

"Equações de Maxwell"

Esmerindo Bernardes

IFSC, USP

23 de agosto de 2019

DON'T PANIC
MAY 6 2005



©2004 BUENA VISTA PICTURES DISTRIBUTION

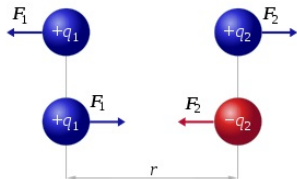
Fatos experimentais

■ Força de Coulomb (1785):

$$\vec{F} = C_e \frac{Qq}{r^2} \hat{r} = \vec{F}_2 = -\vec{F}_1, \quad C_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$Q = q_1$ (fonte), $q = q_2$ (teste)

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$



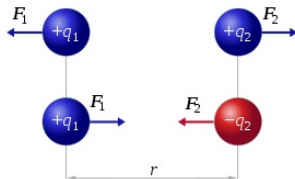
Fatos experimentais

- Força de Coulomb (1785):

$$\vec{F} = C_e \frac{Qq}{r^2} \hat{r} = \vec{F}_2 = -\vec{F}_1, \quad C_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$Q = q_1(\text{fonte}), \quad q = q_2(\text{teste})$$

$$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$



- Existência e quantização da carga elétrica:

$$\text{elétron: } e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

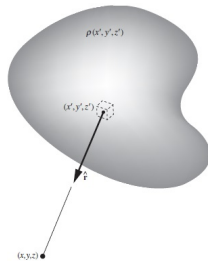
$$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

estrutura geométrica desconhecida + mecânica quântica

Campos Vetoriais

■ Força (N):

$$\vec{F} = C_e \frac{Qq}{r^2} \hat{r}, \quad \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}' = 0$$



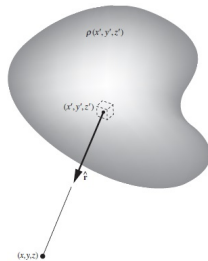
Campos Vetoriais

■ Força (N):

$$\vec{F} = C_e \frac{Qq}{r^2} \hat{r}, \quad \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}' = 0$$

■ Campo (N/C):

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = C_e \frac{Q}{r^2} \hat{r}, \quad \vec{E}(\vec{r}) = C_e \int_{\mathcal{V}'} \frac{\hat{r} \rho(\vec{r}') d^3 r'}{r^2}$$



Campos Vetoriais

■ Força (N):

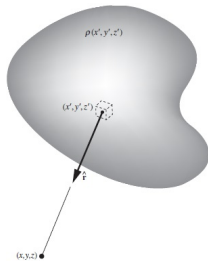
$$\vec{F} = C_e \frac{Qq}{r^2} \hat{r}, \quad \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}' = 0$$

■ Campo (N/C):

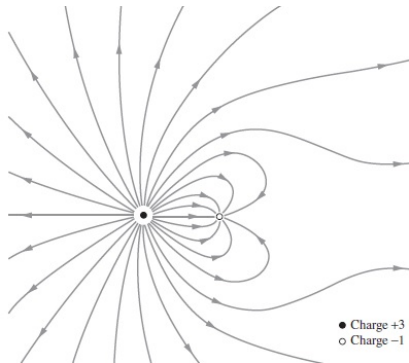
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = C_e \frac{Q}{r^2} \hat{r}, \quad \vec{E}(\vec{r}) = C_e \int_{V'} \frac{\hat{r} \rho(\vec{r}') d^3 r'}{r^2}$$

■ Densidade (C/m³):

$$\rho = \frac{dq}{d^3 r} \text{ (local)}$$



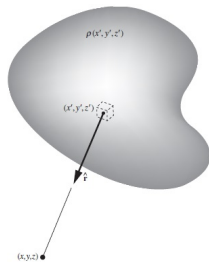
Linhas de Campo



Campos Escalares (circulação)

■ Energia (J):

$$U = - \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad \vec{F} = -\vec{\nabla}U, \quad U = C_e \frac{Qq}{r}$$



Campos Escalares (circulação)

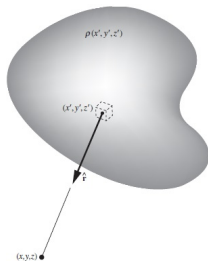
■ Energia (J):

$$U = - \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}', \quad \vec{F} = -\vec{\nabla}U, \quad U = C_e \frac{Qq}{r}$$

■ Potencial (J/C=V):

$$V = \frac{U}{q} = C_e \frac{Q}{r}, \quad V(\vec{r}) = C_e \int_{\mathcal{V}'} \frac{\rho(\vec{r}') d^3 r'}{r}$$

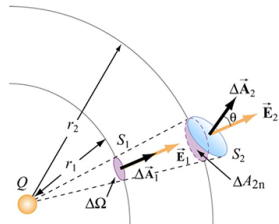
$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V, \quad V = - \int_C \vec{E} \cdot d\vec{r}'$$



Gauss I (Lema)

- Ângulo sólido: $d\vec{a} \perp$ área da

$$d\Omega = \frac{\hat{r} \cdot d\vec{a}}{r^2}, \quad \int_{\mathcal{A}} d\Omega = 4\pi$$



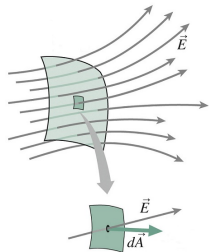
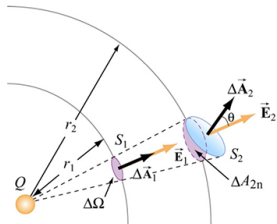
Gauss I (Lema)

- Ângulo sólido: $d\vec{a} \perp$ área da

$$d\Omega = \frac{\hat{r} \cdot d\vec{a}}{r^2}, \quad \int_{\mathcal{A}} d\Omega = 4\pi$$

- Campo:

$$\vec{E}(\vec{r}) = C_e \int_{\mathcal{V}'} \frac{\hat{r} \rho(\vec{r}') d^3r'}{r^2}$$



Gauss I (Lema)

- Ângulo sólido: $d\vec{a} \perp$ área da

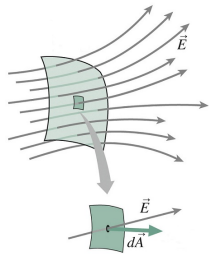
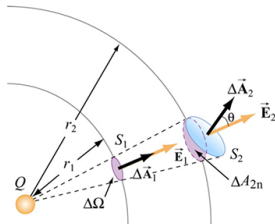
$$d\Omega = \frac{\hat{r} \cdot d\vec{a}}{r^2}, \quad \int_{\mathcal{A}} d\Omega = 4\pi$$

- Campo:

$$\vec{E}(\vec{r}) = C_e \int_{\mathcal{V}'} \frac{\hat{r} \rho(\vec{r}') d^3 r'}{r^2}$$

- Fluxo:

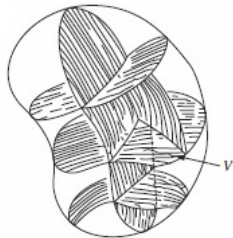
$$\Phi = \int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}'} \vec{E} \cdot d\vec{a} = 4\pi C_e \int_{\mathcal{V}'} \rho(\vec{r}') d^3 r'$$



Divergente + Rotacional

■ Divergente:

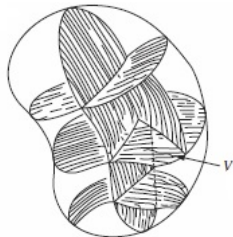
$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{\mathcal{V} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$



Divergente + Rotacional

- Divergente:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{\mathcal{V} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

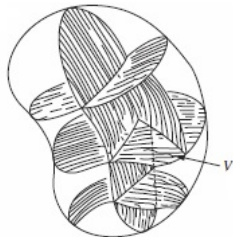


Divergente + Rotacional

- Divergente:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{\mathcal{V} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

Fluxo por unidade de volume



Divergente + Rotacional

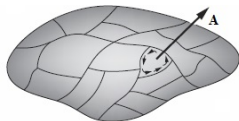
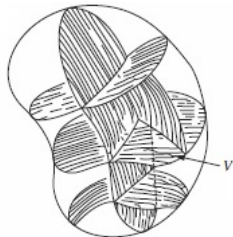
■ Divergente:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{\mathcal{V} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

Fluxo por unidade de volume

■ Rotacional:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \lim_{\mathcal{A} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{C \supset \mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} \hat{n} = \vec{\nabla} \times \vec{E}$$



Divergente + Rotacional

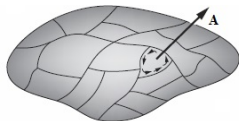
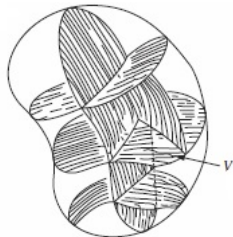
- Divergente:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{\mathcal{V} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

Fluxo por unidade de volume

- Rotacional:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \lim_{\mathcal{A} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{C \supset \mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} \hat{n} = \vec{\nabla} \times \vec{E}$$



Divergente + Rotacional

- Divergente:

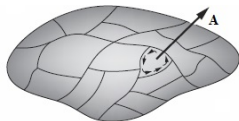
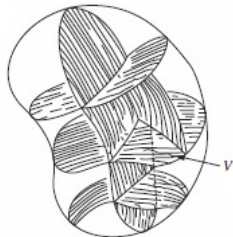
$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{\mathcal{V} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

Fluxo por unidade de volume

- Rotacional:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \lim_{\mathcal{A} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{C \supset \mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} \hat{n} = \vec{\nabla} \times \vec{E}$$

Circulação por unidade de área



Divergente + Rotacional

- Divergente:

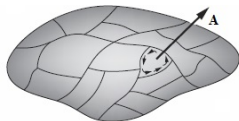
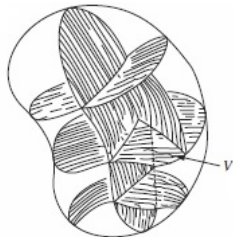
$$\operatorname{div} \vec{E} = \lim_{\mathcal{V} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

Fluxo por unidade de volume

- Rotacional:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \lim_{\mathcal{A} \rightarrow 0} \frac{1}{\mathcal{A}} \int_{C \supset \mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} \hat{n} = \vec{\nabla} \times \vec{E}$$

Circulação por unidade de área



Gauss II (Teorema)

■ Teorema de Gauss:

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\mathcal{A}_i \supset \mathcal{V}_i} \vec{E} \cdot d\vec{a}_i}{\mathcal{V}_i} \mathcal{V}_i = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

Gauss II (Teorema)

- Teorema de Gauss:

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\mathcal{A}_i \supset \mathcal{V}_i} \vec{E} \cdot d\vec{a}_i}{\mathcal{V}_i} \mathcal{V}_i = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

Gauss II (Teorema)

- Teorema de Gauss:

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\mathcal{A}_i \supset \mathcal{V}_i} \vec{E} \cdot d\vec{a}_i}{\mathcal{V}_i} \mathcal{V}_i = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

$$\boxed{\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r}$$

Gauss II (Teorema)

- Teorema de Gauss:

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\mathcal{A}_i \supset \mathcal{V}_i} \vec{E} \cdot d\vec{a}_i}{\mathcal{V}_i} \mathcal{V}_i = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

- Maxwell I (sempre):

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = 4\pi C_e \int_{\mathcal{V}} \rho d^3r$$

Gauss II (Teorema)

- Teorema de Gauss:

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\mathcal{A}_i \supset \mathcal{V}_i} \vec{E} \cdot d\vec{a}_i}{\mathcal{V}_i} \mathcal{V}_i = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

- Maxwell I (sempre):

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = 4\pi C_e \int_{\mathcal{V}} \rho d^3r$$

Gauss II (Teorema)

- Teorema de Gauss:

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\mathcal{A}_i \supset \mathcal{V}_i} \vec{E} \cdot d\vec{a}_i}{\mathcal{V}_i} \mathcal{V}_i = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

- Maxwell I (sempre):

$$\int_{\mathcal{A} \supset \mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = 4\pi C_e \int_{\mathcal{V}} \rho d^3r$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi C_e \rho$$

Stokes

■ Teorema de Stokes:

$$\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\partial\mathcal{A}_i} \vec{E} \cdot d\vec{r}_i}{\mathcal{A}_i} \mathcal{A}_i = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

Stokes

- Teorema de Stokes:

$$\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\partial\mathcal{A}_i} \vec{E} \cdot d\vec{r}_i}{\mathcal{A}_i} \mathcal{A}_i = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

Stokes

- Teorema de Stokes:

$$\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\partial\mathcal{A}_i} \vec{E} \cdot d\vec{r}_i}{\mathcal{A}_i} \mathcal{A}_i = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

$$\boxed{\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}}$$

Stokes

Teorema de Stokes:

$$\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\partial\mathcal{A}_i} \vec{E} \cdot d\vec{r}_i}{\mathcal{A}_i} \mathcal{A}_i = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

$$\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

Maxwell II: campo estático

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \text{ (campo conservativo)}$$

Stokes

- Teorema de Stokes:

$$\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\partial\mathcal{A}_i} \vec{E} \cdot d\vec{r}_i}{\mathcal{A}_i} \mathcal{A}_i = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

$$\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

- Maxwell II: campo estático

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \text{ (campo conservativo)}$$

Stokes

- Teorema de Stokes:

$$\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N \frac{\int_{\partial\mathcal{A}_i} \vec{E} \cdot d\vec{r}_i}{\mathcal{A}_i} \mathcal{A}_i = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

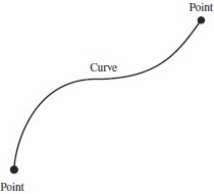
$$\oint_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$

- Maxwell II: campo estático

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \text{ (campo conservativo)}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}V$$

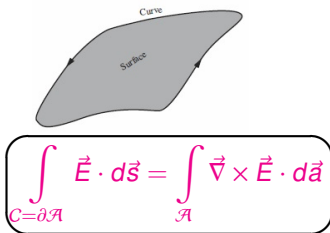
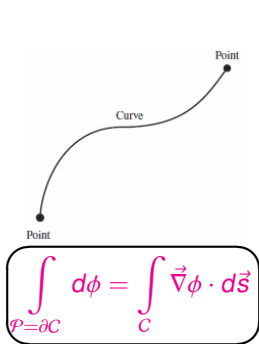
Teoremas: gradiente, rotacional e divergente.



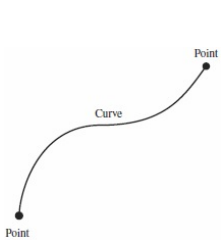
A diagram showing a curved line segment connecting two points. The left point is labeled "Point" and the right point is also labeled "Point". The curve itself is labeled "Curve".

$$\int_{\mathcal{P}=\partial C} d\phi = \int_C \vec{\nabla}\phi \cdot d\vec{s}$$

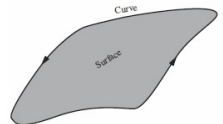
Teoremas: gradiente, rotacional e divergente.



