Delineamento de Experimentos (DOE)

TERMINOLOGIA

Delineamento de Experimentos (DOE)

Testes conduzidos de forma planejada, onde os fatores (ou variáveis controladas) são alterados de modo a avaliar-se seu impacto sobre uma variável resposta.

Fatores

São as variáveis independentes controladas no experimento, cujos efeitos se quer testar.

Níveis

É cada um dos possíveis valores que variável independente (ou fator) pode assumir no experimento.

Tratamento

Tratamento é uma combinação de níveis de variáveis controladas (ou fatores).

(Variável) Resposta

É a variável dependente do experimento, que será empregada para se avaliar a influência dos fatores.

EXERCÍCIO

Numa empresa, fez-se um experimento testando combinações de operadores e máquinas, medindo-se o tempo gasto (minutos) para produzir um lote de produto. Os resultados estão apresentados na tabela abaixo:

	Máquina 1	Máquina 2
José da Silva	11,2	14,5
João Santos	9,6	12,8
Paulo Campos	10,5	11,3

a) Quantos fatores este experimento avaliou?

b) Quantos níveis têm cada fator?

c) Qual é a variável resposta?

d) Como você variaria estes fatores? Um por vez ou mais de um por vez?

EXERCÍCIO

O processo de digitação de pedidos numa empresa vem apresentando uma grande quantidade de erros. Desconfia-se que a causa destes erros possa ser o digitador ou, então, o tipo de computador utilizado. Para se fazer uma avaliação mais criteriosa, selecionou-se dois operadores (José e Paulo) e dois tipos de computador (Mac ou PC). Cada digitador digitou 100 pedidos em cada uma destas combinações.

a) Qual á a variável resposta?

b) Quais são os fatores em avaliação?

c) Quantos níveis têm cada fator? Quais são eles?

d) Quantos tratamentos estão em avaliação?

FORMAS DE APRESENTAÇÃO

Fator	***Código***	***Nível Baixo***	***Nível Alto***
Computador	A	Mac	PC
Funcionário	B	José	Paulo

↓

	Funcionário	
Computador	***José***	***Paulo***
Mac	(1)	(3)
PC	(2)	(4)

↓

	B	
A	***B(-1)***	***B(+1)***
A(-1)	(1)	(3)
A(+1)	(2)	(4)

↓

Experiência	***A***	***B***
1	-1	-1
2	+1	-1
3	-1	+1
4	+1	+1

Unidade Experimental

É uma porção do grupo experimental (animal, pessoa, peça, máquina, fábrica, serviço, etc.) na qual é aplicado um tratamento.

Repetição e Réplica

Quando um mesmo tratamento é aplicado a diferentes unidades experimentais, tem se o caso de réplicas. Quando aplicado a uma mesma unidade experimental, trata-se de repetições.

As réplicas permitem avaliar também o impacto de eventuais diferenças (variação) entre as unidades experimentais, mas implicam em maior custo do que quando se emprega repetições.

Erro Experimental

Em toda experimentação sempre existe um erro, chamado de erro experimental. Este erro surge mesmo quando se busca repetir um experimento (tratamento) em condições idênticas. Este erro tem várias origens:

- Variação do instrumento de medição
- Variação do analista
- Variação do material de prova
- Variação nas condições de teste (ambiente)
- Outras.

EXERCÍCIO

No exercício anterior:

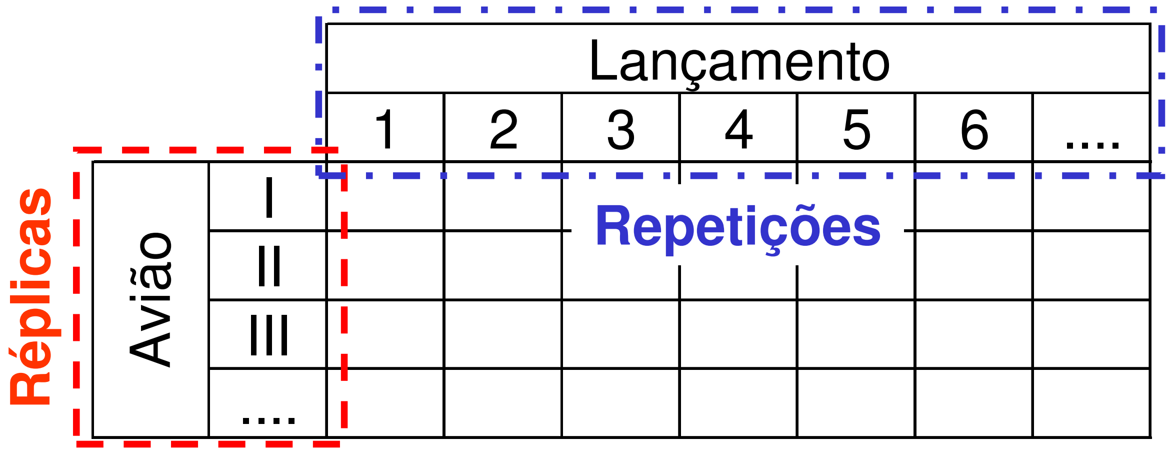
a) Qual era a unidade experimental?

b) Se cada digitador fez a operação 3 vezes, empregando o mesmo conjunto de pedidos, trata-se de réplica ou repetição?

FUNDAMENTOS DOS BONS EXPERIMENTOS ESTATÍSTICOS

Uso de Repetições ou Réplicas

Quando são feitas repetições ou réplicas em um delineamento, é possível estimar-se qual é a magnitude do erro experimental e, consequentemente, consegue-se avaliar se um determinado fator é estatisticamente significativo.



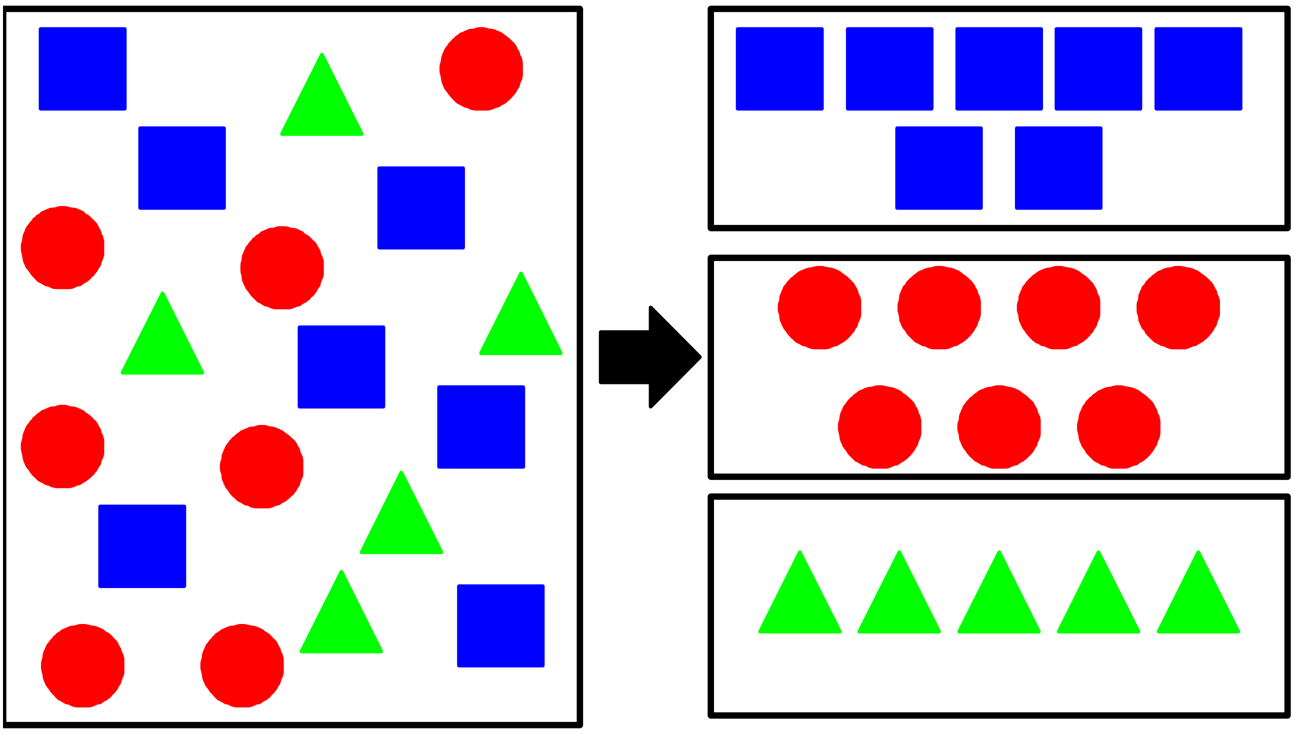
Aleatorização ou Blocagem

Aleatorização é uma técnica adotada para assegurar que os tratamentos sejam atribuídos ao acaso a diferentes porções do grupo experimental.

Blocagem é a técnica empregada para aumentar a precisão do experimento quando uma porção do total avaliado é mais homogênea do que todo o grupo experimental.

Blocos

Quando já é sabido de antemão que um grupo experimental é heterogêneo, pode-se dividi-lo em porções menores, mais homogêneas.



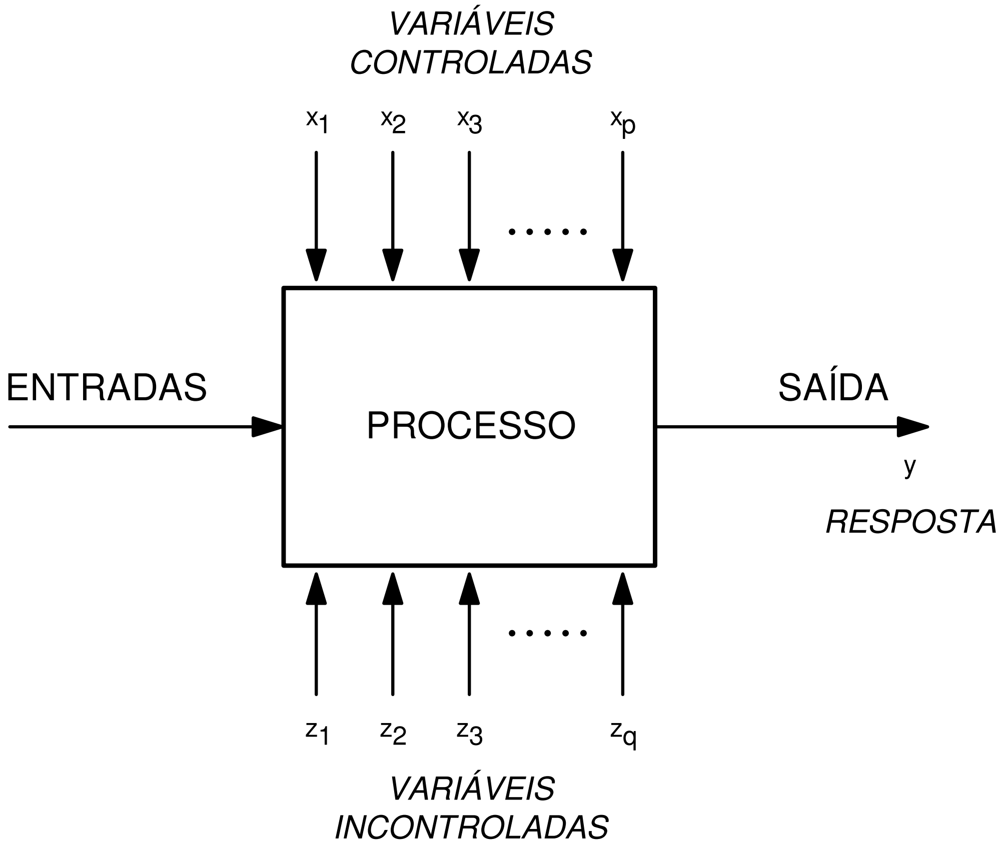
Exemplos disto são experimentos conduzidos com:

- Diferentes lotes de MP;
- Diferentes máquinas;
- Diferentes dias da semana;
- Diferentes pessoas;
- Diferentes turnos de trabalho;
- Etc.

