ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

COLETÂNEA DE EXERCÍCIOS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS

APOSTILA 8

ESCOAMENTO EM CONDUTOS FORÇADOS

PAULO BASILIO FERNANDES

PROFESSOR COLABORADOR DE MECÂNICA DOS FLUIDOS

1988 (Reedição 2019)

COLETÂNEA DE EXERCÍCIOS DE MECÂNICA DOS FLUIDOS

INTRODUÇÃO:

Esta publicação tem por finalidade dar ao aluno a oportunidade de adquirir maior vivência com a Mecânica dos Fluidos através da Análise dos Problemas Resolvidos e da Resolução de Problemas Propostos.

Assim, a série dos exercícios segue aproximadamente a sequência da matéria ministrada nas aulas, quer teóricas, quer de laboratório.

CAPITULO 8 – ESCOAMENTO EM CONDUTOS FORÇADOS

Parte A: INTRODUÇÃO

O Capítulo 8 desta Coletânea de Exercícios de Mecânica dos Fluidos abrange o Escoamento em Condutos Forçados e os conceitos diretamente relacionados a sua aplicação. A seguir são transcritos alguns conceitos importantes sobre o assunto desta apostila, conforme já exarados no Livro Texto (ver bibliografia adiante).

8.1 – Considerações de Energia no Escoamento em Tubos

A1 – Equação da Energia entre duas seções em um tubo.

Considerando regime permanente, escoamento incompressível e energia interna e pressão uniforme nas seções de entrada e saída:

$$\dot{Q} - \dot{W_s} = \dot{m}\left[(e_{i2} - e_{i1}) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + g(z_2 - z_1)\right] + \int_{A_2} \frac{V_2^2}{2}\rho V_2 dA + \int_{A_1} \frac{{V_1}^2}{2}\rho V_1 dA$$

A2 – Coeficiente de energia cinética (α).

$$\alpha = \frac{\int_A \rho V^3 dA}{\dot{m}\bar{V}^2}$$

Assim, a Equação da Energia se torna:

$$\dot{Q} - \dot{W_s} = \dot{m}\left[(e_{i2} - e_{i1}) + \frac{(p_2 - p_1)}{\rho} + g(z_2 - z_1) + \left(\frac{\alpha_2\overline{V_2}^2}{2} - \frac{\alpha_1\overline{V_1}^2}{2}\right)\right]$$

A3 – Perda de carga.

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1\overline{V_1}^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2\overline{V_2^2}}{2g} + z_2\right) - \frac{\dot{W}_S}{\gamma Q} = h_{LT}$$

A perda de carga total é dada por:

$$h_{LT} = h_L + h_m$$

A carga da máquina é dada por:

$$h_s = \frac{\dot{W}_S}{\gamma Q}$$

A4 – Perda de carga distribuída: Equação de Darcy-Weisbach.

$$h_l = f\frac{l}{D}\frac{\overline{V^2}}{2g}$$

A5 – Fator de atrito para escoamento laminar.

$$f_{lam} = \frac{64}{R_e}$$

A6 – Fator de atrito para escoamento turbulento: Fórmula de Colebrook.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{R_e\sqrt{f}}\right)$$

A7 – Fator de atrito para escoamento turbulento: Fórmula de Souza-Cunha-Marques.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2log\left[\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,16}{R_e}log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{5,09}{R_e^{0.87}}\right)\right]$$

A8 – Perdas de carga localizadas:

$$h_m = K\frac{\overline{V^2}}{2g}$$

$$h_m = f\frac{L_E}{D}\frac{\overline{V^2}}{2g}$$

Parte B: FILMES - MULTIMIDIAS

B1 – Perda de Carga

https://www.youtube.com/watch?v=_hSL9_eo4n8

Neste vídeo, é conduzido um experimento para determinar a perda de carga distribuída em um escoamento em um conduto horizontal.

https://www.youtube.com/watch?v=w7n0srAzm8g

Neste outro vídeo, produzido pelo Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Catar, é realizado um experimento para determinar a perda de carga tanto localizada, quanto distribuída de um sistema de tubulação complexo, composto por tubos com diferentes válvulas e dispositivos que geram perdas de cargas localizadas.

https://www.youtube.com/watch?v=yKgZWZYBD8Y

Este vídeo explica de maneira detalhada e didática os fenômenos que ocorrem no interior do tubo para causar a perda de carga, além de mostrar experimentos relacionados ao tema.

B2 – Equação de Colebrook

https://www.youtube.com/watch?v=L3Iaov8Fa58

Neste vídeo produzido pela Universidad de Gran Colombia, ensina-se como utilizar uma calculadora científica para o cálculo do fator de atrito pela Equação de Colebrook.

B3 – Diagrama de Moody

https://www.youtube.com/watch?v=pk_9HCvajbU

Este vídeo ensina como utilizar o Diagrama de Moody para o cálculo do fator de atrito em um escoamento em condutos forçados.

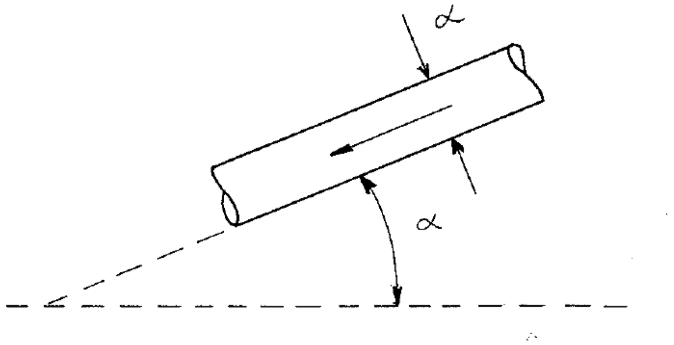
Parte C: BIBLIOGRAFIA

Assy, Tufi Mamed Mecânica dos Fluidos – Livro III – Cinemática e Dinâmica dos Corpos Fluidos – Capitulo VII – Cinemática dos Corpos Fluidos Equação da Continuidade.

Exercício 8.1:

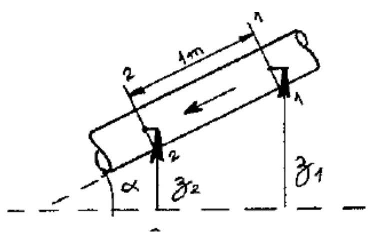
Óleo de viscosidade cinemática $\nu = 1{,}1.10^{-4}\ m^2/s$ e peso específico $\gamma = 8829\ N/m^3$, à temperatura ambiente, escoa no interior de um tubo inclinado, diâmetro $0{,}0127\ m$. Sabendo-se que o escoamento é laminar e que a vazão é $0{,}142\ m^3/h$, determinar:

a. Para um ângulo $\alpha = 30°$, qual a variação da pressão interna, a cada metro, entre dois pontos quaisquer?
b. Se a pressão interna é constante ao longo do comprimento, qual seria o valor do ângulo α?



Solução:

a. Considerando duas seções quaisquer, 1 e 2, distantes $1\ m$. Aplicando a equação da energia entre esses pontos, tem-se:



$$h_1 = h_2 + \left.\frac{Wa}{\gamma Q}\right|_1^2$$

Assim:

$$\frac{\alpha v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \Delta p|_1^2$$

no qual $\Delta p = \frac{Wa}{\gamma Q}$ é a perda de carga.

Como o escoamento é laminar, adota-se $\alpha = 2$ e o coeficiente da perda de carga distribuída, para esse regime, vale:

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{vD}$$

Como no problema não existem perdas de carga devido a singularidades, tem-se:

$$\Delta p|_1^2 = \frac{64\nu}{vD} \cdot \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} = \frac{64\nu LV}{D^2 2g}$$

tem-se, então:

$$\frac{2v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{2v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{64\nu Lv}{D^2 2g}$$

Aplicando a equação da continuidade entre os pontos 1 e 2, tem-se:

$$Q_1 = Q_2$$

para regime permanente, fluido incompressível e homogêneo.

Ou seja:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 + v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = v_2 \frac{\pi D_2^2}{4} + v_1 D_1^2 + v_2 D_2^2$$

Como $D_1 = D_2 = d$, vem que $v_1 = v_2$. Assim:

$$Q = vA \rightarrow v = \frac{Q}{S} = \frac{0{,}142}{3600} \frac{4}{\pi(0{,}0127)^2} \rightarrow v = 0{,}31\ m/s$$

Pela figura:

$$\sin 30° = \frac{z_1 - z_2}{L} = \frac{z_1 - z_2}{1} \rightarrow z_1 - z_2 = 0{,}5\ m$$

Como $v_1 = v_2$, tem-se:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = (z_2 - z_1) + \frac{64\nu Lv}{D^2 2g} =$$

$$= -0{,}5 + \frac{64 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 0{,}31}{(0{,}0127)^2 \cdot 2 \cdot 10} =$$
$$= 0{,}18\,m$$

$$p_1 - p_2 = 1557{,}1\,Pa$$

b. Utilizando-se a mesma figura do item anterior e sabendo-se que apressão interna é constante neste caso, tem-se:

$$z_1 = z_2 + \Delta p|_1^2$$

Entretanto:

$$\sin\alpha = z_1 - z_2$$

ou seja:

$$\sin\alpha = \Delta p|_1^2$$
$$\arcsin\Delta p|_1^2 = \alpha$$

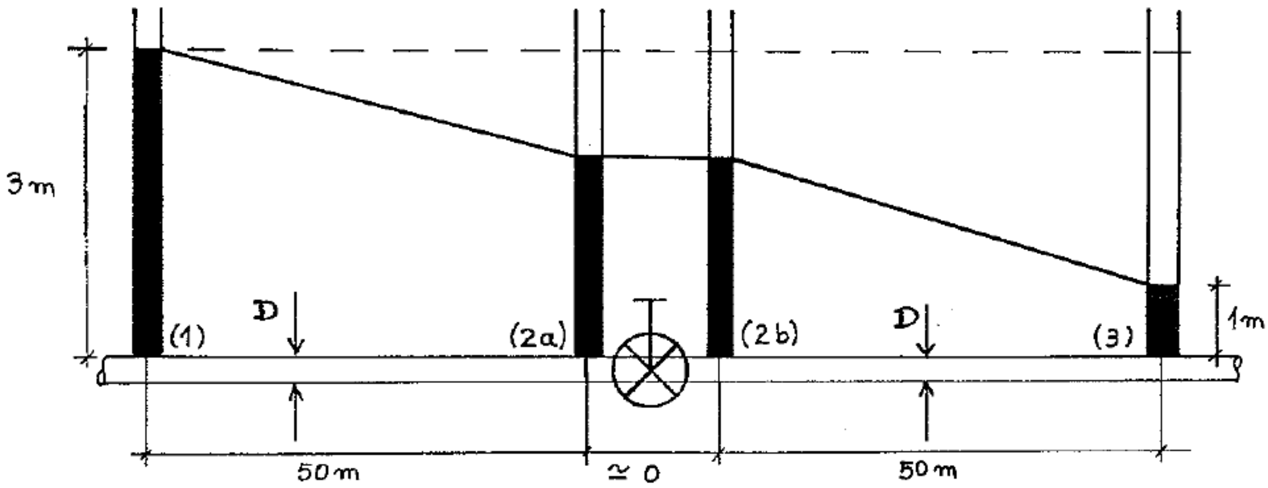
$$\alpha = \arcsin\left(\frac{64\nu L v}{2gD^2}\right) =$$
$$= \arcsin\left(\frac{64 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 0{,}31}{2 \cdot 10 \cdot (0{,}0127)^2}\right)$$

$$\alpha = 42{,}6°$$

<u>Exercício 8.2:</u> O escoamento no trecho da figura é laminar. Com a válvula totalmente aberta, a linha piezométrica é praticamente uma reta ($k_s \cong 0$), conforme a figura.

Determinar o coeficiente de perda de carga singular da válvula, quando esta é acionada, fazendo com que a vazão na tubulação seja a metade que no caso da válvula totalmente aberta. Sabe-se que na segunda situação, o desnível marcado pelos manômetros extremos é o mesmo da primeira situação.

Dados: $\nu = 10^{-5} m^2/s$, $\gamma = 9800\,N/m^3$, $D = 0{,}02\,m$



Solução:

Na primeira condição do problema, tem-se uma vazão Q_0 e a velocidade v_0 para o escoamento. Escrevendo-se a equação da energia entre os pontos (1) e (3):

$$h_1 = h_3 + \Delta p|_1^3$$

Aplicando-se a equação da continuidade no mesmo trecho, tem-se:

$$Q_1 = Q_3$$

(regime permanente, fluido homogêneo e incompressível)

$$v_1 A_1 = v_3 A_3 \rightarrow v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = v_3 \frac{\pi D_3^2}{4} \rightarrow v_1 D_1^2 = v_3 D_3^2$$

Como

$$D_1 = D_3 \rightarrow v_1 = v_3 = v_0$$

assim:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{p_3}{\gamma} + z_3 + \Delta p|_1^3$$

Mas $\frac{p_1}{\gamma} + z_1$é a linha piezométrica, ou seja, a altura de fluido atingida no piezômetro.

Assim, pela figura:

$$3 = 1 + \Delta p|_1^3 \rightarrow 2 = \Delta p|_1^3 = \Sigma h_{f_{1,3}} + \Sigma h_{s_{1,3}}$$

Daí

$$2 = f\frac{L_{1,3}}{D}\frac{v_0^2}{2g} + k_{s,2}\frac{v_0^2}{2g}$$

Mas na primeira condição $k_{s,2} \cong 0$ e sendo regime laminar:

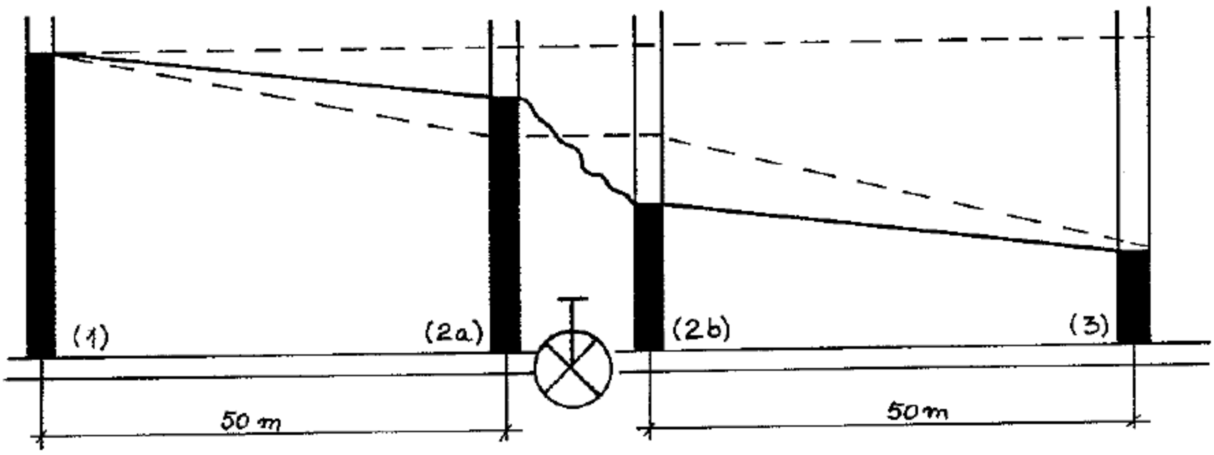
$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{v_0 D} = \frac{64\nu}{\frac{Q_0}{A}\,D} = \frac{64\nu}{\frac{Q_0}{\pi D^2}\cdot D\cdot 4} = \frac{16\pi D\nu}{Q_0}$$

Logo:

$$2 = \frac{16\pi D\nu}{Q_0}\cdot\frac{L_{1,3}}{D}\cdot\frac{v_0^2}{2g} = \frac{16\pi D\nu}{Q_0}\frac{L_{1,3}}{D}\left(\frac{Q_0^2}{A_0^2}\right)\frac{1}{2g} =$$

$$= \frac{16\pi D\nu}{Q_0}\frac{L_{1,3}}{D}\left(\frac{Q_0^2 16}{\pi^2 D^4}\right)\frac{1}{2g} \rightarrow Q_0 = \frac{\pi D^4 g}{64\nu L_{1,3}}$$

Na segunda condição tem-se uma vazão que é metade da vazão condição inicial, ou seja, a velocidade do fluido é também menor. Como a perda de carga é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade, tem-se uma altura de líquido no piezômetro (2ª) maior que no caso inicial, ou seja, a reta da linha piezométrica será menos inclinada.



Para este caso, a vazão $Q = \frac{Q_0}{2}$ e a velocidade v. Como $Q = vA$ e $Q_0 = v_0 A \rightarrow Q = v\,Q_0/v_0$

$$v = \frac{v_0}{2}$$

Assim, aplicando-se a equação da energia entre (1) e (3), tem-se:

$$2 = h_{f_{1,3}} + h_{s_{1,3}} = f\frac{L_{1,3}v^2}{D\,2g} + k_{s,2}\frac{v^2}{2g}$$

Onde

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{\frac{Q_0}{2S}D} = \frac{32\pi D\nu}{Q_0}$$

Assim:

$$2 = \frac{32\pi D\nu}{Q_0}\frac{L_{1,3}}{D}\frac{v_0^2}{4.2g} + k_{s,2}\frac{v_0^2}{4.2g}$$
$$2 = \frac{32\pi D\nu L_{1,3}}{Q_0 D}\left(\frac{Q_0^2 16}{\pi^2 D^4}\right)\frac{1}{8g} + \frac{k_{s,2}}{8g}\left(\frac{Q_0^2 16}{\pi^2 D^4}\right)$$
$$2 = \frac{64\nu L_{1,3} Q_0}{\pi D^4 g} + \frac{k_{s,2} 2 Q_0^2}{g\pi^2 D^4}$$

Substituindo Q_0 na equação:

$$2 = 1 + \frac{k_{s,2}Q_0^2 2}{g\pi^2 D^4} \rightarrow k_{s,2} = \frac{g\pi^2 D^4}{2Q_0^2}$$

mas comparando essa equação e a equação anterior, tem-se que:

$$\frac{64\nu L_{1,3} Q_0}{\pi D^4 g} = 1$$

ou,

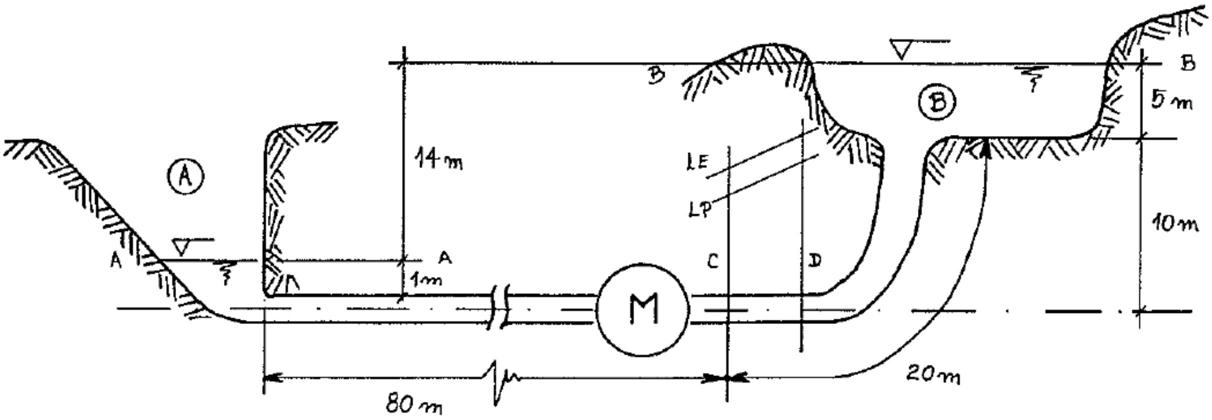
$$Q_0 = \frac{\pi D^4 g}{64\nu L_{1,3}} = \frac{\pi(2\cdot 10^{-2})^4\cdot 10}{2\cdot(7{,}854\cdot 10^{-4})^2} = 12{,}80$$

Exercício 8.3: Na instalação da figura o sistema que interliga os reservatórios A e B é constituído por uma tubulação de diâmetro constante e pela máquina M. Admitindo-se desprezíveis as perdas de carga singulares na tubulação e sendo conhecida, no trecho CD, a inclinação da linha de energia (LE) e linha peizométrica (LP), pede-se:

a. O tipo de máquina M.
b. A potência, em CV, da máquina cujo rendimento é 0,75.
c. A conta z da LP na seção C.

