



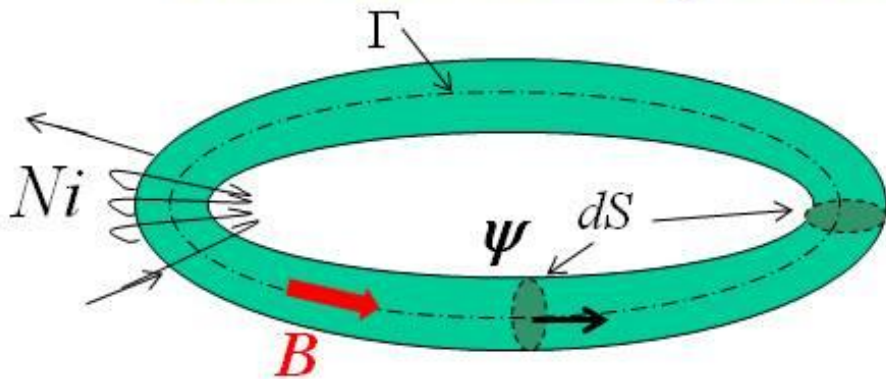
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Magnetostáticos

Circuitos Magnéticos



Circuitos Magnéticos × Circuitos Elétricos

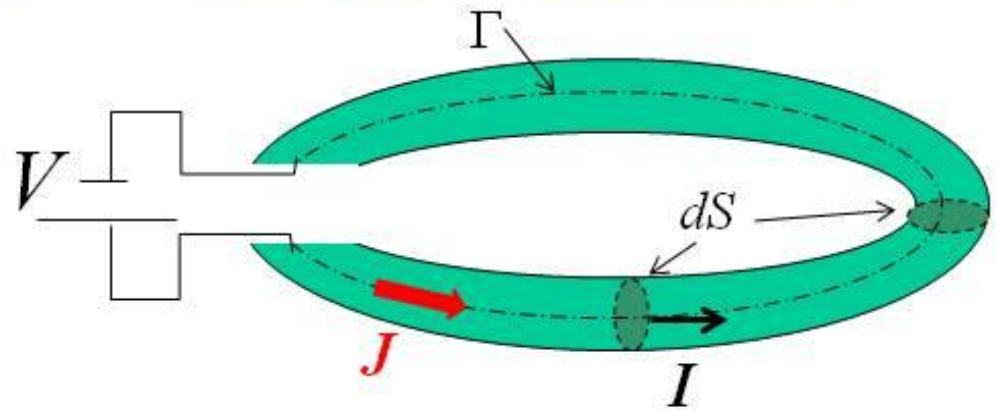


$$\psi \mathcal{R} = Ni$$

$$\psi = \mathcal{P} Ni$$

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S}$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}}$$



$$I R = V$$

$$I = G V$$

$$R = \frac{l}{\sigma S}$$

$$G = \frac{1}{R}$$

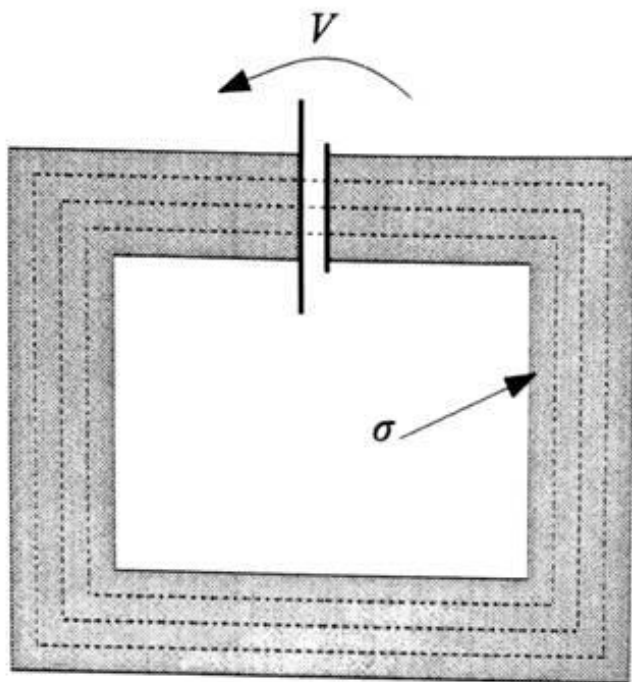


Circuitos Magnéticos × Circuitos Elétricos

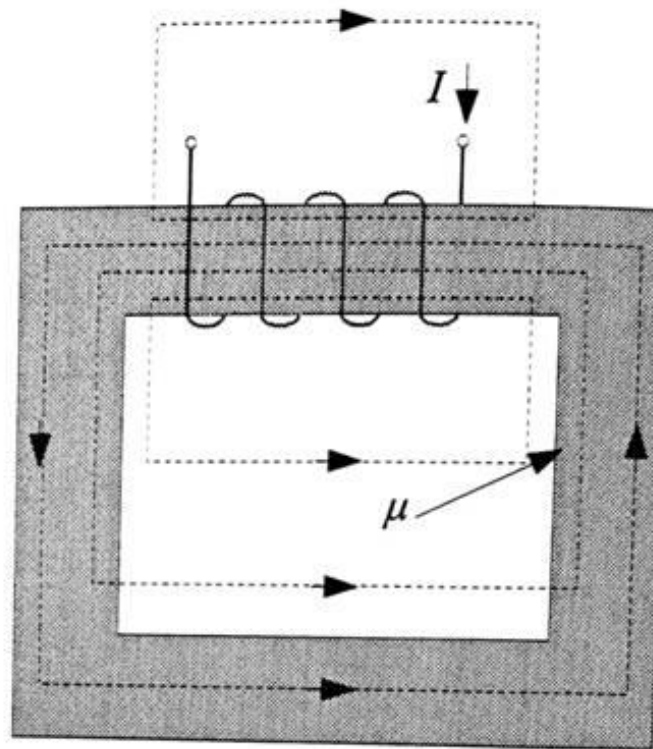
Circuito Elétrico	Circuito Magnético
Força Eletromotriz V	Força Magnetomotriz $\mathcal{F}=Ni$
Diferença de Potencial Elétrico $V_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$	Diferença de Potencial Magnético $U_{AB} = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l}$
Intensidade de Corrente $I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$	Fluxo Magnético $\psi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$
Condutividade σ	Permeabilidade μ
Resistência R	Relutância \mathcal{R}
Condutividade G	Permeância \mathcal{P}
Lei de Ohm $V=RI$	Lei de Ohm "Magnética" $U=\mathcal{R}\psi$



Circuitos Magnéticos × Circuitos Elétricos



(a)



(b)

$$Ni = \sum U_i$$

Lei de Kirchhoff das malhas

$$\sum \psi_i = 0$$

Lei de Kirchhoff dos nós



Circuitos Magnéticos

- Composto por **bobina** e **núcleo**
- Caminho fechado definido sobre um “núcleo”, no qual se estabelece o fluxo magnético gerado por uma bobina (fonte de f.m.m.)