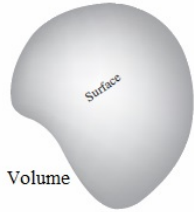
Teoremas: gradiente, rotacional e divergente.



$$\int_{\mathcal{P}=\partial C} d\phi = \int_C \vec{\nabla}\phi \cdot d\vec{s}$$



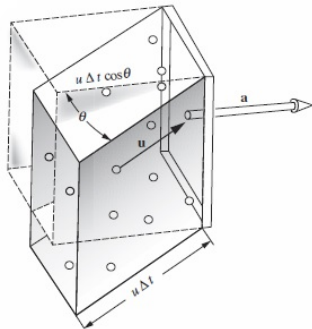
$$\int_{C=\partial\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_{\mathcal{A}} \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{a}$$



$$\int_{\mathcal{A}=\partial\mathcal{V}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d^3r$$

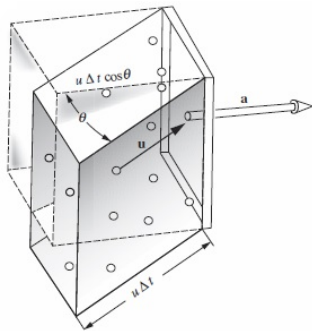
Densidade de corrente.

- Volume: $\Delta V = \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$



Densidade de corrente.

- Volume: $\Delta V = \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$
- Número de portadores:
 $n \Delta V = n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$



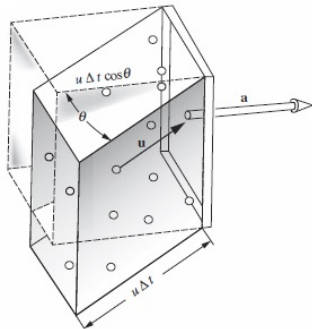
Densidade de corrente.

■ Volume: $\Delta V = \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

■ Número de portadores:
 $n \Delta V = n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

■ Corrente infinitesimal:

$$dI = Q \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a}}{\Delta t} = \rho \vec{v} \cdot d\vec{a}$$



Densidade de corrente.

- Volume: $\Delta V = \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

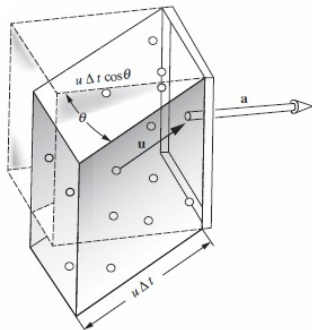
- Número de portadores:
 $n \Delta V = n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

- Corrente infinitesimal:

$$dI = Q \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a}}{\Delta t} = \rho \vec{v} \cdot d\vec{a}$$

- Densidade de corrente

$$(C/s/m^2 = A/m^2): \quad \vec{J} = \rho \vec{v}$$



Densidade de corrente.

■ Volume: $\Delta V = \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

■ Número de portadores:
 $n \Delta V = n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

■ Corrente infinitesimal:

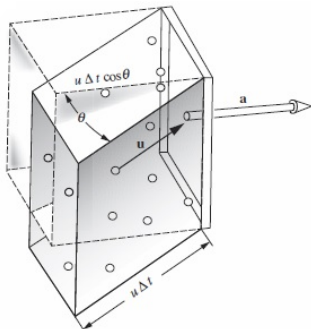
$$dI = Q \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a}}{\Delta t} = \rho \vec{v} \cdot d\vec{a}$$

■ Densidade de corrente

(C/s/m²=A/m²): $\vec{J} = \rho \vec{v}$

■ Corrente total (A=C/s):

$$I = \int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a}$$



Densidade de corrente.

- Volume: $\Delta V = \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

- Número de portadores:
 $n \Delta V = n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

- Corrente infinitesimal:

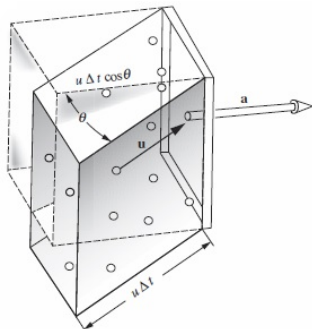
$$dI = Q \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a}}{\Delta t} = \rho \vec{v} \cdot d\vec{a}$$

- Densidade de corrente

(C/s/m²=A/m²): $\vec{J} = \rho \vec{v}$

- Corrente total (A=C/s):

$$I = \int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a}$$



Densidade de corrente.

- Volume: $\Delta V = \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

- Número de portadores:
 $n \Delta V = n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a} \Delta t$

- Corrente infinitesimal:

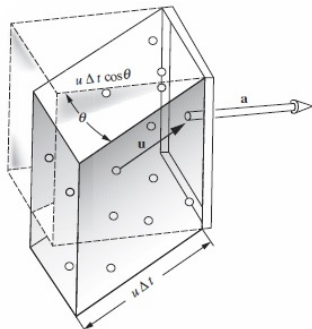
$$dI = Q \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n \vec{v} \cdot \Delta \vec{a}}{\Delta t} = \rho \vec{v} \cdot d\vec{a}$$

- Densidade de corrente

$$(C/s/m^2 = A/m^2): \quad \vec{J} = \rho \vec{v}$$

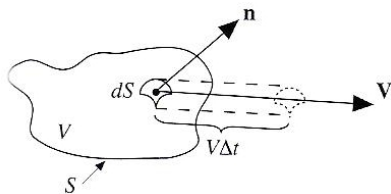
- Corrente total (A=C/s):

$$I = \int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a}$$



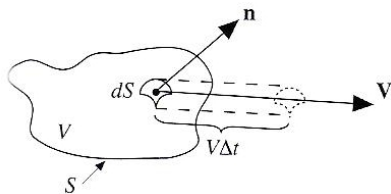
Conservação da carga elétrica.

- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .



Conservação da carga elétrica.

- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .
- B = fluxo de cargas (corrente) através da superfície \mathcal{A} que envolve o volume \mathcal{V} .

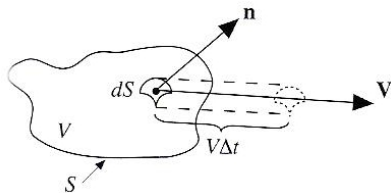


Conservação da carga elétrica.

- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .
- B = fluxo de cargas (corrente) através da superfície \mathcal{A} que envolve o volume \mathcal{V} .

■ A=B:

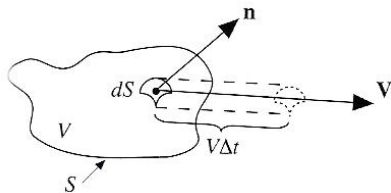
$$I = \int_{\mathcal{A}=\partial\mathcal{V}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \rho dV$$



Conservação da carga elétrica.

- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .
- B = fluxo de cargas (corrente) através da superfície \mathcal{A} que envolve o volume \mathcal{V} .
- A=B:

$$I = \int_{\mathcal{A}=\partial\mathcal{V}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \rho dV$$



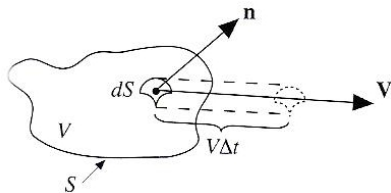
Conservação da carga elétrica.

- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .
- B = fluxo de cargas (corrente) através da superfície \mathcal{A} que envolve o volume \mathcal{V} .

■ A=B:

$$I = \int_{\mathcal{A}=\partial\mathcal{V}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \rho dV$$

■ Teorema de Gauss:
$$\int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV$$



Conservação da carga elétrica.

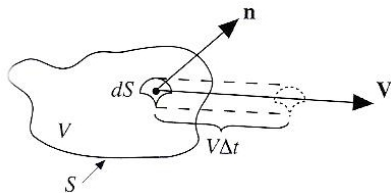
- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .
- B = fluxo de cargas (corrente) através da superfície \mathcal{A} que envolve o volume \mathcal{V} .

■ $A=B$:

$$I = \int_{\mathcal{A}=\partial\mathcal{V}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \rho dV$$

■ Teorema de Gauss:
$$\int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV$$

■ Equação da continuidade:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$



Conservação da carga elétrica.

- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .
- B = fluxo de cargas (corrente) através da superfície \mathcal{A} que envolve o volume \mathcal{V} .

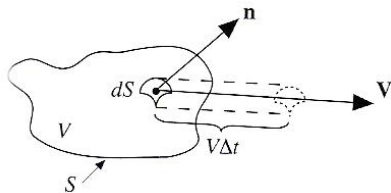
- $A=B$:

$$I = \int_{\mathcal{A}=\partial\mathcal{V}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \rho dV$$

- Teorema de Gauss:
$$\int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV$$

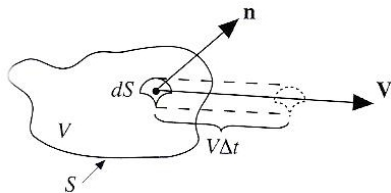
- Equação da continuidade:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

- Material Linear (Ohm):
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad I = \sigma \int_{\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{a}, \quad V = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



Conservação da carga elétrica.

- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .
- B = fluxo de cargas (corrente) através da superfície \mathcal{A} que envolve o volume \mathcal{V} .



- $A=B$:

$$I = \int_{\mathcal{A}=\partial\mathcal{V}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \rho dV$$

- Teorema de Gauss:
$$\int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV$$

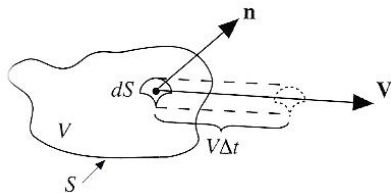
- Equação da continuidade:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

- Material Linear (Ohm):
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad I = \sigma \int_{\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{a}, \quad V = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

- $I = \sigma V$ (condutividade) ou $V = RI$ (resistividade).

Conservação da carga elétrica.

- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .
- B = fluxo de cargas (corrente) através da superfície \mathcal{A} que envolve o volume \mathcal{V} .



- $A=B$:

$$I = \int_{\mathcal{A}=\partial\mathcal{V}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \rho dV$$

- Teorema de Gauss:
$$\int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV$$

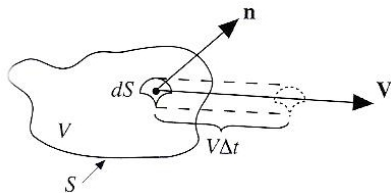
- Equação da continuidade:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

- Material Linear (Ohm):
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad I = \sigma \int_{\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{a}, \quad V = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

- $I = \sigma V$ (condutividade) ou $V = RI$ (resistividade).

Conservação da carga elétrica.

- A = carga que saiu (corrente) do volume \mathcal{V} .
- B = fluxo de cargas (corrente) através da superfície \mathcal{A} que envolve o volume \mathcal{V} .



- $A=B$:

$$I = \int_{\mathcal{A}=\partial\mathcal{V}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{V}} \rho dV$$

- Teorema de Gauss:
$$\int_{\mathcal{A}} \vec{J} \cdot d\vec{a} = \int_{\mathcal{V}} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV$$

- Equação da continuidade:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

- Material Linear (Ohm):
$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \quad I = \sigma \int_{\mathcal{A}} \vec{E} \cdot d\vec{a}, \quad V = \int_C \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

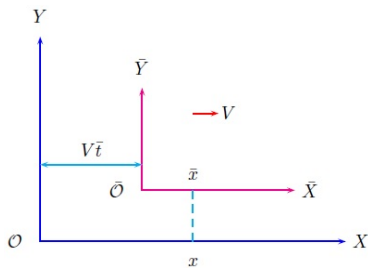
- $I = \sigma V$ (condutividade) ou $V = RI$ (resistividade).

Conteúdo I

- 1 Campo Elétrico
- 2 Equação da Continuidade
- 3 Relatividade Especial**
 - Espaço+Tempo
 - Espaço-tempo
 - Cinemática
 - Dinâmica Relativística
 - Transformações de taxas I
 - Transformações de taxas II
- 4 Equações de Maxwell
 - Forma euclidiana
 - Forma relativística
- 5 Bibliografia

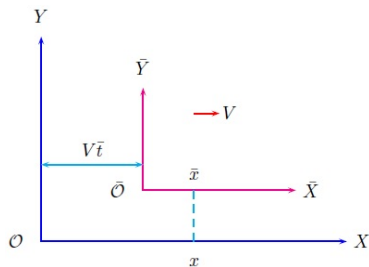
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).



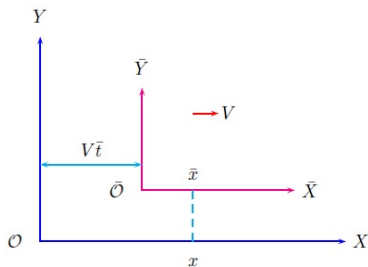
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.



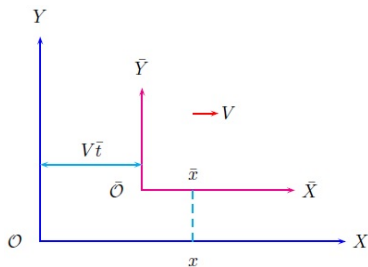
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.



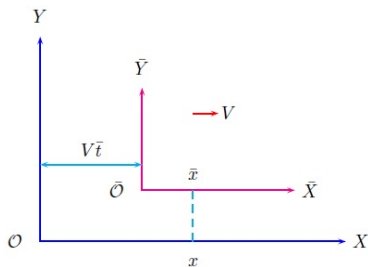
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.



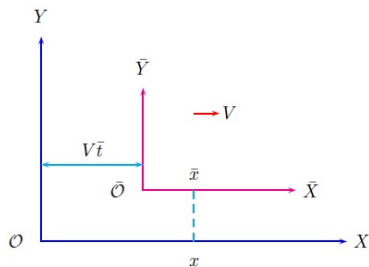
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.



