ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Campo Magnetostático

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Campo Magnético de Correntes Estacionárias

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$ ➡ **Campo de Correntes Estacionárias**

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad \Leftrightarrow \quad \oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_{S} \vec{J} \cdot \vec{dS}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \oiint_{\Sigma} \vec{B} \cdot \vec{dS} = 0$$

$$\Psi = \iint_{S} \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Potencial Vetor Magnético

$$\nabla \cdot \vec{\boldsymbol{B}} = 0 \qquad \nabla \cdot \nabla \times \vec{\boldsymbol{A}} = 0$$

$$\vec{\boldsymbol{B}} = \nabla \times \vec{\boldsymbol{A}}$$

$$\Psi = \iint_S \vec{\boldsymbol{B}} \cdot \vec{dS} \quad \Rightarrow \quad \psi = \iint_S \nabla \times \vec{\boldsymbol{A}} \cdot d\vec{S}$$

$$\psi = \oint_\Gamma \vec{\boldsymbol{A}} \cdot d\vec{l}$$

Teo. Stokes

Unicidade do Potencial Vetor Magnético

$$\nabla \times \nabla K = 0 \qquad \overrightarrow{A'} = \vec{A} + \nabla K$$

$$\nabla \times \overrightarrow{A'} = \nabla \times \left(\vec{A} + \nabla K\right) = \nabla \times \vec{A} + \nabla \times \nabla K = \nabla \times \vec{A}$$

$$\vec{B} = \nabla \times \left(\vec{A} + \nabla K\right) = \nabla \times \vec{A}$$

$\therefore$ A não é unívoco.

Somando o gradiente de qualquer função K, obtém-se o mesmo ***B***

Relação entre Pot. Vetor Magnético e Corrente

$$\nabla \times \vec{B} = \nabla \times \mu\vec{H} \Longrightarrow \nabla \times \vec{B} = \mu\nabla \times \vec{H}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \mu\vec{J} \Longrightarrow \nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla\nabla \cdot \vec{A} - \nabla^2\vec{A}$$

$$\nabla\nabla \cdot \vec{A} - \nabla^2\vec{A} = \mu\vec{J}$$

Hipótese: $\nabla \cdot \vec{A} = 0$

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Divergência do Potencial Vetor Magnético

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$$

$$\nabla \cdot \vec{A} \neq 0$$

$$\vec{A'} = \vec{A} + \nabla K$$

$$\nabla \cdot \vec{A'} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{A'} = \nabla \cdot \vec{A} + \nabla \cdot \nabla K = 0$$

$$\nabla^2 K = -\nabla \cdot \vec{A}$$

Equação de Poisson Vetorial

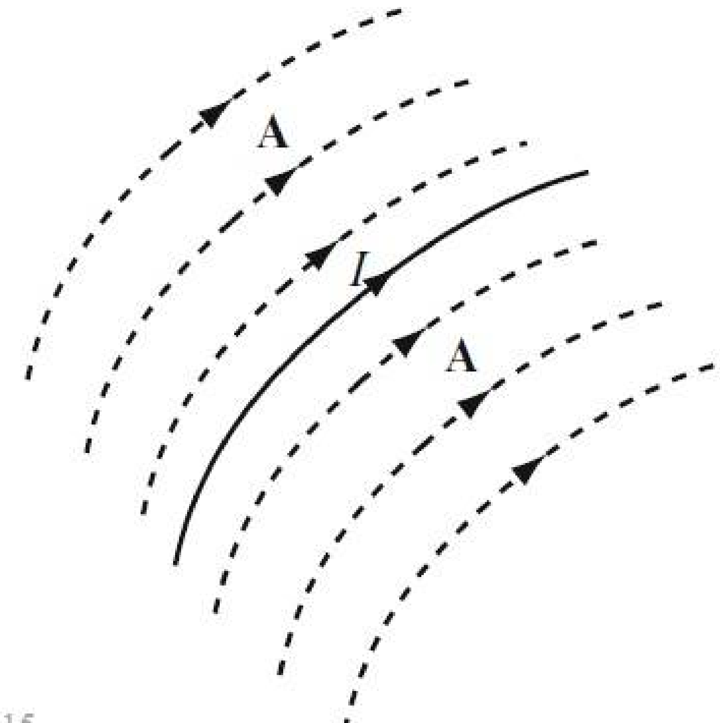
$$\nabla^2 \overrightarrow{\mathbf{A}} = -\mu \vec{J}$$

$$\nabla^2 \overrightarrow{\mathbf{A}} = \nabla^2 A_x \hat{u}_x + \nabla^2 A_y \hat{u}_y + \nabla^2 A_z \hat{u}_z$$

$$\nabla^2 A_x = -\mu J_x$$

$$\nabla^2 A_y = -\mu J_y$$

$$\nabla^2 A_z = -\mu J_z$$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Solução da Equação de Poisson

$$A_i(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{\tau} \frac{J_i\left(\overrightarrow{r'}\right)}{\left|\vec{r} - \overrightarrow{r'}\right|} d\tau'$$

