


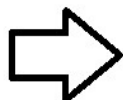
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

 Instituto de Física

Curso de Tecnologia do Vácuo

4300323

**ESCOAMENTO
DE GASES**



Prof. Hécio Onusic
Prof. Nilberto H. Medina
Prof. Ross Alan Douglas

ESCOAMENTO DE GASES

1. INTRODUÇÃO

O objetivo desta apostila é apresentar qualitativa- e quantitativamente o escoamento de gases em geral. É preciso salientar que para tal descrição utilizaremos modelos, ou seja, determinadas aproximações e simplificações. Alguns fatores dos quais depende o escoamento podem ser adiantados, como por exemplo, a diferença de pressão entre os volumes, o valor absoluto das pressões, a geometria, a composição química do gás (viscosidade, massa molecular, etc.). Dependendo da região de interesse (pressão), a importância destes fatores tornar-se-á maior ou menor.

Antes de atacar o problema propriamente dito, é necessário apresentar algumas definições e conceitos muito importantes no trato diário da tecnologia do vácuo.

2. DEFINIÇÕES BÁSICAS

Consideremos uma tubulação onde há um escoamento de gás através de uma seção, como mostra a figura 1.

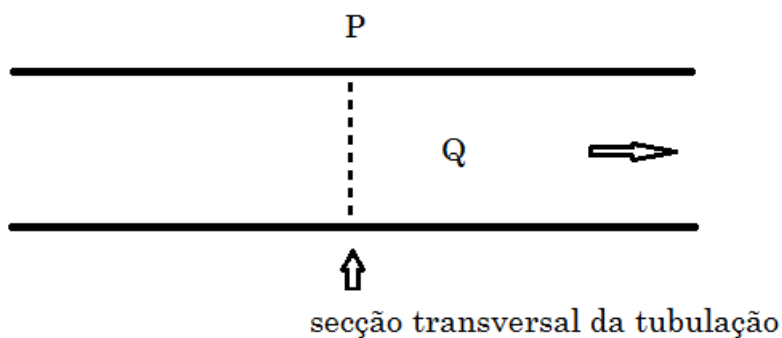


Fig. 1

A relação básica que descreve este escoamento é:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{Q}{P} = S$$

onde:

ΔV é o volume de gás que escoar através da seção num tempo Δt , e que normalmente é medido em litros por segundo

Q é o fluxo de gás, ou seja, a quantidade de gás que escoar por unidade de tempo, medida em torr-litros por segundo

P é a pressão do gás neste ponto da tubulação, medida em torr

S é a velocidade de bombeamento, ou seja, o volume de gás que escoar através da seção por unidade de tempo, medida em litros por segundo

A fim de ilustrar tais grandezas, consideremos o sistema da figura 2, no qual um êmbolo deslisa sem atrito.

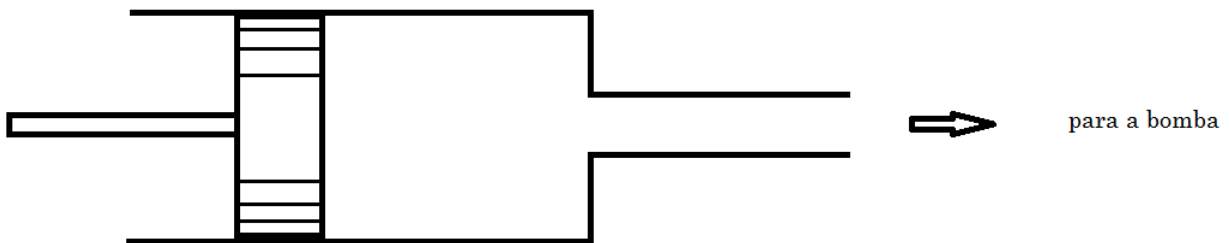


Fig. 2

Assim, a pressão dentro do sistema é independente do tempo. Considerando apenas o gás que está no volume do sistema, (desprezando vazamentos, degassificação, etc.), podemos escrever a equação de estado, admitindo que o gás seja ideal, como

$$P V = k N T$$

onde

N é o número de moléculas no sistema, no tempo t ,

k é a constante de Boltzmann,

P é a pressão no sistema,

V é o volume do mesmo e

T é a temperatura do sistema.

Admitindo-se que a temperatura permaneça constante no decorrer do processo, podemos escrever

$$P \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial t} k T$$

Pela definição anterior da velocidade de bombeamento,

$$S = - \frac{\partial V}{\partial t}$$

onde o sinal negativo é usado porque S é um número positivo e o volume está diminuindo. Então

$$P S = - \frac{\partial N}{\partial t} k T$$

e

$$Q = P S = - \frac{\partial N}{\partial t} k T$$

ou

$$S = - \frac{k T}{P} \frac{\partial N}{\partial t}$$

Observemos que $\partial N/\partial t$ é o número de moléculas que escoam por unidade de tempo. O produto

$$m \frac{\partial N}{\partial t} = - \frac{m Q}{k T}$$

onde m é a massa de uma molécula, e é denominado corrente molecular, e corresponde à massa de gás que escoar por unidade de tempo, através de uma seção da tubulação, medida em gramas por segundo.

No caso de um gás constituído por uma mistura de gases, o fluxo total será a soma dos fluxos individuais dos componentes, ou seja

$$Q = - k T \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial t}$$

Para simplificar as nossas considerações, daqui em diante vamos considerar o caso de gases simples.

Na figura 3 vê-se uma tubulação onde ocorre um escoamento de gás, mas sem vazamentos, nem degassificação, e onde a pressão e a temperatura não variam com o tempo.