EXERCÍCIO

Você está pesquisando 4 novas drogas contra AIDS e há 45 voluntários, sendo 30 homens e 15 mulheres. Como você planejaria este experimento?

OBJETIVOS DO DEX



1. Determinar que variáveis (ou fatores) possuem maior influência sobre a resposta (y);

2. Determinar como ajustar as variáveis controladas (x_i), de modo que a resposta (y) tenha o valor desejado;

3. Determinar como ajustar as variáveis controladas (x_i), de modo que a variação da resposta (y) seja a menor possível;

4. Determinar como ajustar as variáveis controladas (x_i), de modo que os efeitos das variáveis incontroladas (z_j) sobre a resposta (y) sejam mínimos.

ETAPAS NA EXPERIMENTAÇÃO CIENTÍFICA

PLANEJAMENTO

↓

EXECUÇÃO

↓

ANÁLISE

↓

RELATÓRIO

ESTRATÉGIAS DE EXPERIMENTAÇÃO

- Experimento com um único fator

Experimento	***A***	***Resposta***
1	-1	20
2	+1	35

Problemas:
- o Baixa velocidade de obtenção de dados
- o Não é possível avaliar eventuais interações

- Experimento com diversos fatores, mas alterando um por vez

Exp.	***A***	***B***	***C***	***D***	***Resposta***
1	-1	-1	-1	-1	15
2	+1	-1	-1	-1	19
3	-1	+1	-1	-1	17
4	-1	-1	+1	-1	11
5	-1	-1	-1	+1	23

Problemas:
- o É gerada enorme quantidade de dados
- o Uso parcial dos dados disponíveis

- Vários fatores ao mesmo tempo (sem planejamento)

Exp.	*A*	*B*	*C*	*D*	*Resposta*
1	-1	-1	-1	-1	32
2	+1	+1	+1	+1	10

Problemas:
  - Impossível separação dos efeitos principais
  - Não deixa sozinho o efeito de interação

- Vários fatores ao mesmo tempo (planejado)

Exp.	*A*	*B*	*C*	*Resposta*
1	-1	-1	-1	34
2	+1	-1	-1	53
3	-1	+1	-1	45
4	+1	+1	-1	40
5	-1	-1	+1	28
6	+1	-1	+1	38
7	-1	+1	+1	63
8	+1	+1	+1	47

TABELA DE CONTRASTES PARA EXPERIMENTOS PLANEJADOS

	2^0	2^1	2^2	2^3	**...**
Exp.	***1ª col.***	***2ª col.***	***3ª col.***	***4ª col.***	***...***
1	-1	-1	-1	-1	**...**
2	1	-1	-1	-1	
3	-1	1	-1	-1	
4	1	1	-1	-1	
5	-1	-1	1	-1	
6	1	-1	1	-1	
7	-1	1	1	-1	
8	1	1	1	-1	
9	-1	-1	-1	1	
10	1	-1	-1	1	
.11	-1	1	-1	1	
12	1	1	-1	1	
13	-1	-1	1	1	
14	1	-1	1	1	
15	-1	1	1	1	
16	1	1	1	1	

Experimentos com um Único Fator

EXPERIMENTOS COM UM FATOR

Sejam três grupos de pessoas que se quer avaliar. Para tanto, sortearam-se oito indivíduos de cada grupo e a estes foi aplicado um certo teste de raciocínio.

Pode-se, em outras palavras, dizer que há um único fator em avaliação (raciocínio) em três níveis (grupos), conforme a tabela abaixo.

Grupo	Notas	$\bar{x}$	s^2
1	x_{11} x_{12} x_{13} .... x_{18}	$\bar{x}_1$	s_1^2
2	x_{21} x_{22} x_{23} .... x_{28}	$\bar{x}_2$	s_2^2
3	x_{31} x_{32} x_{33} .... x_{38}	$\bar{x}_3$	s_3^2

Notação empregada:

n - tamanho da amostra (8, no caso)
k - quantidade de médias comparadas (3, no caso)
$\bar{x}_i$ - média da amostra do grupo i
$\bar{\bar{x}}$ - média geral (média das médias)
s_i^2 - variância da amostra do grupo i
s_R^2 - variância dentro da amostra (ou residual)
s_E^2 - variância entre amostras
s_T^2 - variância total

Como não se conhece a variância da população, chamada de σ^2, pode-se estimá-la mediante três métodos diferentes:

<u>Método 1</u>: através dos s^2 obtidos em cada grupo

$$s_R^2 = \frac{\sum s_i^2}{k} = \frac{\sum\sum (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{k.(n-1)}$$

<u>Método 2</u>: através das médias dos grupos

$$s_E^2 = n.\frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}{k-1}$$

<u>Método 3</u>: através de todos os dados individuais

$$s_T^2 = \frac{\sum\sum (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2}{n.k-1}$$

Como toda esta notação é muito complicada, vamos mostrar os conceitos mediante aplicação ao exemplo.

Imagine que os resultados obtidos tenham sido os seguintes:

Grupo	Notas	$\bar{x}$	s^2
1	4 5 5 4 8 4 3 7	5,0	2,9
2	2 4 3 7 5 4 2 5	4,0	2,9
3	3 6 6 4 5 4 6 6	5,0	1,4

<u>Método 1</u>: através dos s^2 obtidos em cada grupo

$$s_R^2 = \frac{2{,}9 + 2{,}9 + 1{,}4}{3} = 2{,}4$$

<u>Método 2</u>: através das médias dos grupos

$$\bar{\bar{x}} = \frac{5{,}0 + 4{,}0 + 5{,}0}{3} = 4{,}7$$

$$s_E^2 = 8.\frac{[(5{,}0 - 4{,}7)^2 + (4{,}0 - 4{,}7)^2 + (5{,}0 - 4{,}7)^2]}{(3 - 1)} = 2{,}7$$

<u>Método 3</u>: através de todos os dados individuais

$$s_T^2 = \frac{[(4 - 4{,}7)^2 + (5 - 4{,}7)^2 + (5 - 4{,}7)^2 + \ldots + (6 - 4{,}7)^2]}{8.3 - 1} = 2{,}4$$

Pode-se perceber que:

- As médias $\bar{x}$ são próximas;
- Os valores de s_R^2, s_E^2 e s_T^2 também são próximos.

Imagine, agora, que os resultados obtidos fossem:

Grupo	Notas	$\bar{x}$	s^2
1	4 5 5 4 8 4 3 7	5,0	2,9
2	0 2 1 5 3 2 0 3	2,0	2,9
3	7 10 10 8 9 8 10 10	9,0	1,4

<u>Método 1</u>: através dos s^2 obtidos em cada grupo

$$s_R^2 = \frac{2{,}9 + 2{,}9 + 1{,}4}{3} = 2{,}4$$

<u>Método 2</u>: através das médias dos grupos

$$\bar{\bar{x}} = \frac{5{,}0 + 2{,}0 + 9{,}0}{3} = 5{,}3$$

$$s_E^2 = 8.\frac{[(5{,}0 - 5{,}3)^2 + (2{,}0 - 5{,}3)^2 + (9{,}0 - 5{,}3)^2]}{(3-1)} = 98{,}7$$

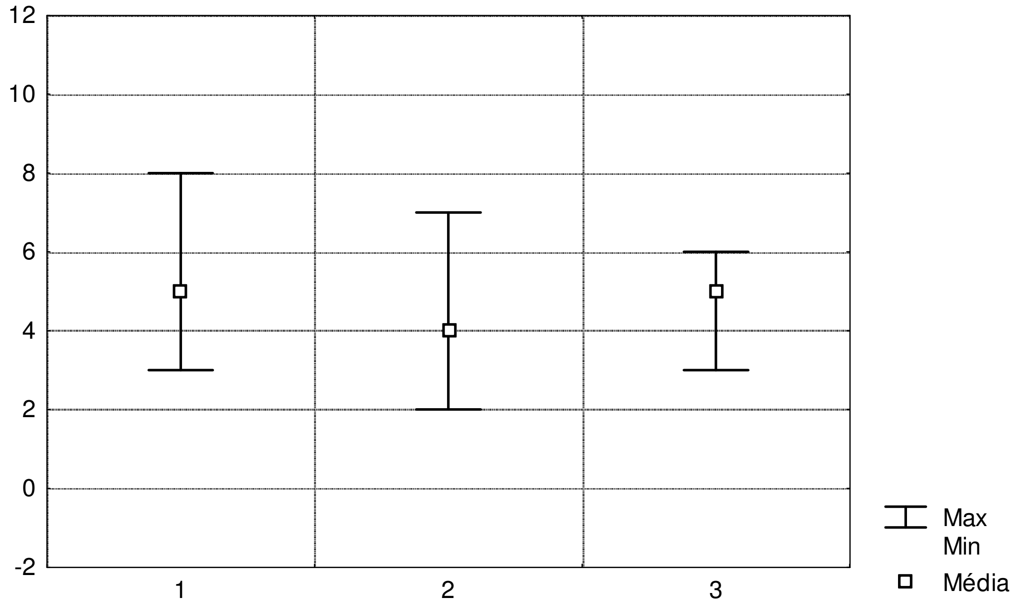
<u>Método 3</u>: através de todos os dados individuais

$$s_T^2 = \frac{[(4 - 5{,}3)^2 + (5 - 5{,}3)^2 + (5 - 5{,}3)^2 + ... + (6 - 5{,}3)^2]}{8.3 - 1} = 10{,}8$$

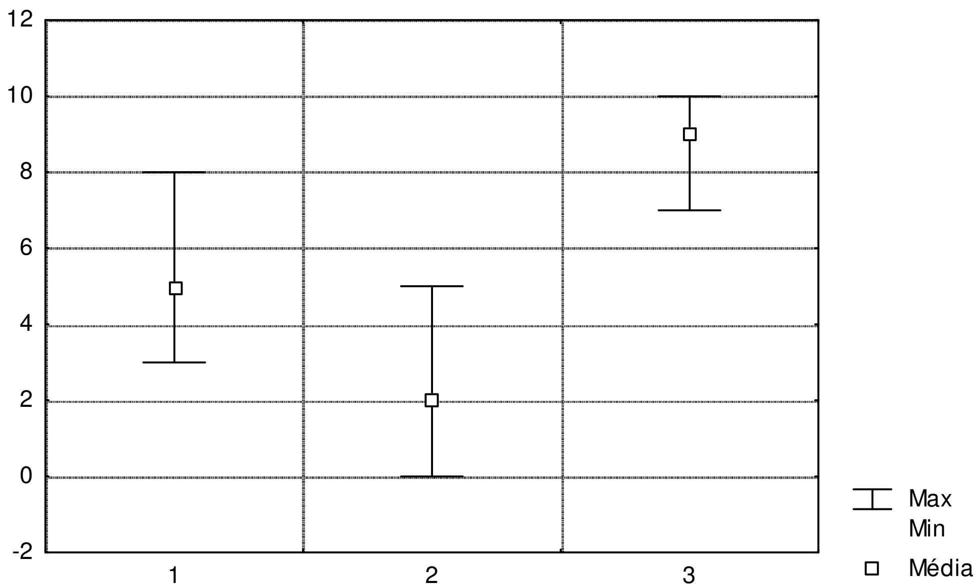
Pode-se perceber, neste novo conjunto de resultados, que:

- As médias $\bar{x}$ não mais são próximas;
- O valor de s_R^2 não se alterou;
- Os valores de s_E^2 e s_T^2 aumentaram muito.

