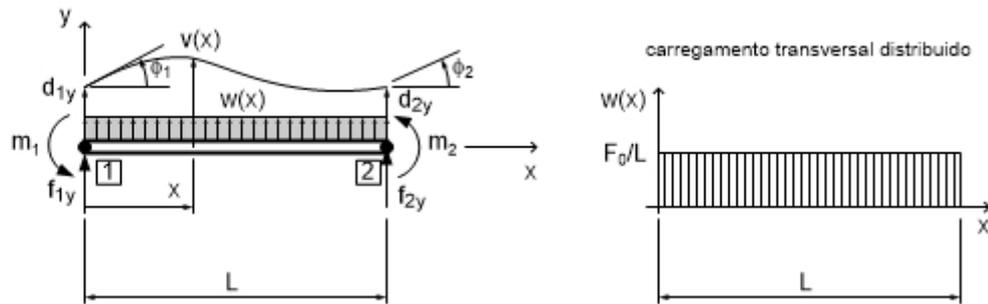


1ª Questão (5 pontos)

Determinar as forças nodais equivalentes para um elemento finito de viga com dois nós com carregamento transversal distribuído uniforme igual a  $\hat{w}(\hat{x}) = F_0/L$ . A equação de deslocamento do elemento é dado pela seguinte função:

$$\hat{v}(x) = a_1 \hat{x}^3 + a_2 \hat{x}^2 + a_3 \hat{x} + a_4$$



Pede-se:

- a) determinar as funções de interpolação  $N_1(\hat{x})$ ,  $N_2(\hat{x})$ ,  $N_3(\hat{x})$  e  $N_4(\hat{x})$  do elemento, tal que:

$$\hat{v}(\hat{x}) = [N_1(\hat{x}) \quad N_2(\hat{x}) \quad N_3(\hat{x}) \quad N_4(\hat{x})] \cdot \begin{Bmatrix} \hat{d}_{1y} \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{d}_{2y} \\ \hat{\phi}_2 \end{Bmatrix}$$

- b) determinar as forças nodais equivalentes  $\hat{f}_{1y}$ ,  $\hat{m}_1$ ,  $\hat{f}_{2y}$  e  $\hat{m}_2$ .
- c) Porque não é suficiente dividir a carga total  $F_0$  por dois e aplica-las nos dois nós para representar a carga distribuída?

## 2ª Questão (5 pontos)

A estrutura mostrada na figura é composta de duas vigas horizontais engastadas nos extremos externos e articuladas entre si e a uma barra de treliça vertical no nó central. Os três componentes são feitos de liga de alumínio aeronáutico com módulo de elasticidade  $E = 70 \text{ GPa}$ , limite de escoamento  $F_Y = 500 \text{ MPa}$  e limite de ruptura  $F_u = 750 \text{ MPa}$ . As duas vigas idênticas têm comprimento  $L = 1 \text{ m}$  e são fabricadas em tubos de paredes finas de seção circular com diâmetro externo  $D = 200 \text{ mm}$  e momento de inércia transversal  $J = 30 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$ . A barra vertical tem comprimento  $L = 1 \text{ m}$  e seção transversal com área  $A = 90 \text{ mm}^2$ . Uma carga estática vertical  $P = 180 \text{ kN}$  é aplicada no nó central.

Pede-se:

- desenhar um modelo estrutural do sistema que simplifique a análise (proveite a simetria);
- determinar a matriz de rigidez global do sistema;
- determinar os deslocamentos  $d_{2x}$ ,  $d_{2y}$  e  $\phi_2$  do nó central da viga à esquerda;
- calcular as reações vinculares nos nós 1, 3 e 4;
- calcular as máximas tensões nos três componentes;
- a estrutura foi projetada segundo o critério de tolerância ao dano (*fail safe*)? Justifique!