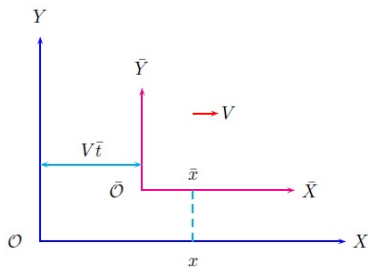
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$



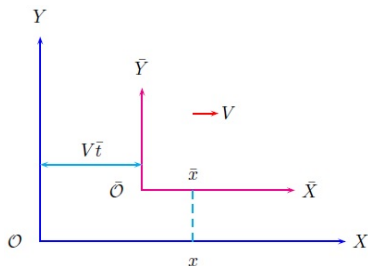
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$



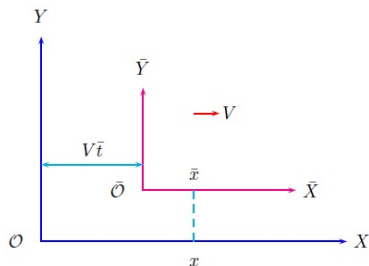
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$
- Preserva a segunda lei: $\bar{a}_{\bar{x}} = a_x$



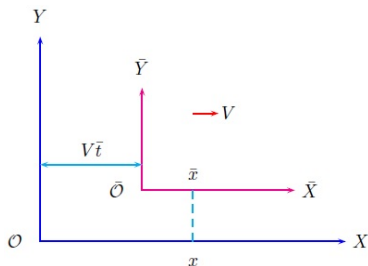
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$
- Preserva a segunda lei: $\bar{a}_{\bar{x}} = a_x$



Transformações de Galileu–Newton:

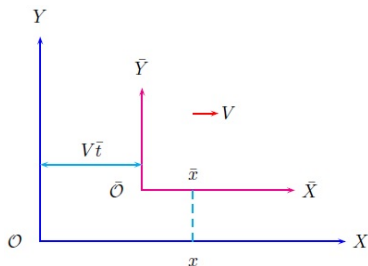
- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$
- Preserva a segunda lei: $\bar{a}_{\bar{x}} = a_x$
 - Galileu–Newton:



Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$
- Preserva a segunda lei: $\bar{a}_{\bar{x}} = a_x$
- Galileu–Newton:

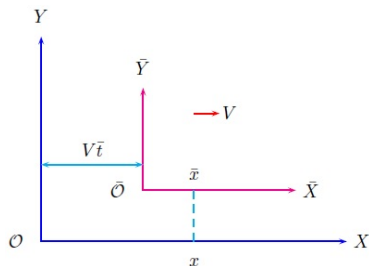
■ As leis da Mecânica são as mesmas em referenciais inerciais.



Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$
- Preserva a segunda lei: $\bar{a}_{\bar{x}} = a_x$
- Galileu–Newton:

- As leis da Mecânica são as mesmas em referenciais inerciais.
- Tempo absoluto ($t = \bar{t}$ sempre).

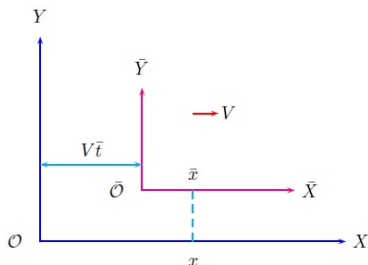


Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$
- Preserva a segunda lei: $\bar{a}_{\bar{x}} = a_x$

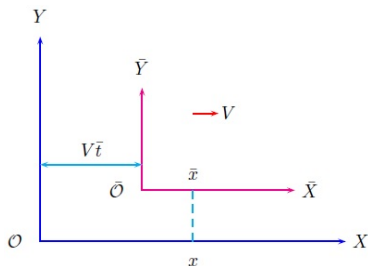
- Galileu–Newton:

- As leis da Mecânica são as mesmas em referenciais inerciais.
- Tempo absoluto ($t = \bar{t}$ sempre).
- **Simultaneidade absoluta.**



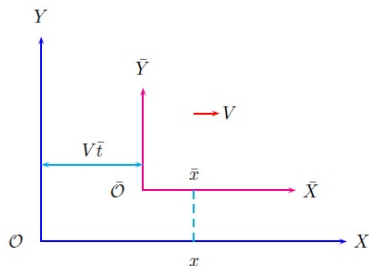
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$
- Preserva a segunda lei: $\bar{a}_{\bar{x}} = a_x$
 - Galileu–Newton:
 - As leis da Mecânica são as mesmas em referenciais inerciais.
 - Tempo absoluto ($t = \bar{t}$ sempre).
 - Simultaneidade absoluta.



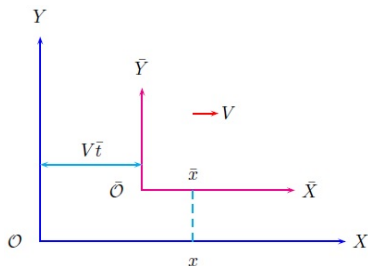
Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$
- Preserva a segunda lei: $\bar{a}_{\bar{x}} = a_x$
 - Galileu–Newton:
 - As leis da Mecânica são as mesmas em referenciais inerciais.
 - Tempo absoluto ($t = \bar{t}$ sempre).
 - Simultaneidade absoluta.



Transformações de Galileu–Newton:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- $t = \bar{t} \implies x + \bar{x} = \gamma(x + \bar{x}) \implies \gamma = 1$
- $x = \bar{x} + Vt, \quad t = \bar{t}$ $\bar{v}_{\bar{x}} = v_x \pm V$
- Preserva a segunda lei: $\bar{a}_{\bar{x}} = a_x$
 - Galileu–Newton:
 - As leis da Mecânica são as mesmas em referenciais inerciais.
 - Tempo absoluto ($t = \bar{t}$ sempre).
 - Simultaneidade absoluta.



Espaço euclidiano:

- Eventos=(tempo, posição)

Espaço euclidiano:

- Eventos=(tempo, posição)
- Posições: (x, y, z) e $(x + dx, y + dy, z + dz)$

Espaço euclidiano:

- Eventos=(tempo, posição)
- Posições: (x, y, z) e $(x + dx, y + dy, z + dz)$
- Distância infinitesimal:

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 = \sum_{i,j=1}^3 g_{ij} dx_i dx_j, \quad g_{ij} = \delta_{ij}$$

Espaço euclidiano:

- Eventos=(tempo, posição)
- Posições: (x, y, z) e $(x + dx, y + dy, z + dz)$
- Distância infinitesimal:

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 = \sum_{i,j=1}^3 g_{ij} dx_i dx_j, \quad g_{ij} = \delta_{ij}$$

- Invariância rotacional: $d\bar{s}^2 = ds^2$

$$\bar{x} = x \cos \theta - y \sin \theta, \quad \bar{y} = x \sin \theta + y \cos \theta, \quad \bar{z} = z$$

Espaço euclidiano:

- Eventos=(tempo, posição)
- Posições: (x, y, z) e $(x + dx, y + dy, z + dz)$
- Distância infinitesimal:

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 = \sum_{i,j=1}^3 g_{ij} dx_i dx_j, \quad g_{ij} = \delta_{ij}$$

- Invariância rotacional: $d\bar{s}^2 = ds^2$

$$\bar{x} = x \cos \theta - y \sin \theta, \quad \bar{y} = x \sin \theta + y \cos \theta, \quad \bar{z} = z$$

- ds^2 não é invariante pelas transformações de Galileu-Newton:

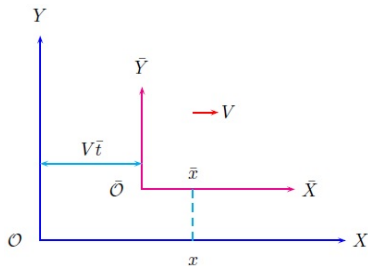
$$x = \bar{x} + Vt, \quad y = \bar{y}, \quad z = \bar{z}, \quad t = \bar{t}$$

Conteúdo I

- 1 Campo Elétrico
- 2 Equação da Continuidade
- 3 Relatividade Especial**
 - Espaço+Tempo
 - Espaço-tempo**
 - Cinemática
 - Dinâmica Relativística
 - Transformações de taxas I
 - Transformações de taxas II
- 4 Equações de Maxwell
 - Forma euclidiana
 - Forma relativística
- 5 Bibliografia

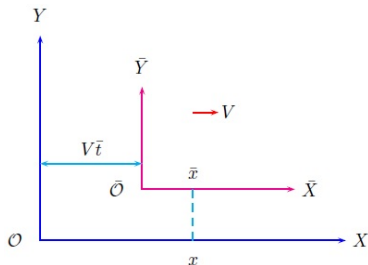
Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).



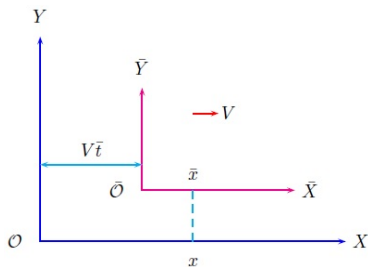
Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.



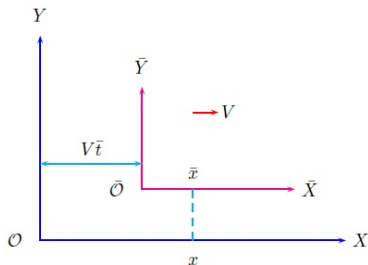
Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.



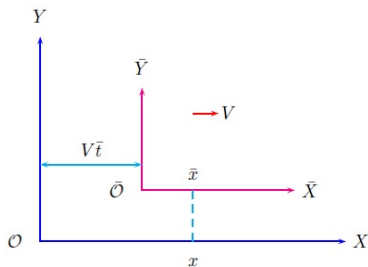
Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.



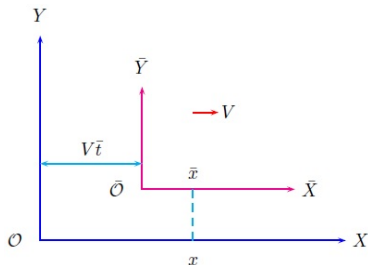
Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.



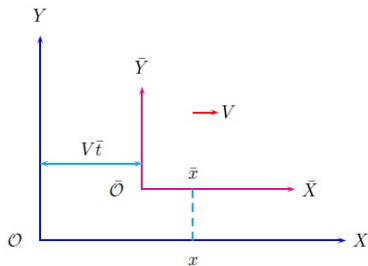
Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}



Transformações de Lorentz:

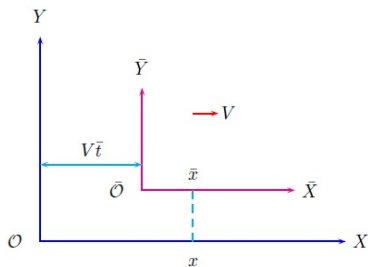
- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$



Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

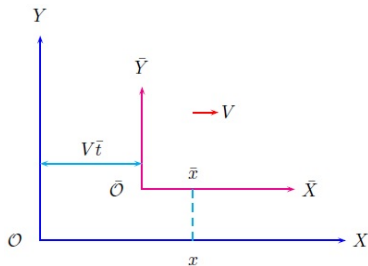
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$



Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$

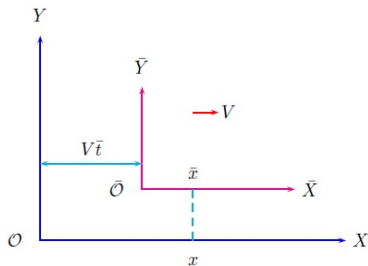


Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$

- Einstein (1905):



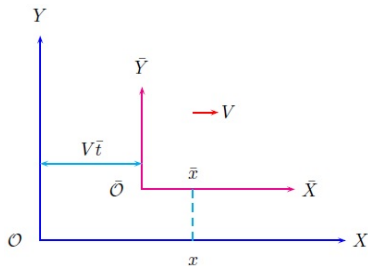
Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$

- Einstein (1905):

■ As leis da Física são as mesmas em referenciais inerciais.



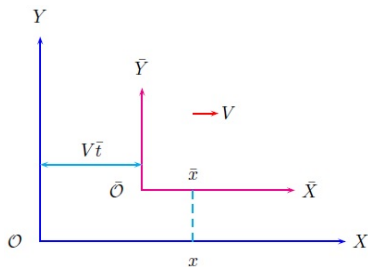
Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$

- Einstein (1905):

- As leis da Física são as mesmas em referenciais inerciais.
- Tempo não é absoluto.



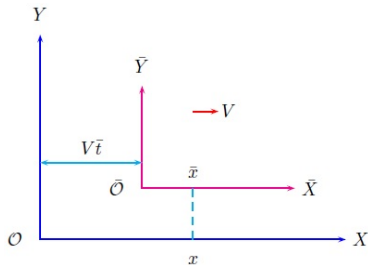
Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$

- Einstein (1905):

- As leis da Física são as mesmas em referenciais inerciais.
- Tempo não é absoluto.
- **Simultaneidade não é absoluta.**



Transformações de Lorentz:

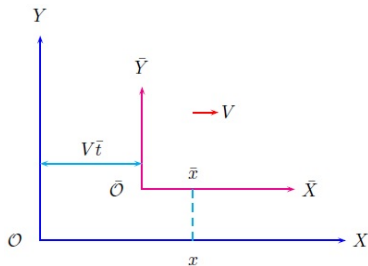
- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$

- Einstein (1905):

- As leis da Física são as mesmas em referenciais inerciais.
- Tempo não é absoluto.
- Simultaneidade não é absoluta.

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t})$, $ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$



Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

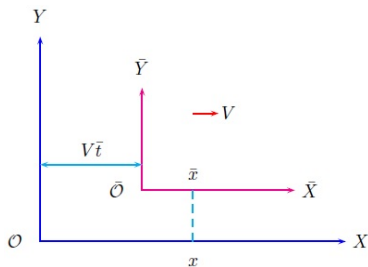
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$

- Einstein (1905):

- As leis da Física são as mesmas em referenciais inerciais.
- Tempo não é absoluto.
- Simultaneidade não é absoluta.

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$

- $\bar{x} = \gamma(x - \beta ct), \quad c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$



Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

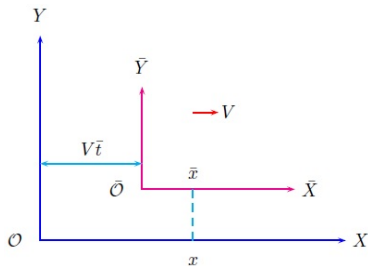
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$

- Einstein (1905):

- As leis da Física são as mesmas em referenciais inerciais.
- Tempo não é absoluto.
- Simultaneidade não é absoluta.

$$x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$$

$$\bar{x} = \gamma(x - \beta ct), \quad c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$$



Transformações de Lorentz:

- Referenciais inerciais (rapidez relativa V).
- Cada referencial com relógio próprio.
- Relógios sincronizados em $t = \bar{t} = 0$.
- $x = \bar{\gamma}(\bar{x} + V\bar{t})$ ou $\bar{x} = \gamma(x - Vt)$.
- Homogêneo e isotrópico: $\bar{\gamma} = \gamma = \gamma(V^2)$.
- Luz: $x = ct$ em O e $\bar{x} = c\bar{t}$ em \bar{O}
- $ct = \gamma(c + V)\bar{t}$, $c\bar{t} = \gamma(c - V)t$

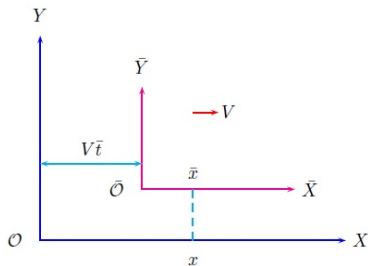
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + O(\beta^4), \quad \beta = \frac{V}{c}$$

- Einstein (1905):

- As leis da Física são as mesmas em referenciais inerciais.
- Tempo não é absoluto.
- Simultaneidade não é absoluta.

$$x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$$

$$\bar{x} = \gamma(x - \beta ct), \quad c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$$



Dilatação temporal + contração espacial:

$$\blacksquare x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}) \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$$

Dilatação temporal + contração espacial:

$$\blacksquare x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}) \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$$

$$\blacksquare \bar{x} = \gamma(x - \beta ct) \quad c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$$

Dilatação temporal + contração espacial:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t})$ $ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$
- $\bar{x} = \gamma(x - \beta ct)$ $c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$
- Tempo próprio em \bar{O} : $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, $\Delta\bar{t} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = \bar{T}$

Dilatação temporal + contração espacial:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t})$ $ct = \gamma(\beta\bar{x} + c\bar{t})$
- $\bar{x} = \gamma(x - \beta ct)$ $c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$
- Tempo próprio em \bar{O} : $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, $\Delta\bar{t} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = \bar{T}$
- Em O : $x_1 \neq x_2$, $\Delta t = t_2 - t_1 = T$ e TL2 $\implies T = \gamma\bar{T}$.