Os gráficos abaixo ajudam na interpretação dos resultados. No primeiro conjunto de dados, as médias estavam próximas:



Já no outro conjunto, as médias apresentavam-se mais afastadas umas em relação às outras:



COMENTÁRIOS

1. Se as médias dos tratamentos são iguais, tanto faz estimar-se σ^2 através de s_R^2, s_E^2 ou s_T^2, pois todas elas fornecerão valores próximos.

2. Contudo, quando as médias dos tratamentos são diferentes, os valores de $\bar{x}_i$ divergirão entre si. Embora s_R^2 continue sendo um bom estimador de σ^2, s_E^2 e s_T^2 não mais o serão, pois são afetados pela diferença entre as médias.

3. Assim, podem-se comparar as (k) médias através da comparação de variâncias: s_E^2 e s_R^2, respectivamente. Este teste é chamado de teste F, onde:

$$F_{calc} = \frac{s_E^2}{s_R^2}$$

4. Enquanto que s_E^2 tem (k-1) graus de liberdade, s_R^2 tem [k.(n-1)] graus de liberdade (veja os denominadores destas variâncias). Portanto, F_{calc} terá (k-1) no seu numerador; [k.(n-1)] graus de liberdade no seu denominador.

5. Quanto maior o valor de F_{calc} maior é a probabilidade de que as médias sejam diferentes entre si. Para chegar a uma conclusão, F_{calc} é comparado contra um F_{crit}, obtido a partir de uma tabela.

6. Se $F_{calc} < F_{crit}$, então as médias são admitidas como iguais.

DISTRIBUIÇÃO F-SNEDECOR

Sejam duas amostras independentes, retiradas de populações normais, com mesma variância (σ^2), que forneceram estimativas s_1^2 e s_2^2, respectivamente. Ao quociente de s_1^2 por s_2^2, chamamos de:

$$F_{n_1-1;n_2-1} = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

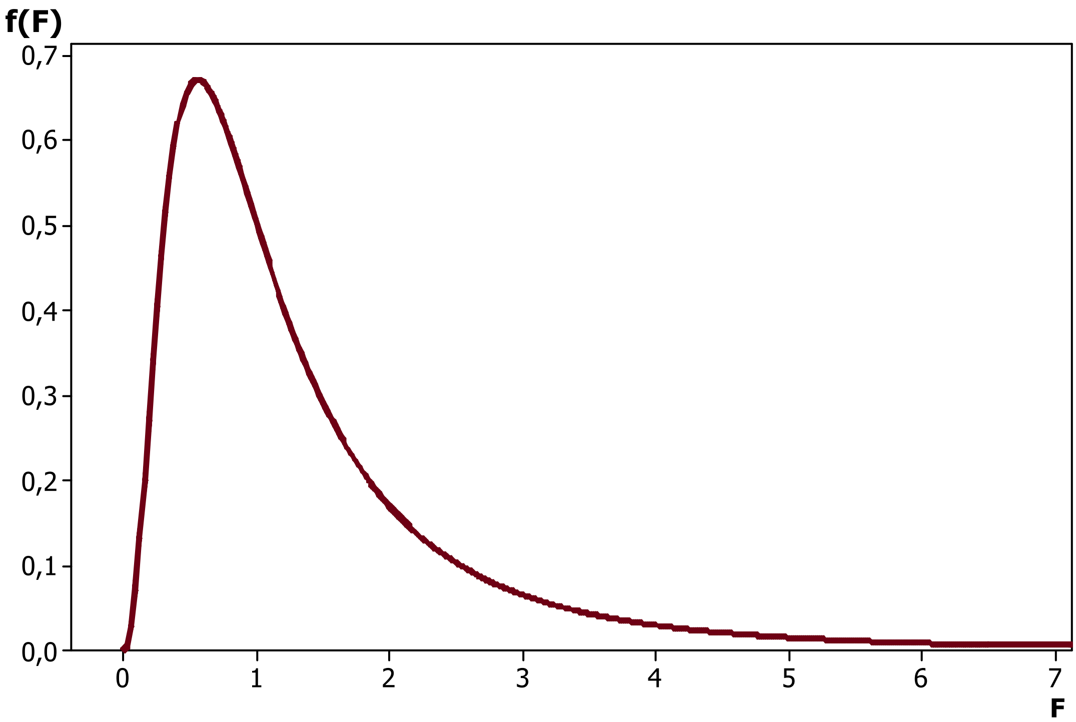


TABELA F-SNEDECOR

$(\alpha = 5\%)$

	ν_1									
ν_2	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32

FONTE: COSTA NETO, P.L.O. ***Estatística.*** São Paulo, Edgard Blucher, 1978.

EXEMPLO

O segundo exemplo forneceu:

$$s_E^2 = 98{,}7 \qquad \text{e} \qquad s_R^2 = 2{,}4$$

logo

$$F_{calc} = \frac{98{,}7}{2{,}4} = 41{,}1$$

F_{calc} tem (3 -1) = 2 GL no numerador e [3 x (8-1)] = 21 GL no denominador.

F_{crit} (para um α=5%) será $F_{2,\ 21,\ 5\%}$ = 3,47 → pelo menos uma turma é diferente das demais.

TABELA DA ANÁLISE DE VARIÂNCIA

É comum apresentar-se os resultados da análise de variância na forma de uma tabela, similar à de baixo:

Fonte	***SQ***	***GL***	***QM***	F_{CALC}
Entre	$SQE = n.\sum(\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2$	(k-1)	$s_E^2 = \dfrac{SQE}{k-1}$	s_E^2 / s_R^2
Residual	$SQR = \sum\sum(x_{ij} - \bar{x}_i)^2$	k.(n-1)	$s_R^2 = \dfrac{SQR}{k(n-1)}$	
Total	$SQT = \sum\sum(x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2$	k.n-1		

onde:

SQ - é a soma de quadrados
GL - são os graus de liberdade das estimativas
QM - é o quadrado médio = SQ/GL

perceba que:

$$SQ_{Total} = SQ_{Entre} + SQ_{Residual}$$

$$GL_{Total} = GL_{Entre} + GL_{Residual}$$

No caso de nosso segundo exemplo, tem-se:

Fonte	***SQ***	***GL***	***QM***	F_{CALC}
Entre amostras	97,3	2	98,7	41,4
Residual	50,0	21	2,4	
Total	247,3	23		

ALGUNS CUIDADOS

A análise de variância tem algumas hipóteses básicas que são assumidas para sua validade:

- O modelo válido é do tipo $x_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$, onde μ é a média geral, α_i é o efeito do nível i do fator e ε_{ij} é o erro;
- As populações são homocedásticas, ou seja, possuem a mesma variância;
- As populações podem ser adequadamente representadas por uma distribuição de probabilidade normal;
- Consequentemente, ε_{ij} ~N(0; σ^2).

1. A primeira hipótese é fundamental para que os resultados sejam válidos. A condição de homocedásticidade pode ser verificada mediante uma análise de resíduos ou, então, pelo teste de Cochran, Bartlett ou Levene.

2. A segunda hipótese (normalidade dos dados) não é essencial, pois a análise de variância fornece bons resultados quando a população não é normal. Ela pode ser verificada através do papel de probabilidade normal.

ANÁLISE DE RESÍDUOS

Um resíduo (e_{ij}) é definido como sendo a quantidade:

$$e_{ij} = x_{ij} - \overline{x}_i$$

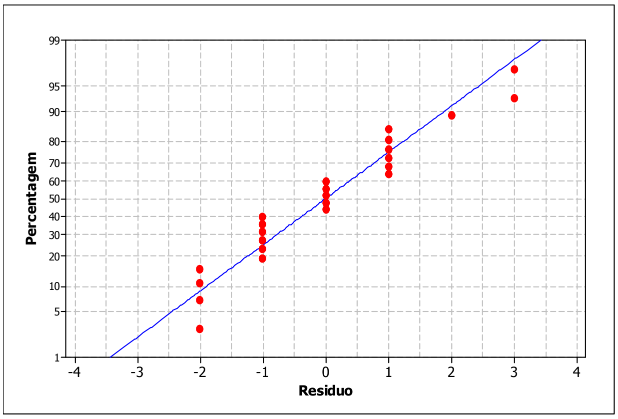
onde $\overline{x}_i$ é a média do grupo i.

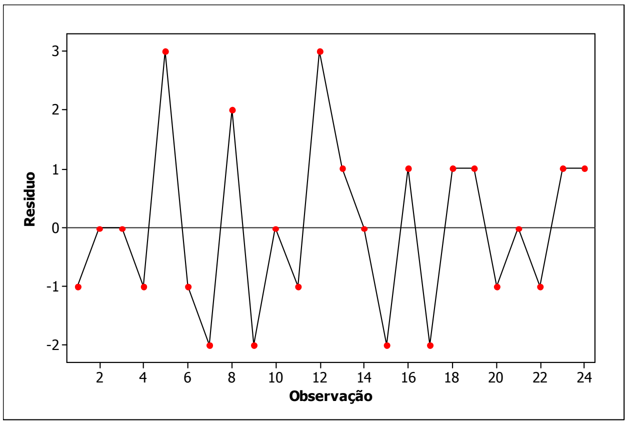
É costume fazer a análise de resíduos por meios gráficos, já que estes facilitam a visualização. Dentre estes, os mais habituais são:

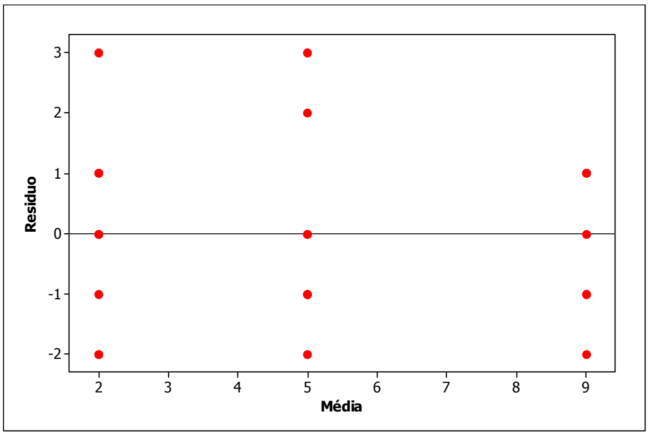
Ferramenta	***Forma e Objetivo***
Papel de Probabilidade Normal	Os resíduos são ordenados e marcados no PPN. Desvios de normalidade indicam inadequação do modelo, ou seja, erros não-aleatórios em torno da média geral
Gráfico Linear	Constroe-se um gráfico com os resíduos ordenados no tempo para avaliar a sua aleatoriedade e eventual presença de dados suspeitos (*outliers*)
Gráfico de resíduos X média	É um gráfico cartesiano das amostras pelos respectivos resíduos, visando verificar se há problemas de dispersão, ou seja, se em certos pontos há maior diferença entre resultados do que em outros.

EXEMPLO

Grupo	Resíduos							
1	-1	0	0	-1	+3	-1	-2	+2
2	-2	0	-1	+3	+1	-1	-2	+1
3	-2	+3	+3	-1	0	-1	+1	+1







Experimentos Fatoriais

EXPERIMENTOS FATORIAIS

Experimento Fatorial Completo

São experimentos onde todas as possíveis combinações de níveis (tratamentos) dos fatores são testadas.

Experimento Fatorial Fracionado

São experimentos onde apenas uma fração do fatorial completo é testada. Envolvem uma quantidade menor de provas do que o correspondente completo, mas abrem mão de certa quantidade de informação.

Interação

Quando o resultado da combinação dos efeitos de dois (ou mais) fatores não é aditivo, mas sim multiplicativo, tem-se uma interação.