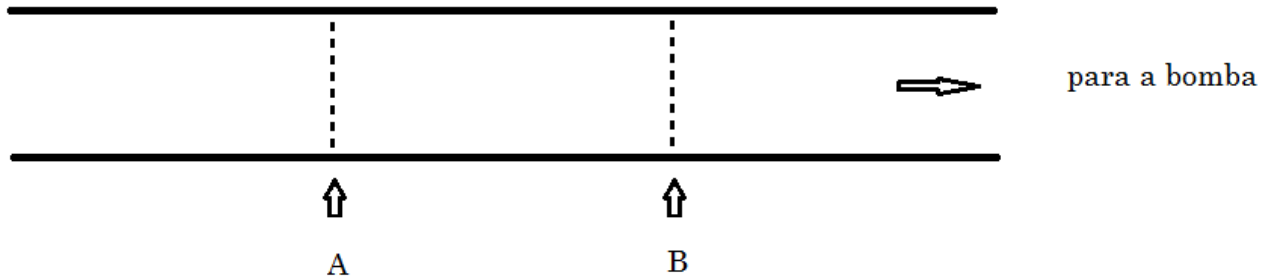


Fig. 3

A corrente molecular deve ser a mesma através de qualquer seção, porque uma desigualdade de correntes causaria um acúmulo (ou uma diminuição) do gás numa região, que produziria uma variação de pressão ou de temperatura.

Se $\mathbf{m} \times \partial \mathbf{N} / \partial t$ for constante, e também \mathbf{m} , \mathbf{k} e \mathbf{T} , então \mathbf{Q} também será constante.

Um escoamento de gás é o resultado de uma diferença de pressão (em geral produzido pela ação de uma bomba de vácuo) entre seções da tubulação. Como $\mathbf{Q} = \mathbf{S} \mathbf{P}$, isto implica que \mathbf{S} não é constante ao longo da tubulação, mas varia de tal maneira que o produto $\mathbf{S} \mathbf{P}$ seja constante. Em particular, nota-se que \mathbf{S} será maior na extremidade mais próxima da bomba, e torna-se menor à medida em que se distancia da mesma.

A variação de pressão ao longo da tubulação é o resultado de uma certa impedância oferecida pela própria tubulação ao escoamento. Costuma-se definir a impedância de parte da tubulação entre duas seções A e B por

$$Z_{AB} = \frac{P_A - P_B}{Q}$$

ou o seu inverso, que é a condutância por

$$C = \frac{Q}{P_A - P_B}$$

que é medida em litros por segundo (ℓ/s).

2.1. CONDUTÂNCIAS EM SÉRIE

Consideremos dois tubos ligados em série, ou seja, as partes A-B e B-C de uma tubulação

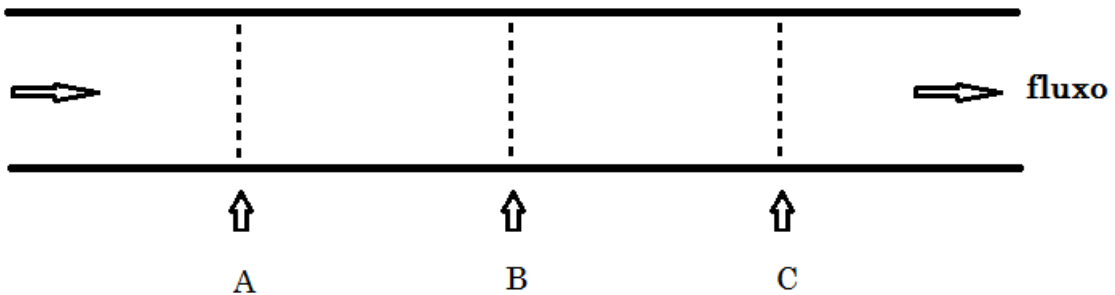


Fig. 4

Se o fluxo for constante, teremos

$$Q = C_{AB} (P_A - P_B) = C_{BC} (P_B - P_C)$$

$$(P_A - P_B) = \frac{Q}{C_{AB}}$$

$$(P_B - P_C) = \frac{Q}{C_{BC}}$$

Somando-se as duas últimas equações

$$(P_A - P_C) = \frac{Q}{C_{AB}} + \frac{Q}{C_{BC}}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{AB}} + \frac{1}{C_{BC}} = \frac{P_A - P_C}{Q} = \frac{1}{C_{AC}}}$$

ou

$$Z_{AB} + Z_{BC} = Z_{AC}$$

2.2. CONDUTÂNCIAS EM PARALELO

Neste caso, o fluxo se divide em dois (ou mais) ramos, como na figura 5, abaixo

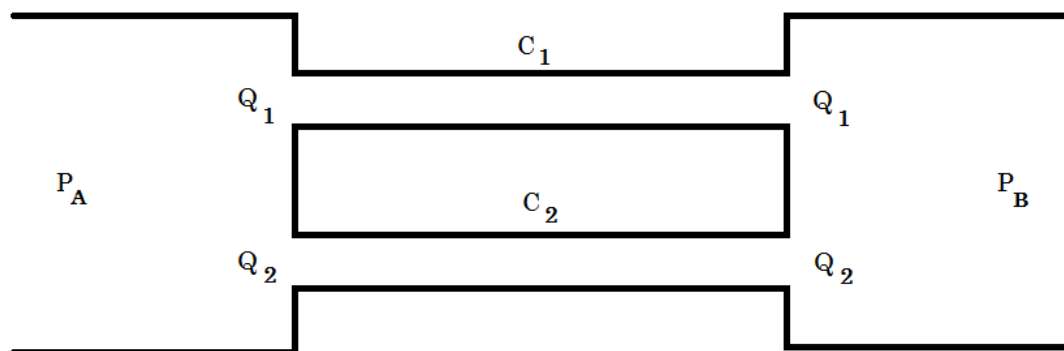


Fig. 5

O fluxo total será

$$Q = (P_A - P_B) C_1 + (P_A - P_B) C_2$$

$$\frac{Q}{P_A - P_B} = C_1 + C_2$$

$$C_{AB} = C_1 + C_2$$

ou

$$\frac{1}{Z_{AB}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

2.3. VARIAÇÃO DA VELOCIDADE DE BOMBEAMENTO AO LONGO DE UM TUBO

Consideremos o escoamento ao longo de uma tubulação (figura 6)