Dispersão de Fluxo

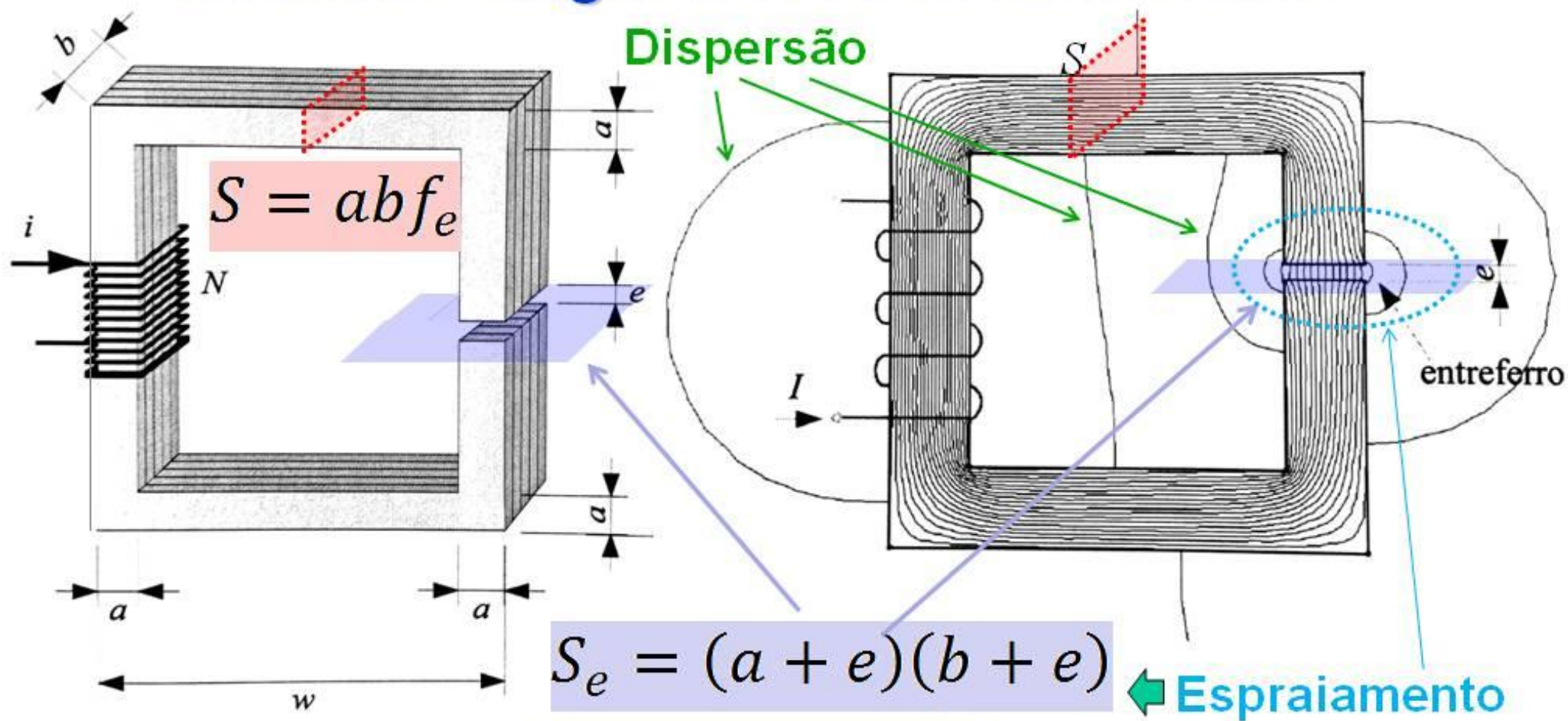
- Algumas linhas de campo (B) “escapam” do circuito (núcleo) e se fecham pelo ar
- Consequência: **fluxo não é constante** ao longo do circuito

Espraiamento

- Ocorre quando o circuito possui **entreferro**
- Linhas de B se “abrem” ao cruzar o entreferro
- Consequência: **aumento da seção** de passagem do fluxo ao cruzar o entreferro

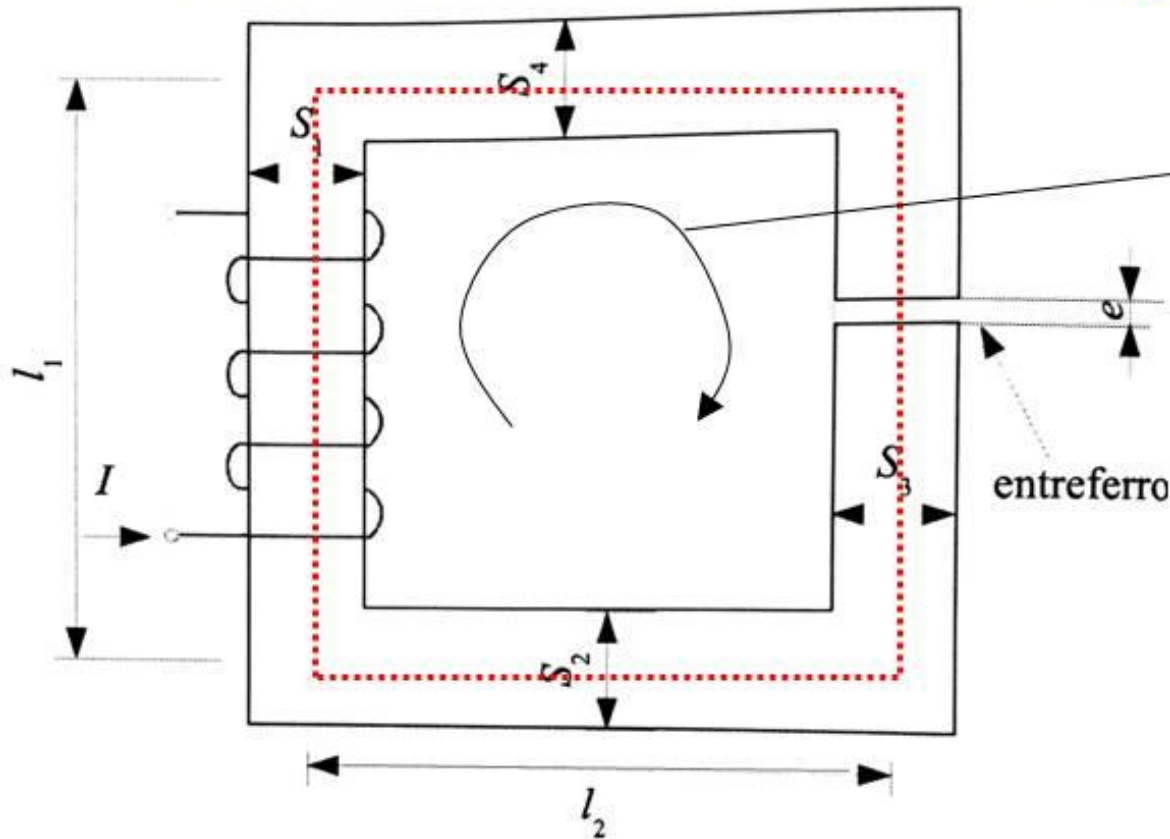


Circuitos Magnéticos com Entreferro





Cálculo de Circuitos Magnéticos – f.m.m.