Dilatação temporal + contração espacial:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t})$ $ct = \gamma(\beta\bar{x} + c\bar{t})$
- $\bar{x} = \gamma(x - \beta ct)$ $c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$
- Tempo próprio em \bar{O} : $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, $\Delta\bar{t} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = \bar{T}$
- Em O : $x_1 \neq x_2$, $\Delta t = t_2 - t_1 = T$ e TL2 $\implies T = \gamma\bar{T}$.
- **O tempo próprio será sempre o menor intervalo de tempo.**

Dilatação temporal + contração espacial:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t})$ $ct = \gamma(\beta\bar{x} + c\bar{t})$
- $\bar{x} = \gamma(x - \beta ct)$ $c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$
- Tempo próprio em \bar{O} : $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, $\Delta\bar{t} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = \bar{T}$
- Em O : $x_1 \neq x_2$, $\Delta t = t_2 - t_1 = T$ e TL2 $\implies T = \gamma\bar{T}$.
- **O tempo próprio será sempre o menor intervalo de tempo.**
- Comprimento próprio em \bar{O} : $\Delta\bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = \bar{L}$, $\bar{t}_1 \neq \bar{t}_2$

Dilatação temporal + contração espacial:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t})$ $ct = \gamma(\beta\bar{x} + c\bar{t})$
- $\bar{x} = \gamma(x - \beta ct)$ $c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$
- Tempo próprio em \bar{O} : $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, $\Delta\bar{t} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = \bar{T}$
- Em O : $x_1 \neq x_2$, $\Delta t = t_2 - t_1 = T$ e TL2 $\implies T = \gamma\bar{T}$.
- **O tempo próprio será sempre o menor intervalo de tempo.**
- Comprimento próprio em \bar{O} : $\Delta\bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = \bar{L}$, $\bar{t}_1 \neq \bar{t}_2$
- Em O : $t_1 = t_2$, $\Delta x = x_2 - x_1 = L$ e TL3 $\implies \bar{L} = \gamma L$.

Dilatação temporal + contração espacial:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t})$ $ct = \gamma(\beta\bar{x} + c\bar{t})$
- $\bar{x} = \gamma(x - \beta ct)$ $c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$
- Tempo próprio em \bar{O} : $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, $\Delta\bar{t} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = \bar{T}$
- Em O : $x_1 \neq x_2$, $\Delta t = t_2 - t_1 = T$ e TL2 $\implies T = \gamma\bar{T}$.
- **O tempo próprio será sempre o menor intervalo de tempo.**
- Comprimento próprio em \bar{O} : $\Delta\bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = \bar{L}$, $\bar{t}_1 \neq \bar{t}_2$
- Em O : $t_1 = t_2$, $\Delta x = x_2 - x_1 = L$ e TL3 $\implies \bar{L} = \gamma L$.
- **O comprimento próprio será sempre o maior comprimento.**

Dilatação temporal + contração espacial:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t})$ $ct = \gamma(\beta\bar{x} + c\bar{t})$
- $\bar{x} = \gamma(x - \beta ct)$ $c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$
- Tempo próprio em \bar{O} : $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, $\Delta\bar{t} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = \bar{T}$
- Em O : $x_1 \neq x_2$, $\Delta t = t_2 - t_1 = T$ e TL2 $\implies T = \gamma\bar{T}$.
- **O tempo próprio será sempre o menor intervalo de tempo.**
- Comprimento próprio em \bar{O} : $\Delta\bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = \bar{L}$, $\bar{t}_1 \neq \bar{t}_2$
- Em O : $t_1 = t_2$, $\Delta x = x_2 - x_1 = L$ e TL3 $\implies \bar{L} = \gamma L$.
- **O comprimento próprio será sempre o maior comprimento.**

Dilatação temporal + contração espacial:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t})$ $ct = \gamma(\beta\bar{x} + c\bar{t})$
- $\bar{x} = \gamma(x - \beta ct)$ $c\bar{t} = \gamma(-\beta x + ct)$
- Tempo próprio em \bar{O} : $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$, $\Delta\bar{t} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = \bar{T}$
- Em O : $x_1 \neq x_2$, $\Delta t = t_2 - t_1 = T$ e TL2 $\implies T = \gamma\bar{T}$.
- **O tempo próprio será sempre o menor intervalo de tempo.**
- Comprimento próprio em \bar{O} : $\Delta\bar{x} = \bar{x}_2 - \bar{x}_1 = \bar{L}$, $\bar{t}_1 \neq \bar{t}_2$
- Em O : $t_1 = t_2$, $\Delta x = x_2 - x_1 = L$ e TL3 $\implies \bar{L} = \gamma L$.
- **O comprimento próprio será sempre o maior comprimento.**

Espaço mimkowskiano:

- Evento: $(x^\mu) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

Espaço mimkowskiano:

■ Evento: $(x^\mu) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

■ Distância infinitesimal: $(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dx_\mu dx^\mu$$

Espaço mimkowskiano:

■ Evento: $(x^\mu) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

■ Distância infinitesimal: $(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dx_\mu dx^\mu$$

■ Métrica: $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$

Espaço mimkowskiano:

■ Evento: $(x^\mu) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

■ Distância infinitesimal: $(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dx_\mu dx^\mu$$

■ Métrica: $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$

■ Coordenadas covariantes: $x_\mu = \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} x^\nu = g_{\mu\nu} x^\nu$

Espaço mimkowskiano:

■ Evento: $(x^\mu) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

■ Distância infinitesimal: $(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dx_\mu dx^\mu$$

■ Métrica: $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$

■ Coordenadas covariantes: $x_\mu = \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} x^\nu = g_{\mu\nu} x^\nu$

■ $g_{\mu\alpha} g^{\alpha\nu} = g_\mu{}^\nu$, $g^{\nu\alpha} g_{\alpha\mu} = g^\nu{}_\mu$, $g_\mu{}^\nu = (g^T)^\nu{}_\mu = \delta_\mu^\nu$

Espaço mimkowskiano:

■ Evento: $(x^\mu) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

■ Distância infinitesimal: $(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dx_\mu dx^\mu$$

■ Métrica: $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$

■ Coordenadas covariantes: $x_\mu = \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} x^\nu = g_{\mu\nu} x^\nu$

■ $g_{\mu\alpha} g^{\alpha\nu} = g_\mu^\nu$, $g^{\nu\alpha} g_{\alpha\mu} = g^\nu_\mu$, $g_\mu^\nu = (g^T)^\nu_\mu = \delta_\mu^\nu$

■ TL: $x^0 = \gamma \bar{x}^0 + \beta \gamma \bar{x}^1$, $x^1 = \beta \gamma \bar{x}^0 + \gamma \bar{x}^1$, $ds^2 = d\bar{s}^2$

Espaço mimkowskiano:

■ Evento: $(x^\mu) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

■ Distância infinitesimal: $(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dx_\mu dx^\mu$$

■ Métrica: $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$

■ Coordenadas covariantes: $x_\mu = \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} x^\nu = g_{\mu\nu} x^\nu$

■ $g_{\mu\alpha} g^{\alpha\nu} = g_\mu^\nu$, $g^{\nu\alpha} g_{\alpha\mu} = g^\nu_\mu$, $g_\mu^\nu = (g^T)^\nu_\mu = \delta_\mu^\nu$

■ TL: $x^0 = \gamma \bar{x}^0 + \beta \gamma \bar{x}^1$, $x^1 = \beta \gamma \bar{x}^0 + \gamma \bar{x}^1$, $ds^2 = d\bar{s}^2$

■ Forma matricial da TL: $x^\mu = \Lambda^\mu_\nu \bar{x}^\nu$

$$\Lambda = (\Lambda^\mu_\nu) = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda^{-1} = g^{-1} \Lambda^T g \sim \beta \rightarrow -\beta$$

Espaço mimkowskiano:

■ Evento: $(x^\mu) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

■ Distância infinitesimal: $(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dx_\mu dx^\mu$$

■ Métrica: $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$

■ Coordenadas covariantes: $x_\mu = \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} x^\nu = g_{\mu\nu} x^\nu$

■ $g_{\mu\alpha} g^{\alpha\nu} = g_\mu^\nu$, $g^{\nu\alpha} g_{\alpha\mu} = g^\nu_\mu$, $g_\mu^\nu = (g^T)^\nu_\mu = \delta_\mu^\nu$

■ TL: $x^0 = \gamma \bar{x}^0 + \beta \gamma \bar{x}^1$, $x^1 = \beta \gamma \bar{x}^0 + \gamma \bar{x}^1$, $ds^2 = d\bar{s}^2$

■ Forma matricial da TL: $x^\mu = \Lambda^\mu_\nu \bar{x}^\nu$

$$\Lambda = (\Lambda^\mu_\nu) = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda^{-1} = g^{-1} \Lambda^T g \sim \beta \rightarrow -\beta$$

Espaço mimkowskiano:

■ Evento: $(x^\mu) = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z) = (ct, \vec{r})$

■ Distância infinitesimal: $(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2$

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dx_\mu dx^\mu$$

■ Métrica: $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$

■ Coordenadas covariantes: $x_\mu = \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu} x^\nu = g_{\mu\nu} x^\nu$

■ $g_{\mu\alpha} g^{\alpha\nu} = g_\mu^\nu$, $g^{\nu\alpha} g_{\alpha\mu} = g^\nu_\mu$, $g_\mu^\nu = (g^T)^\nu_\mu = \delta_\mu^\nu$

■ TL: $x^0 = \gamma \bar{x}^0 + \beta \gamma \bar{x}^1$, $x^1 = \beta \gamma \bar{x}^0 + \gamma \bar{x}^1$, $ds^2 = d\bar{s}^2$

■ Forma matricial da TL: $x^\mu = \Lambda^\mu_\nu \bar{x}^\nu$

$$\Lambda = (\Lambda^\mu_\nu) = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda^{-1} = g^{-1} \Lambda^T g \sim \beta \rightarrow -\beta$$

Rotações no plano $ct - x$:

- Três referenciais inerciais, A , B e C .

Rotações no plano $ct - x$:

- Três referenciais inerciais, A , B e C .
- O ref. A tem uma velocidade relativa a B dada por V e o ref. B tem uma velocidade relativa a C dada por U .

Rotações no plano $ct - x$:

- Três referenciais inerciais, A , B e C .
- O ref. A tem uma velocidade relativa a B dada por V e o ref. B tem uma velocidade relativa a C dada por U .
- Quem é a velocidade relativa W entre A e C em termos das velocidades U e V ?

Rotações no plano $ct - x$:

- Três referenciais inerciais, A , B e C .
- O ref. A tem uma velocidade relativa a B dada por V e o ref. B tem uma velocidade relativa a C dada por U .
- Quem é a velocidade relativa W entre A e C em termos das velocidades U e V ?
- $A \xrightarrow{\Psi(V)} B$, $B \xrightarrow{\Phi(U)} C$, $A \xrightarrow{\Omega(W)} C$

Rotações no plano $ct - x$:

- Três referenciais inerciais, A , B e C .
- O ref. A tem uma velocidade relativa a B dada por V e o ref. B tem uma velocidade relativa a C dada por U .
- Quem é a velocidade relativa W entre A e C em termos das velocidades U e V ?
- $A \xrightarrow{\Psi(V)} B$, $B \xrightarrow{\Phi(U)} C$, $A \xrightarrow{\Omega(W)} C$
- $\gamma = \cosh \psi$, $\beta\gamma = \sinh \psi$, $\tanh \psi = \beta = V/c$

$$\Psi = (\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rotações no plano $ct - x$:

- Três referenciais inerciais, A , B e C .
- O ref. A tem uma velocidade relativa a B dada por V e o ref. B tem uma velocidade relativa a C dada por U .
- Quem é a velocidade relativa W entre A e C em termos das velocidades U e V ?
- $A \xrightarrow{\Psi(V)} B$, $B \xrightarrow{\Phi(U)} C$, $A \xrightarrow{\Omega(W)} C$
- $\gamma = \cosh \psi$, $\beta\gamma = \sinh \psi$, $\tanh \psi = \beta = V/c$

$$\Psi = (\Psi^{\mu}_{\nu}) = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

■ $\Omega = \Psi\Phi$

Rotações no plano $ct - x$:

- Três referenciais inerciais, A , B e C .
- O ref. A tem uma velocidade relativa a B dada por V e o ref. B tem uma velocidade relativa a C dada por U .
- Quem é a velocidade relativa W entre A e C em termos das velocidades U e V ?
- $A \xrightarrow{\Psi(V)} B$, $B \xrightarrow{\Phi(U)} C$, $A \xrightarrow{\Omega(W)} C$
- $\gamma = \cosh \psi$, $\beta\gamma = \sinh \psi$, $\tanh \psi = \beta = V/c$

$$\Psi = (\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- $\Omega = \Psi\Phi$

Rotações no plano $ct - x$:

- Três referenciais inerciais, A , B e C .
- O ref. A tem uma velocidade relativa a B dada por V e o ref. B tem uma velocidade relativa a C dada por U .
- Quem é a velocidade relativa W entre A e C em termos das velocidades U e V ?
- $A \xrightarrow{\Psi(V)} B$, $B \xrightarrow{\Phi(U)} C$, $A \xrightarrow{\Omega(W)} C$
- $\gamma = \cosh \psi$, $\beta\gamma = \sinh \psi$, $\tanh \psi = \beta = V/c$

$$\Psi = (\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \gamma & \beta\gamma & 0 & 0 \\ \beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- $\Omega = \Psi\Phi$

Composição de velocidades:

■ $\Omega = \Psi\Phi$:

$$\Omega = (\Omega^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \omega & \sinh \omega & 0 & 0 \\ \sinh \omega & \cosh \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \psi + \phi$$

Composição de velocidades:

■ $\Omega = \Psi\Phi$:

$$\Omega = (\Omega^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \omega & \sinh \omega & 0 & 0 \\ \sinh \omega & \cosh \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \psi + \phi$$

■ $\tanh \psi = \frac{V}{c}, \quad \tanh \phi = \frac{U}{c}, \quad \tanh \omega = \frac{W}{c}$

Composição de velocidades:

■ $\Omega = \Psi\Phi:$

$$\Omega = (\Omega^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \omega & \sinh \omega & 0 & 0 \\ \sinh \omega & \cosh \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \psi + \phi$$

■ $\tanh \psi = \frac{V}{c}, \quad \tanh \phi = \frac{U}{c}, \quad \tanh \omega = \frac{W}{c}$

■ $\tanh \omega = \tanh(\psi + \phi) = \frac{\tanh \psi + \tanh \phi}{\tanh \psi \tanh \phi + 1}$

Composição de velocidades:

■ $\Omega = \Psi\Phi:$

$$\Omega = (\Omega^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \omega & \sinh \omega & 0 & 0 \\ \sinh \omega & \cosh \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \psi + \phi$$

■ $\tanh \psi = \frac{V}{c}, \quad \tanh \phi = \frac{U}{c}, \quad \tanh \omega = \frac{W}{c}$

■ $\tanh \omega = \tanh(\psi + \phi) = \frac{\tanh \psi + \tanh \phi}{\tanh \psi \tanh \phi + 1}$

■
$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

Composição de velocidades:

■ $\Omega = \Psi\Phi:$

$$\Omega = (\Omega^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \omega & \sinh \omega & 0 & 0 \\ \sinh \omega & \cosh \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \psi + \phi$$

■ $\tanh \psi = \frac{V}{c}, \quad \tanh \phi = \frac{U}{c}, \quad \tanh \omega = \frac{W}{c}$

■ $\tanh \omega = \tanh(\psi + \phi) = \frac{\tanh \psi + \tanh \phi}{\tanh \psi \tanh \phi + 1}$

■
$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

Composição de velocidades:

■ $\Omega = \Psi\Phi$:

$$\Omega = (\Omega^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \omega & \sinh \omega & 0 & 0 \\ \sinh \omega & \cosh \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \psi + \phi$$

■ $\tanh \psi = \frac{V}{c}, \quad \tanh \phi = \frac{U}{c}, \quad \tanh \omega = \frac{W}{c}$

■ $\tanh \omega = \tanh(\psi + \phi) = \frac{\tanh \psi + \tanh \phi}{\tanh \psi \tanh \phi + 1}$

■
$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

A velocidade da luz é um limite superior.