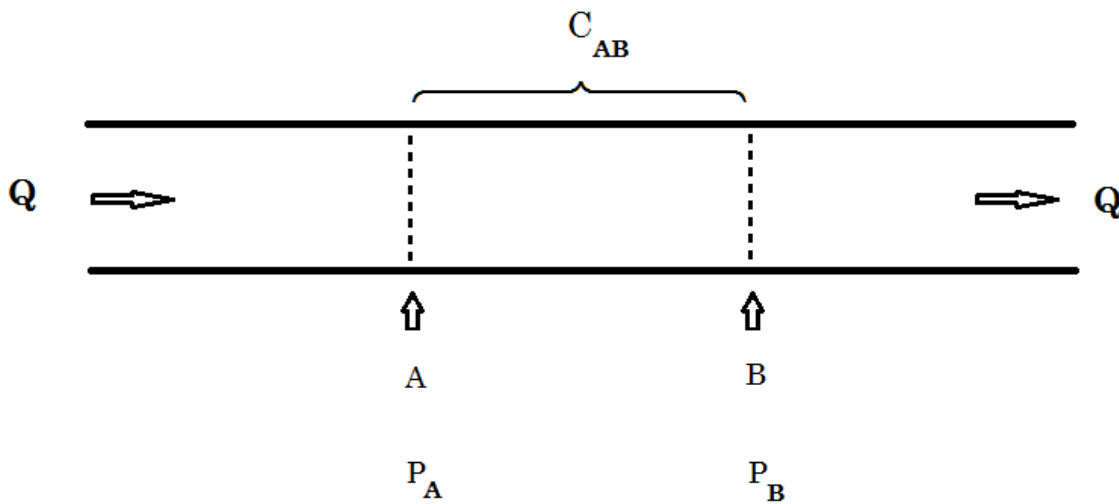


Fig. 6

No plano A a velocidade de bombeamento será dada por

$$S_A = \frac{Q}{P_A}$$

ou

$$\frac{1}{S_A} = \frac{P_A}{Q}$$

E no plano B tem-se

$$S_B = \frac{Q}{P_B}$$

ou

$$\frac{1}{S_B} = \frac{P_B}{Q}$$

Subtraindo-se as duas equações uma da outra, resulta

$$\frac{1}{S_A} - \frac{1}{S_B} - \frac{P_A - P_B}{Q} = \frac{1}{C_{AB}}$$

Então

$$\frac{1}{S_A} = \frac{1}{S_B} + \frac{1}{C_{AB}}$$

ou ainda podemos escrever

$$S_A = \frac{S_B \times C_{AB}}{S_B + C_{AB}}$$

A equação acima permite calcular a velocidade de bombeamento em qualquer ponto de um sistema, a partir da velocidade em um determinado ponto (por exemplo, na entrada de uma bomba), e também calcular a condutância entre dois pontos quaisquer.

2.4. CONDUTÂNCIA E VELOCIDADE DE BOMBEAMENTO

Até aqui, talvez não tenha passado despercebido o fato de que tanto a condutância quanto a velocidade de bombeamento são medidas com as mesmas unidades: litros por segundo. No entanto, estas duas grandezas não devem ser confundidas. A velocidade de bombeamento se refere a um ponto (ou seção) de uma tubulação. Já a condutância se refere à parte de uma tubulação entre dois pontos (ou seções) da mesma.

Mesmo quando se tratar de um orifício, sempre existirão duas pressões, antes e depois do orifício, que serão diferentes se houver escoamento.

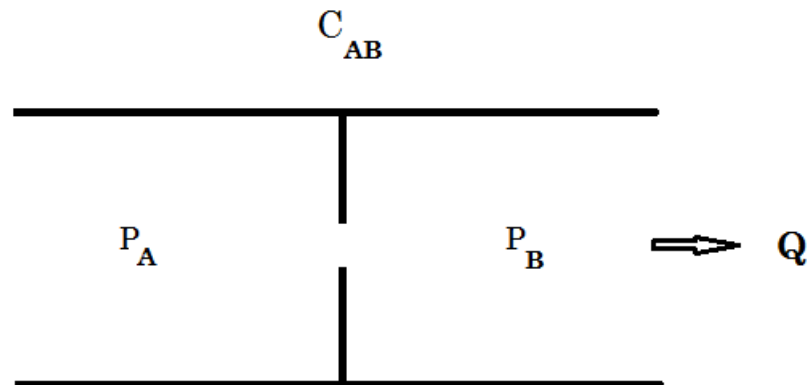


Fig. 7

Neste caso, as grandezas envolvidas são

$$S_A = \frac{Q}{P_A}$$

$$S_B = \frac{Q}{P_B}$$

$$C_{AB} = \frac{Q}{P_A - P_B}$$

No caso especial em que $P_A \gg P_B$

$$C_{AB} = \frac{Q}{P_A}$$

e $S_B = Q / P_B$ é muito grande e as duas grandezas C_{AB} e S_A têm quase a mesma magnitude. Entretanto, quando P_B for ligeiramente menor do que P_A , o valor de C_{AB} será muito maior do que S_A ou S_B . É importante observar que estes casos são explicados pela equação

$$S_A = \frac{S_B \times C_{AB}}{C_{AB} + S_B}$$

Para $S_B \gg C_{AB}$ o que corresponde a P_B muito pequeno, obtém-se $S_A = C_{AB}$. Por outro lado, para $S_A = S_B$, que corresponde a $P_B = P_A$, obtém-se $C_{AB} = S_B$ ou S_A .

É conveniente lembrar que as relações acima foram obtidas para sistemas onde a pressão e a temperatura são independentes do tempo e onde foram desprezados os efeitos de vazamentos ou degassificação das superfícies internas. Para o caso geral, estas relações são apenas aproximadamente corretas.

3. CLASSES DE FLUXO

Costuma-se considerar quatro classes de fluxo: turbulento, viscoso, de transição entre viscoso e molecular, e molecular. Nesta seção descreveremos qualitativamente tais tipos de fluxo. Uma distinção quantitativa será apresentada na seção seguinte.

3.1. FLUXO TURBULENTO

É observado principalmente em sistemas com diâmetros pequenos. As linhas de fluxo não são retas nem regulares, formando-se redemoinhos que surgem e desaparecem. Experimentalmente, observou-se que o fluxo é proporcional à raiz quadrada do gradiente de pressão existente, ou seja,

$$Q \sim \sqrt{\text{grad } P}$$

Normalmente, como esta espécie de fluxo somente se apresenta nas instalações de vácuo nos primeiros instantes de funcionamento da bomba, ele não será levado em conta.