$$Ni = \sum U_i$$

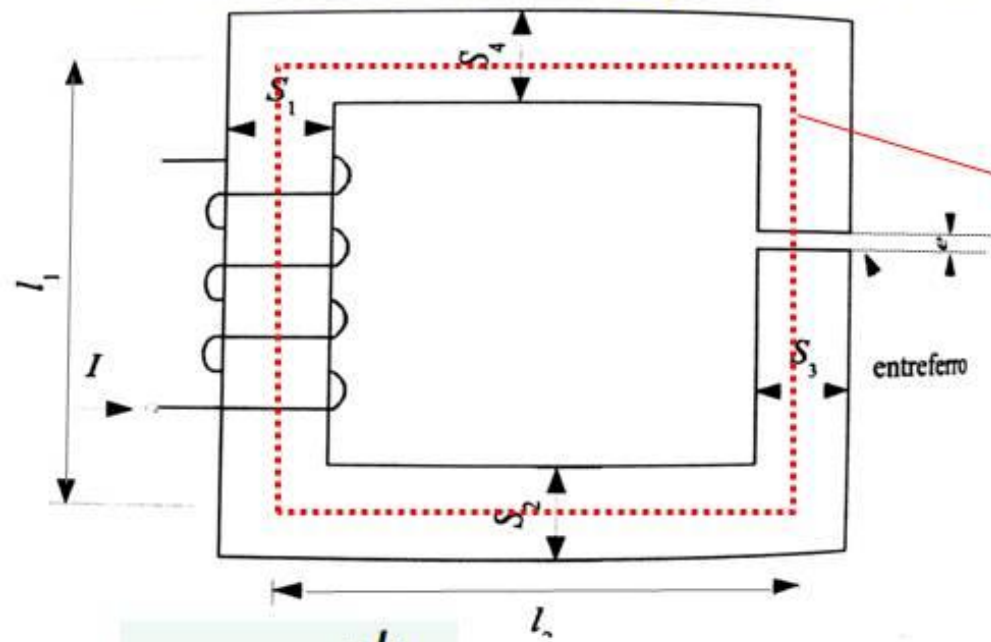
Desprezando a dispersão:

$$B_i = \frac{\psi_i}{S_i} \approx \frac{\psi_e}{S_i}$$

Mesmo fluxo em todo o circuito magnético



Circuitos Magnéticos com Entreferro – f.m.m.



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = Ni$$

Γ Comprimento médio

$$\int_{\Gamma-e} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_e \vec{H} \cdot d\vec{l} = Ni$$

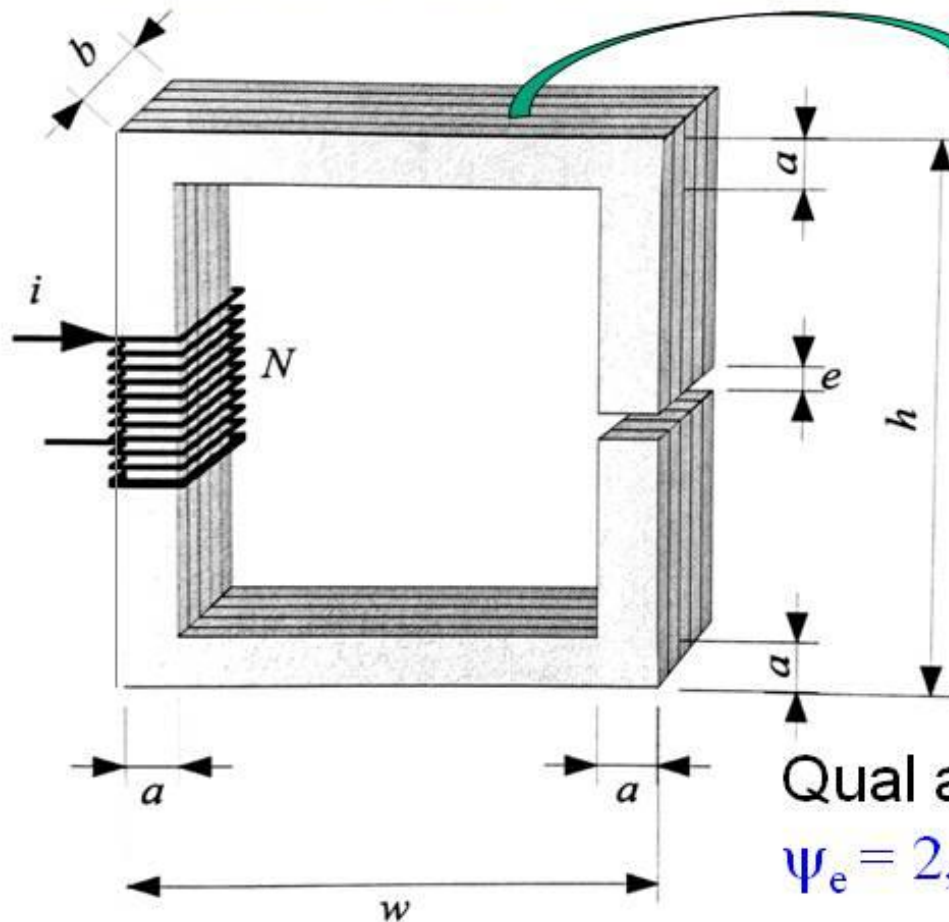
$$H_i = \frac{\psi_i}{\mu_i S_i}$$

$$B_e = \frac{\psi_e}{S_e}$$

$$Ni = \sum_{i=1}^4 H_i l_i + \frac{B_e}{\mu_0} e$$



Cálculo de Circuitos Magnéticos – Exemplo



Chapas Aço-Silício $\mu = f(H)$
espessura = 0,35 mm

$f_e = 0,9$ (Fator de empilhamento)

$b = 6,3$ cm

$e = 0,25$ cm

$h = w = 24,1$ cm

$a = 5,1$ cm

Qual a f.m.m. necessária para estabelecer $\psi_e = 2,5$ mWb no entreferro?

f.m.m. →

$$\mathcal{F} = Ni = ? \Rightarrow Ni = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$$



Circuitos Magnéticos – Entreferro

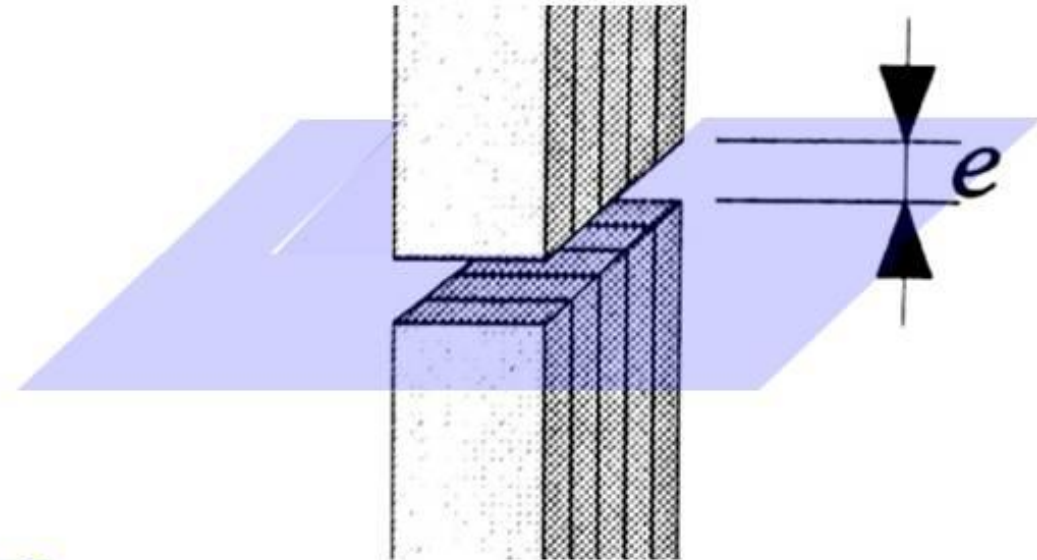
$$B_e = \frac{\psi_e}{S_e}$$

$$S_e = (a + e)(b + e) = (5,1 + 0,25)(6,3 + 0,25)$$

$$= 35,0425 \text{ cm}^2 \approx 35 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

