

MAC 0329

07/05/2020

Bom dia

a	b	c	$f(a,b,c)$	$\bar{a}bc$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
→	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
1	0	0	0	0
→	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>0</u>
→	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>
→	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>

$$f(a,b,c) = \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc$$

forma SOP canônica
(soma de mintermos)

$$= m_3 + m_5 + m_6 + m_7$$

↓
011

$$= \sum m(3,5,6,7)$$

$$\bar{a}bc \leq f, \quad a\bar{b}c \leq f, \quad \dots$$



$$\bar{a}bc = 1 \implies f(a,b,c) = 1$$

↓ see
 $a=0, b=1, c=1$
 $011(2) = 3(10)$

Simplificação algébrica

$$f(a,b,c) = \bar{a}bc + a\bar{b}c + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c \quad (i)$$

$$\stackrel{\text{idemp}}{=} \underbrace{\bar{a}bc + abc}_{bc} + \underbrace{a\bar{b}c + abc}_{ac} + a\bar{b}\bar{c} + abc$$

$$= bc + ac + ab \quad (ii)$$

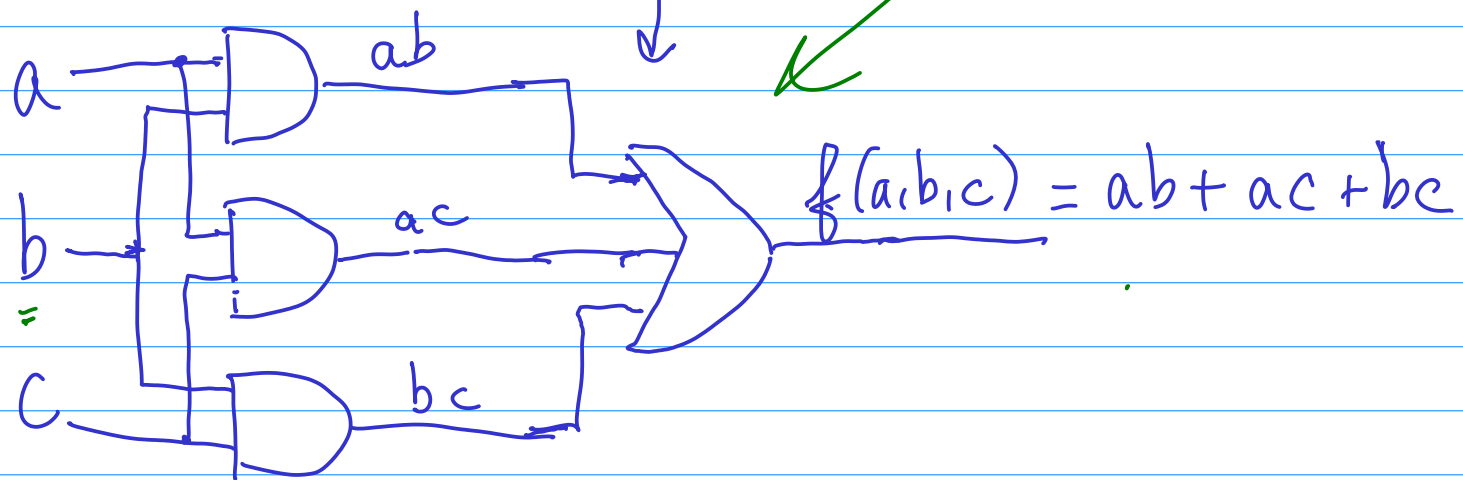
(i) 4 termos produto \Rightarrow 4 portas E (3 entradas)
3 operações + \Rightarrow 1 porta OU (com 4 entradas) 5 portas

(ii) 3 termos produto \Rightarrow 3 portas E (2 entradas)
2 operações + \Rightarrow 1 porta OU (com 3 entradas) 4 portas

Desenho do circuito no caso ii

$$f(a, b, c) = bc + ac + ab$$

circuito de 2 níveis



1º nível

2º nível

Qual a expressão mais "econômica"?

Minimização 2 níveis \Rightarrow soma de produtos
ou

produtos de somas

Definição: Uma expressão booleana está na forma SOP minimal se

- 1) \nexists existe outra exp. equivalente na forma SOP, com menor n^o de termos produto
- 2) \nexists existe outra exp. equivalente na forma SOP com igual n^o de termos produto e menor n^o de literais.