Dados:$\nu = 10^{-6} m^2/s$, $\gamma = 9800\ N/m^3$, tubo de ferro fundido ($k = 2{,}6\cdot 10^{-4} m$).

$D = 0{,}1\ m \qquad (LE - LP)_C = 0{,}2\ m$



Solução:

a. Existem quatro hipóteses possíveis para o escoamento:
   i. O fluido escoa da direita para a esquerda e a máquina é bomba.
   ii. O fluido escoa da direita para a esquerda e a máquina é turbina
   iii. O fluido escoa da esquerda para a direita e a máquina é bomba
   iv. O fluido escoa da esquerda para a direita e a máquina é turbina

A hipótese iv não é possível uma vez que o reservatório B está com o nível de água mais alto que o do reservatório A.

Como foi dada a LE entre os pontos C e D e a cota em C é menor que a cota em D, observa-se que o fluido escoa de D para C, uma vez que a energia sempre diminui no sentido do escoamento devido a perdas de carga. Assim, elimina-se a hipótese iii.

Pode-se, então, escrever a equação da energia entre B-B e A-A. Ao escrever a fórmula, imagina-se que a máquina é uma bomba. Assim, ao resolver a equação, se o sinal do termo da máquina for positivo, a hipótese estava correta e a máquina é uma bomba. Se for negativo, significa que a máquina é na verdade uma turbina.

$$h_b = \frac{Wm}{\gamma Q} = h_a + \left[\frac{Wa}{\gamma Q}\right]_B^A$$

$$h_b + Hm = h_a + [\Delta p]_B^A$$

$$Hm = h_a - h_b + [\Delta p]_B^A \begin{cases} (h_a - h_b) + [\Delta \mathrm{p}]_B^A > 0 \rightarrow \text{ bomba} \\ (h_a - h_b) + [\Delta \mathrm{p}]_B^A < 0 \rightarrow \text{ turbina} \end{cases}$$

$$h_a = \frac{\alpha v_a^2}{2g} + \frac{p_a}{\gamma} + z_a$$

(reservatório de grandes dimensões, aberto para a atmosfera)

$$h_b = \frac{\alpha v_b^2}{2g} + \frac{p_b}{\gamma} + z_b$$

(reservatório de grandes dimensões, aberto para a atmosfera)

$$[\Delta p]_B^A = f\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g}$$

$$[\Delta p]_B^A = f\frac{100}{0{,}1}\frac{v^2}{2g}$$

(pois as perdas de cargas singulares são desprezíveis, $L = 100\ m$ comprimento de toda a tubulação).

Para calcular v, utiliza-se a informação que $(LE - LP) = 0{,}2\ m$, ou seja:

$$\left(\frac{\alpha v_c^2}{2g} + \frac{p_c}{\gamma} + z_c\right) - \left(\frac{p_c}{\gamma} + z_c\right) = 0{,}2\ m$$

Ou seja, com $\alpha \cong 1$

$$\frac{v_c^2}{2g} = 0{,}2\ m$$

Com o diâmetro é constante, v é constante em qualquer seção, $\frac{v^2}{2g} = 0{,}2$ ou $v = \sqrt{0{,}4g} = 2\ m/s.$

Para calcular f utiliza-se a equação de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(0{,}27\frac{k}{D} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

$$Re = \frac{vD}{\nu} = 2 \cdot \frac{0{,}1}{10^{-6}} = 2 \cdot 10^5$$

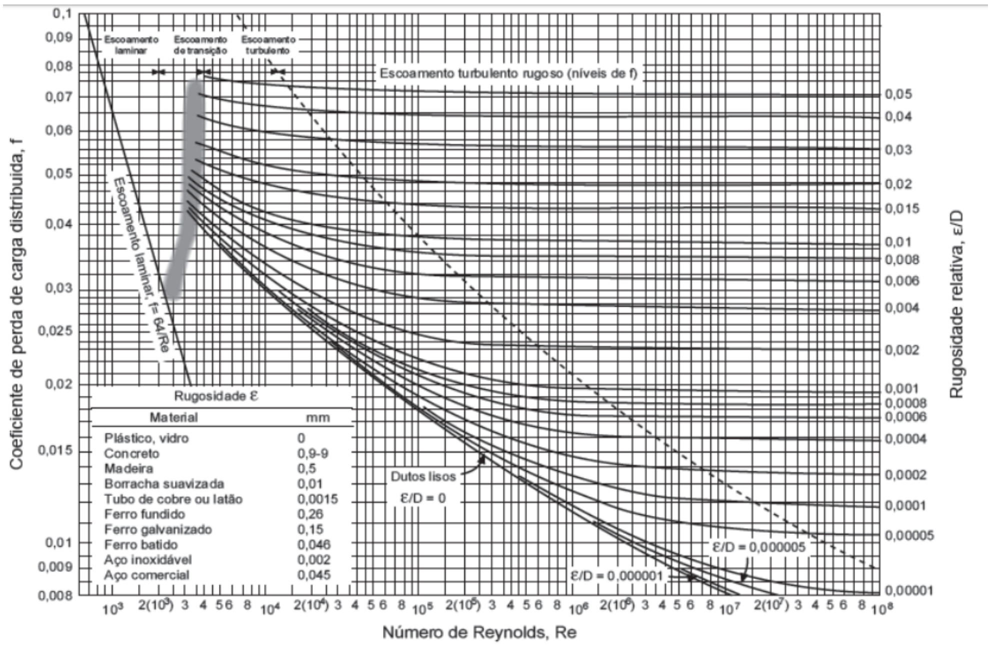
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(0{,}27\frac{2{,}6 \cdot 10^{-4}}{0{,}1} + \frac{2{,}51}{2 \cdot 10^5\sqrt{f}}\right)$$

Método iterativo:

Valor estimado	$1/\sqrt{f}$	$-2\ \log_{10}(\ldots)$	Δ
0,02	7,0711	6,2039	14 %
0,025	6,3246	6,2143	1,8%
0,026	6,2017	-	-
0,0255	6,2622	6,2152	0,8%

$$f = 0{,}0255$$

Alternativamente, pode-se utilizar o Diagrama de Moody para a determinação do fator de atrito:



Com

$$Re = \frac{vD}{\nu} = 2 \cdot \frac{0{,}1}{10^{-6}} = 2 \cdot 10^5$$

E

$$\frac{k}{D} = \frac{2{,}6 \cdot 10^{-4}}{0{,}1} = 0{,}0026$$

Determina-se:

$$f = 0{,}0255$$

Assim, voltando à equação da energia, tem-se:

$$h_m = h_a - h_b + [\Delta p]_B^A = 1 - 15 + 0{,}0255 \cdot \frac{100}{0{,}1} \cdot 0{,}2 = -8{,}9\, m$$

Logo, a máquina é uma turbina.

b. Cálculo da potência da máquina:

$$h_t = 8{,}9$$

(carga que o fluido fornece à turbina).

$$W_T = \gamma \cdot Q \cdot h_t \cdot \eta = \gamma \cdot v \cdot A \cdot h_t \cdot \eta =$$
$$= 9800 \cdot 2 \cdot \frac{\pi(0{,}1)^2}{4} \cdot 8{,}9 \cdot 0{,}75 = 1027{,}54\, W$$

$$W_T = 1{,}4\, CV$$

c. Para obter a cota LP_C, aplica-se a equação da energia entre B-B e C-C.

$$h_b = h_c + [\Delta p]_C^B$$
$$15 = \frac{\alpha v_c^2}{2g} + \frac{p_c}{\gamma} + z_c + f\frac{L_{BC}}{D}\frac{v^2}{2g}$$

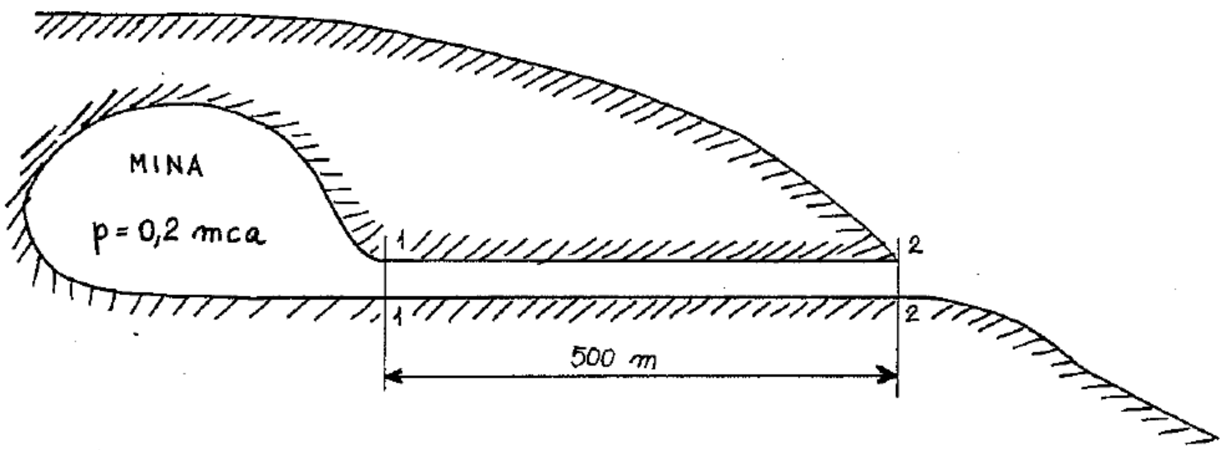
Mas $LP_c = \frac{p_c}{\gamma} + z_c$, logo:

$$15 = 0{,}2 + LP_c + 0{,}0255 \cdot \frac{20}{0{,}1} \cdot 0{,}2$$

$$LP_c = 13{,}78\, m$$

<u>Exercício 8.4:</u> Uma galeria de seção quadrada (0,6 x 0,6 m) esgota ar de uma mina onde a pressão é de 0,2 mca, para a atmosfera. Calcular a vazão de ar e desprezar as perdas singulares.

