Métodos subjetivos de desempate

Enzo Barberio Mariano

Perguntas

1. Porque a DEA costuma conduzir a um número elevado de empates de DMUs na fronteira?
2. Quais são os dois tipos de métodos de desempate relacionados a DEA?
3. No consiste o modelo de supereficiência?
4. Quais são as principais utilizações do modelo de supereficiência?
5. O que é a fronteira invertida e o índice composto?
6. O que é a avaliação cruzada?
7. Como resolver o problema de múltiplos pesos na avaliação cruzada?
8. Como se constrói o índice triplo?

Métodos subjetivos

- **A DEA possibilita que se forneça alguma informação de especialistas ao modelo;**
  - Pode deixar o modelo mais realista;
  - Vai além do desempate
- **Tipos:**
  - Restrições aos pesos;
  - Análise de valor de eficiência
  - Estrutura de preferências;
- **Problema da subjetividade:**
  - A subjetividade é o problema que a DEA veio evitar;
  - Exige muita justificativa teórica;

Restrições aos pesos

- **Os pesos na DEA estão livres para assumir qualquer valor;**
  - Assumem os valores mais vantajosos para cada unidade
- **As restrições limitam a gama de valores que os pesos podem assumir;**
  - São acrescidas na forma dos multiplicadores
- **Podem ser diferentes tipos:**
  - Diretas;
  - Região de segurança
  - À contribuição relativa;
  - A uma dimensão (conjunto de variáveis)
  - Cone ratio (razão do cone).

Nesta aula

Restrições diretas

- **Desenvolvido por Dyson e Thanassolis (1988)**
- **Consiste impor limites aos pesos diretamente;**
- **Mais simples, mas é difícil impor limites coerentes:**
  - Os pesos refletem a ordem de grandeza;
  - Pode levar a inviabilidade da programação linear;

$$\alpha \leq v_j \leq \beta$$

$$\alpha \leq u_i \leq \beta$$

Exemplo - CCR orientado aos *outputs*

$$\text{MIN} \quad \sum_{j=1}^{n} v_j \cdot x_{j0}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{m} u_i \cdot y_{i0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{m} u_i . y_{jk} - \sum_{j=1}^{n} v_j \cdot x_{jk} \le 0, \quad \text{para} \quad k = 1,2 \ldots\ldots z$$

$$u_2 \ge 5$$

$$v_3 \le 10$$

Restrições diretas

$$u_i \text{ e } v_j \ge \varepsilon$$

Região de Segurança (AR)

- **Desenvolvido por Thompson et al. (1986)**

- **Consiste em vincular o peso de duas variáveis do modelo:**
  - **Tipo 1 (AR1):** peso de um input ao de outro input ou de um output ao de um outro output;
  - **Tipo 2 (AR2):** peso de um input ao de um output ou vice-versa

$$\alpha \cdot v_1 \leq v_2 \leq \beta \cdot v_1$$

$$\alpha \cdot u_1 \leq u_2 \leq \beta \cdot u_1$$

Exemplo - CCR orientado aos *outputs*

$$\text{MIN} \quad \sum_{j=1}^{n} v_j \cdot x_{j0}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{m} u_i \cdot y_{i0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{m} u_i . y_{jk} - \sum_{j=1}^{n} v_j \cdot x_{jk} \leq 0, \quad \text{para} \quad k = 1,2 \ldots\ldots z$$

$$u_2 \geq 5^* u_3$$

$$v_3 \leq 7^* v_1$$

AR do tipo 1

$$u_i \text{ e } v_j \geq \varepsilon$$

A contribuição relativa

- Desenvolvido por Wong e Beasley (1990)

- Consiste em propor limites para a contribuição relativa de cada input e output;

$$\alpha \le \frac{v_j * x_j}{I_v} \le \beta$$

$$\alpha \le \frac{u_i * y_i}{O_v} \le \beta$$

Exemplo

- **Modelo com 3 outputs:**
  – A contribuição do output 2 deve ser maior que 50%

$$(u_2 * y_{20})/O_v \geq 0{,}5$$

$$u_2 * y_{20} \geq 0{,}5 * (u_1 * y_{10} + u_2 * y_{20} + u_3 * y_{30})$$

$$-0{,}5 * u_1 * y_{10} + 0{,}5 * u_2 * y_{20} - 0{,}5 * u_3 * y_{30} \geq 0$$

Exemplo - CCR orientado aos *outputs*

$$\text{MIN} \quad \sum_{j=1}^{n} v_j \cdot x_{j0}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{m} u_i \cdot y_{i0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{m} u_i . y_{jk} - \sum_{j=1}^{n} v_j \cdot x_{jk} \leq 0 \text{ , para } k = 1,2 \text{ .....z}$$

$$-0{,}5 * u_1 * y_{10} + 0{,}5 * u_2 * y_{20} - 0{,}5 * u_3 * y_{30} \geq 0$$

$$u_i \text{ e } v_j \geq \varepsilon$$

Análise de Valor de Eficiência (VEA)

- **Desenvolvido por Halme et al (2000);**
- **Consiste em:**
  - Rodar um modelo DEA (1º estágio)
  - Identificar a solução preferida dentre as eficientes;
  - Aplicar o modelo VEA para discriminar as outras DMUs em função da escolhida (2º estágio);
- **Muda-se apenas a restrição da MPS;**

Exemplo - CCR orientado aos *outputs*

$$\text{MIN} \quad \sum_{j=1}^{n} v_j \cdot x_{j0}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{m} u_i \cdot y_{i0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{m} u_i . y_{jk} - \sum_{j=1}^{n} v_j \cdot x_{jk} \leq 0, \text{ para todo k} \neq MPS$$

$$\sum_{i=1}^{m} u_i . y_{jk} - \sum_{j=1}^{n} v_j . x_{jk} = 0 \quad , \text{ para } k = MPS$$

u_i e $v_j \geq \varepsilon$