DELINEAMENTO FATORIAL 2^2

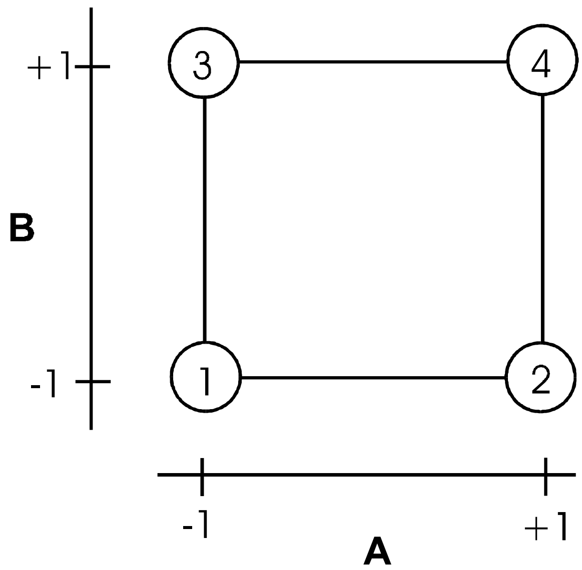
Neste caso, têm-se dois fatores, cada um com dois níveis. A tabela para coleta de resultados é da forma:

	B(-1)	**B(+1)**
A (-1)	(1)	(3)
A (+1)	(2)	(4)

ou, alternativamente, com a tabela de contrastes:

Exp.	*A*	*B*	*AB*	*Resposta*
1	-1	-1	+1	
2	+1	-1	-1	
3	-1	+1	-1	
4	+1	+1	+1	

ou ainda, graficamente:



ANÁLISE DE VARIÂNCIA COM DOIS FATORES

Quando há mais de um fator em avaliação, a análise de variância continua sendo útil, porém a forma de calcular sua tabela é ligeiramente diferente do caso de um único fator. Por exemplo:

	B(-1)	**B(+1)**
A (-1)	x_{111} x_{112} x_{113}	x_{121} x_{122} x_{123}
A (+1)	x_{211} x_{212} x_{213}	x_{221} x_{222} x_{223}

Então:

- Há 2 fatores em avaliação: A e B
- Cada fator possui 2 níveis: -1 e +1
- Há 3 réplicas ou repetições em cada tratamento

TABELA DA ANÁLISE DE VARIÂNCIA

Fonte	***SQ***	***GL***	***QM***	***F***
Efeito				
A	$SQ_A = n.(\text{Efeito A})^2$	1	$s_A^2 = SQ_A$	$F_A = \frac{s_A^2}{s_E^2}$
B	$SQ_B = n.(\text{Efeito B})^2$	1	$s_B^2 = SQ_B$	$F_B = \frac{s_B^2}{s_E^2}$
Interação				
AxB	$SQ_{AB} = n.(\text{Efeito AB})^2$	1	$s_{AB}^2 = SQ_{AB}$	$F_{AB} = \frac{s_{AB}^2}{s_E^2}$
Erro	$SQ_E = SQ_T - SQ_A - SQ_B - SQ_{AB}$	4(n-1)	$s_E^2 = \frac{SQ_E}{4(n-1)}$	
Total	$SQ_T = (4n-1).s_T^2$	4n-1	s_T^2	

Onde : n é a quantidade de réplicas ou repetições.

EXEMPLO

Certa operação pode ser executada em uma de duas máquinas idênticas (A → -1 ou +1[1]), cada uma por um certo operador (B → -1 ou +1). Deseja-se verificar se existem diferenças quanto a máquinas ou operadores, com relação ao tempo de execução.

	B(-1)	**B(+1)**
A(-1)	(1) 20 22	(3) 40 37
A(+1)	(2) 50 46	(4) 12 15

A análise fica muito mais fácil através do emprego da Tabela de Contrastes, conforme abaixo:

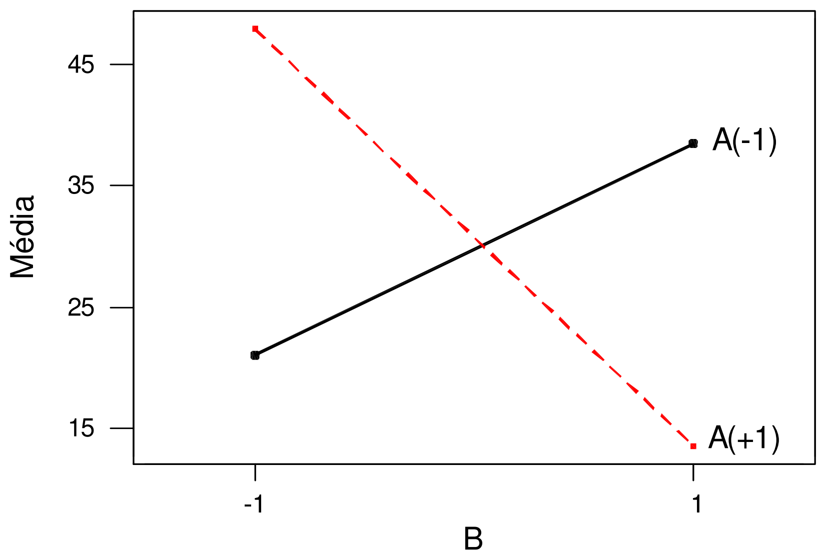
Exp.	***A***	***B***	***AB***	***Resposta***
1	-1	-1	+1	21,0
2	+1	-1	-1	48,0
3	-1	+1	-1	38,5
4	+1	+1	+1	13,5
Σ ”-“/2	29,75	34,50	43,25	
Σ ”+”/2	30,75	26,00	17,25	
Efeito	+1,00	-8,50	-26,00	

A Tabela da análise de variância fica:

Fonte	***SQ***	***GL***	***QM***	***F***
Efeito				
A	2,00	1	2,00	0,42
B	144,50	1	144,50	144,50
Interação				
AxB	1352,00	1	1352,00	284,63
Erro	19,00	4	4,75	
Total	1517,50	7	216,79	

$F_{crit}=F_{1;\,4;\,10\%}=4,54$

Pode-se verificar que há interação significativa e, portanto, esta precisa ser considerada na análise do delineamento. Esta pode ser feita de maneira gráfica:



ANÁLISE DE RESÍDUOS

Sempre se recomenda fazer uma análise de resíduos para avaliar a qualidade dos dados obtidos na experimentação. Um resíduo é definido como sendo a diferença entre um valor e a média de um tratamento, ou seja:

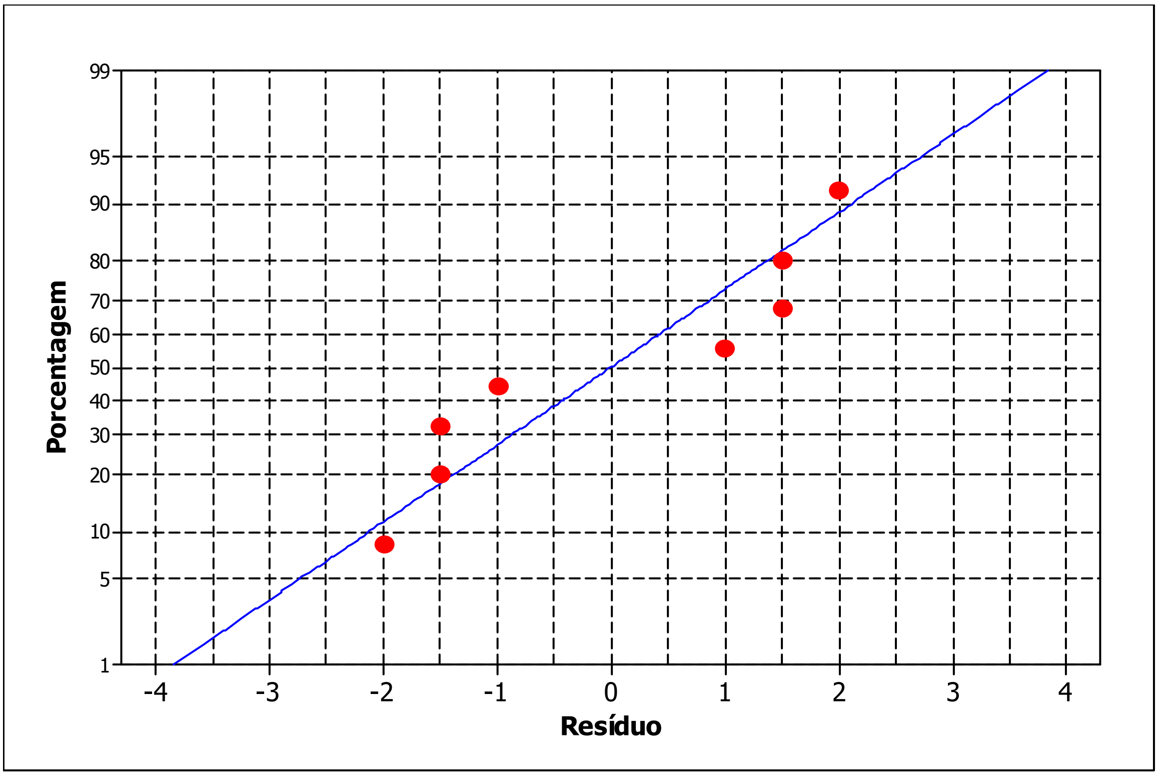
$$e_{ij} = x_{ij} - \overline{x}_i$$

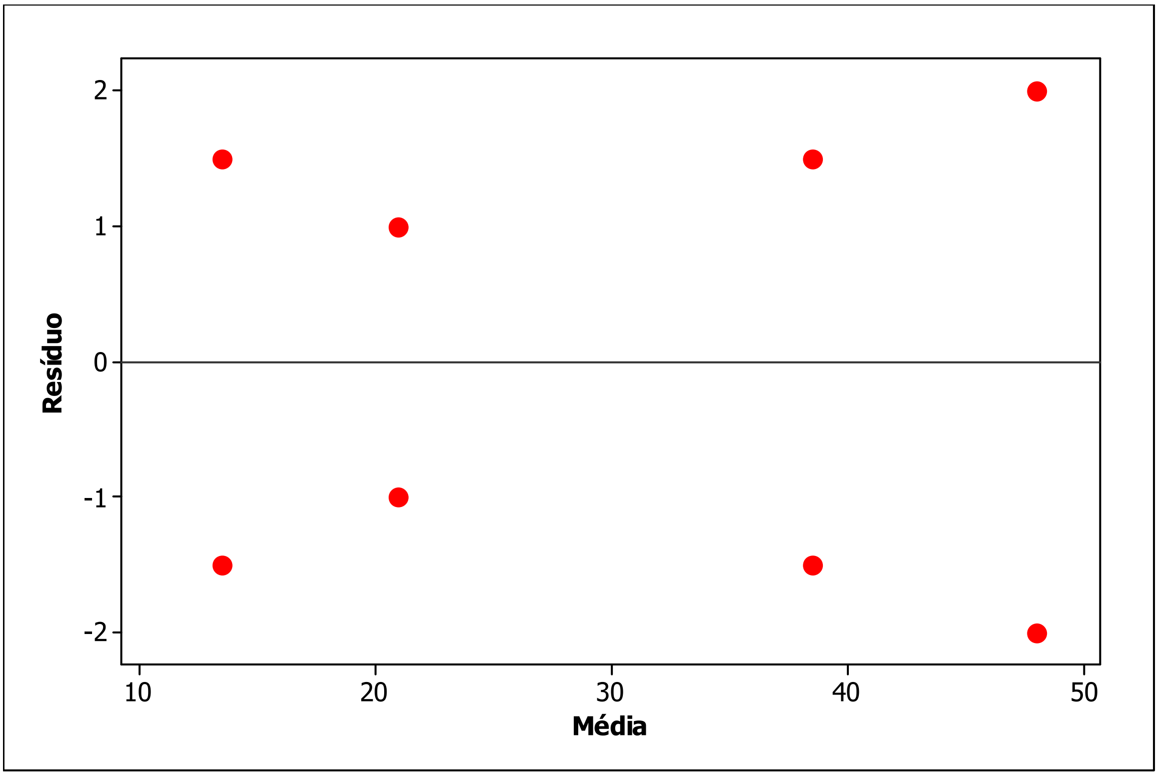
Exp.	***Valores***	***Média***	***Resíduos***
1	20 22	21,0	-1,0 1,0
2	50 46	48,0	2,0 -2,0
3	40 37	38,5	1,5 -1,5
4	12 15	13,5	-1,5 1,5

Para analisar estes resíduos pode-se empregar:

- Papel de probabilidade normal (PPN): se os resíduos não apresentarem problemas, então eles devem aparecer distribuídos aleatoriamente em torno da média, que neste caso será zero;

- Gráfico média do tratamento X resíduos: se os resíduos forem aleatórios, então não deverá haver pontos com dispersão muito diferente dos demais, e a condição de igual dispersão ao longo do intervalo deverá estar respeitada.