Dados: $\nu_{ar} = 10^{-5}\, m^2/s$, $\gamma_{ar} = 12{,}74\, N/m^3$, $K = 10^{-3}$, $\gamma_{água} = 9{,}8.10^3\, N/m^3$.



<u>Solução:</u>

Como a seção da tubulação é quadrada, para executar os cálculos, determina-se o seu diâmetro hidráulico:

$$D_H = 4.R_H = 4\frac{A}{\sigma} = \frac{4(0{,}6)^2}{4(0{,}6)} = 0{,}6\, m$$

Aplicando-se a equação de energia entre 1 e 2, tem-se:

$$h_1 - h_2 = [\Delta p]_1^2 = f\frac{L_{1,2}}{D}\frac{v^2}{2g}$$

$$\left(\frac{\alpha v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1\right) - \left(\frac{\alpha v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2\right) = f\frac{L_{1,2}}{D}\frac{v^2}{2g}$$

Pela equação da continuidade, como as seções são iguais, o fluido é incompressível, homogêneo, movimento permanente, tem-se:

$$Q_1 = Q_2$$

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \rightarrow v_1 = v_2 = B$$

A seção 2 está aberta para a atmosfera e portanto $p_{2_{efetivo}} = 0$.

Seção 1 e 2 estão na mesma cota: $z_1 = z_2$.

Logo:

$$\frac{p_1}{\gamma} = f\frac{L_{1,2}}{D}\frac{v^2}{2g}$$

Mas:

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{0{,}2 \cdot \gamma_{água}}{\gamma_{ar}} = 154$$

$$154 = f\frac{500v^2}{0{,}6 \cdot 20} \rightarrow 3{,}696 = fv^2$$

Para solucionar essa equação de duas variáveis, calcula-se de modo interativo:

Usando a fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(0{,}27\frac{K}{D} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(4{,}5 \cdot 10^{-4} + \frac{4{,}1833 \cdot 10^{-5}}{v\sqrt{f}}\right)$$

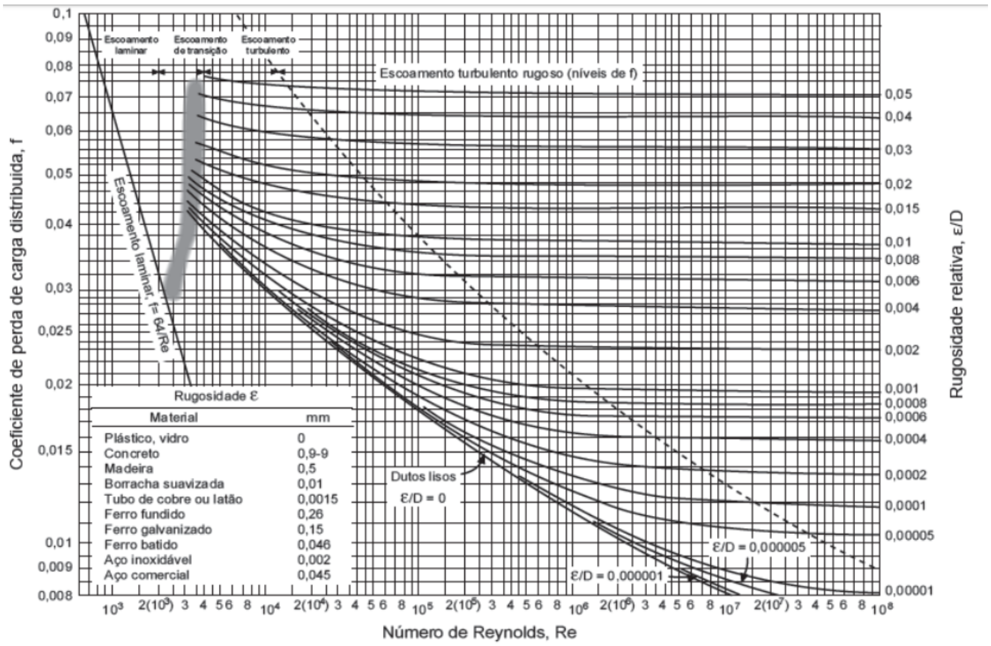
Mas:

$$3{,}696 = fv^2 \rightarrow 1{,}9225 = v\sqrt{f}$$

Substituindo, chega-se à:

$$f = 0{,}0225$$

Alternativamente, pode-se utilizar o Diagrama de Moody para a determinação do fator de atrito:



Com

$$Re = \frac{vD}{\nu} = \frac{12,81 \cdot 0,6}{10^{-5}} = 7,70 \cdot 10^5$$

E

$$\frac{k}{D} = \frac{10^{-3}}{0,6} = 0,00167$$

Determina-se:

$$f = 0,0255$$

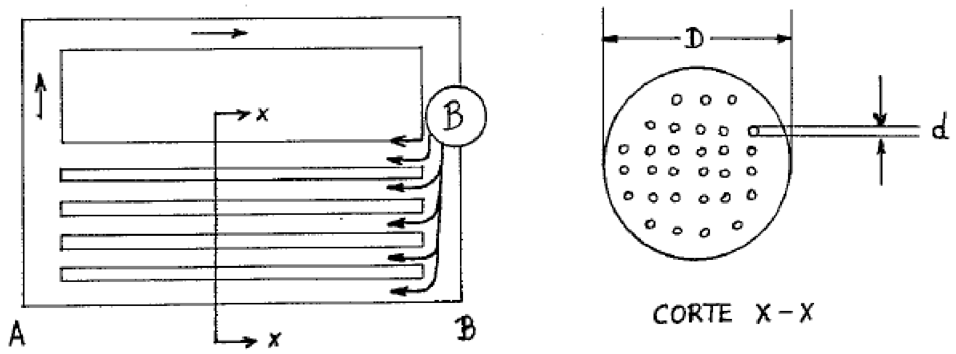
Cálculo da vazão solicitada:

$$Q = vA = v(0,6)^2 = \sqrt{\frac{3,696}{0,225}}\,0,36 = 4,61\ m^3/s$$

8.09 – Entre A e B do circuito hidráulico da figura está um conjunto de 28 elementos combustíveis usados em reatores nucleares. Desprezando as perdas, calcular a rugosidade equivalente k dos materiais de que são feitos os tubos.

Dados: $W_B = 24\,CV$; $\eta_B = 0{,}75$; $perda\ de\ carga\ entre\ A\ e\ B = 135\,m$; $D = 0{,}10\,m$;

$d = 1{,}5\,cm$; $L_{A,B} = 24\,m$; $\nu = 10^{-7}\ m^2/s$; $\gamma = 1000\ kgf/m^3$;



Solução: Toda a seção x-x pode ser substituída por uma tubulação equivalente, ou seja, um tubulação que possua o mesmo diâmetro hidráulico para o cálculo.

Assim: $D_H = 4 \cdot R_H = 4 \cdot {}^{S}\!/_{\sigma} = 4 \cdot \frac{(\pi/4)\cdot(D^2-28\cdot d^2)}{\pi\cdot(D+28\cdot d)} = \frac{(0{,}1^2-28\cdot 0{,}015^2)}{(0{,}1+28\cdot 0{,}015)} = 0{,}00712\,m$

Pela fórmula universal da perda de carga:

$$h_f = f \cdot \frac{L_{BA} \cdot V^2}{D_H \cdot 2g} \quad \Rightarrow \quad 135 = f \cdot \frac{24}{0{,}00712} \cdot \frac{V^2}{20} \quad \Rightarrow \quad f \cdot V^2 = 0{,}801$$

Como são desprezadas as perdas do resto do circuito, a potência que a bomba fornece serve especificamente para suprir as perdas de carga. Então:

$$\frac{W_B}{\gamma \cdot Q} = \Delta p \Big|_{A}^{B} = 135\,m;$$

$W = 24\,CV$ é a potência fornecida pela bomba, porém a potência transmitida para o fluido vale:

$$W_B = 24 \cdot \eta = 24 \cdot 0{,}75 = 18\,CV = 18 \cdot 75 = 1350\,kg \cdot {}^{m}\!/_{s}$$

$$Q = \frac{W_B}{135\,\gamma} = \frac{1350}{135 \cdot 10^3} = 0{,}01\ m^3/s \qquad ou$$

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{0{,}01}{\frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - 28 \cdot d^2)} = \frac{0{,}01}{29{,}06 \cdot 10^{-4}} = 3{,}44\ m/s\,;$$

Logo $f \cdot V^2 = 0{,}801 \Rightarrow f = \frac{0{,}801}{3{,}44^2} = 0{,}0677.$

Cálculo de K pela fórmula de Colebrook:

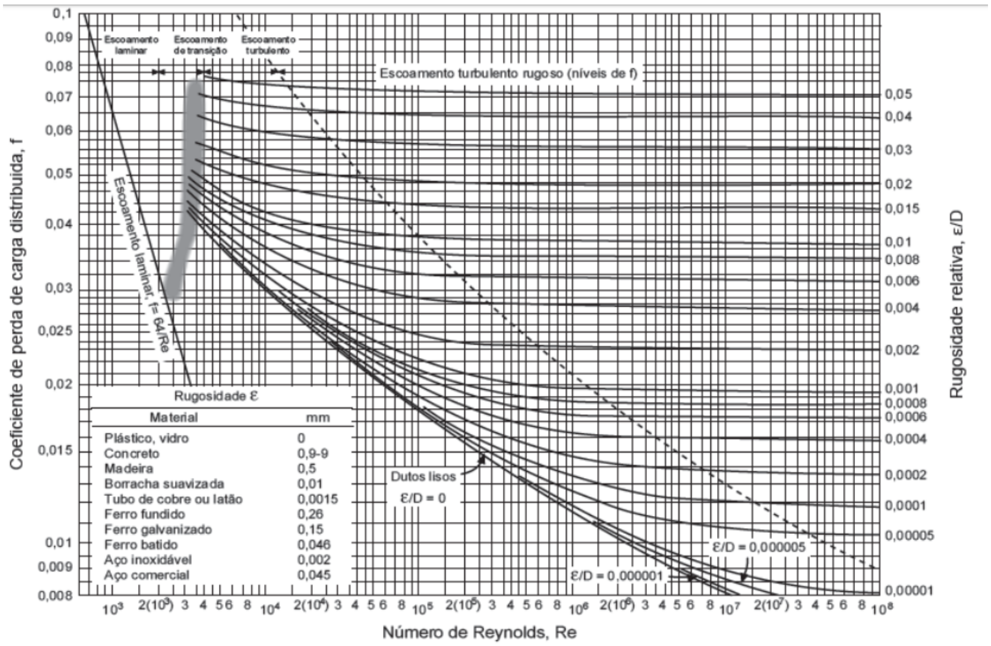
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10}\left(0{,}27\frac{k}{D} + \frac{2{,}51}{R\sqrt{f}}\right);$$

$$R = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{3{,}44 \cdot 0{,}00712}{10^{-7}} = 2{,}45 \cdot 10^{5}$$