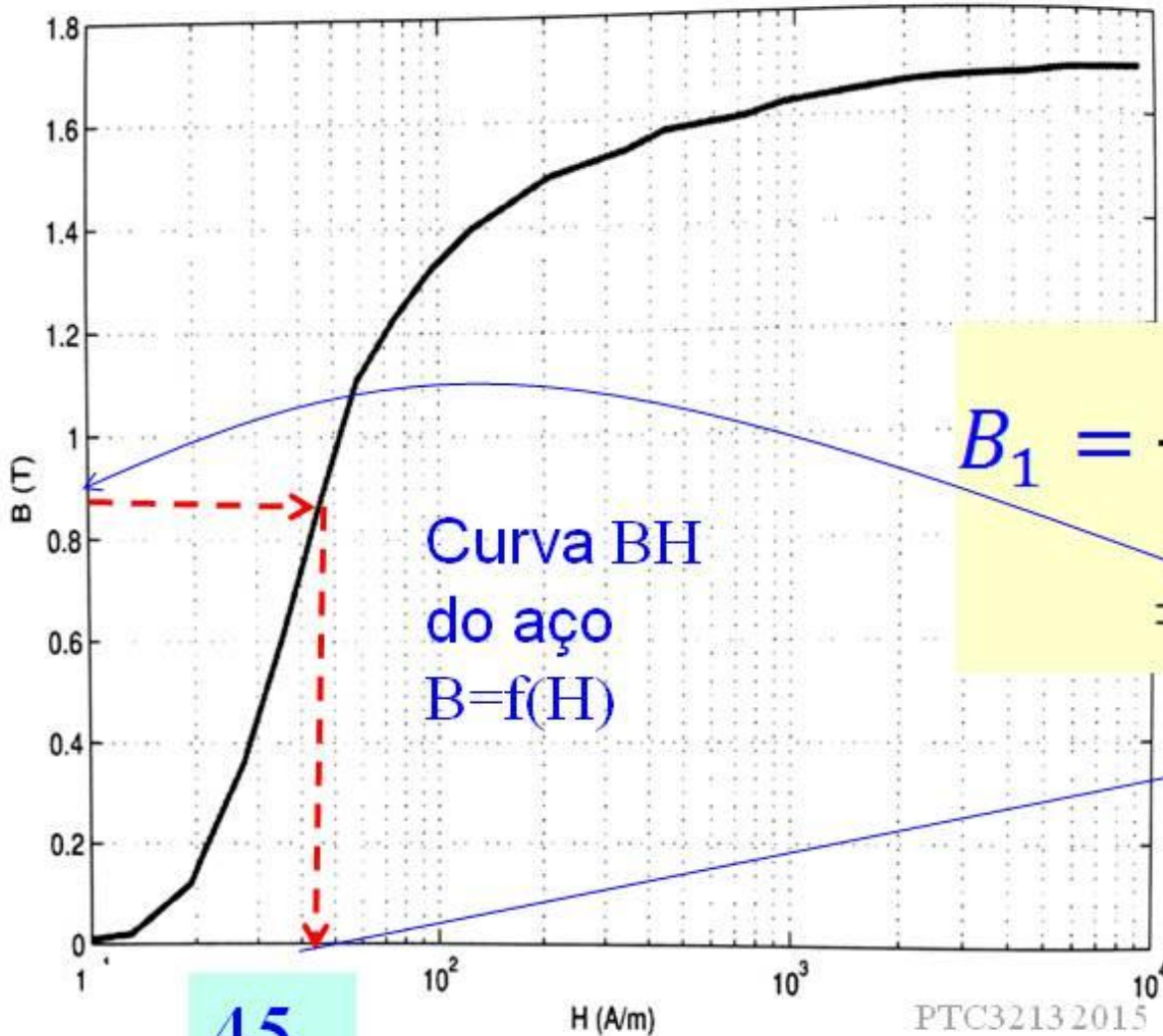
$$B_e = \frac{2,5 \times 10^{-3}}{35 \times 10^{-4}} = 0,714 \text{ T}$$

$$H_e = \frac{B_e}{\mu_0} \rightarrow U_e = H_e \cdot e$$





Cálculo de Circuitos Magnéticos – Núcleo



$$B_1 = \frac{\psi_1}{S_1} \approx \frac{\psi_e}{S_1}$$

$$B_1 = \frac{2,5 \times 10^{-3}}{6,5 \times 5,1 \times 10^{-4} \times 0,9} = 0,86 \text{ T}$$

$$H_1 = 45 \text{ A/m}$$

$$U_1 = H_1 \cdot l_1$$

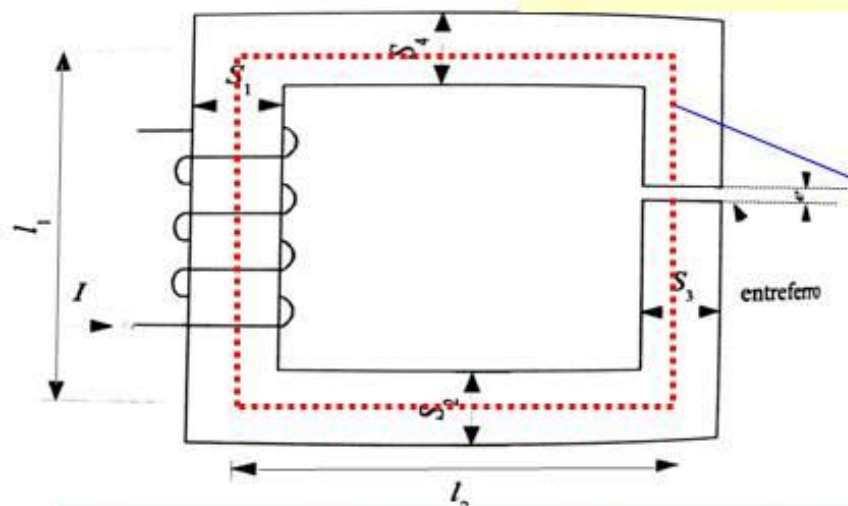


Cálculo de Circuitos Magnéticos – Exemplo

$$l_1 = 2(w - a) + (h - a) + (h - a - e)$$

$$= 2(24,1 - 5,1) + (24,1 - 5,1) + (24,1 - 5,1 - 0,25)$$

$$l_1 \approx 76 \text{ cm}$$



$$\mathcal{F} = Ni = U_1 + U_e$$



$$Ni = H_1 l_1 + \frac{B_e}{\mu_0} e$$

$$Ni = 45 \times 0,76 + \frac{0,714}{4\pi 10^{-7}} 0,25 \times 10^{-2}$$

$$Ni = 1455 \text{ A}$$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Circuito Elétrico Análogo

