ln k$

$$\ln y - \frac{c}{a}\ln x = \ln k$$

$$\therefore \frac{y}{x^{c/a}} = k \implies y = k\, x^{c/a}$$

p/ $c = a = 1s^{-1} \implies \boxed{y = kx}$ (0,7 pto)

gráfico da LC passando pelo pto (1.1)
(ver gráfico acima)

GABARITO

Item a.

A Lei de Stevin mostra que a pressão no interior de um fluido em repouso aumenta com aumento da profundidade, ou distância, entre o a superfície livre e o ponto em análise. $\boxed{p = \gamma h}$

Partindo-se de A, tem-se: $\boxed{p_A - \gamma_t\, h_t + \gamma_m\, h_m = p_{atm}}$

Usada a escala efetiva de pressões, $p_{atm} = 0$. $\boxed{\gamma_m\, h_m - \gamma_t\, h_t = p_A}$

A altura h_2 é igual à pressão em A, em metros, subtraída da altura h_1, conhecida.

$\boxed{p_A = \gamma_m\, h_m - \gamma_t\, h_t}$ $\boxed{\frac{p_A}{\gamma_t} = \frac{\gamma_m}{\gamma_t} h_m - \frac{\gamma_t}{\gamma_t} h_t}$ $\boxed{h_A = \frac{p_A}{\gamma_t} = \frac{\gamma_m}{\gamma_t} h_m - h_t}$

$\boxed{h_2 = h_A - h_1}$

gamam	gamat	ht	hm	ha	h1	h2
(N/m^3)	(N/m^3)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)
136000,0	10000,0	0,20	0,53	7,0	3,0	4,0

Item b.

A pressão ao nível da comporta é dada pela lei de Stevin, $\boxed{p = \gamma h}$ $\boxed{p_o = \gamma_t h_1}$

γ_t: 10 000,0 N/m^3; h_1: 3,0 m.

p_o= 30 000N/m^2; p_o= 30 000Pa; p_o= 30 kN/m^2; p_o= 30 kPa.

Item c.

A pressão em O foi determinada no item c. A pressão em A é dada por $\boxed{p_A = \gamma_t (h_1 + h_2)}$

gamat	h1	h2	pA	pA
(N/m^3)	(m)	(m)	(Pa)	(kPa)
10000,0	3,0	4,0	70080,0	70,1

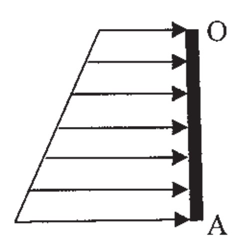


Fig. 3.a Dist. de pressões

Item d.

A pressão em A é dada por $\boxed{p_A = \gamma_t (h_1 + h_2)}$

A pressão em B é igual a em A, pois o trecho AB da comporta é paralelo à superfície livre do fluido.

gamat	h1	h2	pB	pB
(N/m^3)	(m)	m)	(Pa)	(kPa)
10000,0	3,0	4,0	70080,0	70,1

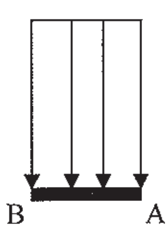


Fig. 3.b Dist. de pressões

Douglas 5/4/2011

Item e.

A figura 3.f.a mostra as forças resultantes das distribuições triangular e retangular de pressão sobre o trecho vertical AO da comporta. A resultante da distribuição retangular de pressões é dada pelo produto da pressão agente sobre a comporta pela sua área.

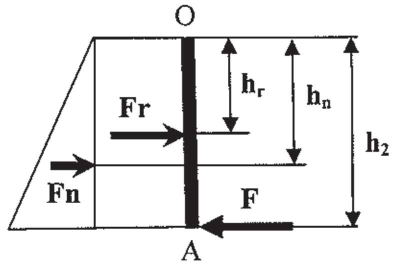


Fig. 3.f.a Forças sobre a comporta no trecho vertical

$$\boxed{F_r = \gamma_t\ h_1\ h_2\ L}$$

gamat	h1	h2	L	Fr	Fr
(N/m³)	(m)	(m)	(m)	(N)	(kN)
10000,0	3,0	4,008	1,0	120240,0	120,24

A resultante da distribuição triangular de pressões é dada pelo produto da pressão agente no centro de gravidade da comporta pela sua área.

$$\boxed{F_n = \gamma_t\ h_r\ h_2\ L}$$

gamat	h2	hr	L	Fn	Fn
(N/m³)	(m)	(m)	(m)	(N)	(kN)
10000,0	4,008	2,004	1,0	80320,3	80,32

O ponto de aplicação das resultantes corresponde ao centro de gravidade da figura plana que representa a distribuição de pressões, isto é:

$$\boxed{h_r = \frac{h_2}{2}} \quad \boxed{h_n = \frac{2\,h_2}{3}}$$

E que correspondem aos braços de momento de cada uma das forças.