3.2. FLUXO VISCOSO

À medida em que a pressão e a velocidade de escoamento do gás vão diminuindo, chega um momento em que as linhas de fluxo se tornam retas ou ligeiramente encurvadas nas irregularidades do tubo, tendendo a se manterem constantes com o tempo. Desta forma, obtém-se um movimento coletivo das moléculas e uma figura de linhas de fluxo razoavelmente regular. Experimentalmente, constata-se também que o fluxo neste caso é proporcional ao gradiente de pressão.

$$Q \sim \text{grad } P$$

Observa-se que a velocidade das partículas aumenta desde as proximidades das paredes do tubo (onde é quase nula) até o centro do mesmo (onde é máxima).

O fluxo apresenta uma natureza em camadas e por causa da viscosidade entre as mesmas, se pode denominá-lo fluxo viscoso. O caminho livre médio das moléculas é muito pequeno comparado com uma dimensão significativa do duto (por exemplo, o diâmetro de um tubo circular). Por isso, as moléculas chocam-se mais entre si do que com as paredes do tubo. As irregularidades do duto (curvaturas, cotovelos, orifícios, etc.) obrigam as linhas de corrente a contraírem-se, com a finalidade de transmitir o mesmo fluxo, sem descontinuidades. A resistência a essa transmissão de fluxo - a impedância - dependerá do tamanho e da forma de cada irregularidade, da velocidade e da pressão do gás, e por conseguinte será difícil tratá-la quantitativamente.

3.3. FLUXO DE TRANSIÇÃO ENTRE VISCOSO E MOLECULAR

Quando a pressão diminui e o caminho livre médio se aproxima do diâmetro do tubo o fluxo deixa de ser totalmente viscoso para ser, em parte, do tipo molecular, a ser definido adiante. Neste regime de fluxo, o número de choques de uma molécula com as demais é da mesma ordem de grandeza do que o número de choques de uma molécula com as da parede, ou seja, não há uma completa definição. Na realidade, o que se pode adiantar é que as expressões existentes são semi-empíricas, devido ao fato de ser bem mais difícil um tratamento quantitativo mais rigoroso.

3.4. FLUXO MOLECULAR

À medida em que o caminho livre médio das moléculas aumenta, com a queda de pressão, o fluxo das mesmas tende a se tornar do tipo molecular. As moléculas colidem com maior frequência com as paredes do tubo e se pode considerar que se movam independentemente umas das outras.

3.5. DIFERENCIAÇÃO QUANTITATIVA DAS CLASSES DE FLUXO

Experimentalmente, tem sido comprovado que mediante a definição do número de Reynolds, **RE**, é possível determinar se um fluxo é do tipo turbulento ou viscoso. Este número é

$$\text{R E} = \frac{\text{D v } \rho}{\eta}$$

com

$$v = \frac{1}{A} \frac{dV}{dt} \quad \text{cm/s}$$

e

$$\rho = \frac{m P}{k T} \quad \text{g/cm}^3$$

onde

D é o diâmetro do tubo em cm

ρ é a densidade do gás

v é a velocidade média de escoamento

A é a área de uma seção transversal do tubo

η é o coeficiente de viscosidade

Levando-se em conta que

$$Q = P S = P \frac{dV}{dt}$$

e que

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

podemos escrever

$$R E = \frac{4 m}{\pi k T \eta} \frac{Q}{D}$$

Para o ar a 20 °C a expressão se reduz a

$$R E = 11 \frac{Q}{D}$$

onde

Q em Torr.ℓ.s⁻¹ e D em cm

Verifica-se experimentalmente que

$RE > 2000 \rightarrow$ fluxo turbulento

$RE < 1000 \rightarrow$ fluxo viscoso

Ou ainda

$Q > 200 \times D \rightarrow$ fluxo turbulento

$Q < 100 \times D \rightarrow$ fluxo viscoso

Por outro lado, a diferenciação entre regime viscoso e regime molecular é dada, quantitativamente, pela introdução do número de Knudsen NK e, por definição tem-se

$$NK = \frac{\lambda}{D}$$

Assim, verifica-se que para

$$NK \leq 5 \times 10^{-3} \rightarrow \text{fluxo viscoso}$$

$$NK \geq 5 \times 10^{-1} \rightarrow \text{fluxo molecular}$$

$$5 \times 10^{-3} < NK < 5 \times 10^{-1} \rightarrow \text{fluxo de transição}$$

Levando-se em conta que, para o ar à temperatura ambiente

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{P}$$

Podemos então escrever, com **D** em cm e **P** em Torr,

$$DP \geq 1 \rightarrow \text{fluxo viscoso}$$

$$DP \leq 10^{-2} \rightarrow \text{fluxo molecular}$$

$$10^{-2} < DP < 1 \rightarrow \text{fluxo de transição}$$

4. ESCOAMENTO MOLECULAR ($DP \leq 10^{-2}$ Torr cm)

4.1. CONDUTÂNCIA DE ORIFÍCIOS

Vamos considerar o caso da figura 8, onde a dimensão do orifício de área **A** é bem menor do que as dimensões das duas câmaras separadas pelo mesmo.

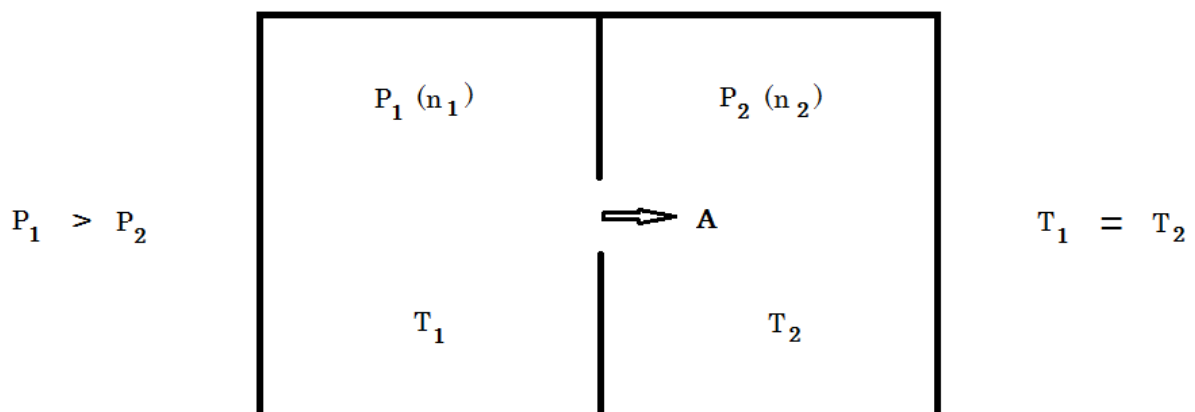


Fig. 8

Como praticamente não há colisões entre as moléculas, temos dois fluxos independentes, um no sentido da câmara 1 para a câmara 2, e outro no sentido contrário.