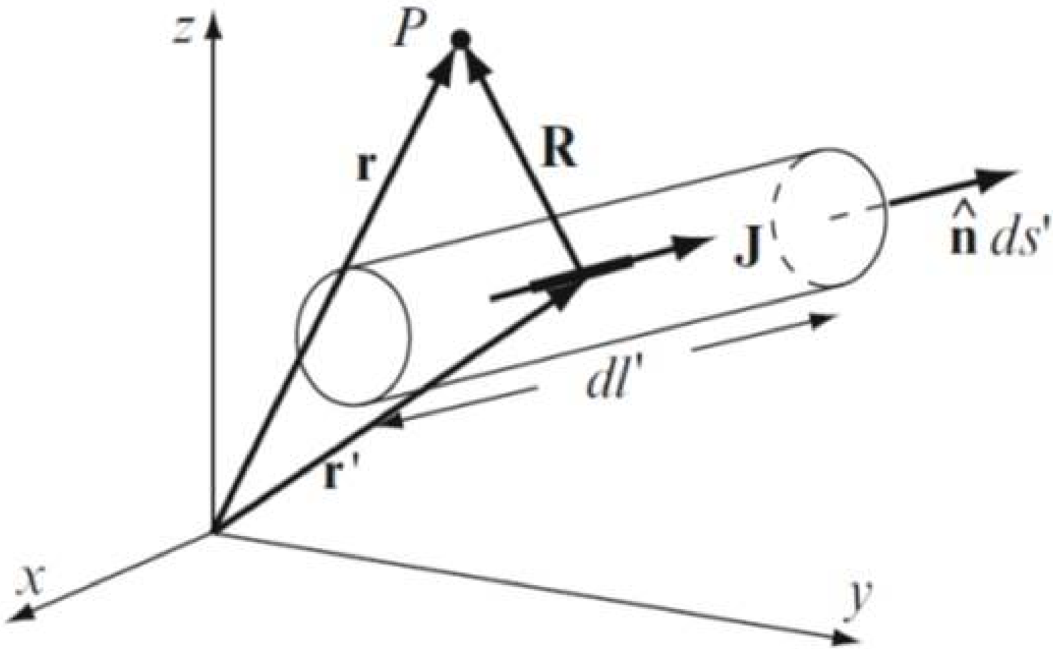
$$i = x,\ y,\ z$$

$$R = \left|\vec{r} - \overrightarrow{r'}\right|$$

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{\tau} \frac{\vec{J}\left(\overrightarrow{r'}\right)}{\left|\vec{r} - \overrightarrow{r'}\right|} d\tau'$$