$$Ni = 1455 \text{ Ae} \quad \psi_e = 2,5 \text{ mWb}$$

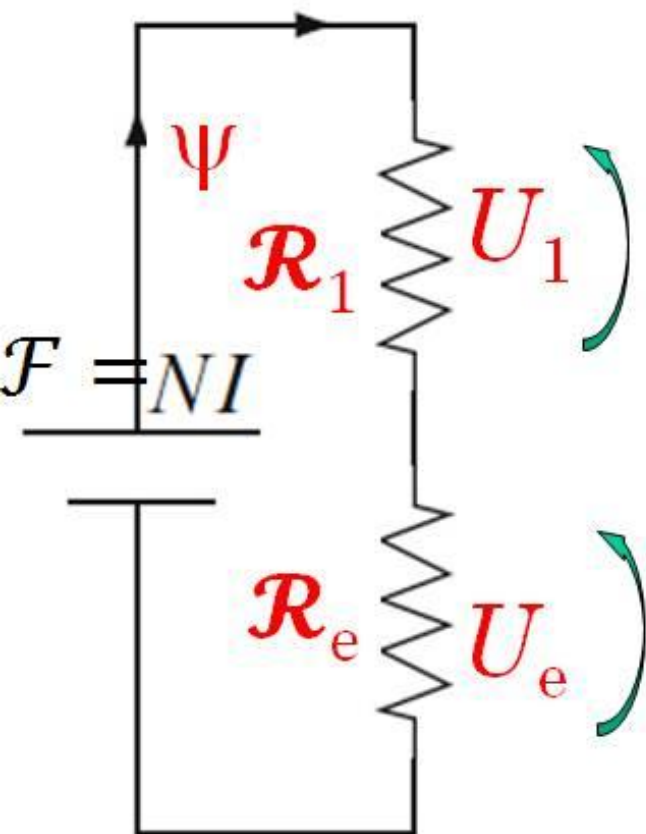
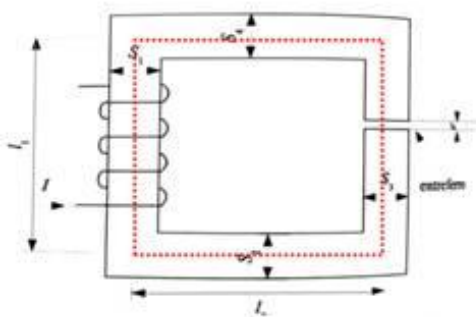
$$U = \mathcal{R}\psi$$

$$\mathcal{R}_1 = \frac{H_1 l_1}{\psi} = \frac{45 \times 0,76}{2,5 \times 10^{-3}}$$

$$\mathcal{R}_1 = 13\,680 \text{ H}^{-1} \quad l_1 \approx 76 \text{ cm}$$

$$\mathcal{R}_e = \frac{e}{\mu_0 S_e} = \frac{0,25 \times 10^{-2}}{4\pi 10^{-7} \times 35 \times 10^{-4}}$$

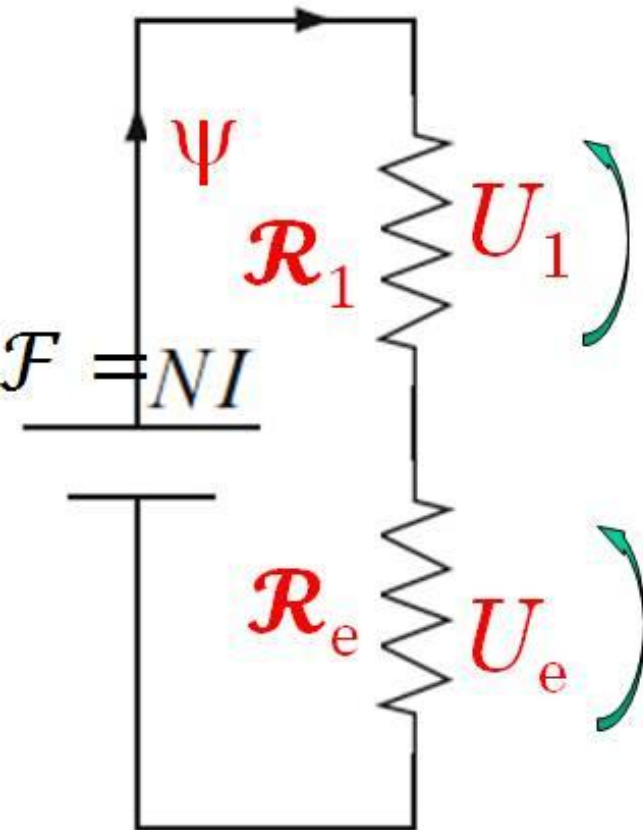
$$\mathcal{R}_e = 568\,409 \text{ H}^{-1} \quad e = 0,25 \text{ cm}$$





Solução a partir das Relutâncias

$$\psi_1 \approx \psi_e = \psi = 2,5 \text{ mWb}$$



$$\mathcal{R}_1 = \frac{l_1}{\mu_1 S_1}$$

$$\mathcal{R}_e = \frac{e}{\mu_0 S_e}$$

$$U = \mathcal{R}\psi$$

$$\mathcal{F} = Ni = U_1 + U_e$$

$$\mathcal{F} = Ni = \psi(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_e)$$



Relutância do Núcleo

$$\psi_1 \approx \psi_e = 2,5 \text{ mWb} \quad \rightarrow \quad B_1 = 0,86 \text{ T} \quad \rightarrow \quad H_1 = 45 \text{ A/m}$$

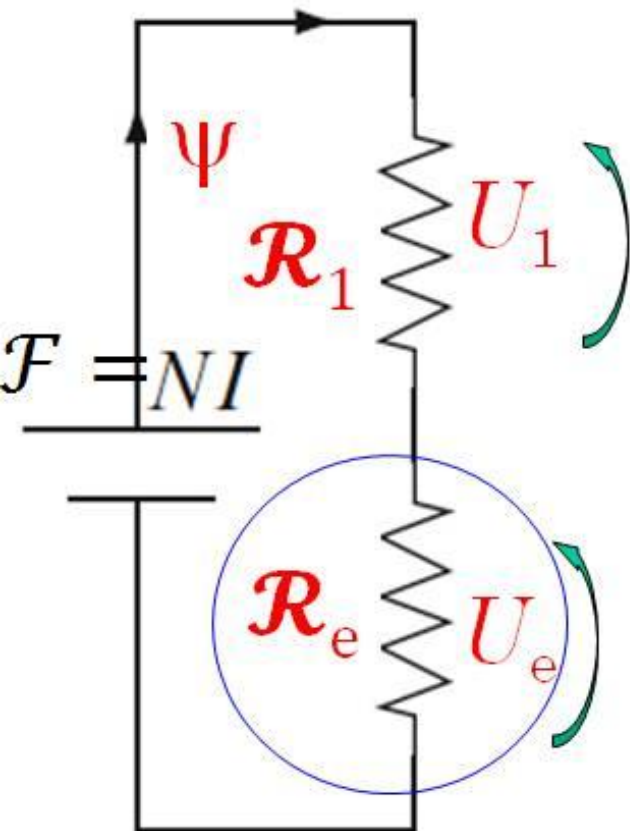
$$\mu_1 = \frac{B_1}{H_1} = \frac{0,86}{45} = 0,0191 \text{ H/m} = 15\,208 \mu_0$$
$$S_1 = 6,3 \times 5,1 \times 0,9 = 28,917 \text{ cm}^2$$
$$l_1 \approx 76 \text{ cm}$$
$$\mathcal{R}_1 = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} = \frac{0,76}{0,0191 \times 0,0029} = 13\,721 \text{ H}^{-1}$$