O fluxo que nos interessa é justamente o fluxo total, que é a diferença entre ambos. Assim, podemos escrever

$$Q = Q_1 - Q_2 = kT \left(\frac{dN_1}{dt} - \frac{dN_2}{dt} \right)$$

Para calcular a expressão entre parênteses, precisamos lembrar a expressão que dá o número de partículas incidentes por unidade de área e por unidade de tempo. Uma vez que a área disponível é A , podemos escrever

$$v_1 - v_2 = \frac{dN_1}{dt} - \frac{dN_2}{dt} = \frac{1}{4} \bar{v} A (n_1 - n_2)$$

onde $n_i = N_i/V_i$ é o número de moléculas por unidade de volume.

Portanto

$$Q = \bar{v} A k T (n_1 - n_2)$$

lembrando que $P = n K T$, teremos

$$Q = \frac{1}{4} \bar{v} A (P_1 - P_2)$$

Mas, pela definição de condutância $C = Q/\Delta P$ ou ainda $Q = C (P_1 - P_2)$.

Comparando-se as duas expressões, chegamos a

$$C = \frac{1}{4} \bar{v} A$$

Substituindo-se na expressão acima

$$\bar{v} = \left(\frac{8 k T}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Resulta, com A em cm^2

$$C = \left(\frac{k T}{2 \pi m} \right)^{\frac{1}{2}} A = 3,64 \left(\frac{T}{M} \right)^{\frac{1}{2}} A \quad \ell / s$$

No caso de N_2 a 293 K (20 °C) a expressão se reduz a

$$C = 11,8 A \quad \ell / s$$

4.2. CONDUTÂNCIA DE TUBOS

A condutância de tubos em regime molecular é regida pela expressão de Knudsen. Para chegar a essa expressão, consideremos a figura 9 abaixo, onde as dimensões das câmaras são maiores do que a seção do tubo uniforme

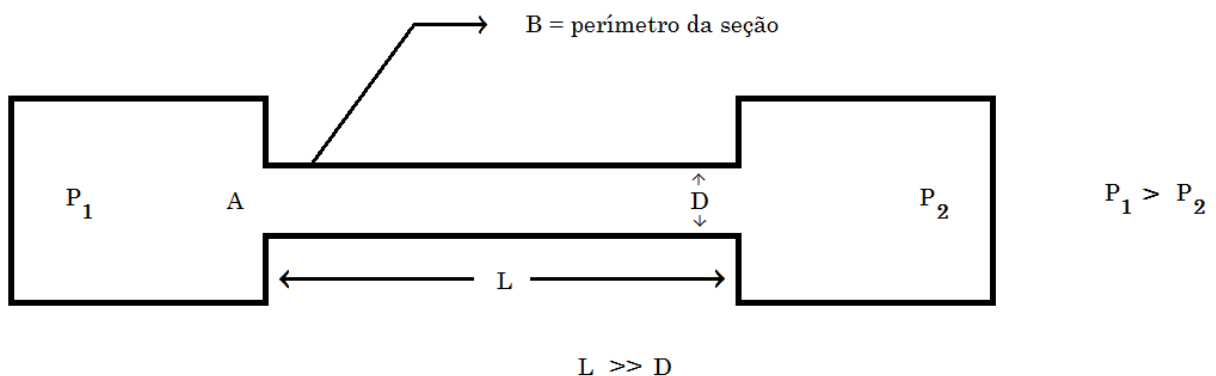


Fig. 9

Tínhamos visto que o fluxo total, no caso de orifício, era dado por

$$Q = Q_1 - Q_2 = \sqrt{\frac{k T}{2 m}} A (P_1 - P_2)$$

Todavia, no presente caso temos um tubo e aqui nem todas as moléculas que penetram no mesmo chegam no outro extremo.

Cada vez que uma molécula atinge a parede do tubo, ela é capturada durante algum tempo e quando sai dali tem a mesma probabilidade de seguir para frente quanto de voltar. Assim, podemos imaginar uma impedância ao escoamento através da tubulação, que será tanto menor quanto menor for o comprimento da tubulação.

Assim sendo, existe uma probabilidade da molécula ir de 1 para 2, e vice-versa. Podemos dizer que a probabilidade de transmissão é proporcional a A/BL , onde A é a área da seção transversal do tubo, B é o perímetro da mesma seção, L é o comprimento do tubo, e BL é a área interna do mesmo.

Portanto, podemos escrever

$$Q \propto \sqrt{\frac{k T}{2 m}} (P_1 - P_2) \frac{A^2}{B L}$$

Mas, segundo o próprio Knudsen, o coeficiente de proporcionalidade é $16/3 K$, onde K depende da geometria da tubulação e é denominado fator de forma geométrica.

Como $Q = C \Delta P$ então

$$C = \frac{16}{3} K \sqrt{\frac{k T}{2 \pi m}} \frac{A^2}{B L}$$

Lembrando que

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 k T}{\pi m}}$$

e generalizando para o caso de uma seção variável, teremos a fórmula de Knudsen

$$C = \frac{4}{3} \frac{K \bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A^2} d\ell}$$

O caso mais comum em vácuo é \bar{v} de um tubo cilíndrico. Examinemos a seguir, duas situações: tubos longos e tubos curtos.