Exemplo

$$f(a,b,c) = ab\bar{c} + a\bar{b}c + \bar{a}bc + abc$$

$$= \underline{ab + ac + bc} \quad \curvearrowright$$

$$= \underline{ab\bar{c} + ac + bc} \quad \leftarrow$$

Relação de ordem entre produtos

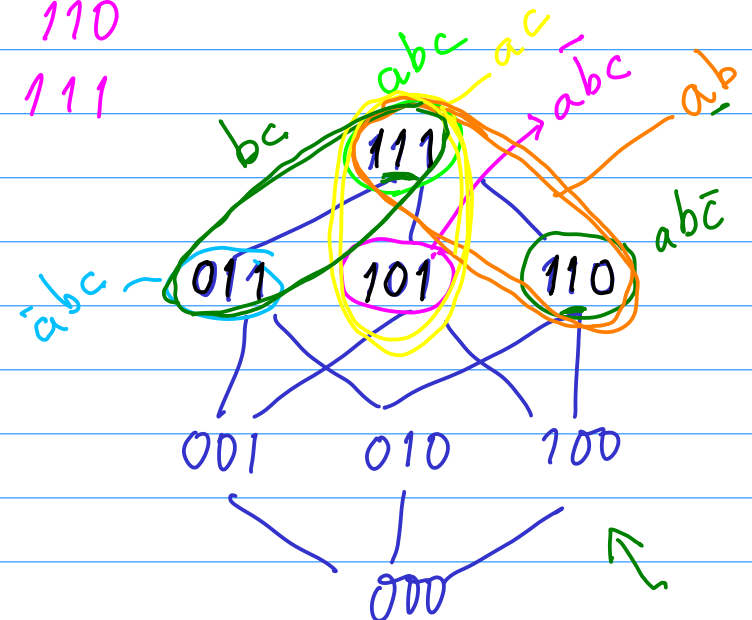
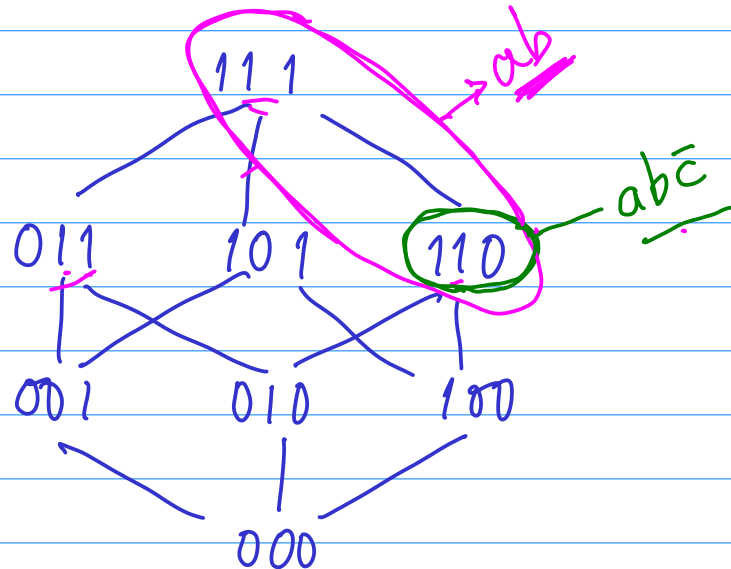
$$f(a,b,c) = \underbrace{ab\bar{c}} + \underbrace{a\bar{b}c} + \underbrace{\bar{a}bc} + \underbrace{abc} = \underbrace{ab}_{\text{orange}} + \underbrace{bc}_{\text{green}} + \underbrace{ac}_{\text{yellow}}$$