Composição de velocidades:

■ $\Omega = \Psi\Phi$:

$$\Omega = (\Omega^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \omega & \sinh \omega & 0 & 0 \\ \sinh \omega & \cosh \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \psi + \phi$$

■ $\tanh \psi = \frac{V}{c}, \quad \tanh \phi = \frac{U}{c}, \quad \tanh \omega = \frac{W}{c}$

■ $\tanh \omega = \tanh(\psi + \phi) = \frac{\tanh \psi + \tanh \phi}{\tanh \psi \tanh \phi + 1}$

■ $W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$ **A velocidade da luz é um limite superior.**

■ TL formam um grupo (de Lie, abeliano, não-compacto).

Composição de velocidades:

- $\Omega = \Psi\Phi$:

$$\Omega = (\Omega^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \omega & \sinh \omega & 0 & 0 \\ \sinh \omega & \cosh \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \psi + \phi$$

- $\tanh \psi = \frac{V}{c}, \quad \tanh \phi = \frac{U}{c}, \quad \tanh \omega = \frac{W}{c}$

- $\tanh \omega = \tanh(\psi + \phi) = \frac{\tanh \psi + \tanh \phi}{\tanh \psi \tanh \phi + 1}$

- $W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$ **A velocidade da luz é um limite superior.**

- TL formam um grupo (de Lie, abeliano, não-compacto).

Composição de velocidades:

- $\Omega = \Psi\Phi$:

$$\Omega = (\Omega^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \omega & \sinh \omega & 0 & 0 \\ \sinh \omega & \cosh \omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \omega = \psi + \phi$$

- $\tanh \psi = \frac{V}{c}, \quad \tanh \phi = \frac{U}{c}, \quad \tanh \omega = \frac{W}{c}$

- $\tanh \omega = \tanh(\psi + \phi) = \frac{\tanh \psi + \tanh \phi}{\tanh \psi \tanh \phi + 1}$

- $W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$ **A velocidade da luz é um limite superior.**

- TL formam um grupo (de Lie, abeliano, não-compacto).

Composição de velocidades II:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$

Composição de velocidades II:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$

Composição de velocidades II:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$

Composição de velocidades II:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

Composição de velocidades II:

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

Composição de velocidades II:

$$\blacksquare \quad x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$$

$$\blacksquare \quad dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

$$\blacksquare \quad \text{Demais componentes: } v_y = \frac{dy}{dt} \text{ e } v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v_x = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad v_y = \frac{\bar{v}_y}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{\bar{v}_z}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}$$

Composição de velocidades II:

$$\blacksquare \quad x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$$

$$\blacksquare \quad dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

$$\blacksquare \quad \text{Demais componentes: } v_y = \frac{dy}{dt} \text{ e } v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v_x = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad v_y = \frac{\bar{v}_y}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{\bar{v}_z}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}$$

$$\blacksquare \quad \bar{v}_x = 0 \implies v_x = V, \quad v_y = \bar{v}_y/\gamma, \quad v_z = \bar{v}_z/\gamma$$

Composição de velocidades II:

$$\blacksquare \quad x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$$

$$\blacksquare \quad dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

$$\blacksquare \quad \text{Demais componentes: } v_y = \frac{dy}{dt} \text{ e } v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v_x = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad v_y = \frac{\bar{v}_y}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{\bar{v}_z}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}$$

$$\blacksquare \quad \bar{v}_x = 0 \implies v_x = V, \quad v_y = \bar{v}_y/\gamma, \quad v_z = \bar{v}_z/\gamma$$

Composição de velocidades II:

$$\blacksquare \quad x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t})$$

$$\blacksquare \quad dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

$$\blacksquare \quad \text{Demais componentes: } v_y = \frac{dy}{dt} \text{ e } v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v_x = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad v_y = \frac{\bar{v}_y}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{\bar{v}_z}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}$$

$$\blacksquare \quad \bar{v}_x = 0 \implies v_x = V, \quad v_y = \bar{v}_y/\gamma, \quad v_z = \bar{v}_z/\gamma$$

Conteúdo I

- 1 Campo Elétrico
- 2 Equação da Continuidade
- 3 Relatividade Especial**
 - Espaço+Tempo
 - Espaço-tempo
 - Cinemática**
 - Dinâmica Relativística
 - Transformações de taxas I
 - Transformações de taxas II
- 4 Equações de Maxwell
 - Forma euclidiana
 - Forma relativística
- 5 Bibliografia

4-velocidade:

- Objeto em movimento em um dos referenciais.

4-velocidade:

- Objeto em movimento em um dos referenciais.
- Comprimento infinitesimal: $cdt = \gamma(v) ds = \gamma(v) cd\tau$.

$$(ds)^2 = dx^\mu dx_{\mu} = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cdt)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left[\frac{cdt}{\gamma(v)}\right]^2$$

4-velocidade:

- Objeto em movimento em um dos referenciais.
- Comprimento infinitesimal: $cdt = \gamma(v) ds = \gamma(v) cd\tau$.

$$(ds)^2 = dx^\mu dx_{\mu} = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cdt)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left[\frac{cdt}{\gamma(v)}\right]^2$$

- Tempo próprio: $d\tau = dt/\gamma(v)$ (sempre menor)

4-velocidade:

- Objeto em movimento em um dos referenciais.
- Comprimento infinitesimal: $cdt = \gamma(v) ds = \gamma(v) cd\tau$.

$$(ds)^2 = dx^\mu dx_{\mu} = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cdt)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left[\frac{cdt}{\gamma(v)}\right]^2$$

- Tempo próprio: $d\tau = dt/\gamma(v)$ (sempre menor)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{d\gamma(v)}{dt} = \gamma^3(v) \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^2}$$

4-velocidade:

- Objeto em movimento em um dos referenciais.
- Comprimento infinitesimal: $cdt = \gamma(v) ds = \gamma(v) cd\tau$.

$$(ds)^2 = dx^\mu dx_{\mu} = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cdt)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left[\frac{cdt}{\gamma(v)}\right]^2$$

- Tempo próprio: $d\tau = dt/\gamma(v)$ (sempre menor)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{d\gamma(v)}{dt} = \gamma^3(v) \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^2}$$

- Definição: $u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}$, 4-velocidade: $(u^\mu) = \gamma\left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right)$

4-velocidade:

- Objeto em movimento em um dos referenciais.
- Comprimento infinitesimal: $cdt = \gamma(v) ds = \gamma(v) cd\tau$.

$$(ds)^2 = dx^\mu dx_{\mu} = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cdt)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left[\frac{cdt}{\gamma(v)}\right]^2$$

- Tempo próprio: $d\tau = dt/\gamma(v)$ (sempre menor)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{d\gamma(v)}{dt} = \gamma^3(v) \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^2}$$

- Definição: $u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}$, 4-velocidade: $(u^\mu) = \gamma\left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right)$

4-velocidade:

- Objeto em movimento em um dos referenciais.
- Comprimento infinitesimal: $cdt = \gamma(v) ds = \gamma(v) cd\tau$.

$$(ds)^2 = dx^\mu dx_{\mu} = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cdt)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left[\frac{cdt}{\gamma(v)}\right]^2$$

- Tempo próprio: $d\tau = dt/\gamma(v)$ (sempre menor)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{d\gamma(v)}{dt} = \gamma^3(v) \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^2}$$

- Definição: $u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}$, 4-velocidade: $(u^\mu) = \gamma\left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right)$

$$u^\alpha u_\alpha = \frac{dx^\alpha dx_\alpha}{ds^2} = 1$$

4-velocidade:

- Objeto em movimento em um dos referenciais.
- Comprimento infinitesimal: $cdt = \gamma(v) ds = \gamma(v) cd\tau$.

$$(ds)^2 = dx^\mu dx_{\mu} = (cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2 = (cdt)^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \left[\frac{cdt}{\gamma(v)}\right]^2$$

- Tempo próprio: $d\tau = dt/\gamma(v)$ (sempre menor)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}, \quad \gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \frac{d\gamma(v)}{dt} = \gamma^3(v) \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^2}$$

- Definição: $u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}$, 4-velocidade: $(u^\mu) = \gamma\left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right)$

$$u^\alpha u_\alpha = \frac{dx^\alpha dx_\alpha}{ds^2} = 1$$

4-aceleração:

■ Definição: $w^\mu = \frac{du^\mu}{ds} = \frac{d^2x^\mu}{ds^2}$,

$$(w^\mu) = \gamma^4 \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^3} \left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) + \gamma^2 \left(0, \frac{\vec{a}}{c^2}\right)$$

4-aceleração:

- Definição: $w^\mu = \frac{du^\mu}{ds} = \frac{d^2x^\mu}{ds^2}$, $(w^\mu) = \gamma^4 \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^3} \left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) + \gamma^2 \left(0, \frac{\vec{a}}{c^2}\right)$
- Direção: $u^\alpha w_\alpha = u^\alpha \frac{du_\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (u^\alpha u_\alpha) = 0$

4-aceleração:

- Definição: $w^\mu = \frac{du^\mu}{ds} = \frac{d^2x^\mu}{ds^2}$, $(w^\mu) = \gamma^4 \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^3} \left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) + \gamma^2 \left(0, \frac{\vec{a}}{c^2}\right)$
- Direção: $u^\alpha w_\alpha = u^\alpha \frac{du_\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (u^\alpha u_\alpha) = 0$
- Módulo: $w^\alpha w_\alpha = -\frac{\gamma^4}{c^4} \left[a^2 + \frac{\gamma^2}{c^2} (\vec{v} \cdot \vec{a})^2 \right]$

4-aceleração:

- Definição: $w^\mu = \frac{du^\mu}{ds} = \frac{d^2x^\mu}{ds^2}$, $(w^\mu) = \gamma^4 \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^3} \left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) + \gamma^2 \left(0, \frac{\vec{a}}{c^2}\right)$
- Direção: $u^\alpha w_\alpha = u^\alpha \frac{du_\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (u^\alpha u_\alpha) = 0$
- Módulo: $w^\alpha w_\alpha = -\frac{\gamma^4}{c^4} \left[a^2 + \frac{\gamma^2}{c^2} (\vec{v} \cdot \vec{a})^2 \right]$
- Aceleração constante \vec{g} : $(\bar{w}^\mu) = \left(0, \frac{\vec{g}}{c^2}\right)$, $(\vec{v} \cdot \vec{a})^2 = (va)^2$

$$\bar{w}^\mu \bar{w}_\mu = -\frac{g^2}{c^4} = w^\alpha w_\alpha = -\left(\frac{\gamma^3}{c^2} \dot{v}\right)^2$$

4-aceleração:

■ Definição: $w^\mu = \frac{du^\mu}{ds} = \frac{d^2x^\mu}{ds^2}$, $(w^\mu) = \gamma^4 \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^3} \left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) + \gamma^2 \left(0, \frac{\vec{a}}{c^2}\right)$

■ Direção: $u^\alpha w_\alpha = u^\alpha \frac{du_\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (u^\alpha u_\alpha) = 0$

■ Módulo: $w^\alpha w_\alpha = -\frac{\gamma^4}{c^4} \left[a^2 + \frac{\gamma^2}{c^2} (\vec{v} \cdot \vec{a})^2 \right]$

■ Aceleração constante \vec{g} : $(\bar{w}^\mu) = \left(0, \frac{\vec{g}}{c^2}\right)$, $(\vec{v} \cdot \vec{a})^2 = (va)^2$

$$\bar{w}^\mu \bar{w}_\mu = -\frac{g^2}{c^4} = w^\alpha w_\alpha = -\left(\frac{\gamma^3}{c^2} \dot{v}\right)^2$$

4-aceleração:

■ Definição: $w^\mu = \frac{du^\mu}{ds} = \frac{d^2x^\mu}{ds^2}$, $(w^\mu) = \gamma^4 \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}}{c^3} \left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) + \gamma^2 \left(0, \frac{\vec{a}}{c^2}\right)$

■ Direção: $u^\alpha w_\alpha = u^\alpha \frac{du_\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (u^\alpha u_\alpha) = 0$

■ Módulo: $w^\alpha w_\alpha = -\frac{\gamma^4}{c^4} \left[a^2 + \frac{\gamma^2}{c^2} (\vec{v} \cdot \vec{a})^2 \right]$

■ Aceleração constante \vec{g} : $(\bar{w}^\mu) = \left(0, \frac{\vec{g}}{c^2}\right)$, $(\vec{v} \cdot \vec{a})^2 = (va)^2$

$$\bar{w}^\mu \bar{w}_\mu = -\frac{g^2}{c^4} = w^\alpha w_\alpha = -\left(\frac{\gamma^3}{c^2} \dot{v}\right)^2$$

Queda-livre:

■ EDO: $\frac{\dot{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = g$ Solução: $\gamma(v) v = gt, \quad v(0) = 0$

$$v(t) = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = c$$

Queda-livre:

■ EDO: $\frac{\dot{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = g$ Solução: $\gamma(v) v = gt, \quad v(0) = 0$

$$v(t) = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = c$$

■ Regime não-relativístico, $\frac{gt}{c} \ll 1$: $v = gt$

Queda-livre:

■ EDO: $\frac{\dot{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = g$ Solução: $\gamma(v) v = gt, \quad v(0) = 0$

$$v(t) = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = c$$

■ Regime não-relativístico, $\frac{gt}{c} \ll 1$: $v = gt$

■ Comprimento: $\int_{t=0}^t v(t) dt = \frac{c^2}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}} - 1 \right) \rightarrow ct \quad (t \rightarrow \infty)$

Queda-livre:

■ EDO: $\frac{\dot{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = g$ Solução: $\gamma(v) v = gt, \quad v(0) = 0$

$$v(t) = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = c$$

■ Regime não-relativístico, $\frac{gt}{c} \ll 1$: $v = gt$

■ Comprimento: $\int_{t=0}^t v(t) dt = \frac{c^2}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}} - 1 \right) \rightarrow ct \quad (t \rightarrow \infty)$

■ Tempo próprio: $cd\tau = ds = cdt/\gamma(v)$

Queda-livre:

■ EDO: $\frac{\dot{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = g$ Solução: $\gamma(v) v = gt, \quad v(0) = 0$

$$v(t) = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = c$$

■ Regime não-relativístico, $\frac{gt}{c} \ll 1$: $v = gt$

■ Comprimento: $\int_{t=0}^t v(t) dt = \frac{c^2}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}} - 1 \right) \rightarrow ct \quad (t \rightarrow \infty)$

■ Tempo próprio: $cd\tau = ds = cdt/\gamma(v)$

■ $\tau(t) = \int_0^t \frac{dt}{\gamma(v)} = \frac{c}{g} \sinh^{-1}\left(\frac{gt}{c}\right), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = \frac{c}{g} \ln(2gt/c)$

Queda-livre:

■ EDO: $\frac{\dot{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = g$ Solução: $\gamma(v) v = gt, \quad v(0) = 0$

$$v(t) = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = c$$

■ Regime não-relativístico, $\frac{gt}{c} \ll 1$: $v = gt$

■ Comprimento: $\int_{t=0}^t v(t) dt = \frac{c^2}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}} - 1 \right) \rightarrow ct \quad (t \rightarrow \infty)$

■ Tempo próprio: $cd\tau = ds = cdt/\gamma(v)$

■ $\tau(t) = \int_0^t \frac{dt}{\gamma(v)} = \frac{c}{g} \sinh^{-1}\left(\frac{gt}{c}\right), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = \frac{c}{g} \ln(2gt/c)$

Queda-livre:

■ EDO: $\frac{\dot{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} = g$ Solução: $\gamma(v) v = gt, \quad v(0) = 0$

$$v(t) = \frac{gt}{\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}}}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = c$$

■ Regime não-relativístico, $\frac{gt}{c} \ll 1$: $v = gt$

■ Comprimento: $\int_{t=0}^t v(t) dt = \frac{c^2}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{g^2 t^2}{c^2}} - 1 \right) \rightarrow ct \quad (t \rightarrow \infty)$

■ Tempo próprio: $cd\tau = ds = cdt/\gamma(v)$

■ $\tau(t) = \int_0^t \frac{dt}{\gamma(v)} = \frac{c}{g} \sinh^{-1}\left(\frac{gt}{c}\right), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tau(t) = \frac{c}{g} \ln(2gt/c)$

Conteúdo I

- 1 Campo Elétrico
- 2 Equação da Continuidade
- 3 Relatividade Especial**
 - Espaço+Tempo
 - Espaço-tempo
 - Cinemática
 - Dinâmica Relativística**
 - Transformações de taxas I
 - Transformações de taxas II
- 4 Equações de Maxwell
 - Forma euclidiana
 - Forma relativística
- 5 Bibliografia

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).
- Momentum linear: $\vec{p} = \gamma m \vec{v} = \frac{\mathcal{E}}{c^2} \vec{v}$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).
- Momentum linear: $\vec{p} = \gamma m\vec{v} = \frac{\mathcal{E}}{c^2}\vec{v}$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).
- Momentum linear: $\vec{p} = \gamma m \vec{v} = \frac{\mathcal{E}}{c^2} \vec{v}$

$$(p^\mu) = mc(u^\mu) = \gamma mc \left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) = (\gamma mc, \gamma m \vec{v}) = \left(\frac{\mathcal{E}}{c}, \vec{p}\right)$$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).
- Momentum linear: $\vec{p} = \gamma m \vec{v} = \frac{\mathcal{E}}{c^2} \vec{v}$

$$(p^\mu) = mc(u^\mu) = \gamma mc \left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) = (\gamma mc, \gamma m \vec{v}) = \left(\frac{\mathcal{E}}{c}, \vec{p}\right)$$

- Relação de dispersão: $\mathcal{E}^2 = p^2 + m^2 c^4$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).
- Momentum linear: $\vec{p} = \gamma m \vec{v} = \frac{\mathcal{E}}{c^2} \vec{v}$

$$(p^\mu) = mc(u^\mu) = \gamma mc \left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) = (\gamma mc, \gamma m \vec{v}) = \left(\frac{\mathcal{E}}{c}, \vec{p}\right)$$

- Relação de dispersão: $\mathcal{E}^2 = p^2 + m^2 c^4$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).
- Momentum linear: $\vec{p} = \gamma m\vec{v} = \frac{\mathcal{E}}{c^2}\vec{v}$

$$(p^\mu) = mc(u^\mu) = \gamma mc\left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) = (\gamma mc, \gamma m\vec{v}) = \left(\frac{\mathcal{E}}{c}, \vec{p}\right)$$

- Relação de dispersão: $\mathcal{E}^2 = p^2 + m^2 c^4$

$$p^\mu p_\mu = m^2 c^2 u^\mu u_\mu = m^2 c^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{c^2} - p^2$$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).
- Momentum linear: $\vec{p} = \gamma m\vec{v} = \frac{\mathcal{E}}{c^2}\vec{v}$

$$(p^\mu) = mc(u^\mu) = \gamma mc\left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) = (\gamma mc, \gamma m\vec{v}) = \left(\frac{\mathcal{E}}{c}, \vec{p}\right)$$

- Relação de dispersão: $\mathcal{E}^2 = p^2 + m^2 c^4$

$$p^\mu p_\mu = m^2 c^2 u^\mu u_\mu = m^2 c^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{c^2} - p^2$$

- Potência=taxa de variação temporal da energia:

$$\dot{\mathcal{E}} = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{c^2 \vec{p}}{\mathcal{E}} \cdot \dot{\vec{p}} + \frac{mc^2}{\mathcal{E}} \dot{m}c^2 = \vec{v} \cdot \dot{\vec{p}} + \gamma \dot{m}c^2$$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).
- Momentum linear: $\vec{p} = \gamma m\vec{v} = \frac{\mathcal{E}}{c^2}\vec{v}$

$$(p^\mu) = mc(u^\mu) = \gamma mc\left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) = (\gamma mc, \gamma m\vec{v}) = \left(\frac{\mathcal{E}}{c}, \vec{p}\right)$$

- Relação de dispersão: $\mathcal{E}^2 = p^2 + m^2 c^4$

$$p^\mu p_\mu = m^2 c^2 u^\mu u_\mu = m^2 c^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{c^2} - p^2$$

- Potência=taxa de variação temporal da energia:

$$\dot{\mathcal{E}} = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{c^2 \vec{p}}{\mathcal{E}} \cdot \dot{\vec{p}} + \frac{mc^2}{\mathcal{E}} \dot{m}c^2 = \vec{v} \cdot \dot{\vec{p}} + \gamma \dot{m}c^2$$

4-momentum linear:

- Definição: $p^\mu = mcu^\mu$, $p^\mu p_\mu = m^2 c^2 \implies m$ é um invariante.
- Taylor: $cp^0 = \gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$
- Energia mecânica: $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ (não é invariante).
- Momentum linear: $\vec{p} = \gamma m\vec{v} = \frac{\mathcal{E}}{c^2}\vec{v}$

$$(p^\mu) = mc(u^\mu) = \gamma mc\left(1, \frac{\vec{v}}{c}\right) = (\gamma mc, \gamma m\vec{v}) = \left(\frac{\mathcal{E}}{c}, \vec{p}\right)$$

- Relação de dispersão: $\mathcal{E}^2 = p^2 + m^2 c^4$

$$p^\mu p_\mu = m^2 c^2 u^\mu u_\mu = m^2 c^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{c^2} - p^2$$

- Potência=taxa de variação temporal da energia:

$$\dot{\mathcal{E}} = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{c^2 \vec{p}}{\mathcal{E}} \cdot \dot{\vec{p}} + \frac{mc^2}{\mathcal{E}} \dot{m}c^2 = \vec{v} \cdot \dot{\vec{p}} + \gamma \dot{m}c^2$$

4-força:

■ Definição: $F^\mu = \frac{dp^\mu}{ds}$, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

4-força:

■ Definição: $F^\mu = \frac{dp^\mu}{ds}$, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

4-força:

■ Definição: $F^\mu = \frac{dp^\mu}{ds}$, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

$$p_\alpha F^\alpha = p_\alpha \frac{dp^\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (p_\alpha p^\alpha) = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (mc)^2 = mc \frac{dm}{d\tau}, \quad ds = cd\tau$$

4-força:

■ Definição: $F^\mu = \frac{dp^\mu}{ds}$, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

$$p_\alpha F^\alpha = p_\alpha \frac{dp^\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (p_\alpha p^\alpha) = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (mc)^2 = mc \frac{dm}{d\tau}, \quad ds = cd\tau$$

■ **Massa é um invariante.** Massa constante: $u_\alpha F^\alpha = 0$.

4-força:

■ Definição: $F^\mu = \frac{dp^\mu}{ds}$, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

$$p_\alpha F^\alpha = p_\alpha \frac{dp^\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (p_\alpha p^\alpha) = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (mc)^2 = mc \frac{dm}{d\tau}, \quad ds = cd\tau$$

■ **Massa é um invariante.** Massa constante: $u_\alpha F^\alpha = 0$.

■ Use: $\gamma ds = cdt$ e $(p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p})$.

4-força:

■ Definição: $F^\mu = \frac{dp^\mu}{ds}$, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

$$p_\alpha F^\alpha = p_\alpha \frac{dp^\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (p_\alpha p^\alpha) = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (mc)^2 = mc \frac{dm}{d\tau}, \quad ds = cd\tau$$

■ **Massa é um invariante.** Massa constante: $u_\alpha F^\alpha = 0$.

■ Use: $\gamma ds = cdt$ e $(p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p})$.

■ Em termos da energia $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ e do momentum linear $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$:

$$(F^\mu) = \frac{\gamma}{c} \left(\dot{\mathcal{E}}, \vec{F} \right), \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

4-força:

■ Definição: $F^\mu = \frac{dp^\mu}{ds}$, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

$$p_\alpha F^\alpha = p_\alpha \frac{dp^\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (p_\alpha p^\alpha) = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (mc)^2 = mc \frac{dm}{d\tau}, \quad ds = cd\tau$$

■ **Massa é um invariante.** Massa constante: $u_\alpha F^\alpha = 0$.

■ Use: $\gamma ds = cdt$ e $(p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p})$.

■ Em termos da energia $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ e do momentum linear $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$:

$$(F^\mu) = \frac{\gamma}{c} \left(\dot{\mathcal{E}}, \vec{F} \right), \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

■ Segunda lei: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

4-força:

■ Definição: $F^\mu = \frac{dp^\mu}{ds}$, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

$$p_\alpha F^\alpha = p_\alpha \frac{dp^\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (p_\alpha p^\alpha) = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (mc)^2 = mc \frac{dm}{d\tau}, \quad ds = cd\tau$$

■ **Massa é um invariante.** Massa constante: $u_\alpha F^\alpha = 0$.

■ Use: $\gamma ds = cdt$ e $(p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p})$.

■ Em termos da energia $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ e do momentum linear $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$:

$$(F^\mu) = \frac{\gamma}{c} \left(\dot{\mathcal{E}}, \vec{F} \right), \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

■ Segunda lei: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

4-força:

■ Definição: $F^\mu = \frac{dp^\mu}{ds}$, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$

$$p_\alpha F^\alpha = p_\alpha \frac{dp^\alpha}{ds} = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (p_\alpha p^\alpha) = \frac{1}{2} \frac{d}{ds} (mc)^2 = mc \frac{dm}{d\tau}, \quad ds = cd\tau$$

■ **Massa é um invariante.** Massa constante: $u_\alpha F^\alpha = 0$.

■ Use: $\gamma ds = cdt$ e $(p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p})$.

