FÍSICA EXPERIMENTAL 2 – ONDAS, FLUIDOS E TERMODINÂMICA

EXPERIÊNCIA – PÊNDULO FÍSICO

Objetivos

Entender o funcionamento de um pêndulo composto, ou pendulo físico, correlacioná-lo com o pêndulo simples, determinar a aceleração da gravidade e o momento de inércia do corpo.

Introdução

Um pêndulo físico consiste de um sólido que oscila, sob a ação da força de gravidade, em torno de um eixo fixo que não passa pelo seu centro de gravidade, também conhecido como eixo de oscilação. Sob algumas considerações este pêndulo pode ser simplificado, sendo conhecido como pêndulo matemático ou simples. Um pêndulo simples é dado por uma massa **m** de dimensões desprezíveis (ponto material) presa a um fio delgado de comprimento **l**, inextensível e de massa desprezível. No equilíbrio, a massa permanece em repouso mantendo o fio esticado na vertical. Se deslocarmos a massa lateralmente e a soltarmos, veremos que ela vai oscilar em torno da posição de equilíbrio, em um movimento periódico. Nesse sistema, período **T** para pequenas oscilações do pêndulo é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1}$$

sendo **g** a aceleração da gravidade.

O pêndulo composto ou pêndulo físico consiste de um sólido em rotação ao redor de um eixo fixo, tal qual ilustrado na Figura 1, no qual **I** é o momento de inércia do sólido em relação ao eixo de suspensão **O**, **m** a massa do sólido, **r** a distância do centro de massa **G** do sólido ao eixo de suspensão, **g** a aceleração da gravidade e **θ** o ângulo que o segmento **OG** faz com a vertical. Nesse caso, a equação de movimento é dada por:

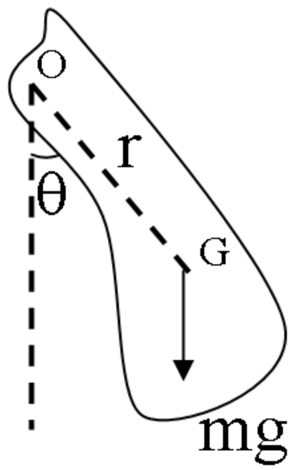

Figura 1. **Ilustração do pêndulo composto.**

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgr \cdot sen\theta \tag{2}$$

Pode-se considerar que o movimento é harmônico simples se os deslocamentos angulares forem pequenos, de modo que **senθ≈θ**. Neste caso, temos:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgr\theta}{I} \tag{3}$$

A solução desta equação diferencial é descrita a partir da combinação linear de funções periódicas, cujo período é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgr}} \tag{4}$$

Pelo teorema de Steiner ou dos eixos paralelos, o momento de inércia pode ser relacionado ao momento de inércia equivalente $\mathbf{I_c}$ do referido pêndulo a um eixo que passa pelo seu centro de gravidade. Assim temos que:

$$I = I_C + mr^2 \tag{5}$$

Considere que o momento de inércia equivalente ($\mathbf{I_c}$) pode ser expresso por $\mathbf{I_c=m.R^2}$**,** sendo **R** o raio de giro equivalente. Assim, podemos reescrever a equação (5) como $\mathbf{I=mR^2+mr^2}$. Dessa forma, o período pode ser representado em função de **r**:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^2 + r^2}{gr}} \tag{6}$$

A equação 6 apresenta um mínimo para um determinado valor **r**, que pode ser calculado derivando **T** em relação a **r**, e igualando-se a zero, de tal forma que o período mínimo $\mathbf{T_{min}}$ é dado por:

$$T_{\min} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} \tag{7}$$

Elevando-se a equação 6 ao quadrado, obtém-se uma equação de segundo grau. Dessa forma, existem dois valores de **r** que satisfazem a equação. Das propriedades das soluções da equação do segundo grau, obtemos que as soluções $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$ estão relacionadas da seguinte forma:

$$r_1 + r_2 = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \tag{8}$$

e que

$$r_1 r_2 = R^2 \tag{9}$$

Lista de Material

Haste de suspensão, uma barra de metal com vários furos que será utilizada como pêndulo físico, cronômetro, trena e balança.

Figura 2. Materiais a serem utilizados no experimento.