4.3. TUBOS LONGOS

Esta situação se verifica quando $L > 20 D$. Neste caso teremos

$$C = 3,8 \frac{D^3}{L} \left(\frac{T}{M} \right)^{\frac{1}{2}}$$

ℓ / s

onde

D em cm

L em cm

Para N_2 a 293 K a fórmula se reduz para

$$C_{N_2} = 12,3 \frac{D^3}{L} \quad \ell / s$$

4.4. TUBOS CURTOS

Teremos esta situação quando $L < 20 D$, e neste caso, como proposto por Dushman, se deve acrescentar à impedância do tubo, a impedância do orifício conectado em série com este tubo. Geralmente tal situação é denominada efeito de extremidade.

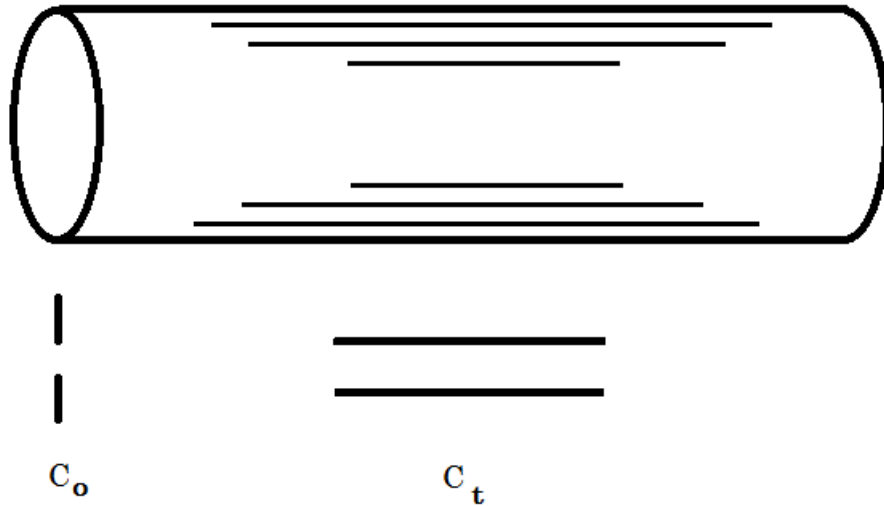


Fig. 10

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_o} + \frac{1}{C_t}$$

Podemos escrever também

$$C = \frac{C_t}{1 + \frac{C_t}{C_o}}$$

Para um tubo cilíndrico

$$\frac{C_t}{C_o} = \frac{4}{3} \frac{D}{L}$$

Então

$$C = \frac{C_t}{1 + \frac{4}{3} \frac{D}{L}}$$

Esta expressão é apenas uma aproximação, válida dentro de 12%.

Na relação acima, o fator $(1 + 4/3 D/L)^{-1}$ é uma aproximação para o chamado fator de Clausius. Um valor mais preciso para este fator pode ser obtido levando-se em conta que orifícios e tubos produzem um efeito de colimação nas moléculas que são transmitidas. Desta maneira, elas saem como se fosse uma espécie de feixe, e portanto percebem uma impedância menor no conduto seguinte, desde que esteja alinhado.

OBSERVAÇÃO:

A expressão $1/C = 1/C_0 + 1/C_t$, em princípio é válida para tubos longos e curtos.

O que ocorre é que para tubos longos ($L > 20D$), a correção devida ao orifício é desprezível. Por outro lado, quando $L < D/10$ se pode considerar que o tubo se reduzira ao orifício de entrada, sem incorrer em grande erro.

5. ESCOAMENTO VISCOSO ($DP \geq 1$ Torr cm)

5.1. CONDUTÂNCIA DE ORIFÍCIOS

No regime viscoso o caminho livre médio é pequeno comparado com as dimensões da câmara, e as propriedades do gás praticamente não mudam. Deste modo, o gás pode ser tratado como um fluido, isto é, um meio contínuo, onde as colisões entre moléculas predominam. O orifício assumido possui espessura pequena e bordas afiladas. Assim, os efeitos da viscosidade do gás com as bordas do orifício podem ser desprezados. O fluxo dependerá então da razão de pressões

$$r = \frac{P_2}{P_1} < 1$$

A expressão do fluxo devida a Prandtl e Loevinger será

$$Q = \left[\frac{2 \gamma k T_1}{m (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{2}} r^{\left(\frac{1}{\gamma}\right)} \left[1 - r^{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma}\right)} \right]^{\frac{1}{2}} P_1 A$$

Onde $\gamma = C_p/C_v$ é a razão dos calores específicos do gás para pressão e volume constantes, respectivamente. Na equação acima o fluxo será máximo quando

$$r = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right)}$$

Para o ar a 20 °C, teremos $r = 0,50$. Pela própria definição de condutância, chega-se a $(A \text{ em cm}^2)$:

$$\text{Para } r \geq 0,5 \rightarrow C = 76,6 r^{0,712} (1 - r^{0,288})^{\frac{1}{2}} \frac{A}{1 - r} \quad \ell / s$$

$$\text{Para } r < 0,5 \rightarrow C = 20 \frac{A}{1 - r} \quad \ell / s$$

$$\text{Para } r \leq 0,1 \rightarrow C = 20 A \quad \ell / s$$

5.2. CONDUTÂNCIA DE TUBOS

A condutância de tubos na região viscosa é derivada da equação de Poiseuille, que estabelece ser o fluxo através de um tubo de seção circular dado por

$$Q = \frac{\pi D^4}{128 \eta L} \bar{P} (P_1 - P_2)$$

onde

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

Da expressão acima, concluímos que

$$C = \frac{D^4}{128 \eta L} \bar{P}$$

No entanto, a aplicação da expressão acima depende de algumas hipóteses, ou seja, as condições para a aplicação da equação de Poiseuille são:

- 1) o gás é incompressível
- 2) o perfil da velocidade de fluxo é constante
- 3) não há turbulência
- 4) a velocidade do gás que está em contato com a parede é zero.

A primeira hipótese, associada à compressibilidade do gás, é regida pelo número de Mach (M) de fluxo, definido como a razão entre a velocidade de escoamento e a velocidade do som no gás.