■ Em termos da energia $\mathcal{E} = \gamma mc^2$ e do momentum linear $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$:

$$(F^\mu) = \frac{\gamma}{c} \left(\dot{\mathcal{E}}, \vec{F} \right), \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

■ Segunda lei: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Conteúdo I

- 1 Campo Elétrico
- 2 Equação da Continuidade
- 3 Relatividade Especial**
 - Espaço+Tempo
 - Espaço-tempo
 - Cinemática
 - Dinâmica Relativística
 - Transformações de taxas I**
 - Transformações de taxas II
- 4 Equações de Maxwell
 - Forma euclidiana
 - Forma relativística
- 5 Bibliografia

Velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

■ $x = \gamma(\bar{x} + \beta ct), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + ct), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$

Velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$
- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$

Velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$
- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$

Velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

$$\blacksquare \quad x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$$

$$\blacksquare \quad dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_{\bar{x}} + V}{1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}}$$

Velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

$$\blacksquare \quad x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$$

$$\blacksquare \quad dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_{\bar{x}} + V}{1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

Velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_{\bar{x}} + V}{1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

- Demais componentes: $v_y = \frac{dy}{dt}$ e $v_z = \frac{dz}{dt}$

$$v_x = \frac{\bar{v}_{\bar{x}} + V}{1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}}, \quad v_y = \frac{\bar{v}_{\bar{y}}}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{\bar{v}_{\bar{z}}}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}\right)}$$

Velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

$$\blacksquare \quad x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$$

$$\blacksquare \quad dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_{\bar{x}} + V}{1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

$$\blacksquare \quad \text{Demais componentes: } v_y = \frac{dy}{dt} \text{ e } v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v_x = \frac{\bar{v}_{\bar{x}} + V}{1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}}, \quad v_y = \frac{\bar{v}_{\bar{y}}}{\gamma \left(1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{\bar{v}_{\bar{z}}}{\gamma \left(1 + \frac{V\bar{v}_{\bar{x}}}{c^2}\right)}$$

$$\blacksquare \quad \bar{v}_{\bar{x}} = 0 \implies v_x = V, \quad v_y = \bar{v}_{\bar{y}}/\gamma, \quad v_z = \bar{v}_{\bar{z}}/\gamma$$

Velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

$$\blacksquare \quad x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$$

$$\blacksquare \quad dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

$$\blacksquare \quad \text{Demais componentes: } v_y = \frac{dy}{dt} \text{ e } v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v_x = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad v_y = \frac{\bar{v}_y}{\gamma \left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{\bar{v}_z}{\gamma \left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}$$

$$\blacksquare \quad \bar{v}_x = 0 \implies v_x = V, \quad v_y = \bar{v}_y/\gamma, \quad v_z = \bar{v}_z/\gamma$$

Velocidade: $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$

- $x = \gamma(\bar{x} + \beta c\bar{t}), \quad ct = \gamma(\beta \bar{x} + c\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t})$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d\bar{x} + \beta c d\bar{t}}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

$$W = \frac{U + V}{1 + \frac{UV}{c^2}}$$

- Demais componentes: $v_y = \frac{dy}{dt}$ e $v_z = \frac{dz}{dt}$

$$v_x = \frac{\bar{v}_x + V}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad v_y = \frac{\bar{v}_y}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}, \quad v_z = \frac{\bar{v}_z}{\gamma\left(1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}\right)}$$

- $\bar{v}_x = 0 \implies v_x = V, \quad v_y = \bar{v}_y/\gamma, \quad v_z = \bar{v}_z/\gamma$

Força: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$

■ $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t}), \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \beta = V/c.$

Força: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t}), \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \beta = V/c.$
- $p_x = \gamma(\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c), \mathcal{E}/c = \gamma(\beta \bar{p}_x + \bar{\mathcal{E}}/c), (p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p}).$

Força: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t}), \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \beta = V/c.$
- $p_x = \gamma(\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c), \mathcal{E}/c = \gamma(\beta \bar{p}_x + \bar{\mathcal{E}}/c), (p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p}).$

Força: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t}), \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \beta = V/c.$
- $p_x = \gamma(\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c), \mathcal{E}/c = \gamma(\beta \bar{p}_x + \bar{\mathcal{E}}/c), (p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p}).$

$$\dot{p}_x = \frac{dp_x}{dt} = \frac{d\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V \dot{\bar{\mathcal{E}}}/c^2}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}}$$

Força: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t}), \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \beta = V/c.$
- $p_x = \gamma(\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c), \mathcal{E}/c = \gamma(\beta \bar{p}_x + \bar{\mathcal{E}}/c), (p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p}).$

$$\dot{p}_x = \frac{dp_x}{dt} = \frac{d\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V \dot{\bar{\mathcal{E}}}/c^2}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V \vec{\bar{v}} \cdot \dot{\vec{p}}/c^2}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}}$$

- Potência: $\dot{\mathcal{E}} = \vec{v} \cdot \dot{\vec{p}} + \gamma(v) \dot{m} c^2$

Força: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$

- $dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t}), \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \beta = V/c.$
- $p_x = \gamma(\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c), \mathcal{E}/c = \gamma(\beta \bar{p}_x + \bar{\mathcal{E}}/c), (p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p}).$

$$\dot{p}_x = \frac{dp_x}{dt} = \frac{d\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V\dot{\bar{\mathcal{E}}}/c^2}{1 + \frac{V\dot{\bar{v}}_x}{c^2}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V\vec{\bar{v}} \cdot \dot{\vec{\bar{p}}}/c^2}{1 + \frac{V\dot{\bar{v}}_x}{c^2}}$$

- Potência: $\dot{\mathcal{E}} = \vec{v} \cdot \dot{\vec{p}} + \gamma(v)\dot{m}c^2$

- Demais componentes: $\dot{p}_y = \frac{\dot{\bar{p}}_y/\gamma}{1 + \frac{V\dot{\bar{v}}_x}{c^2}}, \dot{p}_z = \frac{\dot{\bar{p}}_z/\gamma}{1 + \frac{V\dot{\bar{v}}_x}{c^2}}$

Força: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$

- $$dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$$
- $$p_x = \gamma(\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c), \quad \mathcal{E}/c = \gamma(\beta \bar{p}_x + \bar{\mathcal{E}}/c), \quad (p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p}).$$

$$\dot{p}_x = \frac{dp_x}{dt} = \frac{d\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V\dot{\bar{\mathcal{E}}}/c^2}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V\vec{\bar{v}} \cdot \dot{\vec{\bar{p}}}/c^2}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

- Potência: $\dot{\mathcal{E}} = \vec{v} \cdot \dot{\vec{p}} + \gamma(v) \dot{m} c^2$

- Demais componentes: $\dot{p}_y = \frac{\dot{\bar{p}}_y/\gamma}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad \dot{p}_z = \frac{\dot{\bar{p}}_z/\gamma}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$

- $$\dot{p}_x = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V\dot{\bar{\mathcal{E}}}/c^2}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad \dot{p}_y = \frac{\dot{\bar{p}}_y/\gamma}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad \dot{p}_z = \frac{\dot{\bar{p}}_z/\gamma}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

Força: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$

- $$dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$$
- $$p_x = \gamma(\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c), \quad \mathcal{E}/c = \gamma(\beta \bar{p}_x + \bar{\mathcal{E}}/c), \quad (p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p}).$$

$$\dot{p}_x = \frac{dp_x}{dt} = \frac{d\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V\dot{\bar{\mathcal{E}}}/c^2}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V\vec{\bar{v}} \cdot \dot{\vec{\bar{p}}}/c^2}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

- Potência: $\dot{\mathcal{E}} = \vec{v} \cdot \dot{\vec{p}} + \gamma(v) \dot{m} c^2$

- Demais componentes: $\dot{p}_y = \frac{\dot{\bar{p}}_y/\gamma}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad \dot{p}_z = \frac{\dot{\bar{p}}_z/\gamma}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$

- $$\dot{p}_x = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V\dot{\bar{\mathcal{E}}}/c^2}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad \dot{p}_y = \frac{\dot{\bar{p}}_y/\gamma}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}, \quad \dot{p}_z = \frac{\dot{\bar{p}}_z/\gamma}{1 + \frac{V\bar{v}_x}{c^2}}$$

Força: $\vec{F} = \dot{\vec{p}}$

- $$dx = \gamma(d\bar{x} + \beta c d\bar{t}), \quad c dt = \gamma(\beta d\bar{x} + c d\bar{t}), \quad \gamma^{-2} = 1 - \beta^2, \quad \beta = V/c.$$
- $$p_x = \gamma(\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c), \quad \mathcal{E}/c = \gamma(\beta \bar{p}_x + \bar{\mathcal{E}}/c), \quad (p^\mu) = (\mathcal{E}/c, \vec{p}).$$

$$\dot{p}_x = \frac{dp_x}{dt} = \frac{d\bar{p}_x + \beta \bar{\mathcal{E}}/c}{d\bar{t} + \frac{\beta}{c} d\bar{x}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V \dot{\bar{\mathcal{E}}}/c^2}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}} = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V \vec{\bar{v}} \cdot \dot{\vec{p}}/c^2}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}}$$

- Potência: $\dot{\mathcal{E}} = \vec{v} \cdot \dot{\vec{p}} + \gamma(v) \dot{m} c^2$

- Demais componentes: $\dot{p}_y = \frac{\dot{\bar{p}}_y/\gamma}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}}, \quad \dot{p}_z = \frac{\dot{\bar{p}}_z/\gamma}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}}$

- $$\dot{p}_x = \frac{\dot{\bar{p}}_x + V \dot{\bar{\mathcal{E}}}/c^2}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}}, \quad \dot{p}_y = \frac{\dot{\bar{p}}_y/\gamma}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}}, \quad \dot{p}_z = \frac{\dot{\bar{p}}_z/\gamma}{1 + \frac{V \bar{v}_x}{c^2}}$$

Conteúdo I

- 1 Campo Elétrico
- 2 Equação da Continuidade
- 3 Relatividade Especial**
 - Espaço+Tempo
 - Espaço-tempo
 - Cinemática
 - Dinâmica Relativística
 - Transformações de taxas I
 - Transformações de taxas II**
- 4 Equações de Maxwell
 - Forma euclidiana
 - Forma relativística
- 5 Bibliografia

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies$

4-velocidade:

■ Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$

■ Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$

■ TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$

4-velocidade:

■ Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$

■ Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$

■ TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$

■ TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies$

4-velocidade:

■ Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$

■ Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$

■ TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$

■ TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $\boxed{v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}}$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies \gamma(v)v_y = \gamma(\bar{v})\bar{v}_y \implies$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $\boxed{v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies \gamma(v)v_y = \gamma(\bar{v})\bar{v}_y \implies v_y = \frac{\bar{v}_y/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $\boxed{v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies \gamma(v)v_y = \gamma(\bar{v})\bar{v}_y \implies v_y = \frac{\bar{v}_y/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$
- $u^3 = \bar{u}^3 \implies$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $\boxed{v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies \gamma(v)v_y = \gamma(\bar{v})\bar{v}_y \implies v_y = \frac{\bar{v}_y/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$
- $u^3 = \bar{u}^3 \implies$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $\boxed{v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies \gamma(v)v_y = \gamma(\bar{v})\bar{v}_y \implies v_y = \frac{\bar{v}_y/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$
- $u^3 = \bar{u}^3 \implies \gamma(v)v_z = \gamma(\bar{v})\bar{v}_z \implies$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $\boxed{v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies \gamma(v)v_y = \gamma(\bar{v})\bar{v}_y \implies v_y = \frac{\bar{v}_y/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$
- $u^3 = \bar{u}^3 \implies \gamma(v)v_z = \gamma(\bar{v})\bar{v}_z \implies v_z = \frac{\bar{v}_z/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $\boxed{v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies \gamma(v)v_y = \gamma(\bar{v})\bar{v}_y \implies v_y = \frac{\bar{v}_y/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$
- $u^3 = \bar{u}^3 \implies \gamma(v)v_z = \gamma(\bar{v})\bar{v}_z \implies v_z = \frac{\bar{v}_z/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$

4-velocidade:

- Referencial (O): $(u^\mu) = \gamma(v)(1, \vec{v}/c)$
- Referencial (\bar{O}): $(\bar{u}^\mu) = \gamma(\bar{v})(1, \bar{\vec{v}}/c)$
- TL: $u^0 = \gamma(V)[\bar{u}^0 + \beta(V)\bar{u}^1] \implies \boxed{\gamma(v) = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[1 + V\bar{v}_x/c^2]}$
- TL: $u^1 = \gamma(V)[\beta(V)\bar{u}^0 + \bar{u}^1] \implies \gamma(v)v_x = \gamma(V)\gamma(\bar{v})[V + \bar{v}_x]$
- Adição de velocidades: $\boxed{v_x = \frac{V + \bar{v}_x}{1 + V\bar{v}_x/c^2}}$
- $u^2 = \bar{u}^2 \implies \gamma(v)v_y = \gamma(\bar{v})\bar{v}_y \implies v_y = \frac{\bar{v}_y/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$
- $u^3 = \bar{u}^3 \implies \gamma(v)v_z = \gamma(\bar{v})\bar{v}_z \implies v_z = \frac{\bar{v}_z/\gamma(V)}{1 + V\bar{v}_x/c^2}$

Conteúdo I

- 1 Campo Elétrico
- 2 Equação da Continuidade
- 3 Relatividade Especial
 - Espaço+Tempo
 - Espaço-tempo
 - Cinemática
 - Dinâmica Relativística
 - Transformações de taxas I
 - Transformações de taxas II
- 4 Equações de Maxwell
 - Forma euclidiana
 - Forma relativística
- 5 Bibliografia

EM Vácuo (SI)

■ Força de Lorentz:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$$

EM Vácuo (SI)

- Força de Lorentz:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$$

- Maxwell (1861):

EM Vácuo (SI)

- Força de Lorentz: $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$
- Maxwell (1861):

1 Coulomb (1785): $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi C_e \rho$, $C_e = 1/4\pi\epsilon_0$

EM Vácuo (SI)

■ Força de Lorentz: $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$

■ Maxwell (1861):

1 Coulomb (1785): $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi C_e \rho$, $C_e = 1/4\pi\epsilon_0$

2 Ausência de monopolos: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0$

EM Vácuo (SI)

■ Força de Lorentz: $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$

■ Maxwell (1861):

1 Coulomb (1785): $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi C_e \rho$, $C_e = 1/4\pi\epsilon_0$

2 Ausência de monopolos: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0$

3 Faraday (1831): $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{B}$

EM Vácuo (SI)

■ Força de Lorentz: $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$

■ Maxwell (1861):

1 Coulomb (1785): $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi C_e \rho$, $C_e = 1/4\pi\epsilon_0$

2 Ausência de monopolos: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0$

3 Faraday (1831): $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{B}$

4 Ampère (1825): $\nabla \times c\mathbf{B} = +\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} + 4\pi C_e \mathbf{J}/c$

EM Vácuo (SI)

■ Força de Lorentz: $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$

■ Maxwell (1861):

1 Coulomb (1785): $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi C_e \rho$, $C_e = 1/4\pi\epsilon_0$

2 Ausência de monopolos: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0$

3 Faraday (1831): $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{B}$

4 Ampère (1825): $\nabla \times c\mathbf{B} = +\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} + 4\pi C_e \mathbf{J}/c$

EM Vácuo (SI)

■ Força de Lorentz: $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$

■ Maxwell (1861):

1 Coulomb (1785): $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi C_e \rho$, $C_e = 1/4\pi\epsilon_0$

2 Ausência de monopolos: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0$

3 Faraday (1831): $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{B}$

4 Ampère (1825): $\nabla \times c\mathbf{B} = +\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} + 4\pi C_e \mathbf{J}/c$

■ Continuidade: $\frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}/c = 0$

EM Vácuo (SI)

■ Força de Lorentz: $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$

■ Maxwell (1861):

1 Coulomb (1785): $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi C_e \rho$, $C_e = 1/4\pi\epsilon_0$

2 Ausência de monopolos: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0$

3 Faraday (1831): $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{B}$

4 Ampère (1825): $\nabla \times c\mathbf{B} = +\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} + 4\pi C_e \mathbf{J}/c$

■ Continuidade: $\frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}/c = 0$

EM Vácuo (SI)

■ Força de Lorentz: $\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\mathbf{v} \times c\mathbf{B}$

■ Maxwell (1861):

1 Coulomb (1785): $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi C_e \rho$, $C_e = 1/4\pi\epsilon_0$

2 Ausência de monopolos: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0$

3 Faraday (1831): $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{B}$

4 Ampère (1825): $\nabla \times c\mathbf{B} = +\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} + 4\pi C_e \mathbf{J}/c$

■ Continuidade: $\frac{1}{c} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}/c = 0$

Potenciais

■ Potencial vetor: $\nabla \cdot \mathbf{cB} = 0 \implies \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

Potenciais

■ Potencial vetor: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0 \implies \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

■ Faraday: $\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A} \right) = 0 \implies \mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A}$