Relutância do Entreferro

$$\Psi_1 \approx \Psi_e = 2,5 \text{ mWb}$$

$$S_e = 35 \text{ cm}^2 \quad e = 0,25 \text{ cm}$$



$$\mathcal{R}_e = \frac{e}{\mu_0 S_e} = \frac{0,25 \times 10^{-2}}{4\pi 10^{-7} \times 35 \times 10^{-4}}$$

$$\mathcal{R}_e = 568\,409 \text{ H}^{-1}$$



F.M.M. total

$$\psi_1 \approx \psi_e = 2,5 \text{ mWb}$$

$$U = \mathcal{R}\psi$$

$$\mathcal{F} = Ni = \psi(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_e)$$

$$\mathcal{F} = Ni = U_1 + U_e$$

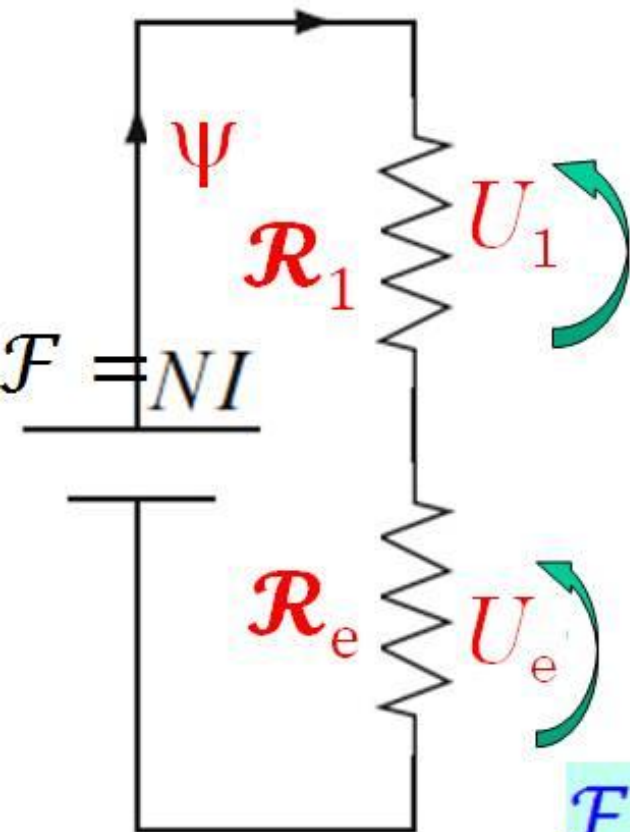
$$U_1 = \mathcal{R}_1\psi = 13\,721 \times 2,5 \times 10^{-3} =$$

$$U_1 = 34,3 \text{ A}$$

$$U_e = \mathcal{R}_e\psi = 568\,409 \times 2,5 \times 10^{-3} =$$

$$U_e = 1421 \text{ A}$$

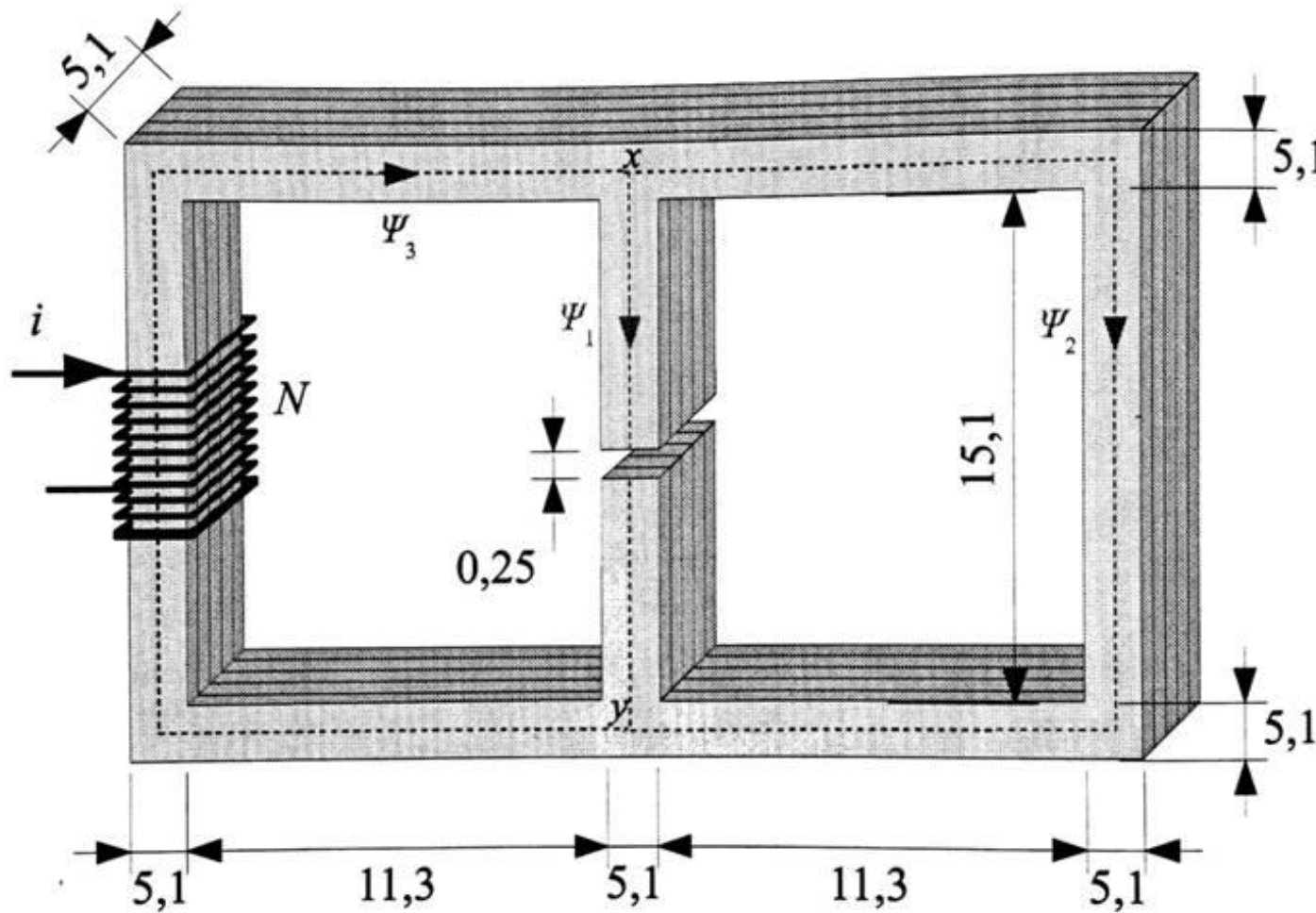
$$\mathcal{F} = Ni = 34,3 + 1421 = 1455 \text{ A}$$





ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Circuito Magnético Série-Paralelo

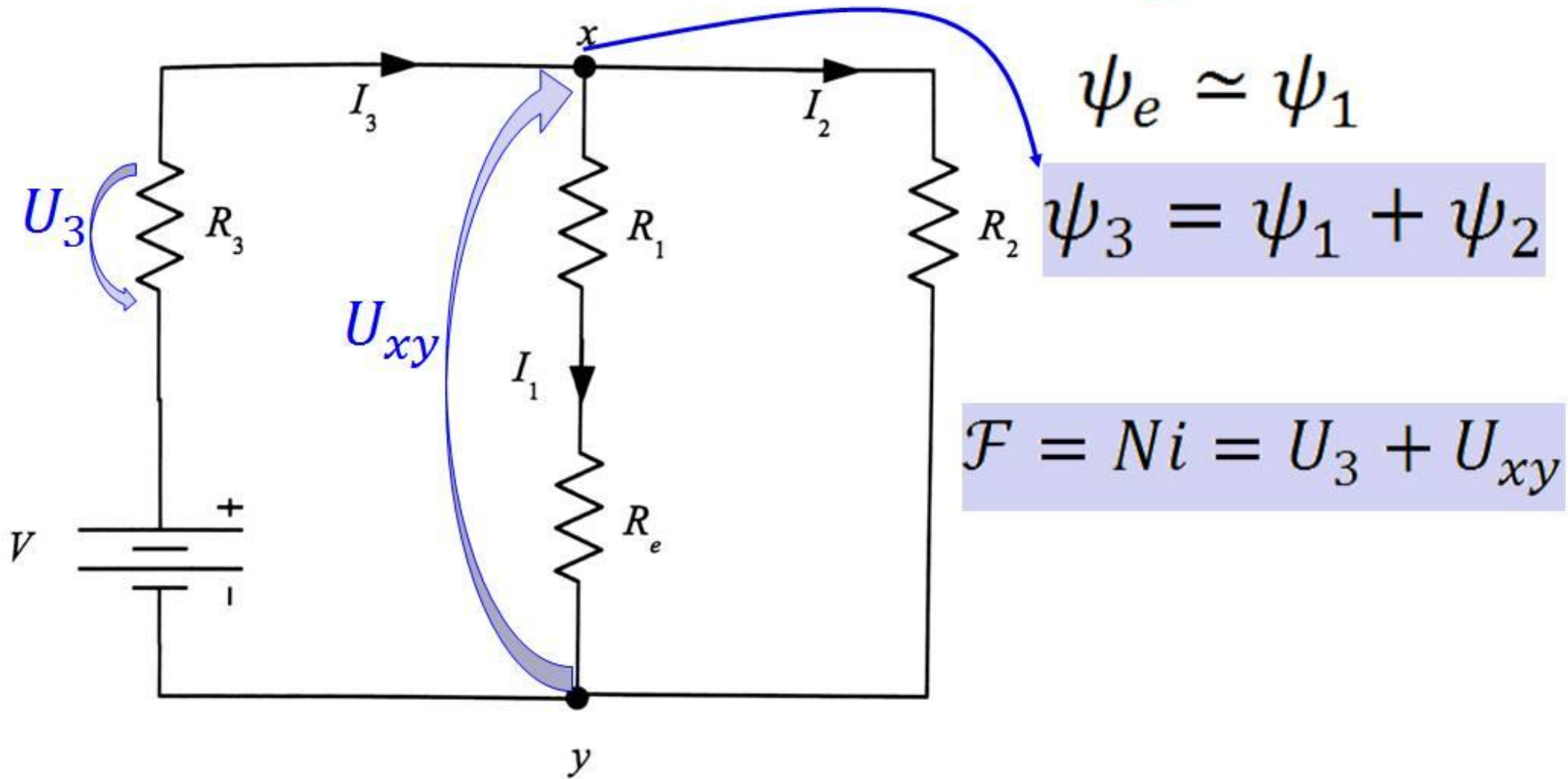


Qual a f.m.m. para estabelecer $\psi_e = 0,2 \text{ mWb}$?
Desprezar dispersão.



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Circuito Elétrico Análogo





Circuito Magnético - Entreferro (cont.)

$$S_e = (5,1 + 0,25)(5,1 + 0,25) \times 10^{-4} =$$

$$S_e = 28,6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_e = \frac{\psi_e}{S_e} = \frac{20 \times 10^{-5}}{28,6 \times 10^{-4}} \rightarrow B_e = 0,07 \text{ T}$$

$$U_e = H_e e = \frac{B_e}{\mu_0} e = \frac{0,07}{4\pi 10^{-7}} 0,25 \times 10^{-2}$$

$$U_e = 139 \text{ Ae}$$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Circuito Magnético – Perna 1 (cont.)

$$S_1 = 0,9 \times (5,1)^2 \times 10^{-4} = 23,409 \text{ cm}^2$$

$$\psi_e \approx \psi_1 \quad \Rightarrow \quad B_1 = \frac{\psi_1}{S_1} = \frac{0,20 \times 10^{-3}}{23,409 \times 10^{-4}} =$$

$$B_1 = 0,085 \text{ T} \quad \Rightarrow \quad \text{Curva BH do aço} \quad \Rightarrow \quad H_1 = 17 \text{ A/m}$$

$$l_1 = (15,1 + 5,1 - 0,25) \times 10^{-2} \quad \Rightarrow \quad l_1 = 19,95 \text{ cm}$$

$$U_1 = H_1 l_1 = 17 \times 19,95 \times 10^{-2} \quad \Rightarrow \quad U_1 = 3,41 \text{ Ae}$$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Circuito Magnético – Perna 2 (cont.)

$$U_{xy} = U_e + U_1 = 139,12 + 3,41$$

$$U_{xy} = 142,53 \text{ Ae}$$

$$l_2 = 15,1 + 5,1 + 2(11,3 + 5,1) = 53 \text{ cm}$$

$$H_2 = \frac{U_{xy}}{l_2} = \frac{142,53}{0,53}$$

$$H_2 = 269 \text{ A/m} \Rightarrow \text{Curva BH do aço} \Rightarrow B_2 = 1,52 \text{ T}$$

$$\psi_2 = B_2 S_2 = 1,52 \times 23,409 \times 10^{-4}$$

$$\psi_2 = 3,56 \text{ mWb}$$



Circuito Magnético – Perna 3 (cont.)