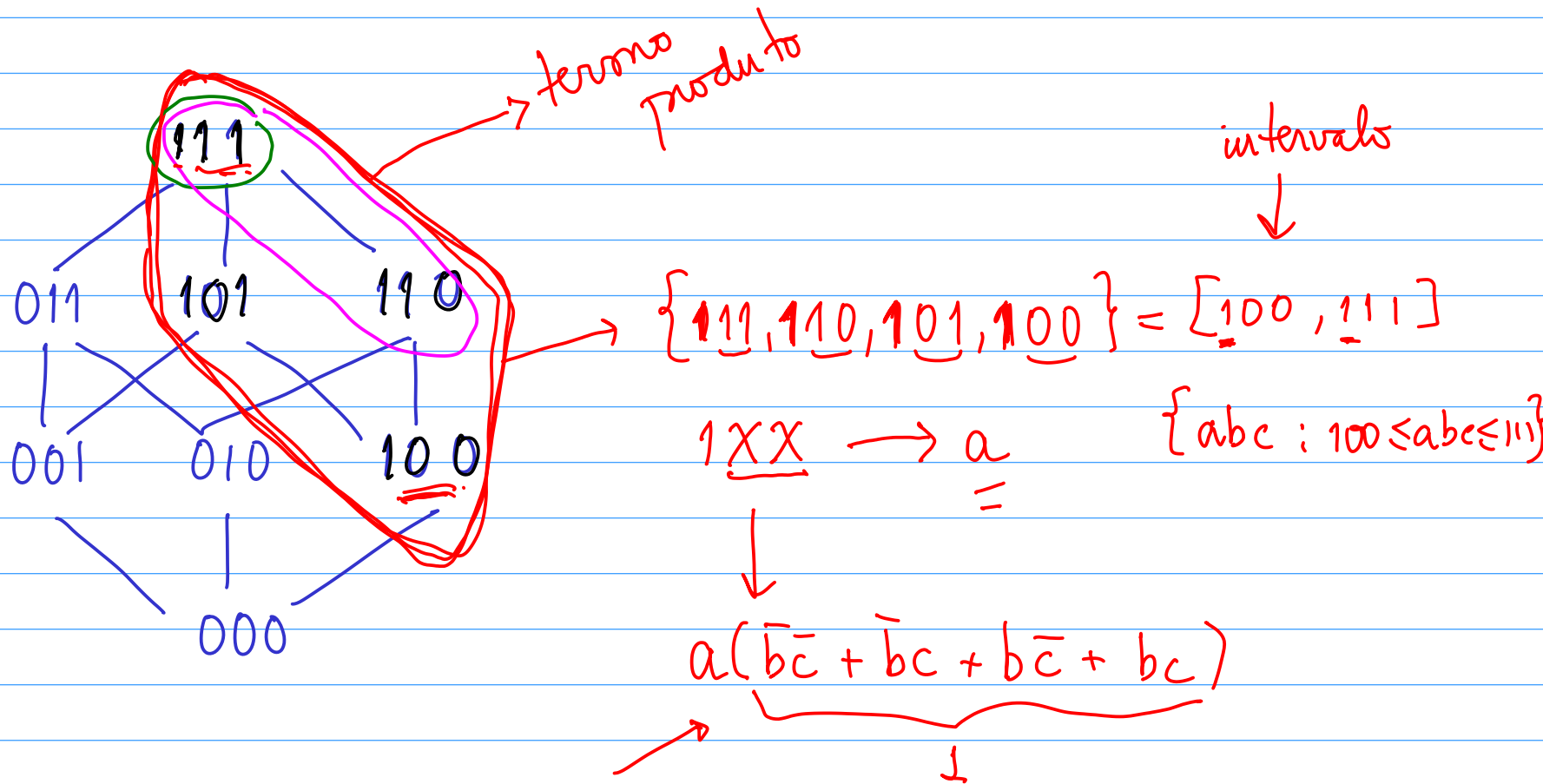
$$ab\bar{c} \leq f$$

$$ab \leq f$$

$$\underline{\underline{ab\bar{c}}} \leq \underline{ab} \leq f$$

→ 110
111





→ abc $\rightsquigarrow \{111\} \rightsquigarrow 2^0 = 1$ elemento

→ ab $\rightsquigarrow \{110, 111\} \rightsquigarrow 2^1 = 2$ elementos

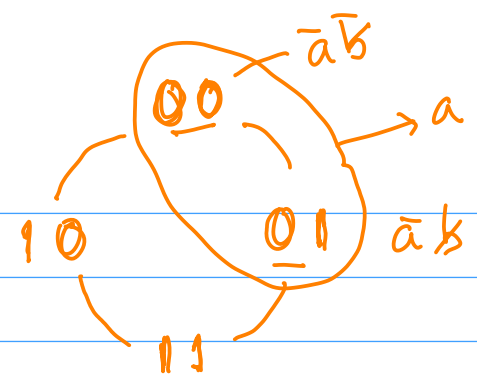
→ a $\rightsquigarrow \{111, 110, 101, 100\} \rightsquigarrow 2^2 = 4$ elementos