Portanto: $\frac{1}{\sqrt{0{,}0677}} = -2 \cdot \log_{10}\left(0{,}27\frac{k}{0{,}00712} + \frac{2{,}51}{2{,}45 \cdot 10^{5} \cdot \sqrt{0{,}0677}}\right)$

$$3{,}8433 = -2\log_{10}(37{,}921\,k + 3{,}9374 \cdot 10^{-5}) \Rightarrow \quad K = 0{,}00032\,m.$$

Alternativamente, pode-se utilizar o Diagrama de Moody para a determinação de K:



Com

$$Re = \frac{vD}{\nu} = \frac{3{,}44 \cdot 0{,}00712}{10^{-7}} = 2{,}45 \cdot 10^{5}$$

E

$$1/\sqrt{f} = 3{,}8433$$

$$f = 0{,}0677$$

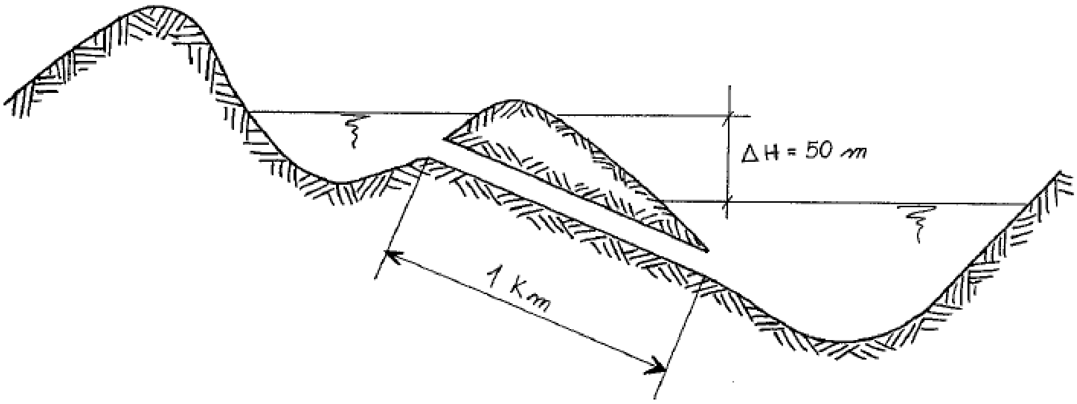
$$D_H = 0{,}00712\,m$$

Determina-se:

$$K = 0{,}00032\,m$$

8.10 – Na instalação da figura deseja-se determinar o diâmetro da tubulação, para que, na condição mostrada, a vazão seja de $1\ m^3/s$. Desprezam-se as perdas de carga singulares.

Dados: $k = 10^{-3}\ m,\ \ \nu = 10^{-6}\ m^2/s.$



<u>Solução:</u> Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre os dois reservatórios (de grandes dimensões, logo $V = 0$ e $p = 0$, pois está aberto à atmosfera) temos:

$$\Delta H = 50\ m = f\ \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = f\ \frac{1000}{D}\left(\frac{Q^2\ 16}{\pi^2 D^4}\right)\frac{1}{2g} \quad \rightarrow$$

$$\frac{f}{D^5} = \frac{50\ .20\ .\pi^2}{1000\ .1\ .16} \quad \rightarrow \quad \frac{f}{D^5} = 0{,}61685\ .$$

Cálculo de D pela fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10}\left(0{,}27\frac{k}{D} + \frac{2{,}51}{R\sqrt{f}}\right)$$

$$R = \frac{V \cdot D}{\nu} = \frac{Q \cdot D}{S \cdot \nu} = \frac{4 \cdot Q \cdot D}{\pi \cdot D^2 \cdot \nu} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D \cdot \nu} = \frac{4}{\pi \cdot D \cdot 10^{-6}} = \frac{4 \cdot 0{,}0979}{\pi \cdot 10^{-6} \cdot f^{1/5}} = \frac{1{,}156 \cdot 10^6}{f^{1/5}}$$

$$R\sqrt{f} = 1{,}156 \cdot 10^6 \cdot f^{3/10}$$

$$0{,}27 \cdot \frac{K}{D} = 0{,}27 \cdot \frac{K \cdot 0{,}9079}{f^{1/5}} = 0{,}27 \cdot \frac{9{,}079 \cdot 10^{-4}}{f^{1/5}} = \frac{2{,}4513 \cdot 10^{-4}}{f^{1/5}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10}\left(\frac{2{,}4513 \cdot 10^{-4}}{f^{1/5}} + \frac{2{,}51}{1{,}156 \cdot 10^6 \cdot f^{3/10}}\right)$$

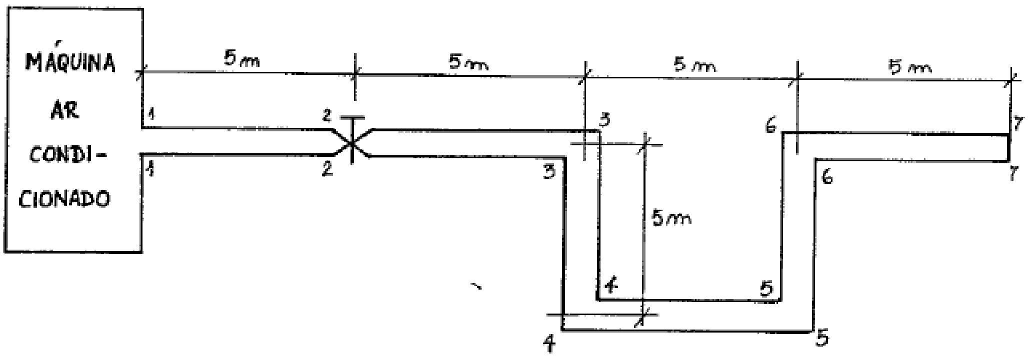
f	$1/\sqrt{f}$	$-2 \cdot \log_{10} \ldots$	Δ
0,02	7,0711	6,5303	8%
0,025	6,3246	-	-
0,022	6,7420	6,5467	3%
0,023	6,5938	6,5548	0,6%

Assim $f = 0{,}023$. Logo $f/_{D^5} = 0{,}61685 \quad \Rightarrow \quad D = \left(\frac{0{,}023}{0{,}61685}\right)^{1/5} = 0{,}52\ m.$

8.11 – Na instalação de ar condicionado apresentada pede-se uma relação entre a vazão do sistema e a diferença de pressão entre as seções 1 e 7.

Dados:

- seção de escoamento retangular, constante 0,6 x 0,3 m ;
- ks cotovelo = 1,3 ; Leq registro = 7 m;
- $\gamma_{ar} = 1{,}3\ \frac{kgf}{m^3},\ \ v_{ar} = \ 10^{-6}\ \frac{m^2}{s};$
- $K = \ 10^{-3}\ m$



Solução: Inicialmente iremos calcular o diâmetro hidráulico da tubulação.

$$D_H = 4\ R_H = \frac{4S}{\sigma} = \frac{4\ (0{,}6\ x\ 0{,}3)}{2\ (0{,}6+0{,}3)} = 0{,}4\ m\ .$$

Aplicando a Equação da Energia Cinética entre as seções 1-1 e 7-7 temos:

$$H_1 = \ H_7 + \frac{W_a}{\gamma Q}.$$

Pela Equação da Continuidade $Q_1 = \ Q_7$ (fluido incompressível pois abaixo de 60 m/s o ar se porta como tal, movimento permanente).

$$V_1 S_1 = \ V_7 S_7 \ \ \rightarrow V_1 = \ V_7 = V\ pois\ S_1 = \ S_7 = S\ .$$

Como $z_1 = \ z_7$ (mesma cota), teremos:

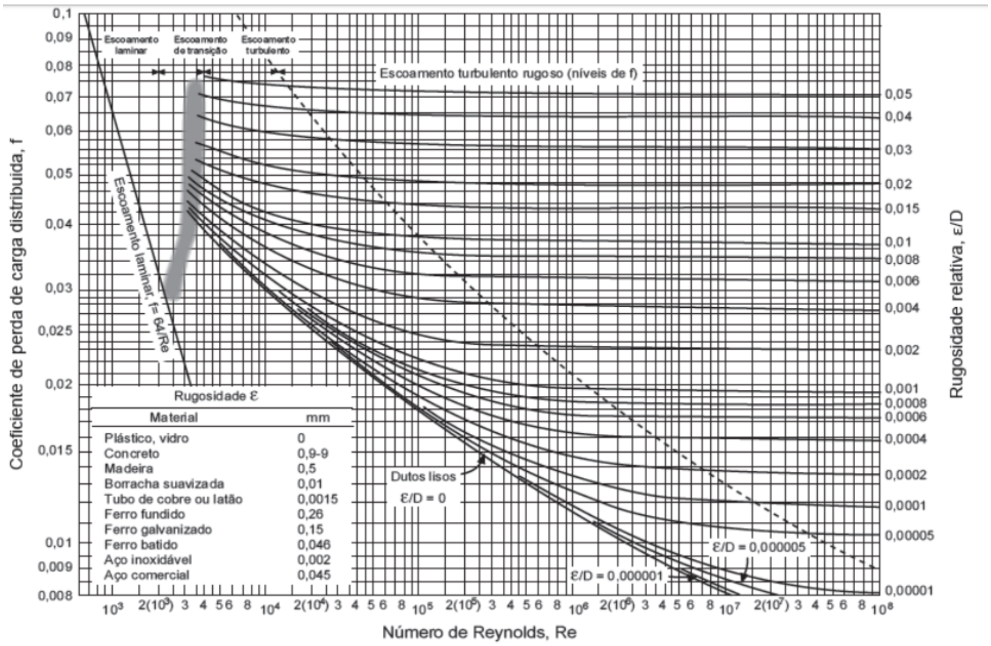
$$\frac{P_1}{\gamma} = \frac{P_7}{\gamma} + \ \Delta p\ \Big|_1^7 \ \ \rightarrow \ \frac{P_1 - P_7}{\gamma} = \ (\sum hs + \ \sum hf)_1^7\ .$$