$$\psi_3 = \psi_1 + \psi_2 = 3,56 + 0,2 = 3,76 \text{ mWb}$$

$$B_3 = \frac{\psi_3}{S_3} = \frac{3,76 \times 10^{-3}}{23,409 \times 10^{-4}}$$

$$B_3 = 1,6 \text{ T} \Rightarrow \text{Curva BH do aço} \Rightarrow H_3 \approx 700 \text{ A/m}$$

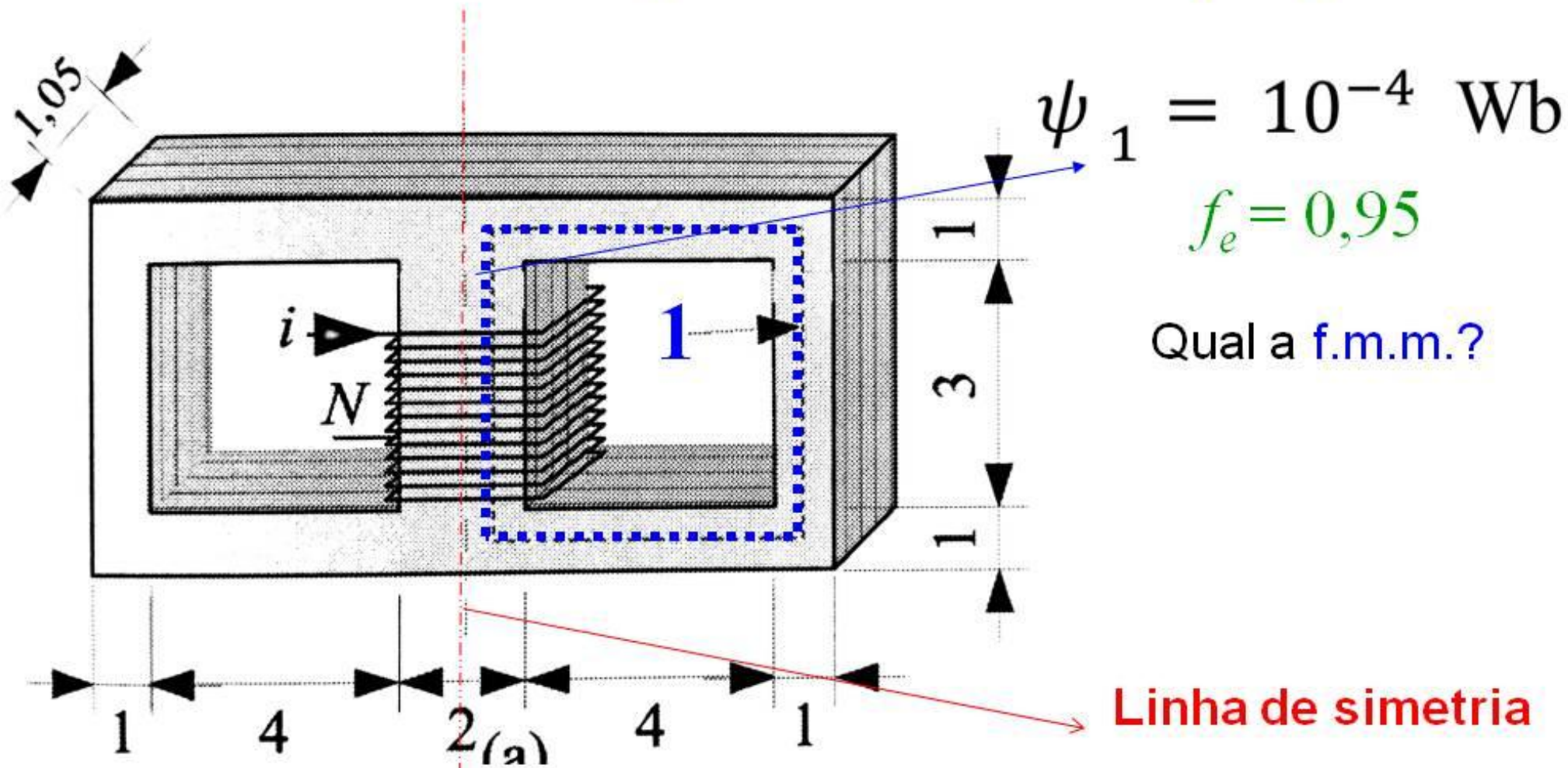
$$U_3 = H_3 l_3 = 700 \times 0,53 \Rightarrow U_3 = 371 \text{ Ae}$$

$$\mathcal{F} = Ni = U_3 + U_{xy} = 371 + 142 \Rightarrow \mathcal{F} = Ni = 513,53 \text{ Ae}$$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

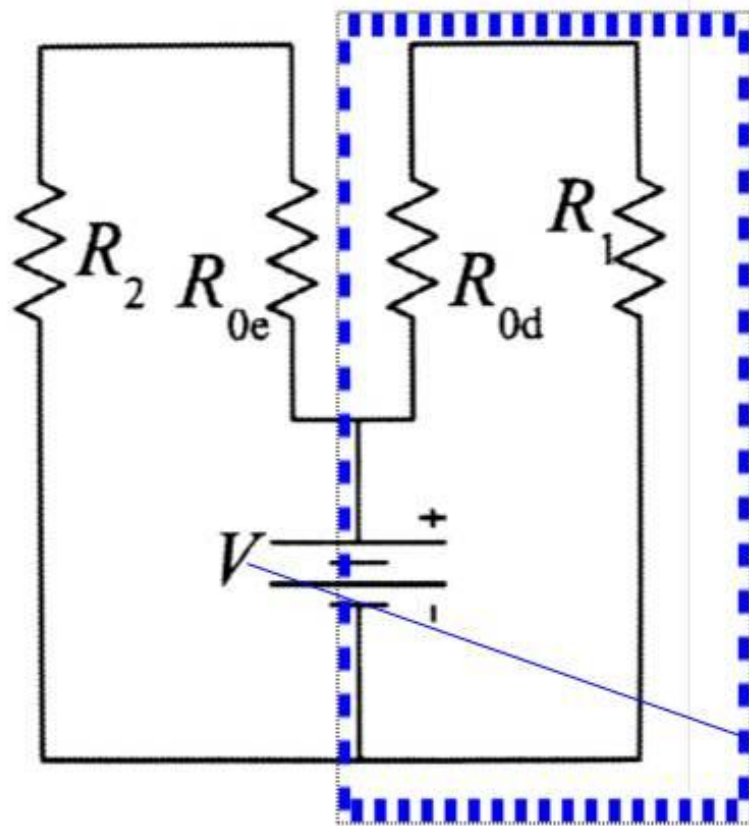
Circuito Magnético Fechado (Ex.)





Circuito Elétrico Análogo

$$S = 1,0 \times 1,05 \times 0,95 \times 10^{-4} = 10^{-4} \text{ m}^2$$



$$B = \frac{\psi}{S} = 1,0 \text{ T}$$



Curva BH do aço $\Rightarrow H = 50 \text{ A/m}$

$$l_1 = (5 + 5 + 4 + 4) = 18 \text{ cm}$$

$$Ni = Hl_1 = 50 \times 0,018$$

$$\mathcal{F} = Ni = 9 \text{ Ae}$$