99
95
90
80
70
60
50
40
30
20
10
5
1
Porcentagem
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
Resíduo


2
1
0
-1
-2
Resíduo
10
20
30
40
50
Média

DELINEAMENTO FATORIAL 2^3

	A(-1)		**A(+1)**	
	B(-1)	**B(+1)**	**B(-1)**	**B(+1)**
C(-1)	(1)	(3)	(2)	(4)
C(+1)	(5)	(7)	(6)	(8)

ou, alternativamente, mediante a tabela de contrastes:

Exp.	*A*	*B*	*C*	*AB*	*AC*	*BC*	*ABC*	*Resposta*
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	

ou ainda, graficamente:

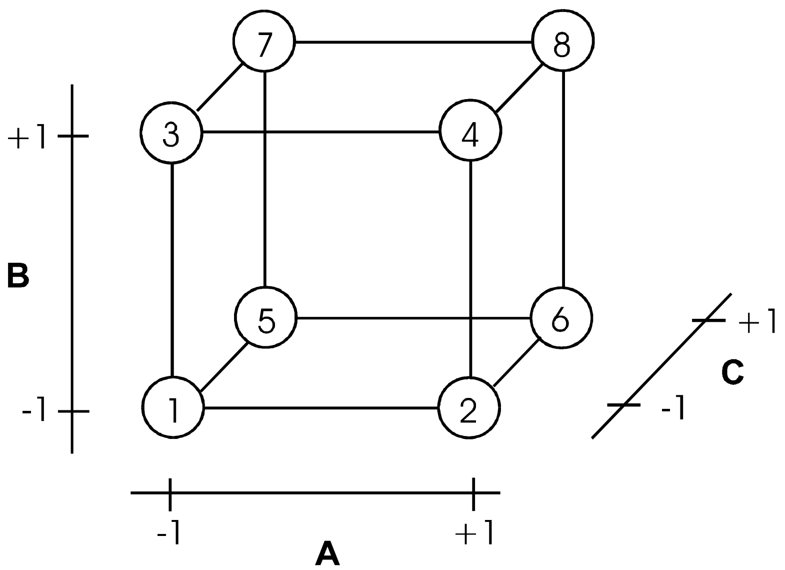


TABELA DA ANÁLISE DE VARIÂNCIA PARA DELINEAMENTO 2^3

Fonte	***SQ***	***GL***	***QM***	***F***
Efeito				
A	$SQ_A = 2n.(\text{Efeito A})^2$	1	$s_A^2 = SQ_A$	$F_A = \frac{s_A^2}{s_E^2}$
...	...	...	...	...
C	$SQ_C = 2n.(\text{Efeito C})^2$	1	$s_C^2 = SQ_C$	$F_C = \frac{s_C^2}{s_E^2}$
Interação				
AxB	$SQ_{AB} = 2n.(\text{Efeito AB})^2$	1	$s_{AB}^2 = SQ_{AB}$	$F_{AB} = \frac{s_{AB}^2}{s_E^2}$
...	...	...	...	...
AxBxC	$SQ_{ABC} = 2n.(\text{Efeito ABC})^2$	1	$s_{ABC}^2 = SQ_{ABC}$	$F_{ABC} = \frac{s_{ABC}^2}{s_E^2}$
Erro	$SQ_E = SQ_T - SQ_A - \ldots - SQ_{ABC}$	8(n-1)	$s_E^2 = \frac{SQ_E}{8(n-1)}$	
Total	$SQ_T = (8n-1).s_T^2$	8n-1	s_T^2	

EXEMPLO

Pilhas alcalinas podem ser montadas em dois diferentes tipos de linha (automática ou semi-automática), utilizando-se hidróxido de potássio ou hidróxido de índio como eletrólito e, eletrodos planos ou cilíndricos. Todos estes fatores podem ter impacto na impedância da pilha elétrica, medida em ohms, comprometendo a sua vida útil.

	SIGNIFICADO
A(-1)	Linha de montagem semi-automática
A(+1)	Linha de montagem automática
B(-1)	Hidróxido de potássio
B(+1)	Hidróxido de índio
C(-1)	Eletrodo plano
C(+1)	Eletrodo cilíndrico

Cada combinação de níveis dos fatores foi repetida seis vezes, obtendo-se os seguintes resultados:

A(-1)				***A(+1)***			
B(-1)		***B(+1)***		***B(-1)***		***B(+1)***	
C(-1)	***C(+1)***	***C(-1)***	***C(+1)***	***C(-1)***	***C(+1)***	***C(-1)***	***C(+1)***
-0,1	1,1	0,6	0,7	0,6	1,9	1,8	2,1
1,0	0,5	1,0	-0,1	0,8	0,7	2,1	2,3
0,6	0,1	0,8	1,7	0,7	2,3	2,2	1,9
-0,1	0,7	1,5	1,2	2,0	1,9	1,9	2,2

O que equivale a escrever a tabela abaixo

	A(-1)		***A(+1)***	
	B(-1)	***B(+1)***	***B(-1)***	***B(+1)***
C(-1)	(1) -0,1 1,0 0,6 -0,1	(3) 0,6 1,0 0,8 1,5	(2) 0,6 0,8 0,7 2,0	(4) 1,8 2,1 2,2 1,9
C(+1)	(5) 1,1 0,5 0,1 0,7	(7) 0,7 -0,1 1,7 1,2	(6) 1,9 0,7 2,3 1,9	(8) 2,1 2,3 1,9 2,2

Nota: todos os valores da tabela foram subtraídos de 10Ω

ou ainda, com uma tabela de contrastes

Exp.	***A***	***B***	***C***	***AB***	***AC***	***BC***	***ABC***	***Ω***
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	0,35
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	1,03
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	0,98
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	2,00
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	0,60
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	1,70
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	0,88
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	2,13
Efeito	1,01	0,58	0,24	0,13	0,16	-0,22	-0,05	

TABELA DA ANÁLISE DE VARIÂNCIA

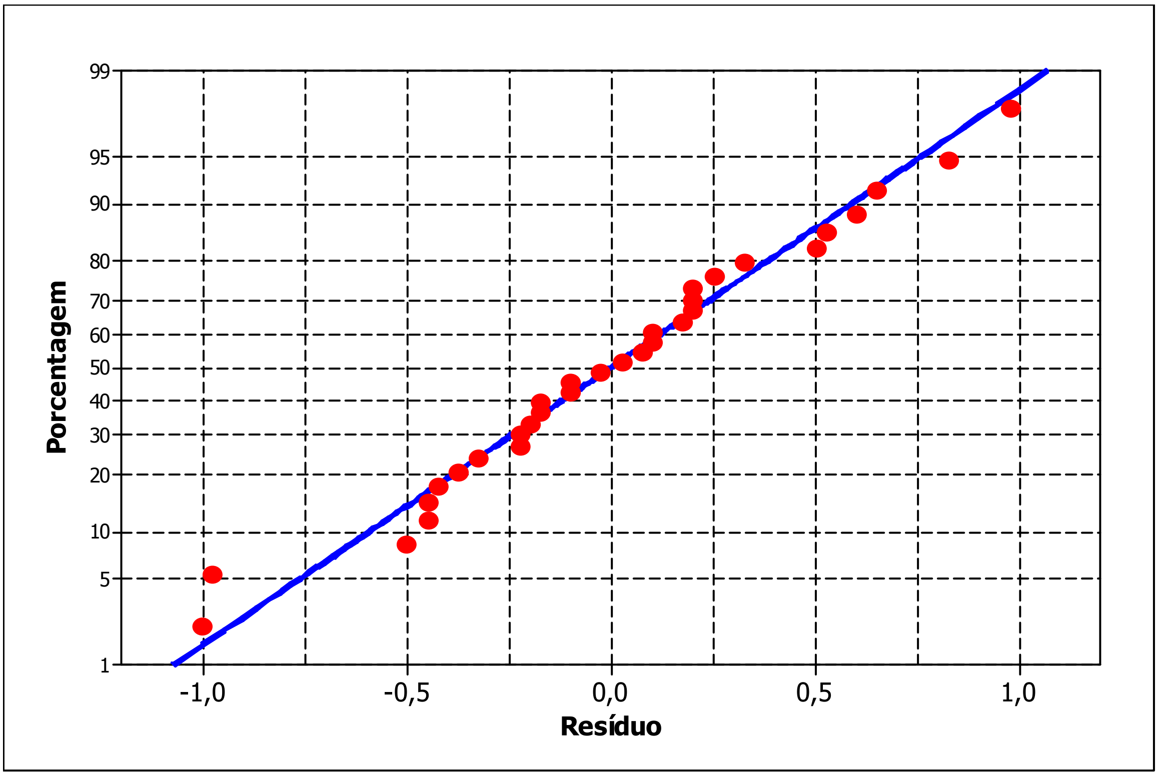
Fonte	***SQ***	***GL***	***QM***	***F***
Efeito				
A	8,20	1	8,20	30,10
B	2,65	1	2,65	9,71
C	0,45	1	0,45	1,66
Interação				
AxB	0,13	1	0,13	0,46
AxC	0,21	1	0,21	0,78
BxC	0,41	1	0,41	1,49
AxBxC	0,02	1	0,02	0,07
Erro	6,54	24	0,27	
Total	18,60	31		

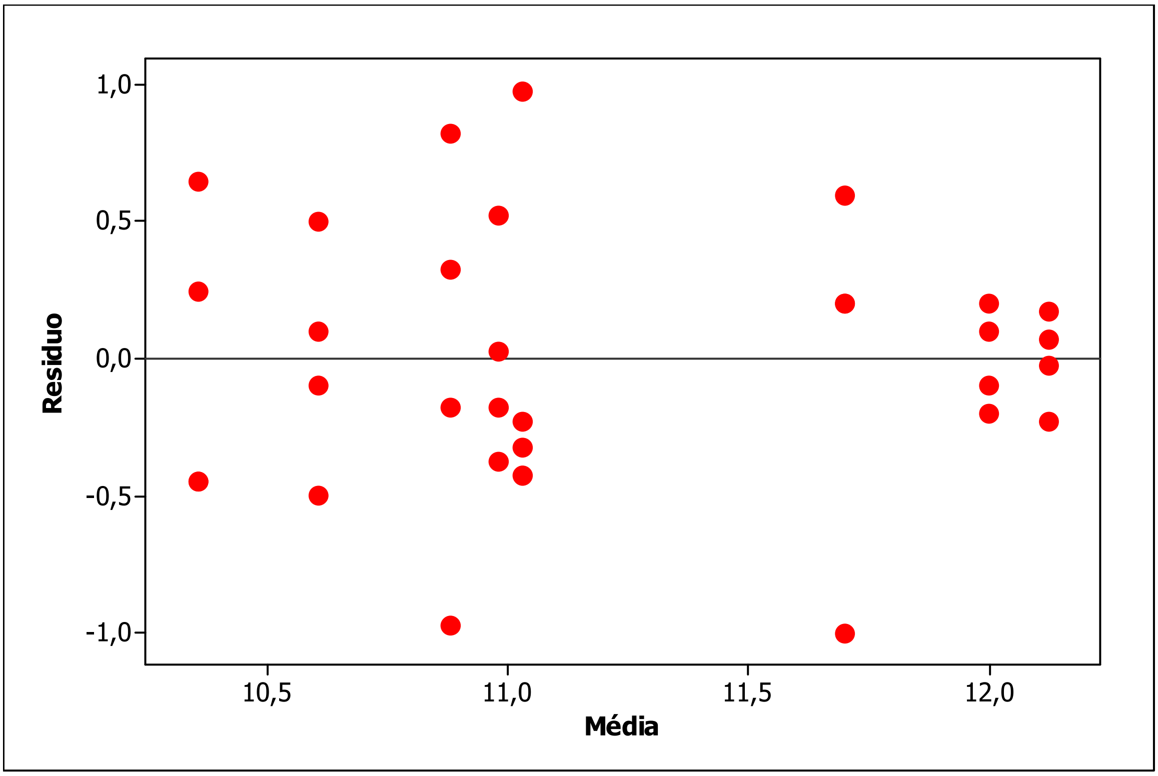
$F_{crit}=F_{1;\,24;\,10\%}= 2{,}93$

A análise de variância revela que:

- O Fator A (linha de montagem) é significativo
- O Fator B (hidróxido) também é significativo
- O fator C e nenhuma interação são significativos

ANÁLISE DOS RESÍDUOS





OUTROS EXPERIMENTOS FATORIAIS COMPLETOS

A idéia dos experimentos anteriores pode ser estendida para qualquer quantidade de fatores (k). Contudo, o maior problema que se enfrenta na prática é a quantidade total de experiências a ser feita e, consequentemente, o seu custo.

