

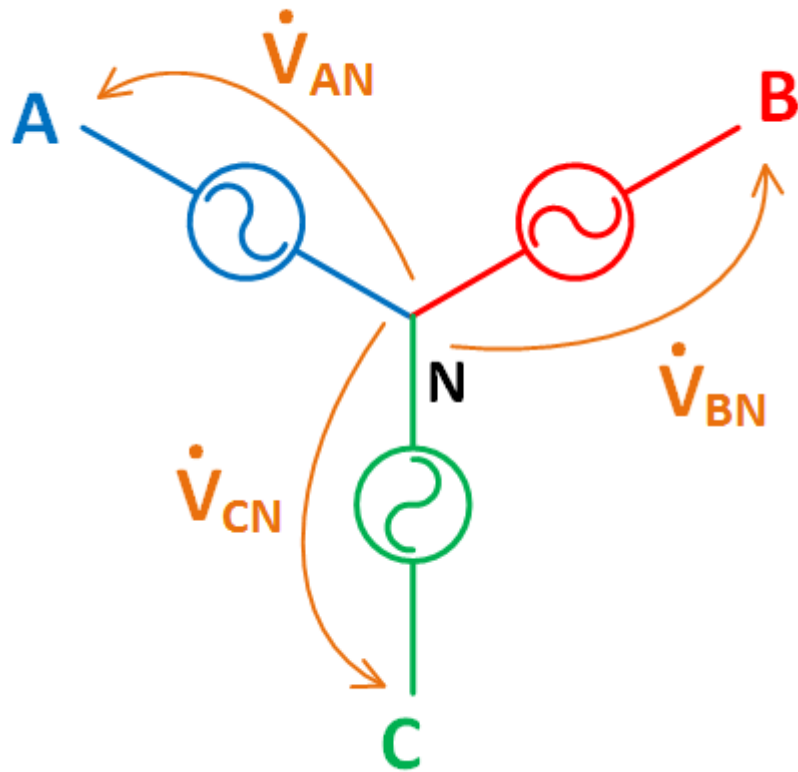
# Circuitos trifásicos

# Circuitos trifásicos

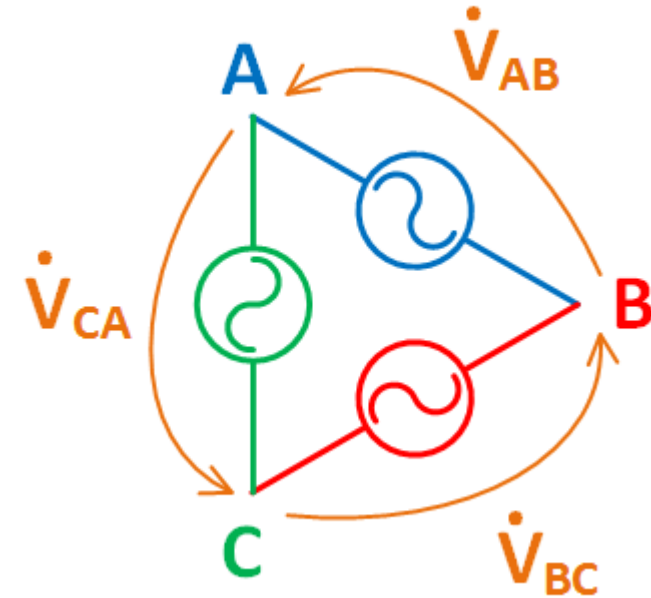
- Vantagens
  - Adequados para geração e consumo de potências elevadas
  - Economia proporcional em relação a volume de geradores e custo de condutores
  - Motores e geradores se tornam menos complexos