Mapas de Karnaugh

Gray code

$$f(a,b,c) = ab\bar{c} + a\bar{b}c + \bar{a}bc + abc$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 110 101 011 111



	bc	00	01	11	10
a	0	000	001	011	010
	1	100	101	111	110

Por que nos 00 01 10 11?

← mapa de Karnaugh (3 variáveis)

	bc	00	01	11	10
a	0			1	
	1		1	1	1

$\{011, 111\} = x11 \rightarrow bc$

$\{111, 110\} = 11x \rightarrow ab (ab(\underline{c+\bar{c}}))$

$\{101, 111\} = 1x1 \rightarrow ac$

$$\{001, 011\} = 0 \times 1 \rightarrow \bar{a}c$$

a \ bc	00	01	11	10
0		1	1	
1			1	1

$$f(a,b,c) = abc + ab\bar{c} + \bar{a}bc$$

$$= \bar{a}bc$$

$$bc \leftarrow \{011, 111\}$$

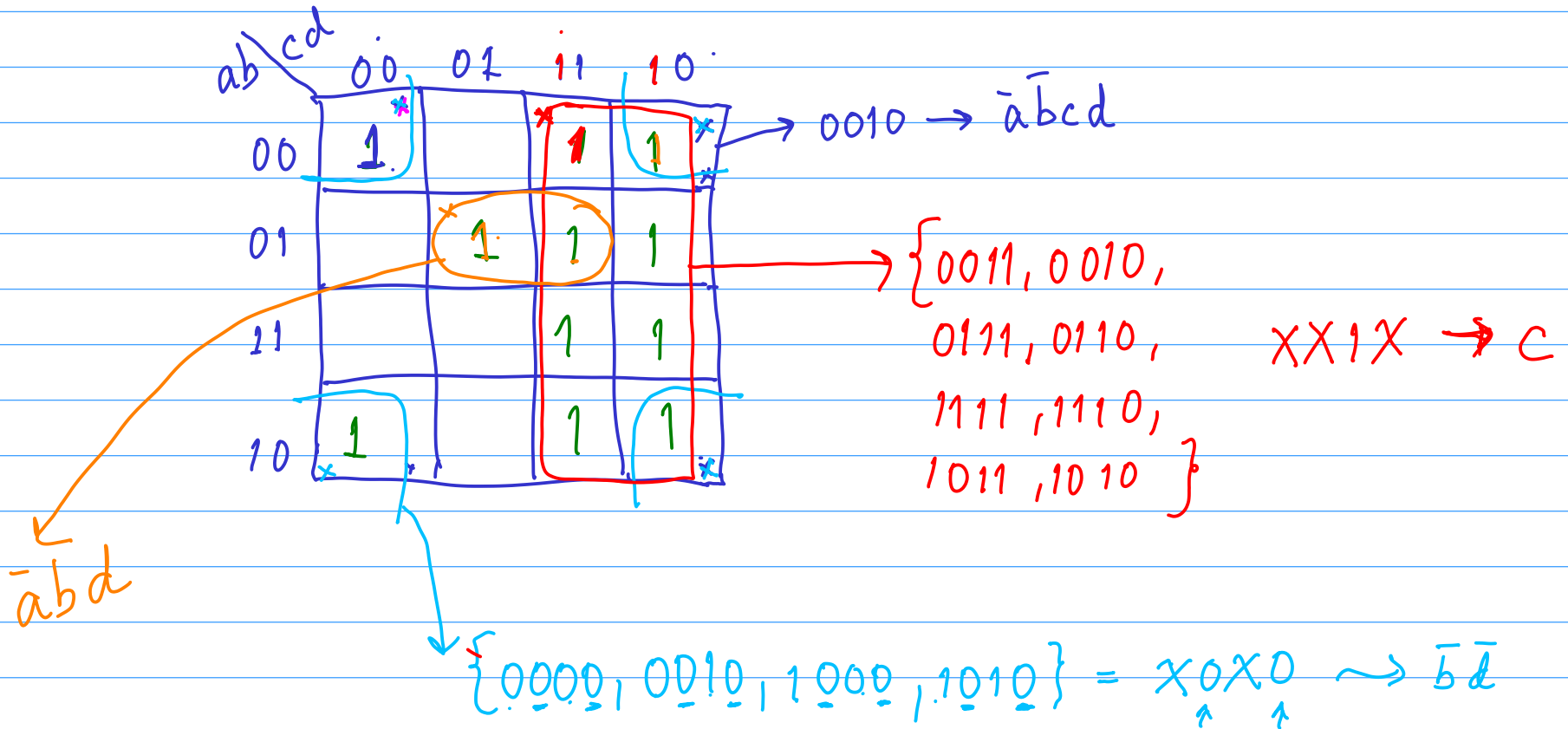
$$ab \leftarrow \{111, 110\}$$

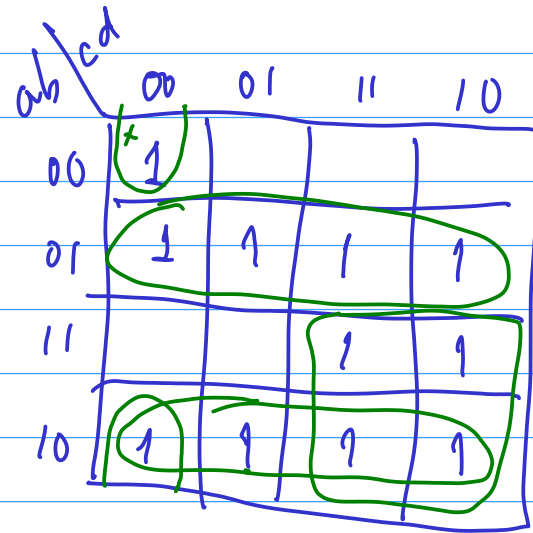
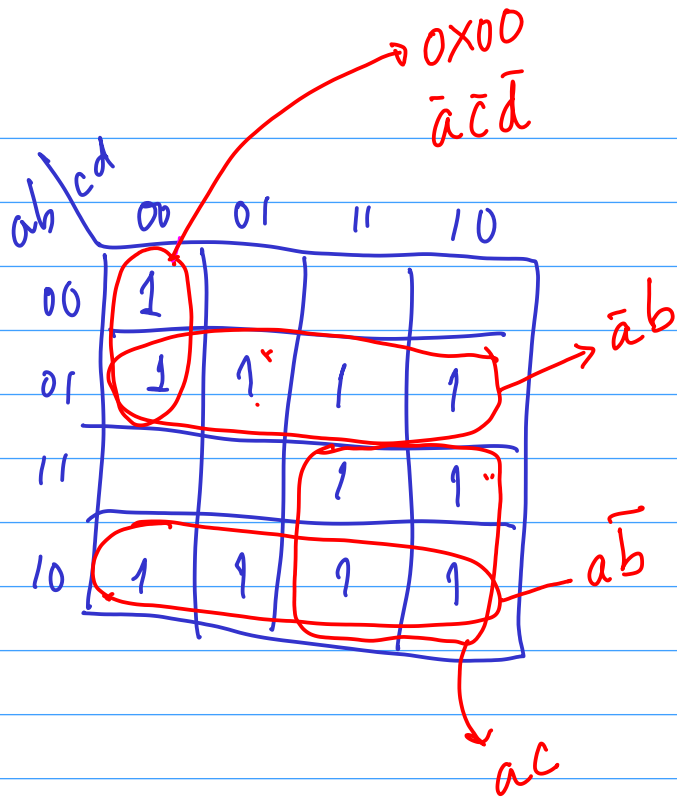
$$\bar{a}c + bc + ab = \boxed{\bar{a}c + ab}$$

↑
redundante

SOP minimal

Mapa de Karnaugh (4 variáveis)





Soluções
equivalentes

3 produtos
com 2 var.

+

1 prod.

3 variáveis