Além dos experimentos 2^k, há alguns especialistas que defendem o emprego de experimentos do tipo 3^k, ou seja, cada fator em três níveis diferentes. Segundo estes, a vantagem seria a obtenção de uma maior quantidade de informação sobre a resposta investigada, porém a expensas de custos mais elevados.

Sua tabela de contrastes, para um experimento do tipo 3^2, seria:

Exp.	***A***	***B***	***Resposta***
1	-1	-1	
2	0	-1	
3	1	-1	
4	-1	0	
5	0	0	
6	1	0	
7	-1	1	
8	0	1	
9	1	1	

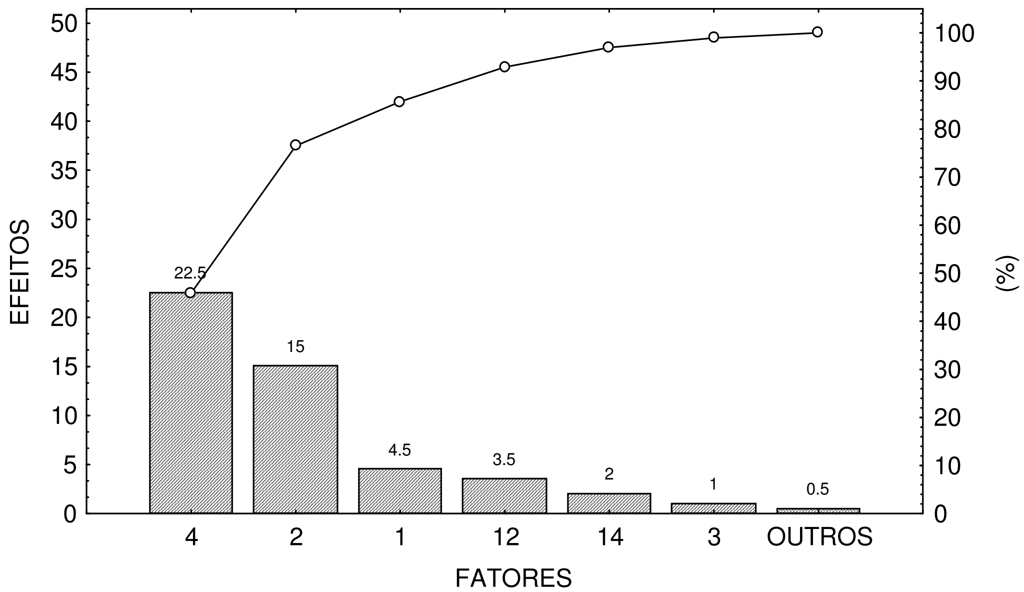
EXPERIMENTOS SEM REPETIÇÃO

A avaliação quanto à significância estatística dos efeitos (principais e interações) pode ser feita pela análise de variância (ANOVA)

O problema da ANOVA é que ela necessita que o número de repetições (ou réplicas) seja maior que um (n>1), o que nem sempre ocorre em um delineamento fatorial

Quando não há repetições, ainda assim é possível analisar os efeitos (principais ou das interações) através de:

a) ***Diagrama de Pareto***: este método é fácil e rápido, mas pode conduzir a decisões erradas, já que nem sempre é conclusivo. Consiste em marcar os efeitos (em módulo) na ordem do maior para o menor.



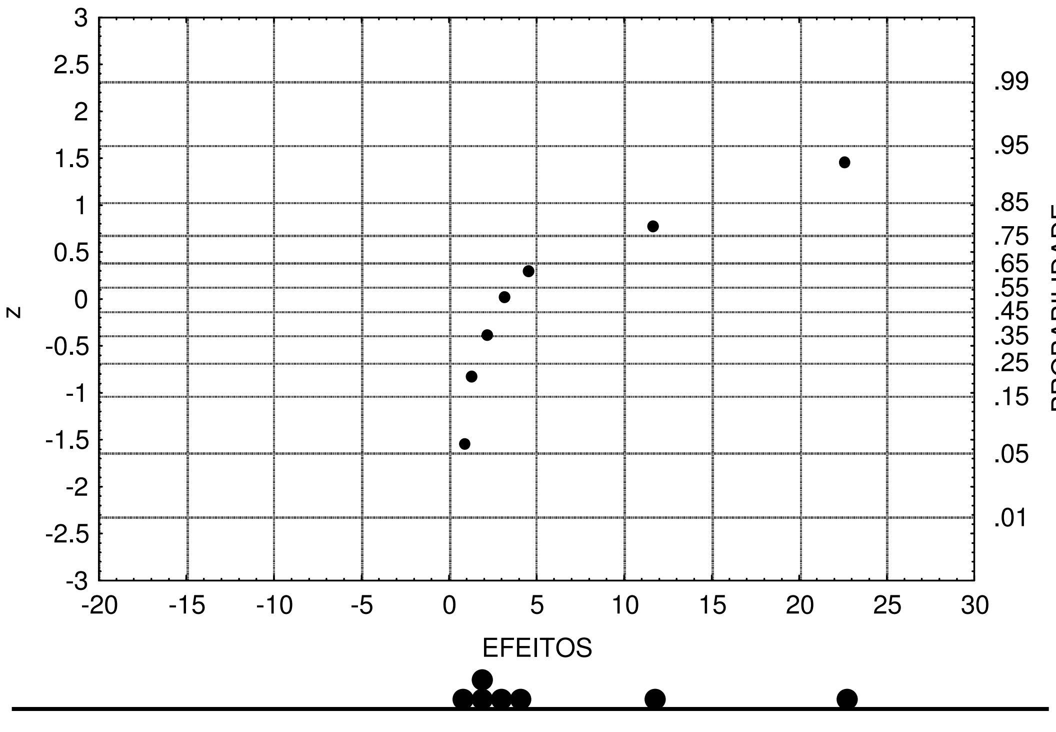
b) ***Papel de Probabilidade Normal***: este método também é rápido e mais eficaz do que o de Pareto, embora possam ocorrer situações onde ele não seja conclusivo. Etapas:

- ordenar os valores dos efeitos em ordem crescente
- calcular a probabilidade associada a cada valor, através da fórmula:

$$P = \frac{(i - 0{,}5)}{t} \times 100\%$$

onde: i = ordem (ou posto) do efeito
t = total de efeitos a serem marcados no gráfico

- marcar os valores do respectivo *Efeito x P* no PPN
- verificar os pontos que se afastam da reta



EXEMPLO

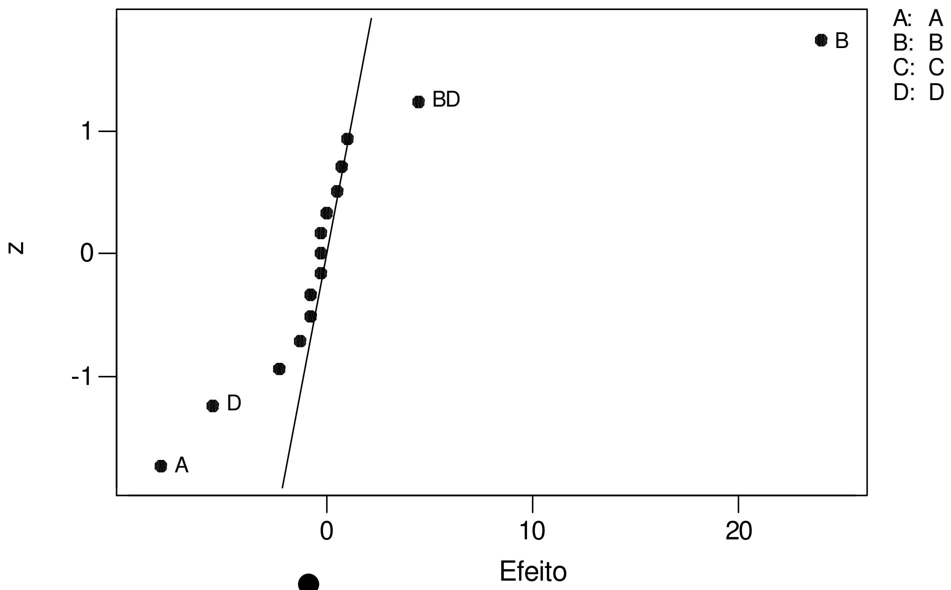
Num processo químico, executou-se um experimento sem repetição, num total de 16 corridas. Foi medido o rendimento da operação (η) em função da temperatura (A), pressão (B), concentração (C) e vazão (D). Os resultados encontram-se abaixo. Há algum fator ou interação significativo?

Exp.	A	B	C	D	Rendimento
1	-1	-1	-1	-1	71
2	+1	-1	-1	-1	61
3	-1	+1	-1	-1	90
4	+1	+1	-1	-1	82
5	-1	-1	+1	-1	68
6	+1	-1	+1	-1	61
7	-1	+1	+1	-1	87
8	+1	+1	+1	-1	80
9	-1	-1	-1	+1	61
10	+1	-1	-1	+1	50
11	-1	+1	-1	+1	89
12	+1	+1	-1	+1	83
13	-1	-1	+1	+1	59
14	+1	-1	+1	+1	51
15	-1	+1	+1	+1	85
16	+1	+1	+1	+1	78

TABELA DE CONTRASTES

Exp.	**A**	**B**	**C**	**D**	**AB**	**AC**	**AD**	**BC**	**BD**	**CD**	**ABC**	**ABD**	**ACD**	**BCD**	**ABCD**	η
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	71,00
2	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	61,00
3	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	90,00
4	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	82,00
5	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	68,00
6	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	61,00
7	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	87,00
8	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	80,00
9	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	61,00
10	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	50,00
11	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	89,00
12	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	83,00
13	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	59,00
14	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	51,00
15	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	85,00
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	78,00
Σ"-"/8	76,25	60,25	73,38	75,00	71,75	71,88	72,25	72,88	70,00	72,13	72,63	72,00	72,38	72,63	72,38	
Σ"+"/8	68,25	84,25	71,13	69,50	72,75	72,63	72,25	71,63	74,50	72,38	71,88	72,50	72,13	71,88	72,13	
Efeito	**-8,00**	**24,00**	**-2,25**	**-5,50**	**1,00**	**0,75**	**0,00**	**-1,25**	**4,50**	**0,25**	**-0,75**	**0,50**	**-0,25**	**-0,75**	**-0,25**	

i	***Fator***	***Efeito***	***P(%)***
1	A	-8	3,3
2	D	-5,5	10,0
3	C	-2,25	16,7
4	BC	-1,25	23,3
5	ABC	-0,75	30,0
6	BCD	-0,75	36,7
7	ACD	-0,25	43,3
8	ABCD	-0,25	50,0
9	AD	0	56,7
10	CD	0,25	63,3
11	ABD	0,5	70,0
12	AC	0,75	76,7
13	AB	1	83,3
14	BD	4,5	90,0
15	B	24	96,7



REDUÇÃO DA VARIABILIDADE

Até agora, os experimentos vistos visavam identificar que fatores tinham influência sobre a média da resposta. Entretanto, muitas vezes o que se busca é uma combinação de fatores que minimize a variabilidade da resposta, ou seja, como devem ser ajustadas as diversas variáveis, de modo a reduzir a variação do produto ou processo.