# Tipos de ligações

*Estrela (Y)*



*Triângulo ( $\Delta$ )*



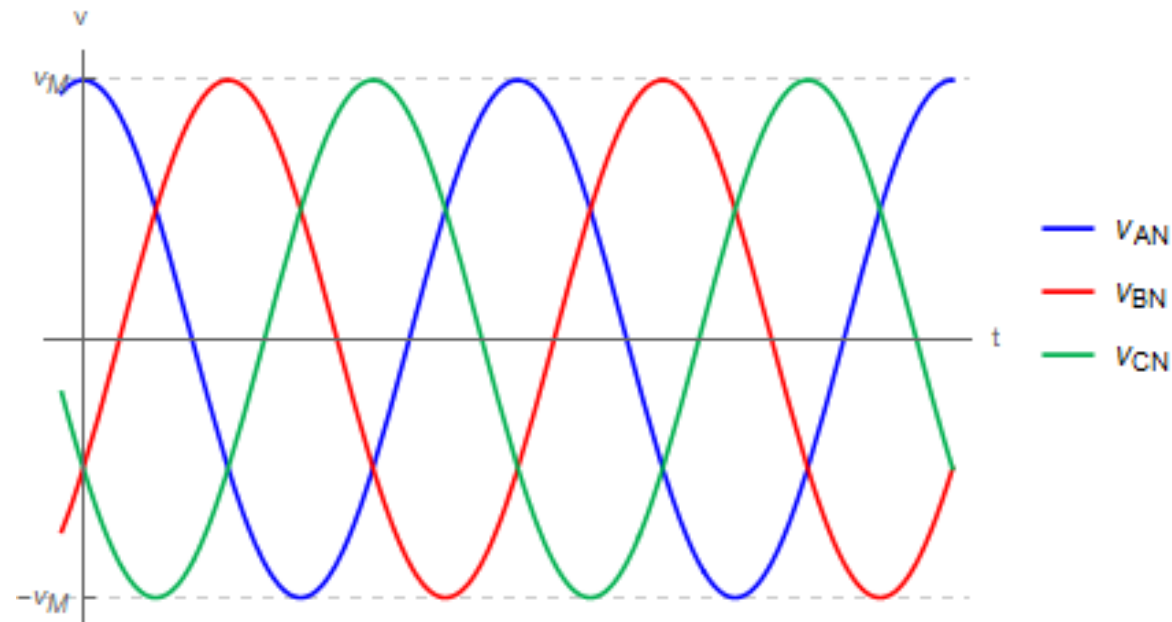
# Sequência de fase direta (**ABC**=BCA=CAB)

Ligação estrela (Y)

$$v_{AN}(t) = V_{M1} \cos(\omega t + \theta_1)$$

$$v_{BN}(t) = V_{M1} \cos(\omega t + \theta_1 - 120^\circ)$$

$$v_{CN}(t) = V_{M1} \cos(\omega t + \theta_1 + 120^\circ)$$



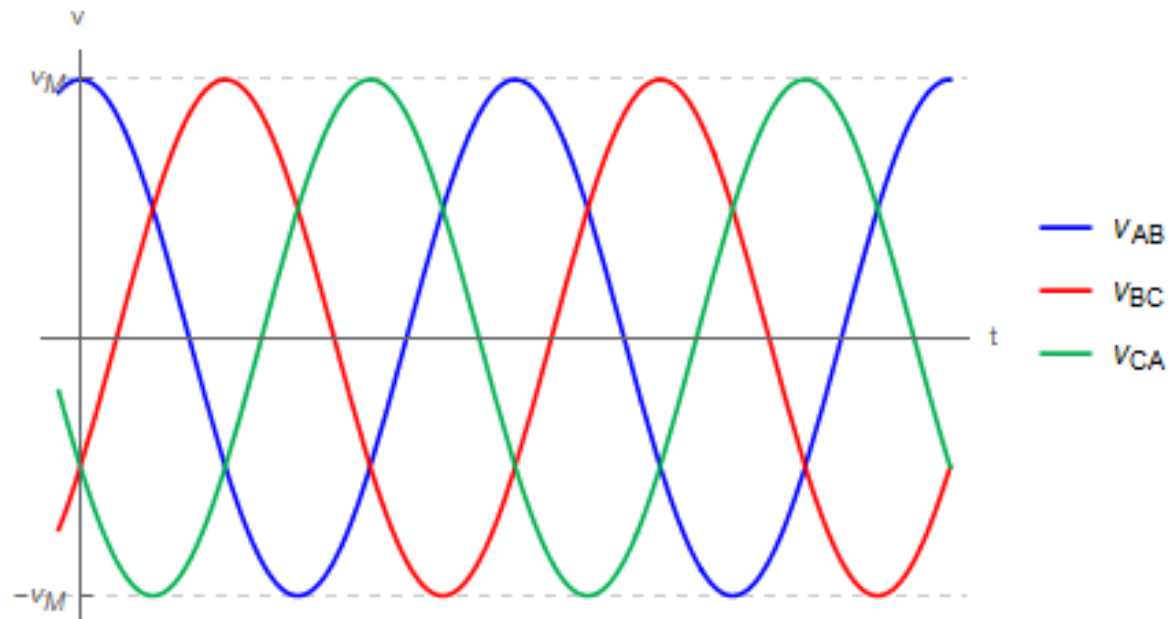
# Sequência de fase direta (**ABC**=BCA=CAB)