Demonstra-se que a compressibilidade de um gás pode ser considerada desprezível se a relação $\frac{1}{2} M^2 \ll 1$ for satisfeita. Habitualmente toma-se M igual a no máximo $1/3$ para que a relação acima seja utilizável. Portanto, $M \leq 1/3$ corresponde à região onde o cálculo é válido.

Tomando por base tal limite, se pode dizer que a condição em termos de fluxo seria

$$Q < \frac{10^{-3}}{12} \pi D^2 P v_s \quad \text{Torr } \ell / s$$

onde v_s é a velocidade do som, em cm s^{-1} .

Para o ar a 20°C , $v_s = 3,4 \times 10^4 \text{ cm s}^{-1}$, e portanto a condição será $Q < 9 D^2 P \text{ Torr } \ell/s$, com D em cm e P em Torr.

A segunda hipótese está diretamente ligada a um tubo suficientemente longo. À medida em que o gás avança, tal perfil será alterado pelas forças de atrito nas paredes, até uma posição onde o perfil correspondente se mantém. Quando o perfil de velocidade se mantiver constante, o escoamento será dito completamente desenvolvido. De acordo com Langhaar, isto ocorre a uma distância L_c da abertura do tubo, dada por

$$L_c = 0,12 D R$$

onde R é o número de Reynolds.

Ou ainda, podemos escrever para o ar, a 25 °C

$$L_c = 0,82 Q \quad \text{cm}$$

onde Q é dado em Torr ℓ/s^{-1}

Do exposto acima, se pode novamente separar os tubos em duas categorias, os longos e os curtos.

5.3. TUBOS LONGOS

Como já visto anteriormente, a expressão utilizada é

$$C = \frac{\pi D^4 \bar{P}}{128 \eta L}$$

Para N_2 a 20 °C, com D em cm, L em cm e P em Torr, tem-se

$$C_{N_2} = \frac{188 D^4}{L} \bar{P} \quad \ell/s$$

5.4. TUBOS CURTOS

Neste caso, a expressão acima não é aplicável. Levando-se em conta o efeito de transição (L_c), a equação correta será

$$C = \frac{\pi}{128} \frac{D^4 \bar{P}}{\eta L} \left(1 + 1,14 \frac{m}{8 \eta \pi k T} \frac{Q}{L} \right)^{-1}$$

A equação anterior é válida para

$$L > 0,30 \frac{m Q}{\eta \pi k T}$$

Para N_2 a $20^\circ C$, tem-se

$$C_{ar} = 188 \frac{D^4 \bar{P}}{L} \left(1 + 0,39 \frac{Q}{L} \right)^{-1} \quad \ell / s$$

Para $L > 0,82 Q$, onde \bar{P} é dado em Torr, Q em Torr ℓ/s^{-1} , D e L em cm.

6. ESCOAMENTO NA TRANSIÇÃO VISCOSO-MOLECULAR

A condutância de tubos cilíndricos longos em regime intermediário pode ser baseada na seguinte equação semi-empírica de Knudsen, que mostra uma boa aproximação para uma larga região de $D \bar{P}$:

$$C_K = C_v + Z C_m$$

onde C_v é a condutância viscosa, C_m a condutância molecular, e Z é dado por

$$Z = \frac{1 + \left(\frac{m}{kT}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{D\bar{P}}{\eta}}{1 + 1,24 \left(\frac{m}{kT}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{D\bar{P}}{\eta}}$$

Em princípio, C_K é válido para qualquer regime. Para pressões muito baixas e muito altas, C_K tende a C_m e a C_v , respectivamente.

Tendo a expressão dada pela Teoria Cinética podemos escrever

$$Z = \frac{1 + 1,25 \frac{D}{\bar{\lambda}}}{1 + 1,55 \frac{D}{\bar{\lambda}}}$$

onde $\bar{\lambda}$ é o caminho livre médio correspondente à pressão média \bar{P} .

A equação inicial pode ser escrita na forma

$$C_K = C_m \left(\frac{C_v}{C_m} + Z \right)$$

Mas, por outro lado, usando as expressões já conhecidas, podemos escrever

$$C_K = C_m \left(0,074 \frac{D}{\bar{\lambda}} + Z \right)$$

Para $D/\bar{\lambda} \gg 1$ e $D/\bar{\lambda} \ll 1$ as aproximações $Z = 0,8$ e $Z = 1$, respectivamente, são muito boas.

A tabela abaixo ilustra vários valores de $D/\bar{\lambda}$ e as razões C_k/C_m e C_k/C_v .

$D/\bar{\lambda}$	C_k/C_m	$D/\bar{\lambda}$	C_k/C_v
0,02	0,997	50	1,22
0,10	0,981	100	1,11
0,20	0,970	200	1,055
0,40	0,962	300	1,037
0,646	0,952	400	1,028
1,0	0,959	500	1,022
2,0	1,004	1000	1,011
3,0	1,061		
4,0	1,128		
5,0	1,197		

OBSERVAÇÃO:

O efeito da temperatura sobre a condutância é importantíssimo em armadilhas (“traps”), onde, por exemplo, se coloca nitrogênio líquido à temperatura de 77 K. Neste caso a condutância molecular cai cerca de 50%, uma vez que $C \propto \bar{v}$.

7. BOMBEAMENTO DE UM SISTEMA DE VÁCUO

Num sistema real, além do gás do volume do sistema, existem outros mecanismos que produzem gás, à medida que o bombeamento prossegue. Exemplos destas outras fontes de gás são os vazamentos, a degassificação das superfícies internas, a evaporação e sublimação de materiais e a chegada de gás (geralmente vapores) da própria bomba. A equação de estado do gás incluindo estes efeitos é

$$P V = (N_v + N_f) k T$$

ou

$$\frac{P V}{T} = k (N_v + N_f)$$

onde N_v é o número de moléculas do volume do sistema, e N_f é o número de moléculas provenientes daquelas outras fontes.