A figura 3.f.b mostra a resultante sobre o trecho horizontal da comporta, Fh, e também o seu braço de momento, l_b. Da mesma forma que Fr:

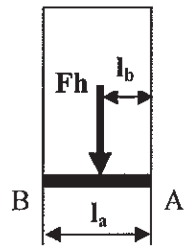


Fig. 3.f.b Força sobre a comporta no trecho horizontal

$$\boxed{F_h = \gamma_t\ (h_1 + h_2)\ l_a\ L}$$

gamat	h1	h2	la	L	Fh	Fh
(N/m³)	(m)	(m)	(m)	(m)	(N)	(kN)
10000,0	3,0	4,0	2,0	1,0	140160,0	140,16

O momento imposto pelo líquido sobre a comporta é dado por:

$$\boxed{M_L = F_r\ h_r + F_n\ h_n + F_h\ l_b}$$

Fr	hr	Fn	hn	Fh	lb	ML
(N)	(m)	(N)	(m)	(N)	(m)	(N*m)
120240,00	2,004	80320,3	2,67	140160,0	1,0	595736,9

Ou

R=Fr+Fn	Fr*hr	Fn*hn	hR
(N)	(Nm)	(Nm)	(m)
200560,32	240960,96	214616	2,27

R	hR	Fh	lb	ML
(N)	(m)	(N)	(m)	(N*m)
200560,32	2,27	140160,0	1,0	595736,9

Item f.

Segundo a figura 1, a força F está aplicada no ponto A, da direita para a esquerda. Para que a comporta não se abra, o momento aplicado pelo líquido com relação ao centro de rotação da comporta, O, deve ser no mínimo igual ao momento aplicado por F com relação ao mesmo ponto O.

$$\boxed{M_F = F\,h_2}$$

$$\boxed{F\,(h_1 + h_2) = F_r\,h_r + F_n\,h_n + F_h\,l_b}$$

$$\boxed{F = \frac{F_r\,h_r + F_n\,h_n + F_h\,l_b}{h_2}}$$

$$\boxed{F = \frac{M_L}{h_2}}$$

ML	h2	F	F
(N*m)	(m)	(N)	(kN)
355016,9	4,008	88577,1	88,58

Item g.

A condição de equilíbrio da comporta impõe que:

$$\boxed{\sum F_x = 0}$$

$$\boxed{\sum F_y = 0}$$

$$\boxed{\sum M_O = 0}$$

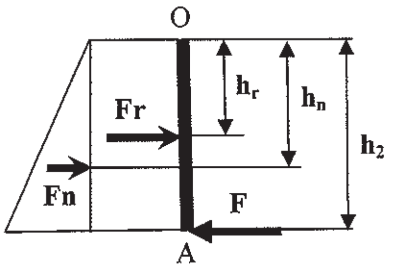


Fig. 3.f.a Forças sobre a comporta no trecho vertical

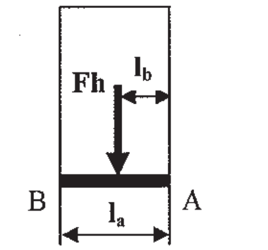


Fig. 3.f.b Força sobre a comporta no trecho horizontal

A somatória de momentos já permitiu determinar o valor da força F.

Na direção x tem-se:

$F_r + F_n = F + F_{ox} \Rightarrow F_{ox} = F_r + F_n - F$

Fr	Fn	F	Fox
(kN)	(kN)	(kN)	(kN)
120,24	80,32	88,58	111,98

Na direção y tem-se:

$F_h = F_{oy}$

Fh	Foy
(kN)	(kN)
140,16	140,16