Ligação triângulo ( $\Delta$ )

$$v_{AB}(t) = V_{M2} \cos(\omega t + \theta_2)$$

$$v_{BC}(t) = V_{M2} \cos(\omega t + \theta_2 - 120^\circ)$$

$$v_{CA}(t) = V_{M2} \cos(\omega t + \theta_2 + 120^\circ)$$



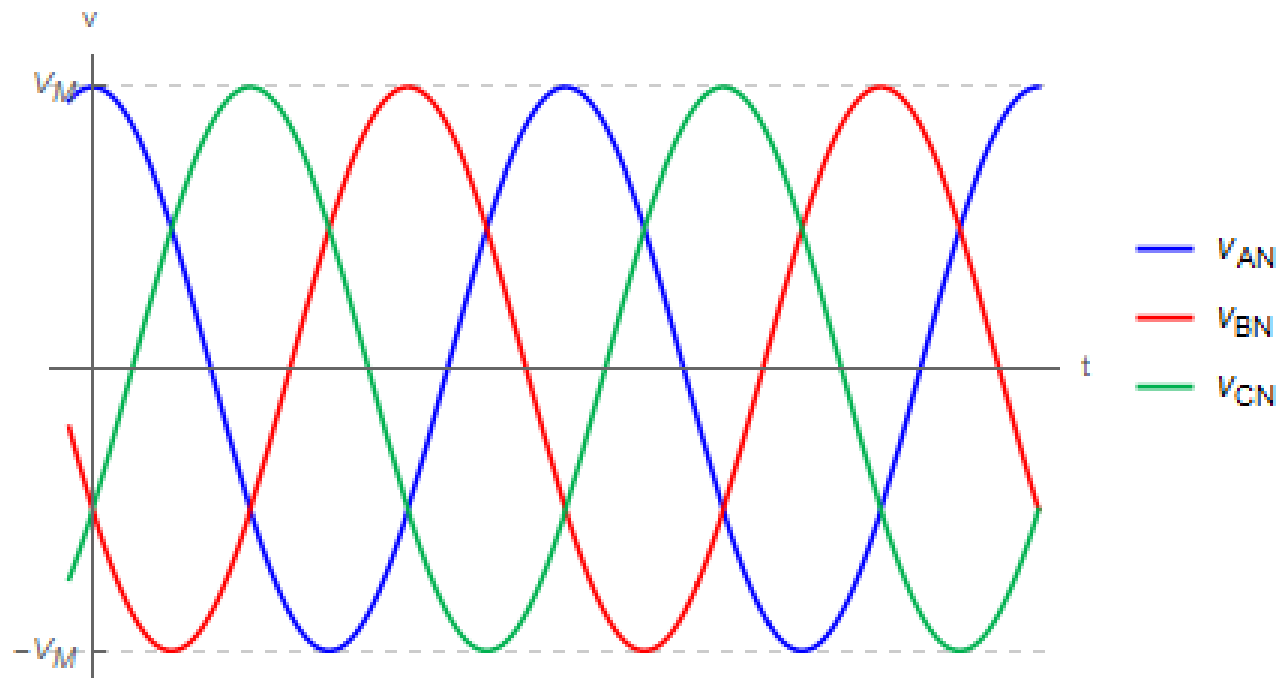
# Sequência de fase inversa (ACB=BAC=CBA)