Diferenciando a equação anterior com respeito ao tempo e multiplicando por T , obteremos a equação de continuidade

$$P \frac{\partial v}{\partial t} + V \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{P V}{T} \frac{\partial T}{\partial t} = k T \frac{\partial N_v}{\partial t} + k T \frac{\partial N_f}{\partial t}$$

① ② ③ ④ ⑤

onde o termo

- ① é o fluxo devido a uma variação do volume do sistema,
- ② é o fluxo devido a uma variação da pressão do sistema,
- ③ é o fluxo devido a uma variação da temperatura do sistema,
- ④ é o gás bombeado do volume do sistema e
- ⑤ é o gás bombeado proveniente das outras fontes no sistema.

Em geral, o escoamento é considerado isotérmico; exceções acontecem quando se resfria uma armadilha com nitrogênio líquido. Neste caso, o termo 3 é normalmente desprezado.

7.1. CONSIDERANDO UM SISTEMA A PRESSÃO CONSTANTE

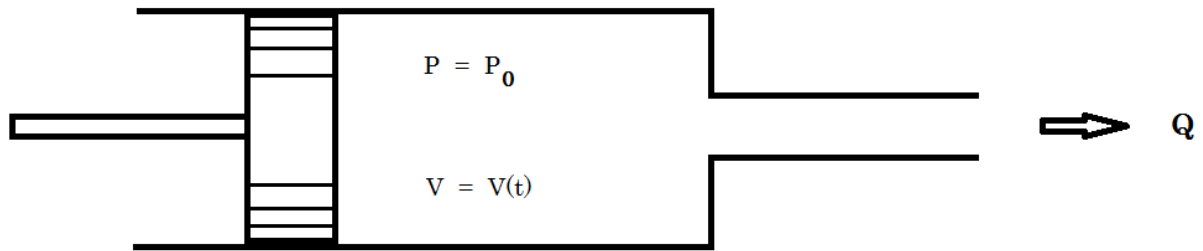


Fig. 11

Na figura 11 o êmbolo se move sem atrito.

Então:

$$P \frac{\partial V}{\partial t} = k T \left(\frac{\partial N_v}{\partial t} + \frac{\partial N_f}{\partial t} \right)$$

Se a pressão no sistema for a pressão atmosférica, $\partial N_f / \partial t$ é desprezível em comparação com $\partial N_v / \partial t$. Admitindo-se que a eficiência da bomba seja independente do tempo, podemos escrever

$$S = \frac{-k T}{P} \frac{\partial N_v}{\partial t} = \text{constante}$$

ou

$$dV = -S dt$$

e

$$V(t) = V_0 - S t$$

onde $V = V_0$ quando $t = 0$ e $V = V(t)$ quando $t = t$.

7.2. CONSIDERANDO UM SISTEMA A VOLUME CONSTANTE

Neste caso tem-se

$$V \frac{P}{t} = k T \frac{\partial N_v}{\partial t} + \frac{\partial N_t}{\partial t}$$

Substituindo-se

$$S = \frac{k T}{\partial t} \frac{\partial N_v}{\partial t}$$

que seria constante somente dentro de uma faixa limitada de variação de pressão. A seguir obtém-se

$$V \frac{\partial P}{\partial t} = -S P + k T \frac{\partial N_f}{\partial t}$$

ou

$$-V dP = dt S P - k T \frac{\partial N_f}{\partial t}$$

Em geral, a variação de N_f com a pressão no sistema, e consequentemente com o tempo, é muito complicada. Alguns fatores que influem no desenvolvimento em tempo de

$$Q_f = k T \frac{\partial N_f}{\partial t}$$

são a construção do sistema, os materiais utilizados e a sua limpeza, e as características da bomba.

A integração da equação é fácil, se admitirmos que S e Q_f são constantes, o que seria válido dentro de certas faixas de variação da pressão no sistema.

$$-V dP = dt S \left(P - \frac{Q_f}{S} \right)$$

Substituindo-se

$$P' = P - \frac{Q_f}{S}$$

$$dP' = dP$$

e integrando de t_1 a t_2 , correspondente às pressões P_1 e P_2 , respectivamente, obtém-se

$$n \frac{P'_2}{P'_1} = - \frac{S}{V} (t_2 - t_1)$$

$$P'_2 = P'_1 e \left[- \frac{S}{V} (t_2 - t_1) \right]$$

$$P_2 = P_1 e \left[- \frac{S}{V} (t_2 - t_1) \right] + \frac{Q_f}{S}$$

Admitindo-se que

$$\frac{Q_f}{S} \ll P_1$$

ou

$$P_2 = P_1 e \left[- \frac{S}{V} (t_2 - t_1) \right] + P_f$$

onde

$$P_f = \frac{Q_f}{S}$$

seja a pressão limite ou residual do sistema, isto é, a pressão obtida quando $t_2 - t_1$ é muito grande e o primeiro termo for desprezível em relação a P_f .

7.3. CONSTANTES DE TEMPO

Nas condições em que **S** e **Qf** forem constantes, a pressão cai exponencialmente, ao passo que a quantidade de gás bombeada vindo do volume é bem maior do que aquela proveniente de outras fontes (ou seja, **Pf** é desprezível em relação ao termo exponencial da expressão anterior). O tempo necessário para a pressão ser reduzida por um fator **e = 2,71** é a chamada constante de tempo do sistema e é dado por

$$\tau = \frac{V}{S} \quad \text{segundos}$$

O tempo necessário para a pressão cair por um fator 10 é

$$2,3 \tau = \frac{2,3 V}{S} \quad \text{segundos}$$

7.4 VAZAMENTOS E DEGASSIFICAÇÃO

Quando a pressão for limitada por um vazamento real, o valor de **Pf** será constante por dias, pois o suprimento de gás é contínuo. Entretanto, se o fator limitador for a degassificação, o valor de **Pf** deve diminuir lentamente com o tempo (porém, o simples aquecimento das superfícies fornece a energia necessária para que as moléculas saiam dali e sejam bombeadas rapidamente).

Revisão de texto: Luiz Marcos F. Fagundes

Impresso na Gráfica do Instituto de Física da USP

2017

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



Instituto de Física

Curso de Tecnologia do Vácuo

4300323

**ESCOAMENTO
DE GASES**



Prof. Hécio Onusic
Prof. Nilberto H. Medina
Prof. Ross Alan Douglas