Isto pode ser feito também com o auxílio do papel de probabilidade normal (PPN), porém de um modo ligeiramente diferente daquele feito anteriormente:

a) Realizar o experimento com pelo menos duas réplicas;

b) Calcular o desvio-padrão para cada experiência;

c) Calcular o logaritmo de cada desvio-padrão e considerar este como resposta a ser analisada;

d) Calcular os efeitos principais e interações com os logaritmos dos desvios-padrões e;

e) Analisar os resultados mediante o papel de probabilidade normal.

EXEMPLO

A pesagem de certo tipo de produto apresenta variação excessiva, causando problemas à empresa no mercado, já que por diversas vezes esta foi multada. Desconfia-se que três fatores possam ser os responsáveis pela variação no peso:

- Balança (A): digital (-1) ou mecânica (+1)
- Turno (B): manhã (-1) ou tarde (+1)
- Embalagem (C): plástica (-1) ou metálica (+1)

O experimento foi feito com 3 repetições (n=3) e os resultados estão apresentados a seguir.

Exp.	***A***	***B***	***C***	***AB***	***AC***	***BC***	***ABC***	***s***
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	1,08
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	2,02
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	1,18
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	1,51
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	0,50
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	2,85
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	1,16
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	1,83

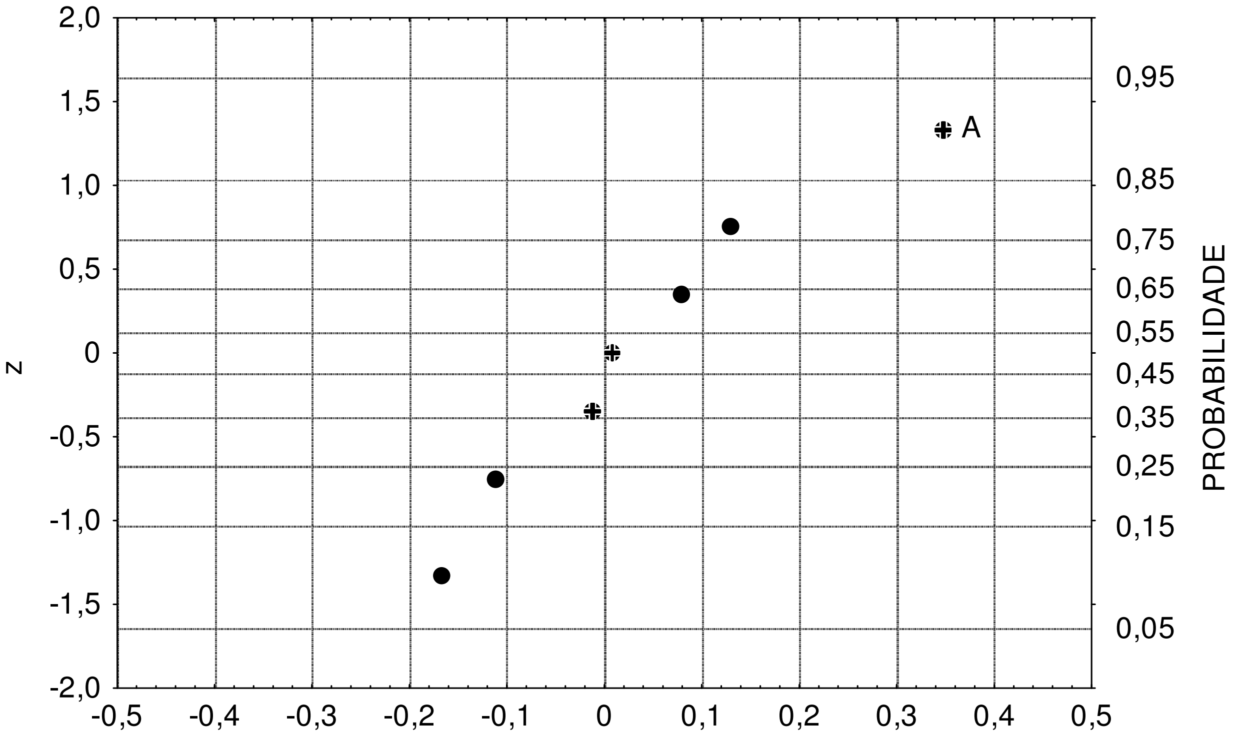
Completar as três últimas linhas:

Exp.	*A*	*B*	*C*	*AB*	*AC*	*BC*	*ABC*	*s*	*log s*
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	**1,08**	0,0334
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	**2,02**	0,3054
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	**1,18**	0,0172
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	**1,51**	0,1790
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	**0,50**	-0,3010
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	**2,85**	0,4548
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	**1,16**	0,0645
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	**1,83**	0,2625
Σ "-"/4	-0,05	0,12	0,13	0,21	0,06	0,09	0,18		
Σ "+"/4	0,30	0,13	0,12	0,05	0,19	0,17	0,07		
efeito	0,35	0,01	-0,01	-0,17	0,13	0,08	-0,11		

Emprega-se o Papel de Probabilidade Normal (PPN) e, para tanto, é necessário antes ordenar os efeitos:

i	Efeito	P
1	-0,17	7,14
2	-0,11	21,43
3	-0,01	35,71
4	0,01	50,00
5	0,08	64,29
6	0,13	78,57
7	0,35	92,86

E o PPN com os efeitos marcados fica:



REDUNDÂNCIA

Nos delineamentos fatoriais completos, todas combinações de fatores e níveis são testadas. A análise dos resultados permite:

- calcular todos os possíveis efeitos principais
- calcular todas as possíveis interações existentes
- concluir quais são estatisticamente significativos

Contudo, existem alguns problemas em termos de sua utilização:

- o tempo despendido na sua realização é longo
- o custo de execução é, por vezes, proibitivo
- a interferência na produção normal é grande

É muito pouco provável (senão impossível) que todos os fatores e interações sejam significativos em um experimento. Assim, existe certa redundância na quantidade total de provas realizadas.

DELINEAMENTO ½2^4

Em um processo químico, suspeita-se que quatro fatores possam influir no rendimento da operação: temperatura (A), pressão (B), concentração (C) e quantidade de catalisador (D).

A empresa optou por um experimento fatorial, mas como o custo com tal tipo de experiência é alto, decidiu-se executar somente metade do total de experiências possíveis (*).

	Exp.	A	B	C	D
*	1	-1	-1	-1	-1
	2	+1	-1	-1	-1
	3	-1	+1	-1	-1
*	4	+1	+1	-1	-1
	5	-1	-1	+1	-1
*	6	+1	-1	+1	-1
*	7	-1	+1	+1	-1
	8	+1	+1	+1	-1
	9	-1	-1	-1	+1
*	10	+1	-1	-1	+1
*	11	-1	+1	-1	+1
	12	+1	+1	-1	+1
*	13	-1	-1	+1	+1
	14	+1	-1	+1	+1
	15	-1	+1	+1	+1
*	16	+1	+1	+1	+1

ETAPAS DA EXPERIMENTAÇÃO

Trata-se de um delineamento do tipo 2^{4-1}, ou seja, ½ 2^4. Para obtê-lo, o método consiste em:

a) Escrever a tabela de contrastes do fatorial completo $2^{4-1} = 2^3$, sem incluir o último fator (quantidade de catalisador, no caso):

Exp.		***A***	***B***	***C***
1	$A_0B_0C_0$	-1	-1	-1
2	$A_1B_0C_0$	+1	-1	-1
3	$A_0B_1C_0$	-1	+1	-1
4	$A_1B_1C_0$	+1	+1	-1
5	$A_0B_0C_1$	-1	-1	+1
6	$A_1B_0C_1$	+1	-1	+1
7	$A_0B_1C_1$	-1	+1	+1
8	$A_1B_1C_1$	+1	+1	+1

b) Completar a tabela com o último fator, atribuindo-lhe os contrastes da interação mais alta (AxBxC, no caso)

Exp.	***A***	***B***	***C***	***D***	
1	-1	-1	-1	-1	(1)
2	+1	-1	-1	+1	(10)
3	-1	+1	-1	+1	(11)
4	+1	+1	-1	-1	(4)
5	-1	-1	+1	+1	(13)
6	+1	-1	+1	-1	(6)
7	-1	+1	+1	-1	(7)
8	+1	+1	+1	+1	(16)

Na verdade, o que se vez foi tomar as experiências (combinações de níveis) abaixo, indicadas pela cor cinza:

		A(-1)		***A(+1)***	
		B(-1)	***B(+1)***	***B(-1)***	***B(+1)***
C(-1)	***D(-1)***				
	D(+1)				
C(+1)	***D(-1)***				
	D(+1)				

c) Calcular os efeitos principais e interações exatamente como no caso do delineamento fatorial completo;

d) Analisar os resultados, avaliando se os mesmos são estatisticamente significativos;

e) Decidir sobre as próximas etapas.

CÁLCULO DOS EFEITOS PRINCIPAIS E DAS INTERAÇÕES

Exp.	*A*	*B*	*C*	*D*	*Rend.*
1	-1	-1	-1	-1	71
2	+1	-1	-1	+1	50
3	-1	+1	-1	+1	89
4	+1	+1	-1	-1	82
5	-1	-1	+1	+1	59
6	+1	-1	+1	-1	61
7	-1	+1	+1	-1	87
8	+1	+1	+1	+1	78
Σ "+"/4	76,50	60,25	-73,00	75,25	
Σ "-"/4	67,75	84,00	71,25	69,00	
Efeito	-8,75	23,75	-1,75	-6,25	

Exp.	*AB*	*AC*	*AD*	*BC*	*BD*	*CD*	*ABC*	*ABD*	*ACD*	*BCD*
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
2	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1
4	+1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1
5	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1
6	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
7	-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Σ"+"/4	71,75	69,50	72,75	72,75	69,50	71,75	75,25	73,00	60,25	76,50
Σ"-"/4	72,50	74,75	71,50	71,50	74,75	72,50	69,00	71,25	84,00	67,75
Efeito	0,75	5,25	-1,25	-1,25	5,25	0,75	-6,25	-1,75	23,75	-8,75

Resumindo-se:

Efeitos e Interações	***Estimativas***
A	-8,75
B	23,75
C	-1,75
D	-6,25
AB	0,75
AC	5,25
AD	-1,25
BC	-1,25
BD	5,25
CD	0,75
ABC	-6,25
ABD	-1,75
ACD	23,75
BCD	-8,75

Há algo de estranho nestes valores?