Campos criados por bobinas
Condutores filiformes

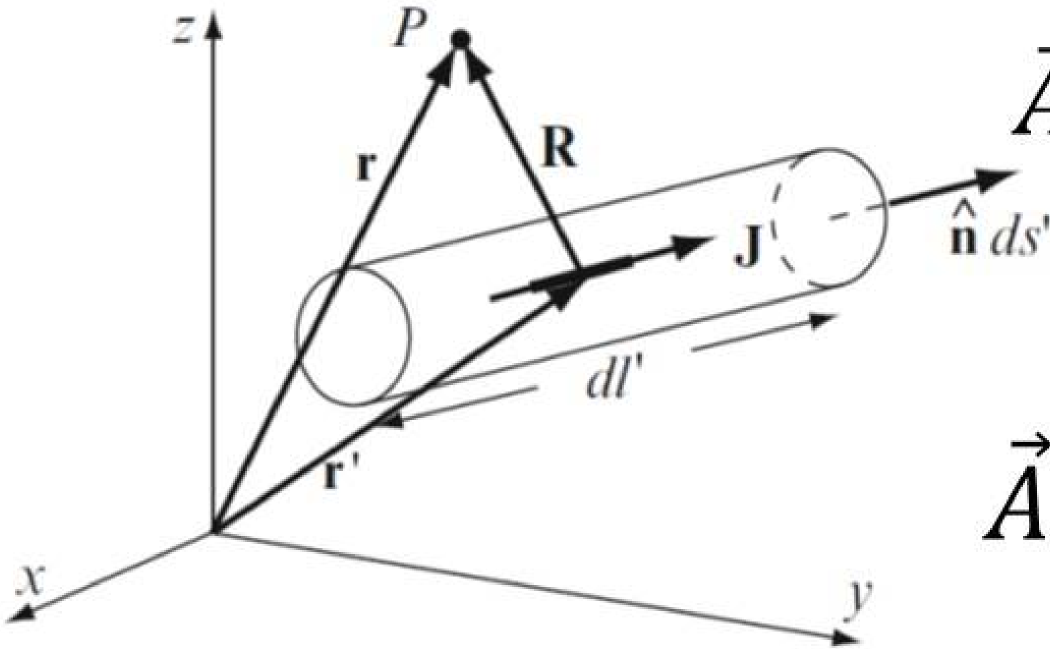


$$\vec{J} = \frac{I}{dS'}\frac{d\vec{l'}}{dl'}$$

$$dS' \cdot dl' = d\tau'$$

$$\vec{J}d\tau' = Id\vec{l'}$$

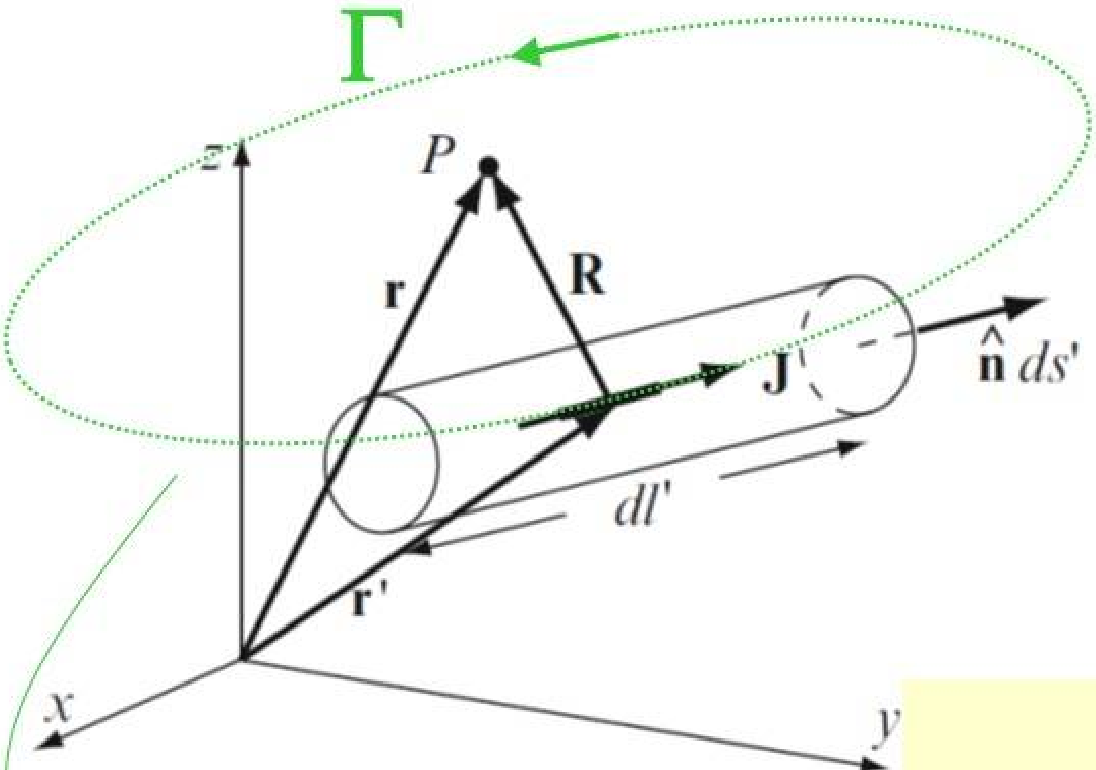
Campos criados por bobinas
Condutores filiformes



$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{\Gamma} \frac{I}{\left|\vec{r} - \vec{r'}\right|} dl'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu I}{4\pi} \oint_{\Gamma} \frac{dl'}{\left|\vec{r} - \vec{r'}\right|}$$