A perda de carga será calculada como:

$$(\sum hs + \ \sum hf) = (ks_3 + \ ks_4 + \ ks_5 + \ ks_6)\frac{V^2}{2g} + f\,\frac{(L+ L_{eq})}{D}\,\frac{V^2}{2g} =$$

$$= 4\ x\ 1{,}3\ \frac{V^2}{2g} + f\ \left(\frac{30+7}{0{,}4}\right)\frac{V^2}{2g} = (\ 5{,}2 + 92{,}5\ f)\frac{V^2}{20}\ .$$

Utilizando o Diagrama de Moody para a determinação do fator de atrito:



Com

$$Re = \frac{vD}{\nu} > 5\ x\ 10^5$$

E

$$\frac{k}{D} = \frac{10^{-3}}{0,4} = 0,0025$$

Determina-se:

$$f = 0,025$$

Assim, $\frac{P_1 - P_7}{\gamma} = (\ 5,2 + 92,5\ x\ 0,025)\, \frac{1}{20} \left(\frac{Q^2\ 16}{\pi^2 D^2}\right)$

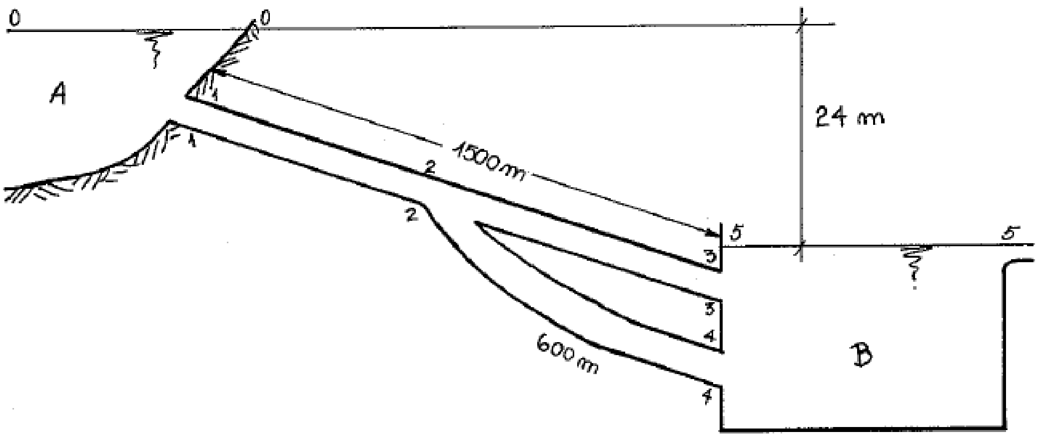
$\frac{P_1 - P_7}{1,3} = \frac{6,01\ Q^2}{\pi^2 0,4^2}$ $\rightarrow$ $P_1 - P_7 = 4,95\ Q^2$ válido para $R_e > 5\ x\ 10^5$

ou seja: $R_e = \frac{V\ D}{\nu} = \frac{Q\ D\ 4}{\pi\ D^2\ \nu} = \frac{4\ Q_{min}}{\pi\ \nu}$;

logo: $5\ x\ 10^5 = \frac{4\ Q}{\pi\ 10^{-6}}$ $\rightarrow$ $Q_{min} = 0,3927\ m^3/s$.

8.12 – Dois reservatórios cujas superfícies possuem uma diferença de altura de 24 m são interligados por uma tubulação de 0,3 m de diâmetro e comprimento de 1500 m. A vazão máxima que se pode obter é de $0{,}12\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$, nessa condição. Querendo-se aumentar a vazão do sistema, é ligada uma tubulação de 600 m de mesmo material e mesmo diâmetro, em paralelo à primeira. Qual o aumento porcentual da vazão, desprezando-se as perdas singulares?

Dados: $\nu = 1\ x\ 10^{-6}\ m^2/s$



Solução: Chamaremos de Q a vazão total na segunda condição; assim, o aumento porcentual será caculado por:

$$\%\ aumento = \left(\frac{Q-0{,}12}{0{,}12}\right)\ x\ 100$$

Aplica-se a equação da Continuidade entre 1-1 , 3-3 e 4-4. Como o movimento é permanente de um fluido incompressível e homogêneo, temos:

$$Q = Q_{23} + Q_{24} \ \rightarrow\ VS = V_{23}S_{23} + V_{24}S_{24} \ \rightarrow$$

$$VD_{12}^2 = V_{23}D_{23}^2 + V_{24}D_{24}^2 \ \ mas\ D_{12} = D_{23} = D_{24} \ \rightarrow$$

$$V = V_{23} + V_{24}$$

Como as perdas singulares são desprezíveis, por simetria podemos escrever que $Q_{23} = Q_{24}$, assim temos:

$$\frac{Q}{2} = Q_{23} = Q_{24}\ ; \qquad \frac{V}{2} = V_{23} = V_{24}\ .$$

Assim, aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre os pontos 1-1 e 3-3 e entre 1-1 e 4-4:

(A) - $H_1 = H_3 + \Delta p \left|_1^2 + \Delta p \right|_2^3 \ \rightarrow\ H_0 = H_5 + \Delta p \left|_1^2 + \Delta p \right|_2^3$

(B) - $H_1 = H_4 + \Delta p \left|_1^2 + \Delta p \right|_2^4 \ \rightarrow\ H_0 = H_5 + \Delta p \left|_1^2 + \Delta p \right|_2^4$

Fazendo-se (A)-(B) temos $\Delta p \Big|_2^3 = \Delta p \Big|_2^4$, como já sabiamos devido à simetria.

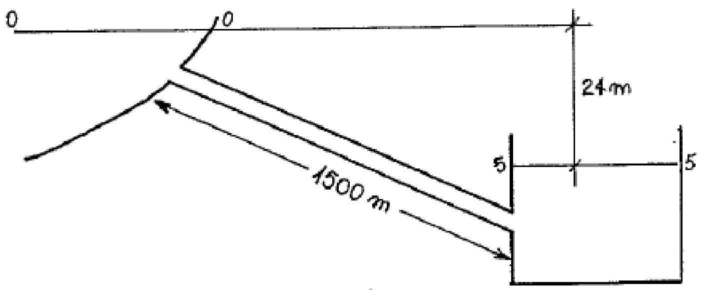
Como os reservatórios são de grandes dimensões e abertos à atmosfera, temos:

$$H_0 = z_0 \ e \ H_5 = z_5$$

$$\therefore 24 = f_{12} \frac{L_{12}}{D} \frac{V^2}{2g} + f_{23} \frac{L_{23} V_{23}^2}{D \ 2g} = f_{12} \frac{900}{0{,}3} \frac{V^2}{20} + f_{23} \frac{600}{0{,}3} \frac{V^2}{80} .$$

Logo $144 = f_{12} \, 900 \, V^2 + f_{23} \, 150 \, V^2$.

Utilizando a condição inicial do problema, com apenas uma tubulação, temos:

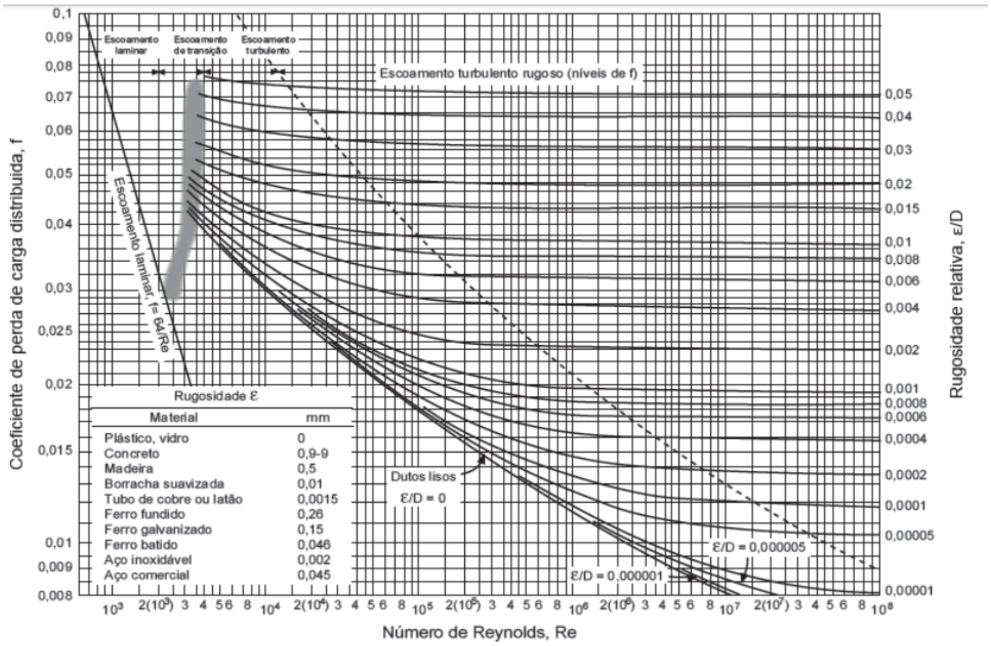


$$H_0 = H_5 + \Delta p \Big|_0^5$$

$$24 = f \frac{L}{D} \frac{V_0^2}{2g} = f \frac{L}{D} \left(\frac{Q_0^2 \ 16}{\pi^2 \ D^4} \right) \frac{1}{2g}$$

$$\therefore f = \frac{24 \, D^5 \, \pi^2 \, 2g}{16 \, . 1 \, . Q_0^2} = \frac{24 \, . \overline{0{,}3}^5 \, . \, \pi^2 \, . \, 20}{16 \, . 1500 \, . \, \overline{0{,}12}^2} = 0{,}0333 .$$

Utilizando o Diagrama de Moody para a determinação de K:



Com

$$Re = \frac{vD}{\nu} = 5{,}09\ x\ 10^5$$

E

$$f = 0{,}0333$$

$$D = 0{,}3\ m$$

Determina-se:

$$K = 0{,}002\ m$$

Observação: Podemos calcular K pela fórmula de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\ \log_{10}\left(0{,}24\frac{K}{D} + \frac{2{,}51}{R\sqrt{f}}\right),$$

$$5{,}479 = = -2\ \log_{10}\left(0{,}270{,}3 + \frac{2{,}51\ x\ 5{,}479}{5{,}09\ x\ 10^5}\right) \ \rightarrow\ K = 0{,}002$$

$$\frac{D}{K} = \frac{0{,}3}{0{,}002} = 150\ .$$

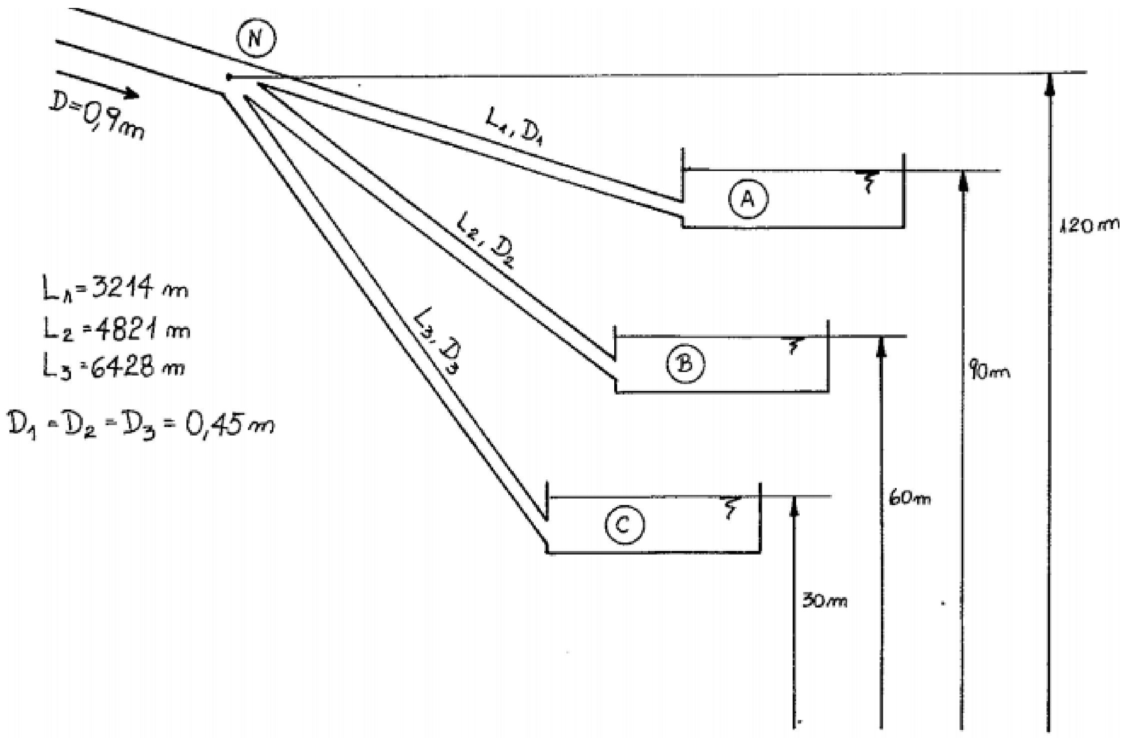
Portanto, como a velocidade mínima nas tubulações no segundo caso será superior à metade da velocidade na primeira condição, (que seria $R > 2,5\ x\ 10^5$), então $f_{12} = f_{23} = 0,0333$.

Logo: $144 = 0,033\ x\ 900\ x\ V^2 + 0,033\ x\ 150\ x\ V^2 \quad \rightarrow \quad V = 2,04\ m/s$.

$$Q = V\ .S = 2,04\ x\ \frac{\pi\ \overline{0,3}^2}{4} = 0,144\ m^3/s\ .$$

$$\%\ aumento = \left(\frac{0,144 - 0,12}{0,12}\right) x\ 100 = 20\%\ .$$

8.17 – N instalação da figura, quando a vazão na linha de alimentação for até $1{,}4\text{m}^3/s$, quais serão as vazões nas linhas? Supor $\text{f} = 0{,}017$ para todos os tubos.



Solução:

Aplicando-se a Equação da Continuidade no nó N, teremos:

$$1{,}4 = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre N e A, N e B e N e C, teremos:

$N \rightarrow A$: $\qquad H_N = H_A + \Delta p \Big|_N^A$

$N \rightarrow B$: $\qquad H_N = H_B + \Delta p \Big|_N^B$

$N \rightarrow C$: $\qquad H_N = H_C + \Delta p \Big|_N^C$

Mas A,B e C são reservatórios de grandes dimensões: $H_A = 90\text{m}$, $H_B = 60\text{m}$ e $H_C = 30\text{m}$ (pois $V = 0$ e $p = p_{atm} = 0$).

Como $\Delta p = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = f\frac{L}{D}\frac{Q^2 16}{\pi^2 D^4} = \frac{f16}{D^5\pi^2}.LQ^2 = \frac{0{,}017.16}{0{,}45^5.\pi^2.20}.LQ^2 = 0{,}075.LQ^2$,

$\therefore \quad H_N = 90 + 240{Q_1}^2 \qquad -1-$

$$H_N = 60 + 360{Q_2}^2 \qquad -2-$$

$$H_N = 30 + 480{Q_3}^2 \qquad -3-$$

ou de 1 e 2: $240{Q_1}^2 + 30 = 360{Q_2}^2 \;\rightarrow\; 8{Q_1}^2 + 1 = 12{Q_2}^2$,

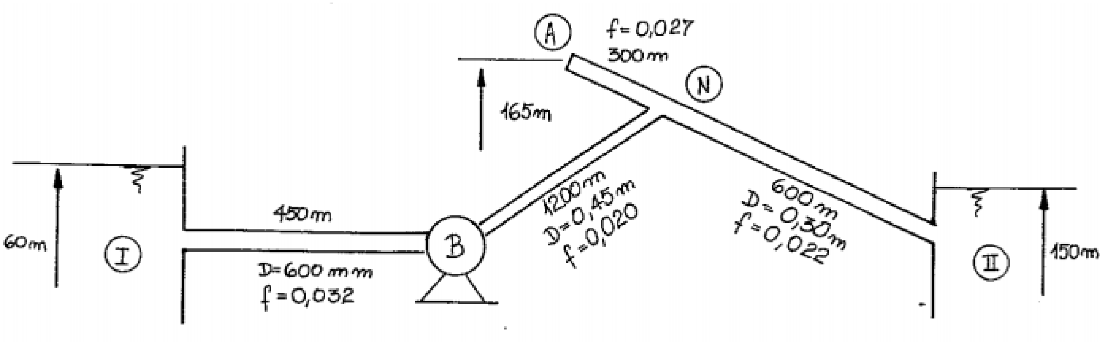
de 1 e 3: $240{Q_1}^2 + 60 = 480{Q_3}^2 \;\rightarrow\; 4{Q_1}^2 + 1 = 8{Q_3}^2$.

Como: $1{,}4 = Q_1 + Q_2 + Q_3 \;\rightarrow\; 1{,}4 = Q_1 + \sqrt{\frac{8{Q_1}^2+1}{12}} + \sqrt{\frac{4{Q_1}^2+1}{8}} \rightarrow\; Q_1 = 0{,}453\mathrm{m^3/s}$,

$\therefore \qquad Q_3 = 0{,}477\mathrm{m^3/s}$ e $0{,}469\mathrm{m^3/s}$

<u>Exercício: 8.18</u> – Na instalação da figura, a bomba possibilita que a vazão na saída A de $110\mathrm{L}/s$ e para o reservatório superior, II, sejam bombeados $220\mathrm{L}/s$. Determinar a potência da bomba e o diâmetro do tubo N – A. Desprezar perdas de cargas singulares.

$$\left(\gamma_{\text{água}} = \frac{10.000\mathrm{N}}{\mathrm{m^3}},\;\; \eta_B = 85\%\right)$$



<u>Solução:</u>

Aplicando-se a Equação da Continuidade no nó N:

$$Q_{NA} + Q_{N4} = Q_{3N} = 110 + 220 = \frac{330\mathrm{L}}{\mathrm{s}} = Q_{1,2}\,.$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre 0-0 e 5-5, temos:

$$H_0 + \frac{\dot{W}_B}{\gamma Q} = H_5 + \Delta p\Big|_1^2 + \Delta p\Big|_3^N + \Delta p\Big|_N^4$$

$$\frac{p_0}{\gamma} + z_0 + \frac{\alpha {V_0}^2}{2g} + \frac{\dot{W}_B}{\gamma Q} = \frac{p_5}{\gamma} + z_5 + \frac{\alpha {V_5}^2}{2g} + \left(f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_1^2 + \left(f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_3^N + \left(f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_N^4;$$

$$60+\frac{\dot{W}_B}{\gamma Q}=150+0{,}032.\frac{450}{20}.\frac{{Q_1}^2 16}{\pi^2 {D_1}^5}+0{,}020.\frac{1200}{20}.\frac{{Q_1}^2 16}{\pi^2 {D_2}^5}+0{,}022.\frac{600}{20}.\frac{{Q_{N4}}^2 16}{\pi^2 {D_{N4}}^5};$$

$$\frac{\dot{W}_B}{\gamma Q}=90+15{,}01.\overline{0{,}33}^2+105{,}42.\overline{0{,}33}^2+440{,}31.\overline{0{,}22}^2=124{,}42\text{m};$$

$$\dot{W}_B=10^3.330\text{x}10^{-3}.124{,}42=41060{,}7\text{kg}.\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\dot{W}_B=\frac{41060{,}7}{75}=\frac{547{,}5\text{CV}}{\eta}=644\text{CV}.$$