Ligação estrela (Y)

$$v_{AN}(t) = V_{M1} \cos(\omega t + \theta_1)$$

$$v_{BN}(t) = V_{M1} \cos(\omega t + \theta_1 + 120^\circ)$$

$$v_{CN}(t) = V_{M1} \cos(\omega t + \theta_1 - 120^\circ)$$



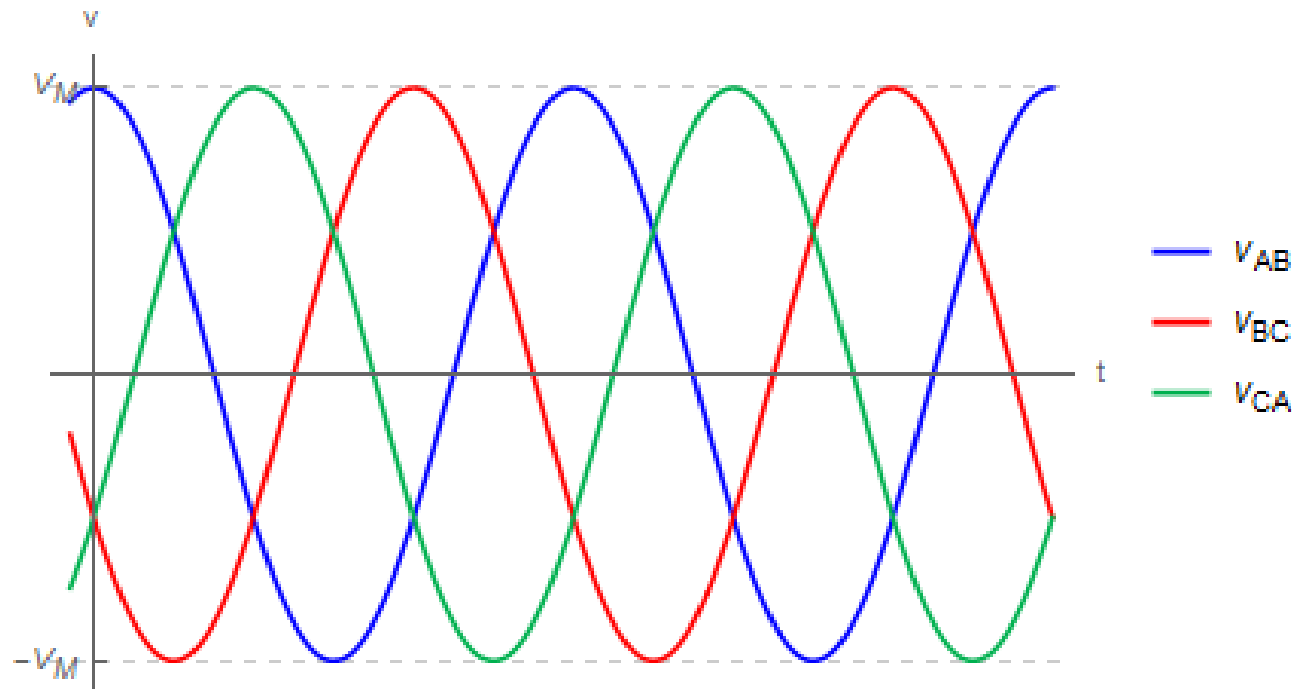
# Sequência de fase inversa (ACB=BAC=CBA)

Ligação triângulo ( $\Delta$ )