Lei de Biot-Savart



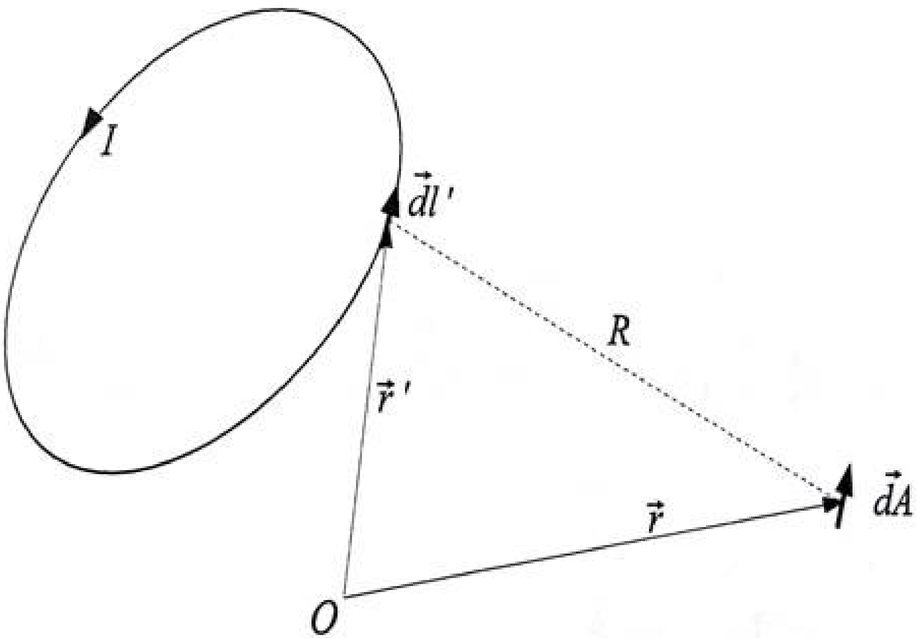
$$\vec{H} = \frac{1}{\mu}\vec{B}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu}\nabla \times \vec{A}$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{I}{4\pi}\oint_{\Gamma} \nabla \times \frac{d\vec{l'}}{R}$$

JNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Lei de Biot-Savart



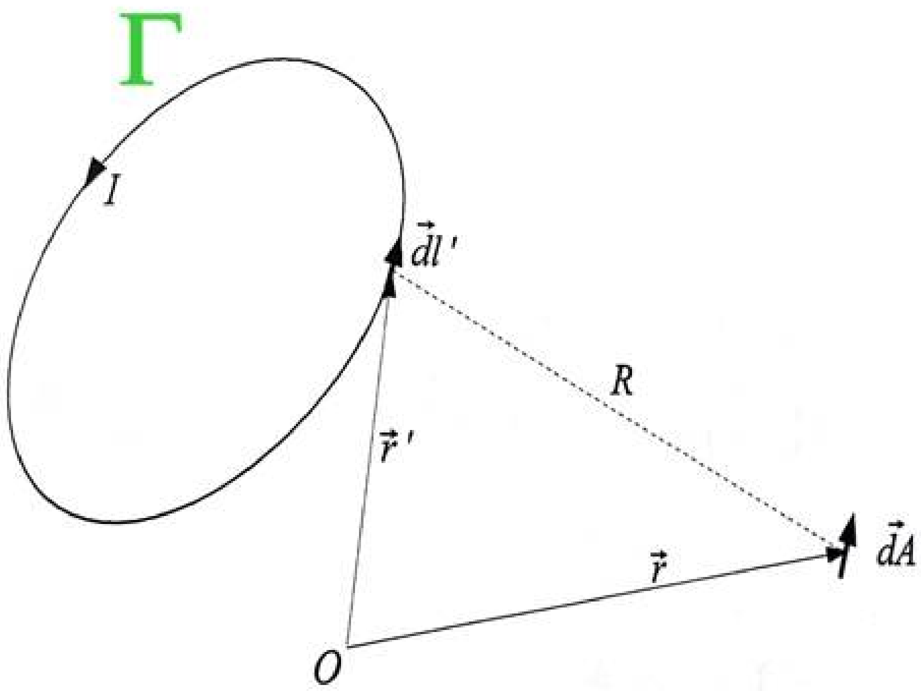
$$\nabla \times \left(U\vec{A}\right) = \nabla U \times \vec{A} + U\nabla \times \vec{A}$$

$$\nabla \times \left(\frac{d\vec{l'}}{R}\right) = \nabla \frac{1}{R} \times d\vec{l'} + \frac{1}{R}\nabla \times d\vec{l'}$$

$$\nabla \times \left(\frac{d\vec{l'}}{R}\right) = \nabla \frac{1}{R} \times d\vec{l'}$$

$$\nabla \frac{1}{R} = -\frac{1}{R^2}\nabla R = -\frac{1}{R^2}\frac{\vec{R}}{R}$$

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r'}$$



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Lei de Biot-Savart

$$\nabla \frac{1}{R} = -\frac{1}{R^2}\nabla R = -\frac{1}{R^2}\frac{\vec{R}}{R}$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{I}{4\pi}\oint_{\Gamma} \frac{d\vec{l'} \times \vec{R}}{R^3}$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{I}{4\pi}\oint_{\Gamma} \frac{d\vec{l'} \times \hat{u}_R}{R^2}$$