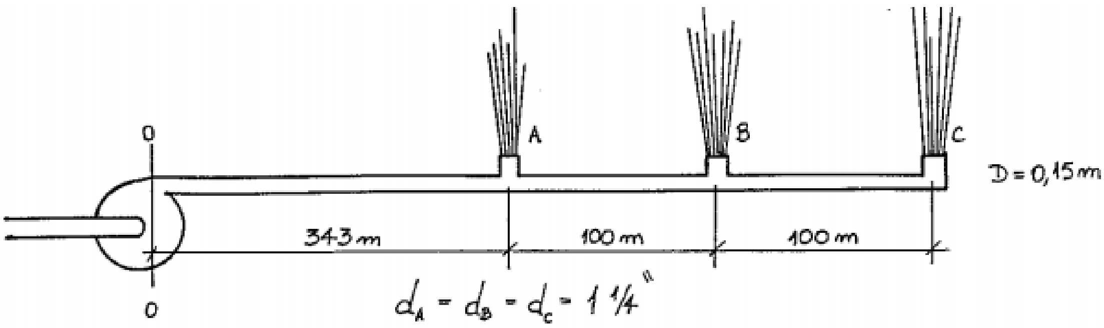
Aplicando-se a Eq. Da Energia Cinética entre 0-0 e A, temos:

$$H_0+\frac{\dot{W}_B}{\gamma Q}=H_A+\Delta p\Big|_1^2+\Delta p\Big|_3^N+\Delta p\Big|_N^A;$$

$$60+122{,}42=90+15{,}01.\overline{0{,}33}^2+105{,}42.\overline{0{,}33}^2+f\frac{L}{D^5}\frac{Q^2 16}{\pi^2 20};$$

$$D^5=\frac{1}{81{,}31}.\frac{0{,}027.300.\overline{0{,}11}^2.16}{\pi^2 20}\rightarrow\ D=0{,}158\text{m}.$$

Exercício: 8.19 – Na instalação da figura, para uma vazão de $100\text{m}^3/\text{h}$ a bomba consome 15CV. Calcular a altura atingida pelo fluido que sai pelas aberturas A, B e C, sabendo-se que o rendimento da bomba é de 61,7%.



Dados: $ks_A=ks_B=ks_C=1{,}5$; $K=0{,}00075\text{m}$.

Solução:

Como conhecemos a potência da bomba e a sua vazão podemos calcular a altura manométrica da mesma, usando a expressão:

$$\dot{W}_m=\frac{\gamma QH}{\eta}\text{, que é a potência que o motor necessita.}$$

$$\dot{W}_m=15\text{CV}=15\text{x}75\text{kg}.\frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$\mathrm{H} = \frac{15\mathrm{x}75\mathrm{x}0{,}617\mathrm{x}3600}{10^3\mathrm{x}100} = 25\mathrm{m}.$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre 0-0 e A-A:

$$\mathrm{H_0} = \mathrm{H_A} + \Delta\mathrm{perdas}\Big|_0^A\ ;$$

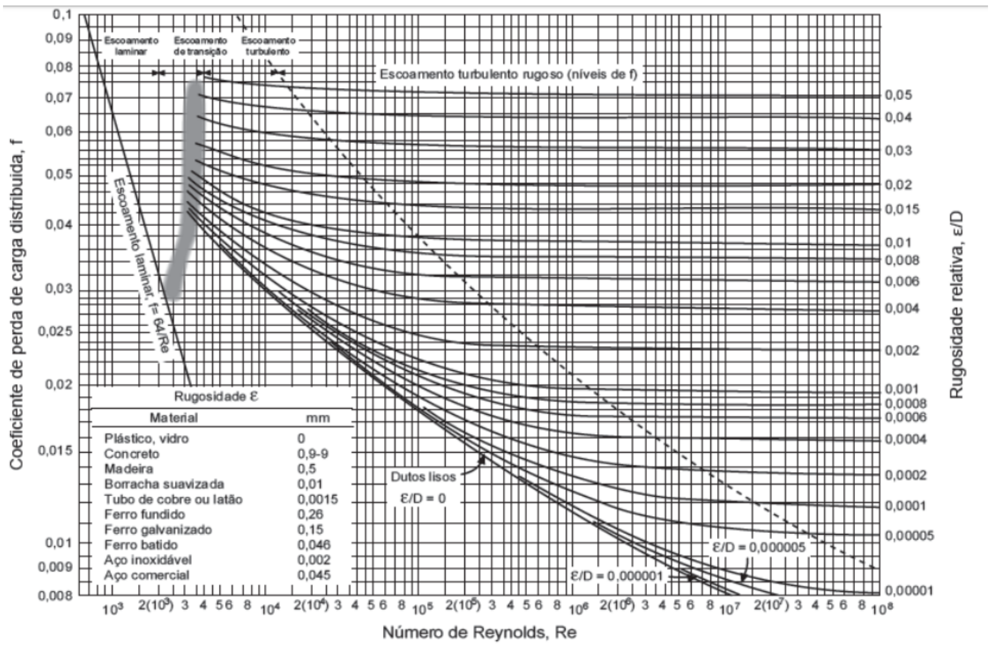
$$\Delta\mathrm{perdas}\Big|_0^A = \sum \mathrm{hs} + \sum \mathrm{hf} = \mathrm{f}\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{D}}\frac{\mathrm{V^2}_{0-A}}{2\mathrm{g}}\Big|_0^A + \mathrm{ks_A}\frac{\mathrm{V^2}_A}{2\mathrm{g}};$$

$$\mathrm{Q_{0-A}} = \frac{100}{3600} = \frac{0{,}0278\mathrm{m^3}}{\mathrm{s}} = \mathrm{V_{0-A}}.\mathrm{S} = \mathrm{V_{0-A}}\frac{\pi\overline{0{,}15}^2}{4},$$

$$\mathrm{V_{0-A}} = \frac{1{,}57\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

a) Cálculo de f:

a.1) Pelo Diagrama de Moody:



Com

$$Re = \frac{vD}{\nu} = \frac{1{,}17\mathrm{x}0{,}15}{10^{-6}} = 2{,}355\mathrm{x}10^5$$

E

$$\frac{k}{D} = \frac{0{,}00075}{0{,}15} = 0{,}0025$$

Determina-se:

$$f = 0{,}0255$$

a.2) Pela Equação de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{0{,}27k}{D} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right),$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log_{10}\left(\frac{0{,}27}{200} + \frac{2{,}51}{2{,}355x10^5\sqrt{f}}\right).$$

f admitido	$1/\sqrt{f}$	$-2\log_{10}(.....)$	Δ%
0,02	7,0711	6,2495	11,6
0,025	6,3246	6,2587	1,0
0,0255	6,2622	6,2595	-

Logo, $f = 0{,}0255$.

Assim:

$$H_0 = H_A + \Delta perdas\Big|_0^A,$$

$$25 = \frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{\alpha {V_A}^2}{2g} + 0{,}0255.\frac{343}{0{,}15}.\frac{\overline{1{,}57}^2}{20} + 1{,}5\frac{{V^2}_A}{2g},$$

onde $p_A = 0$ (aberto à atmosfera) e $z_A = 0$ (sobre o PDR) e $V_A = 11{,}93 m/s$.

$$Q_A = V_A S_A = 11{,}93.\frac{\pi \overline{0{,}03175}^2}{4} = \frac{0{,}009446 m^3}{s};$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre 0-0 e B-B:

$$H_0 = H_B + \Delta perdas\Big|_0^B;$$

$$H_0 = H_B + \left(f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_0^A + \left(f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_A^B + ks_B\frac{{V^2}_B}{2g}.$$

Aplicando-se a Equação da Continuidade no nó A:

$$Q_{0-A} = Q_A + Q_{AB} \rightarrow \ Q_{AB} = 0{,}02777 - 0{,}009446 = \frac{0{,}018330 m^3}{s},$$

$$V_{AB} = \frac{1{,}037 m}{s}$$

O valor de f_1 no trecho A-B vale 0,0258 (mesma sequência mostrada anteriormente).

$$25 = \frac{V_B{}^2}{2g} + 0{,}0255.\frac{343}{0{,}15}.\frac{\overline{1{,}57}^2}{20} + 0{,}0258.\frac{100}{0{,}15}.\frac{\overline{1{,}037}^2}{20} + 1{,}5\frac{V^2{}_B}{2g},$$

$$V_B = \frac{11{,}62m}{s} \rightarrow \quad Q_B = \frac{0{,}009197m^3}{s}.$$

Aplicando-se a Equação da Energia Cinética entre 0-0 e C-C:

$$H_0 = H_C + \Delta perdas \Big|_0^C ;$$

$$H_0 = H_C + \left(f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_0^A + \left(f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_A^B + \left(f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}\right)_B^C + ks_C\frac{V^2{}_C}{2g}.$$

$$Q_{B-C} = Q_{A-B} - Q_B = 0{,}018330 - 0{,}009197 = \frac{0{,}009133m^3}{s},$$

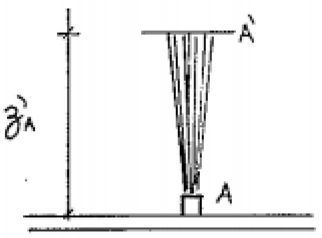
$$V_{B-C} = \frac{0{,}5169m}{s}.$$

O valor de f no trecho B-C vale f = $0{,}0267$.

$$25 = \frac{V_C{}^2}{2g} + 0{,}0255.\frac{343}{0{,}15}.\frac{\overline{1{,}57}^2}{20} + 0{,}0258.\frac{100}{0{,}15}.\frac{\overline{1{,}037}^2}{20} + 0{,}0267.\frac{100}{0{,}15}.\frac{\overline{0{,}5169}^2}{20} + 1{,}5\frac{V^2{}_C}{2g},$$

$$V_C = \frac{11{,}54m}{s} \rightarrow \quad Q_C = \frac{0{,}09133m^3}{s}.$$

A altura atingida pelo fluido em cada abertura será:



$$H_A = H_{A\prime} \rightarrow \quad \frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{\alpha V_A{}^2}{2g} = \frac{p_{A\prime}}{\gamma} + z_{A\prime} + \frac{\alpha V_{A\prime}{}^2}{2g} ;$$

$p_A = p_{A'} = 0$, no ponto A′a velocidade do fluido é nula.

$$\therefore \qquad z_{A'} = \frac{\alpha {V_A}^2}{2g} = \frac{\overline{11{,}93}^2}{20} = 7{,}12\text{m} \,,$$

$$z_{B'} = 6{,}75\text{m} \,,$$

$$z_{C'} = 6{,}65\text{m} \,.$$