$$v_{AB}(t) = V_{M2} \cos(\omega t + \theta_2)$$

$$v_{BC}(t) = V_{M2} \cos(\omega t + \theta_2 + 120^\circ)$$

$$v_{CA}(t) = V_{M2} \cos(\omega t + \theta_2 - 120^\circ)$$



# Representação fasorial

- Operador **a** ou  **$\alpha$**

$$\alpha = ( 1 \angle 120^\circ ) = - 0,5 + j 8,66$$

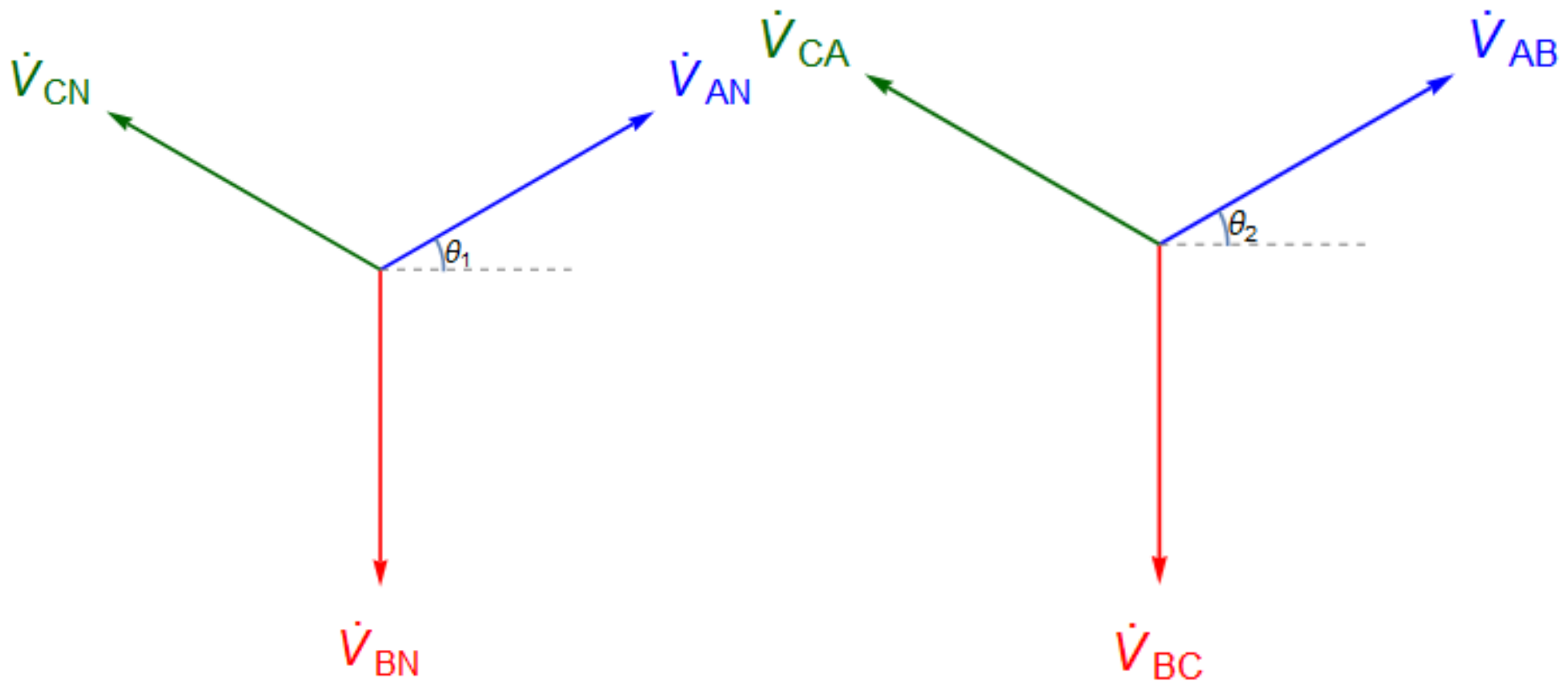
$$\alpha^2 = ( 1 \angle 240^\circ ) = ( 1 \angle -120^\circ )$$