CONFUNDIMENTOS

Repare na última tabela de contrastes que:

AB=CD
AC=BD
AD=BC
A=BCD
B=ACD
C=ABD
D=ABC

Isto se chama de confundimento entre efeitos principais e interações. Como ***D=ABC***, então o efeito principal de D foi confundido com a interação tripla ***ABC.*** Esta relação anterior é chamada de gerador de confundimentos do experimento (ou identidade) e costuma ser escrito como:

$$I = ABCD$$

Pode-se verificar que (utilizando o chamado módulo 2):

AxI=AxABCD	$A=A^2BCD$	A=BCD
BxI=BxABCD	$B=AB^2CD$	B=ACD
CxI=CxABCD	$C=ABC^2D$	C=ABD
DxI=DxABCD	$D=ABCD^2$	D=ABC
ABxI=ABxABCD	$AB=A^2B^2CD$	AB=CD
ACxI=ACxABCD	$AC=A^2BC^2D$	AC=BD
ADxI=ADxABCD	$AD=A^2BCD^2$	AD=BC

Quando se conhece o(s) gerador(es) de um experimento, é possível determinar todos os confundimentos feitos.

DELINEAMENTO ¼ 2^5

Uma vez entendido o mecanismo dos delineamentos fatoriais fracionados, é fácil estender os conceitos vistos para os demais casos. A tabela no Anexo B apresenta sugestões de confundimentos para vários casos.

O delineamento ¼ 2^5 é, em verdade, um delineamento 2^{5-2}. Neste caso somente ¼ do total de experiências do fatorial completo serão realizadas.

a) Escrever a tabela de contrastes do fatorial completo 1/4 2^5 = 2^3, sem incluir os dois últimos fatores:

Exp.	*A*	*B*	*C*
1	-1	-1	-1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	-1
5	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1
7	-1	+1	+1
8	+1	+1	+1

b) Completar a tabela com os dois últimos fatores, usando os geradores propostos no Anexo B:

D = AB e ***E = AC***

I = ABD = ACE = BCDE

O último gerador foi obtido como produto entre os anteriores. Isto deve ser feito sempre que houver mais de um gerador.

Exp.	***A***	***B***	***C***	***D=AB***	***E=AC***
1	-1	-1	-1	+1	+1
2	+1	-1	-1	-1	-1
3	-1	+1	-1	-1	+1
4	+1	+1	-1	+1	-1
5	-1	-1	+1	+1	-1
6	+1	-1	+1	-1	+1
7	-1	+1	+1	-1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1

c) Determinar todos os confundimentos feitos

Como ***I = ABD = ACE = BCDE***, então:

A=BD=CE=ABCDE
B=AD=ABCE=CDE
C=ABCD=AE=BDE
D=AB=ACDE=BCE
E=ABDE=AC=BCD
BC=ACD=ABE=DE
BE=ADE=ABC=CD

EXEMPLO

Um posto de triagem de correspondência está fazendo um estudo de produtividade, visando aumentá-la mediante a redução de erros na separação de cartas. Desconfia-se que os seguintes fatores possam afetar a classificação:

Fator	*Nível (-)*	*Nível (+)*
Iluminação (A)	150 lux	250 lux
Temperatura (B)	18 ^oC	25 ^oC
Ruído (C)	45 dB	30 dB
Layout (D)	atual	novo
Hora (E)	9 h	15 h

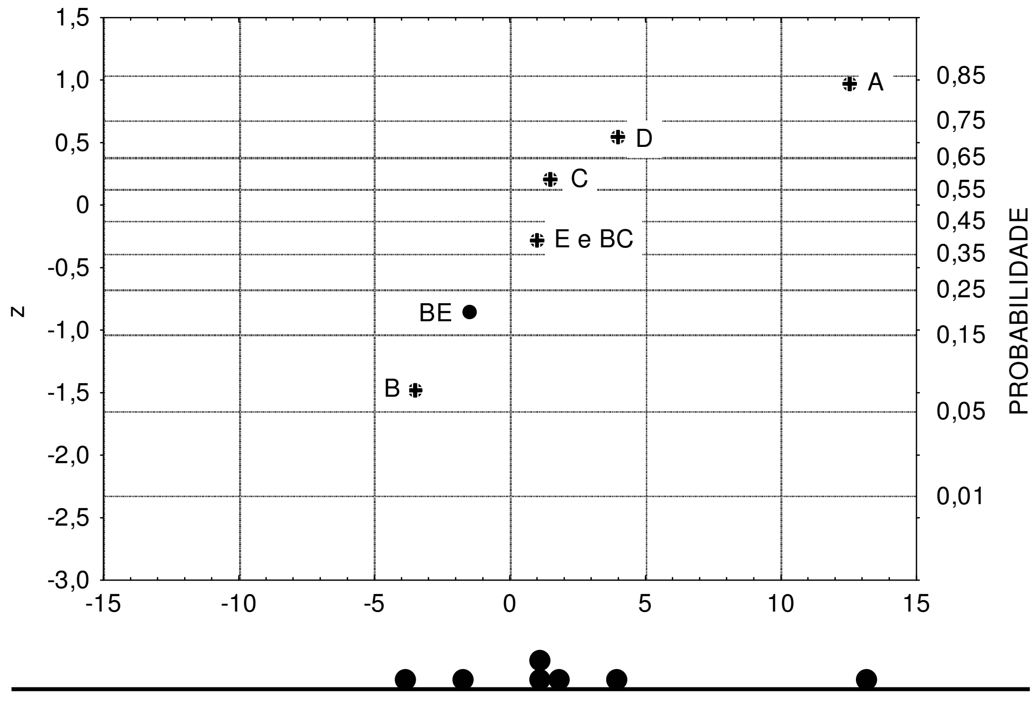
Como o experimento completo demandaria um tempo que foi considerado excessivo pela Diretoria, optou-se por um fatorial fracionado do tipo 2^{5-2}. Os resultados, em termos de erros por 10.000 cartas, estão a seguir:

Exp.	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*Erros/10000*
1	-1	-1	-1	+1	+1	50
2	+1	-1	-1	-1	-1	56
3	-1	+1	-1	-1	+1	40
4	+1	+1	-1	+1	-1	57
5	-1	-1	+1	+1	-1	48
6	+1	-1	+1	-1	+1	59
7	-1	+1	+1	-1	-1	43
8	+1	+1	+1	+1	+1	59

1. Cálculo dos Efeitos Principais e Interações

Exp.	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*B*C*	*B*E*
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Σ "-"/4	45,25	53,25	50,75	49,50	51,00	51,00	52,25
Σ "+"/4	57,75	49,75	52,25	53,50	52,00	52,00	50,75
efeito	12,50	-3,50	1,50	4,00	1,00	1,00	-1,50

2. Avaliação da Significância Estatística



PROCEDIMENTO GERAL

Para construir um experimento fatorial fracionado do tipo 2^{k-p}, adotar as seguintes etapas:

a) Escrever a tabela de contrastes para o fatorial completo 2^c, onde c = k-p;

b) Completar a tabela com os fatores faltantes, usando os confundimentos propostos no Anexo B;

c) Obter o gerador de confundimentos (I);

d) Determinar todos confundimentos feitos mediante o produto dos confundimentos propostos no Anexo B;

REBATIMENTO DE DELINEAMENTOS FATORIAIS FRACIONADOS

No exemplo anterior, no experimento ½ 2^4, obteve-se como efeito do fator ***B*** (pressão) o valor mais alto para sua estimativa. Contudo, este efeito estava confundido com a interação tripla ***ACD*** (lembre-se que ***B=ACD*** ou ***I=ABCD***). A dúvida que surge é: será o fator ou a interação estatisticamente significativa?

Para resolver este tipo de dúvida faz-se ***B=-ACD*** ou ***I=-ABCD*** ou seja, repete-se o experimento, porém com a coluna do fator ***B*** com todos os sinais trocados. Consequentemente, todas colunas onde o fator ***B*** aparece também terão seu sinal trocado. Assim, originalmente:

Exp.	*A*	*B*	*C*	*D*	*AB*	*AC*	*AD*	*BC*	*BD*	*CD*	*ABC*	*ABD*	*ACD*	*BCD*
1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
2	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1
3	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1
5	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1
6	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
7	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

E a nova tabela de contrastes fica:

Ex.	*A*	*B*	*C*	*D*	*AB*	*AC*	*AD*	*BC*	*BD*	*CD*	*ABC*	*ABD*	*ACD*	*BCD*
1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1
2	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1
3	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1
4	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1
5	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1
6	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1
7	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1
8	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1

Com este procedimento:

- O que se faz é obter a outra fração ½ do delineamento fatorial completo (neste caso)

		A_0		A_1	
		B_0	B_1	B_0	B_1
C_0	D_0				
	D_1				
C_1	D_0				
	D_1				

- É necessário repetir-se o experimento, porém em combinações de níveis diferentes do primeiro caso

- É possível determinar-se o efeito do fator ***B*** e da interação tripla ***ACD*** isoladamente

Estes conceitos ficam mais claros
através de um exemplo

EXEMPLO

No processo químico anteriormente estudado, surgiu dúvida se o resultado obtido quanto ao fator ***B*** (pressão) era devido a este, ou se havia interação tripla entre os outros fatores (temperatura, concentração e quantidade de catalisador).

Os resultados do novo experimento (nova rodada) foram:

Exp.	*A*	*B*	*C*	*D*	*Rend.*
1	-1	+1	-1	+1	91
2	+1	+1	-1	-1	83
3	-1	-1	-1	-1	61
4	+1	-1	-1	+1	61
5	-1	+1	+1	-1	85
6	+1	+1	+1	+1	80
7	-1	-1	+1	+1	68
8	+1	-1	+1	-1	51

Os efeitos principais e interações deste experimento são:

Confundimentos	Estimativas
A=-BCD	-7,50
B=-ACD	24,50
C=-ABD	-3,00
D=-ABC	-5,00
AB=-CD	1,00
AC=-BD	-3,50
AD=-BC	-1,50

Efeito de B = ½ (23,75 + 24,50) = 24,125

EXERCÍCIO

Como ficaria o rebatimento do experimento do posto de triagem de correspondência?

Anexos

ANEXO A
SUGESTÕES DE GERADORES DE CONFUNDIMENTO

N^o. de Fatores	*Fração*	*N^o. de Experiências*	*Geradores*
3	2_{III}^{3-1}	4	$C = \pm AB$
4	2_{IV}^{4-1}	8	$D = \pm ABC$
5	2_{V}^{5-1}	16	$E = \pm ABCD$
	2_{III}^{5-2}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$
6	2_{VI}^{6-1}	32	$F = \pm ABCDE$
	2_{IV}^{6-2}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$
	2_{III}^{6-3}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$ $F = \pm BC$
7	2_{VII}^{7-1}	64	$G = \pm ABCDEF$
	2_{IV}^{7-2}	32	$F = \pm ABCD$ $G = \pm ABDE$
	2_{IV}^{7-3}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$ $G = \pm ACD$
	2_{III}^{7-4}	8	$D = \pm AB$ $E = \pm AC$ $F = \pm BC$ $G = \pm ABC$

ANEXO A (Continuação)
SUGESTÕES DE GERADORES DE CONFUNDIMENTO

N^o. de Fatores	*Fração*	*N^o. de Experiências*	*Geradores*
8	2_{V}^{8-2}	64	$G = \pm ABCD$ $H = \pm ABEF$
	2_{IV}^{8-3}	32	$F = \pm ABC$ $G = \pm ABD$ $H = \pm BCDE$
	2_{IV}^{8-4}	16	$E = \pm BCD$ $F = \pm ACD$ $G = \pm ABC$ $H = \pm ABD$
9	2_{VI}^{9-2}	128	$H = \pm ACDFG$ $J = \pm BCEFG$
	2_{IV}^{9-3}	64	$G = \pm ABCD$ $H = \pm ACEF$ $J = \pm CDEF$
	2_{IV}^{9-4}	32	$F = \pm BCDE$ $G = \pm ACDE$ $H = \pm ABDE$ $J = \pm ABCE$
	2_{III}^{9-5}	16	$E = \pm ABC$ $F = \pm BCD$ $G = \pm ACD$ $H = \pm ABD$ $J = \pm ABCD$

Fonte: MONTGOMERY, D.C. ***Design and analysis of experiments***. 3 ed. New York, Wiley, 1995.