Procedimento Experimental

Para a montagem do pêndulo composto, utilize a barra de metal furada enumerando os furos como mostrado na Figura 3. Suspenda a barra sucessivamente pelos furos de número 1, 2, 3, 4, 5 etc.

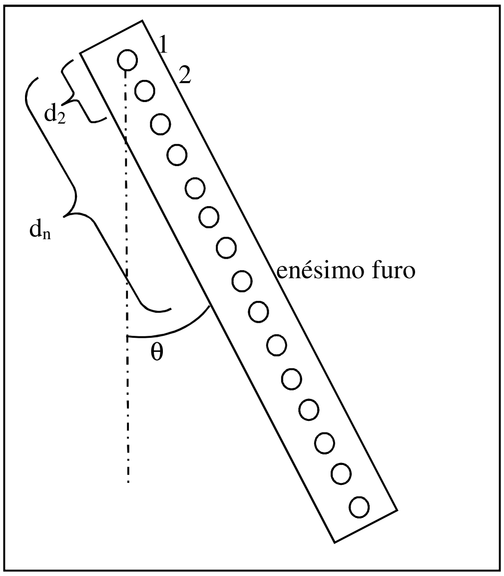

Figura 3. Ilustração da barra de metal a ser usada no experimento como pêndulo composto.

Para cada furo de 1 a 20, preencha a tabela 1 com os valores obtidos experimentalmente da seguinte forma:

a) identifique o número do furo (**n**);

b) meça sua distância até a extremidade de referência (**d**, Figura 3);

c) faça um pequeno deslocamento da barra de modo a ter um pequeno ângulo $\boldsymbol{\theta}$, e meça o tempo $\mathbf{t_1}$ necessário para o sistema realizar 10 oscilações;

d) repita o item anterior mais quatro vezes, anotando os tempos $\mathbf{t_2}$ a $\mathbf{t_5}$. Observação: Para evitar erros sistemáticos, não realizar as 5 medições consecutivas para cada furo. Ou seja, meça um tempo por vez para cada furo, troque para o segundo furo e assim até o último furo, só então volte para determinar o $\mathbf{t_2}$ do primeiro furo.

e) calcule o tempo médio de dez oscilações, $\mathbf{t_m} = (\mathbf{t_1} +...+ \mathbf{t_5}) / 5$, e o período médio de uma única oscilação $\mathbf{T}=\mathbf{t_m}/10$;

f) Determine o valor da massa da barra com a balança;

h) Meça com uma régua ou trena as dimensões (altura, largura e espessura) da barra utilizada.

Análise dos dados

1. Defina o raio de giro.
2. Demonstre que o $\mathbf{T_{min}}$ é dado pela equação (7). Além disso, demonstre as equações (8) e (9).
3. A partir dos dados obtidos, procure explorar o seu experimento o máximo possível. Uma sugestão é apresentada a seguir:

a) Faça um gráfico de **T** em função de **d.**

b) Ajuste da equação (6) aos valores experimentais, considerando $\mathbf{g} = 9{,}8$ m/s^2 e determine o período mínimo $\mathbf{T_{min}}$ com o qual este pêndulo pode oscilar.

c) Determine, a partir de um determinado período **T**, os valores de $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$. A partir de $\mathbf{r_1}$ e $\mathbf{r_2}$, determine o raio de giro equivalente **R** e a aceleração da gravidade **g**, utilizando as equações (7), (8) e (9). Compare o valor de **R** e **g**, obtidos nesta questão com o **R** da questão anterior e $\mathbf{g} = 9{,}8$ m/s^2.

d) Com a massa **m** da barra e o raio de giro equivalente **R** determinado a partir do gráfico, calcule o momento de inércia $\mathbf{I_c}$ equivalente, dado pela equação (5),

e) Compare esse valor com aquele esperado teoricamente para uma barra rígida sem os furos.

Tabela 1- Tabela de períodos do pendulo composto

Número do furo	**d (cm)**	**r (cm)**	**t_1 (s)**	**t_2(s)**	**t_3 (s)**	**t_4 (s)**	**t_5 (s)**	**t_m (s)**	**T (s)**

Bibliografia

1. Livros de física básica.[1]

[1] *Roteiro e texto elaborados por docentes e colaboradores do DFM-FFCLRP-USP.*