Potenciais

■ Potencial vetor: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0 \implies \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

■ Faraday: $\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A} \right) = 0 \implies \mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A}$

■ Coulomb + Ampère: $\square\phi = -\rho/\epsilon_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \ell}{\partial t}, \quad \square c\mathbf{A} = -(\mathbf{J}/c)\epsilon_0 + \nabla\ell$

Potenciais

■ Potencial vetor: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0 \implies \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

■ Faraday: $\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A} \right) = 0 \implies \mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A}$

■ Coulomb + Ampère: $\square\phi = -\rho/\epsilon_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \ell}{\partial t}, \quad \square c\mathbf{A} = -(\mathbf{J}/c)\epsilon_0 + \nabla\ell$

Potenciais

■ Potencial vetor: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0 \implies \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

■ Faraday: $\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A} \right) = 0 \implies \mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A}$

■ Coulomb + Ampère: $\square\phi = -\rho/\epsilon_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \ell}{\partial t}, \quad \square c\mathbf{A} = -(\mathbf{J}/c)\epsilon_0 + \nabla\ell$

(d'Alembertiano) $\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad \ell = \nabla \cdot c\mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ (divergência)

Potenciais

■ Potencial vetor: $\nabla \cdot \mathbf{cB} = 0 \implies \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

■ Faraday: $\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{cA} \right) = 0 \implies \mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{cA}$

■ Coulomb + Ampère: $\square\phi = -\rho/\epsilon_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \ell}{\partial t}, \quad \square \mathbf{cA} = -(\mathbf{J}/c)\epsilon_0 + \nabla\ell$

(d'Alembertiano) $\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad \ell = \nabla \cdot \mathbf{cA} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ (divergência)

■ Simetria (*gauge*): $(\phi, \mathbf{cA})_\xi \rightarrow \left(\phi + \frac{1}{c} \frac{\partial c\xi}{\partial t}, \mathbf{cA} - \nabla c\xi \right)$

Potenciais

■ Potencial vetor: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0 \implies \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

■ Faraday: $\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A} \right) = 0 \implies \mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A}$

■ Coulomb + Ampère: $\square\phi = -\rho/\epsilon_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \ell}{\partial t}, \quad \square c\mathbf{A} = -(\mathbf{J}/c)\epsilon_0 + \nabla\ell$

(d'Alembertiano) $\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad \ell = \nabla \cdot c\mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ (divergência)

■ Simetria (*gauge*): $(\phi, c\mathbf{A})_\xi \rightarrow \left(\phi + \frac{1}{c} \frac{\partial c\xi}{\partial t}, c\mathbf{A} - \nabla c\xi \right)$

■ Calibre de Lorentz: $\ell = 0 \implies \square c\xi = -\ell_0$

Potenciais

■ Potencial vetor: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0 \implies \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

■ Faraday: $\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A} \right) = 0 \implies \mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A}$

■ Coulomb + Ampère: $\square\phi = -\rho/\epsilon_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \ell}{\partial t}, \quad \square c\mathbf{A} = -(\mathbf{J}/c)\epsilon_0 + \nabla\ell$

(d'Alembertiano) $\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad \ell = \nabla \cdot c\mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ (divergência)

■ Simetria (*gauge*): $(\phi, c\mathbf{A})_\xi \rightarrow \left(\phi + \frac{1}{c} \frac{\partial c\xi}{\partial t}, c\mathbf{A} - \nabla c\xi \right)$

■ Calibre de Lorentz: $\ell = 0 \implies \square c\xi = -\ell_0$

Potenciais

■ Potencial vetor: $\nabla \cdot c\mathbf{B} = 0 \implies \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

■ Faraday: $\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A} \right) = 0 \implies \mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} c\mathbf{A}$

■ Coulomb + Ampère: $\square\phi = -\rho/\epsilon_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \ell}{\partial t}, \quad \square c\mathbf{A} = -(\mathbf{J}/c)\epsilon_0 + \nabla\ell$

(d'Alembertiano) $\square = \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \quad \ell = \nabla \cdot c\mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ (divergência)

■ Simetria (*gauge*): $(\phi, c\mathbf{A})_\xi \rightarrow \left(\phi + \frac{1}{c} \frac{\partial c\xi}{\partial t}, c\mathbf{A} - \nabla c\xi \right)$

■ Calibre de Lorentz: $\ell = 0 \implies \square c\xi = -\ell_0$

Conteúdo I

- 1 Campo Elétrico
- 2 Equação da Continuidade
- 3 Relatividade Especial
 - Espaço+Tempo
 - Espaço-tempo
 - Cinemática
 - Dinâmica Relativística
 - Transformações de taxas I
 - Transformações de taxas II
- 4 Equações de Maxwell**
 - Forma euclidiana
 - Forma relativística**
- 5 Bibliografia

Densidades e Potenciais

- Minkowski (assinatura): $+ - - -$

Densidades e Potenciais

- Minkowski (assinatura): $+ - - -$
- 4-Densidade: $(J^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$,

Densidades e Potenciais

- Minkowski (assinatura): $+ - - -$
- 4-Densidade: $(J^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$,

Densidades e Potenciais

- Minkowski (assinatura): $+ - - -$
- 4-Densidade: $(\mathbf{J}^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$, Continuidade: $\partial_\mu \mathbf{J}^\mu = 0$

Densidades e Potenciais

■ Minkowski (assinatura): $+ - - -$

■ 4-Densidade: $(\mathbf{J}^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$, Continuidade: $\partial_\mu \mathbf{J}^\mu = 0$

■ 4-Potencial: $(A^\mu) = (\phi, c\mathbf{A})$,

Densidades e Potenciais

■ Minkowski (assinatura): $+ - - -$

■ 4-Densidade: $(\mathbf{J}^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$, Continuidade: $\partial_\mu \mathbf{J}^\mu = 0$

■ 4-Potencial: $(A^\mu) = (\phi, c\mathbf{A})$,

Densidades e Potenciais

- Minkowski (assinatura): $+ - - -$
- 4-Densidade: $(\mathbf{J}^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$, Continuidade: $\partial_\mu \mathbf{J}^\mu = 0$
- 4-Potencial: $(A^\mu) = (\phi, c\mathbf{A})$, Calibre de Lorentz: $\partial_\mu A^\mu = 0$

Densidades e Potenciais

- Minkowski (assinatura): $+ - - -$
- 4-Densidade: $(\mathbf{J}^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$, Continuidade: $\partial_\mu \mathbf{J}^\mu = 0$
- 4-Potencial: $(A^\mu) = (\phi, c\mathbf{A})$, Calibre de Lorentz: $\partial_\mu A^\mu = 0$
- Simetria (*gauge*): $A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu (c\xi)$, $\partial_\mu A^\mu = 0 \Rightarrow \partial_\mu \partial^\mu \xi = -\partial_\mu A_0^\mu$

Densidades e Potenciais

- Minkowski (assinatura): $+ - - -$
- 4-Densidade: $(J^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$, Continuidade: $\partial_\mu J^\mu = 0$
- 4-Potencial: $(A^\mu) = (\phi, c\mathbf{A})$, Calibre de Lorentz: $\partial_\mu A^\mu = 0$
- Simetria (*gauge*): $A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu(c\xi)$, $\partial_\mu A^\mu = 0 \Rightarrow \partial_\mu \partial^\mu \xi = -\partial_\mu A_0^\mu$
- Campo eletromagnético: $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

$$(F_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ & & 0 & -cB_1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ & & 0 & -cB_1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

Densidades e Potenciais

- Minkowski (assinatura): $+ - - -$
- 4-Densidade: $(J^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$, Continuidade: $\partial_\mu J^\mu = 0$
- 4-Potencial: $(A^\mu) = (\phi, c\mathbf{A})$, Calibre de Lorentz: $\partial_\mu A^\mu = 0$
- Simetria (*gauge*): $A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu(c\xi)$, $\partial_\mu A^\mu = 0 \Rightarrow \partial_\mu \partial^\mu \xi = -\partial_\mu A_0^\mu$
- Campo eletromagnético: $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

$$(F_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ & & 0 & -cB_1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ & & 0 & -cB_1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

Densidades e Potenciais

- Minkowski (assinatura): $+ - - -$
- 4-Densidade: $(J^\mu) = (\rho, \mathbf{J}/c)$, Continuidade: $\partial_\mu J^\mu = 0$
- 4-Potencial: $(A^\mu) = (\phi, c\mathbf{A})$, Calibre de Lorentz: $\partial_\mu A^\mu = 0$
- Simetria (*gauge*): $A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu(c\xi)$, $\partial_\mu A^\mu = 0 \Rightarrow \partial_\mu \partial^\mu \xi = -\partial_\mu A_0^\mu$
- Campo eletromagnético: $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

$$(F_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ & & 0 & -cB_1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ & & 0 & -cB_1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

Transformações de Lorentz

■ Boost $ct - x$:

$$\cosh \psi = \gamma, \quad \sinh \psi = \beta\gamma, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = V/c, \quad \mathbf{V} = V\hat{i}$$

$$(\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Transformações de Lorentz

■ Boost $ct - x$:

$$\cosh \psi = \gamma, \quad \sinh \psi = \beta\gamma, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = V/c, \quad \mathbf{V} = V\hat{i}$$

$$(\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Transformações de Lorentz

■ Boost $ct - x$:

$$\cosh \psi = \gamma, \quad \sinh \psi = \beta\gamma, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = V/c, \quad \mathbf{V} = V\hat{i}$$

$$(\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ 0 & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ 0 & 0 & 0 & -cB_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Transformações de Lorentz

■ Boost $ct - x$:

$$\cosh \psi = \gamma, \quad \sinh \psi = \beta\gamma, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = V/c, \quad \mathbf{V} = V\hat{i}$$

$$(\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ 0 & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ 0 & 0 & 0 & -cB_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

■ Campo eletromagnético transformado: $\bar{F}^{\mu\nu} = \Psi^\mu{}_\alpha \Psi^\nu{}_\beta F^{\alpha\beta}$

Transformações de Lorentz

- Boost $ct - x$:

$$\cosh \psi = \gamma, \quad \sinh \psi = \beta\gamma, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = V/c, \quad \mathbf{V} = V\hat{i}$$

$$(\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ 0 & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ 0 & 0 & 0 & -cB_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Campo eletromagnético transformado: $\bar{F}^{\mu\nu} = \Psi^\mu{}_\alpha \Psi^\nu{}_\beta F^{\alpha\beta}$

$$\boxed{1 \quad \bar{E}_1 = E_1, \quad \bar{E}_2 = \gamma(E_2 - \beta cB_3), \quad \bar{E}_3 = \gamma(E_3 + \beta cB_2)}$$

Transformações de Lorentz

■ Boost $ct - x$:

$$\cosh \psi = \gamma, \quad \sinh \psi = \beta\gamma, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = V/c, \quad \mathbf{V} = V\hat{i}$$

$$(\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ 0 & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ 0 & 0 & 0 & -cB_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

■ Campo eletromagnético transformado: $\bar{F}^{\mu\nu} = \Psi^\mu{}_\alpha \Psi^\nu{}_\beta F^{\alpha\beta}$

$$1 \quad \bar{E}_1 = E_1, \quad \bar{E}_2 = \gamma(E_2 - \beta cB_3), \quad \bar{E}_3 = \gamma(E_3 + \beta cB_2)$$

$$2 \quad \bar{B}_1 = B_1, \quad c\bar{B}_2 = \gamma(cB_2 + \beta E_3), \quad c\bar{B}_3 = \gamma(cB_3 - \beta E_2)$$

Transformações de Lorentz

■ Boost $ct - x$:

$$\cosh \psi = \gamma, \quad \sinh \psi = \beta\gamma, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = V/c, \quad \mathbf{V} = V\hat{i}$$

$$(\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ 0 & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ 0 & 0 & 0 & -cB_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

■ Campo eletromagnético transformado: $\bar{F}^{\mu\nu} = \Psi^\mu{}_\alpha \Psi^\nu{}_\beta F^{\alpha\beta}$

$$1 \quad \bar{E}_1 = E_1, \quad \bar{E}_2 = \gamma(E_2 - \beta cB_3), \quad \bar{E}_3 = \gamma(E_3 + \beta cB_2)$$

$$2 \quad \bar{B}_1 = B_1, \quad c\bar{B}_2 = \gamma(cB_2 + \beta E_3), \quad c\bar{B}_3 = \gamma(cB_3 - \beta E_2)$$

■ Invariantes: $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = 2(cB)^2 - 2E^2, \quad *F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = -4\mathbf{cE} \cdot \mathbf{B}$

Transformações de Lorentz

- Boost $ct - x$:

$$\cosh \psi = \gamma, \quad \sinh \psi = \beta\gamma, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = V/c, \quad \mathbf{V} = V\hat{i}$$

$$(\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ 0 & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ 0 & 0 & 0 & -cB_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Campo eletromagnético transformado: $\bar{F}^{\mu\nu} = \Psi^\mu{}_\alpha \Psi^\nu{}_\beta F^{\alpha\beta}$

$$1 \quad \bar{E}_1 = E_1, \quad \bar{E}_2 = \gamma(E_2 - \beta cB_3), \quad \bar{E}_3 = \gamma(E_3 + \beta cB_2)$$

$$2 \quad \bar{B}_1 = B_1, \quad c\bar{B}_2 = \gamma(cB_2 + \beta E_3), \quad c\bar{B}_3 = \gamma(cB_3 - \beta E_2)$$

- Invariantes: $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = 2(cB)^2 - 2E^2, \quad *F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = -4\mathbf{cE} \cdot \mathbf{B}$

Transformações de Lorentz

- Boost $ct - x$:

$$\cosh \psi = \gamma, \quad \sinh \psi = \beta\gamma, \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \beta = V/c, \quad \mathbf{V} = V\hat{i}$$

$$(\Psi^\mu{}_\nu) = \begin{pmatrix} \cosh \psi & \sinh \psi & 0 & 0 \\ \sinh \psi & \cosh \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ 0 & 0 & -cB_3 & cB_2 \\ 0 & 0 & 0 & -cB_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Campo eletromagnético transformado: $\bar{F}^{\mu\nu} = \Psi^\mu{}_\alpha \Psi^\nu{}_\beta F^{\alpha\beta}$

$$1 \quad \bar{E}_1 = E_1, \quad \bar{E}_2 = \gamma(E_2 - \beta cB_3), \quad \bar{E}_3 = \gamma(E_3 + \beta cB_2)$$

$$2 \quad \bar{B}_1 = B_1, \quad c\bar{B}_2 = \gamma(cB_2 + \beta E_3), \quad c\bar{B}_3 = \gamma(cB_3 - \beta E_2)$$

- Invariantes: $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = 2(cB)^2 - 2E^2, \quad *F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = -4\mathbf{cE} \cdot \mathbf{B}$



E. M. Purcell and D. J. Morin
Electricity and Magnetism
Cambridge, 2013.



B. Felsager
Geometry, Particles, and Fields
Springer, 1998.