$$\alpha^3 = ( 1 \angle 360^\circ ) = 1$$

$$\alpha^{-1} = ( 1 \angle -120^\circ )$$



# Representação fasorial, sequência direta



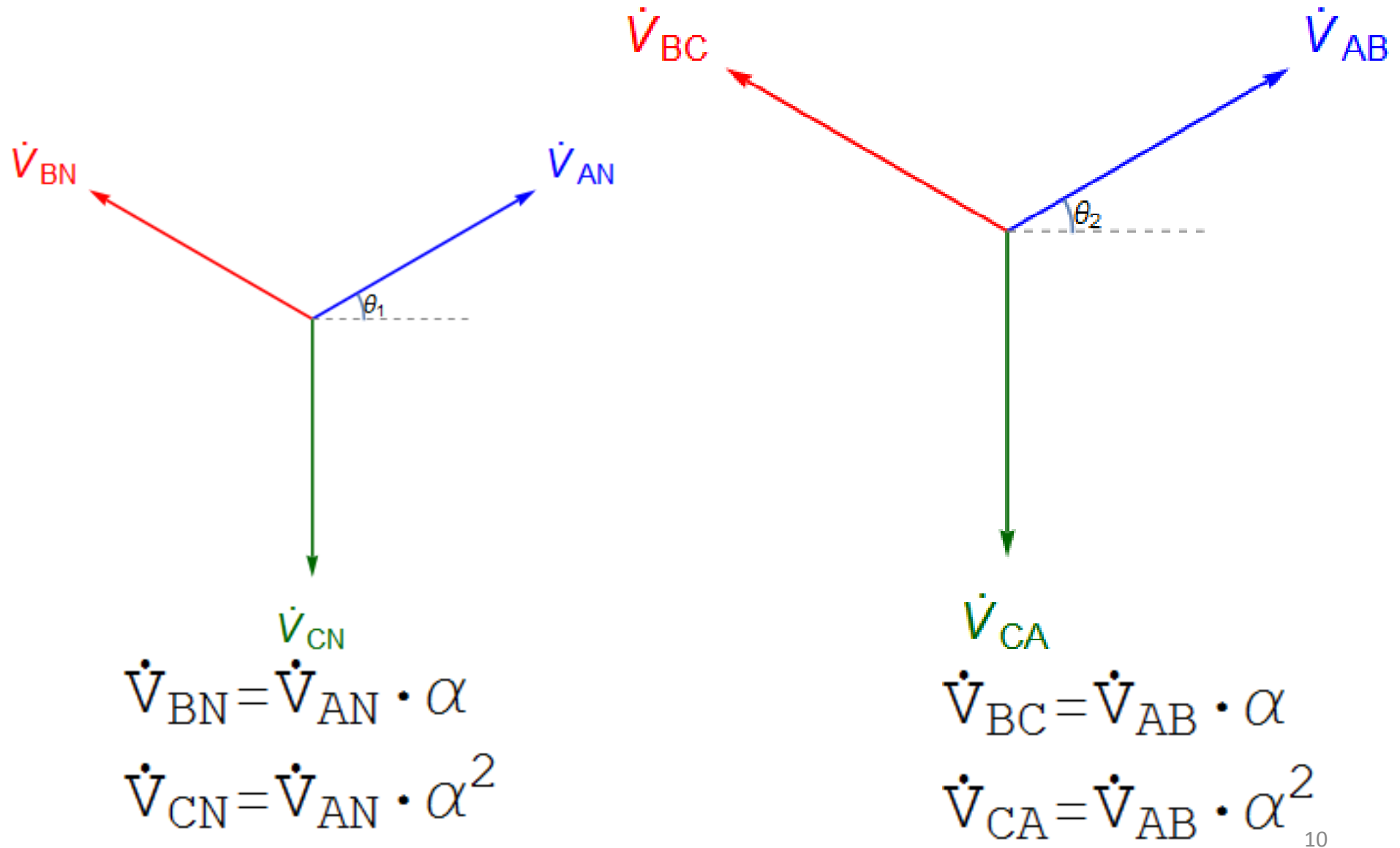
$$\dot{V}_{BN} = \dot{V}_{AN} \cdot \alpha^2$$

$$\dot{V}_{CN} = \dot{V}_{AN} \cdot \alpha$$

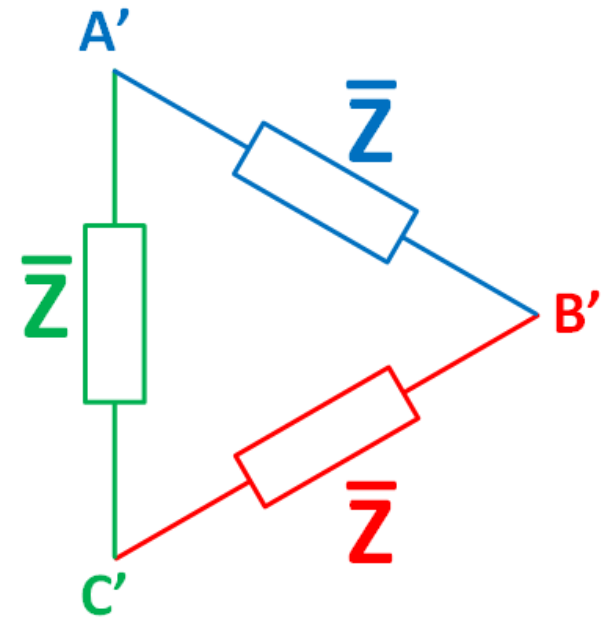
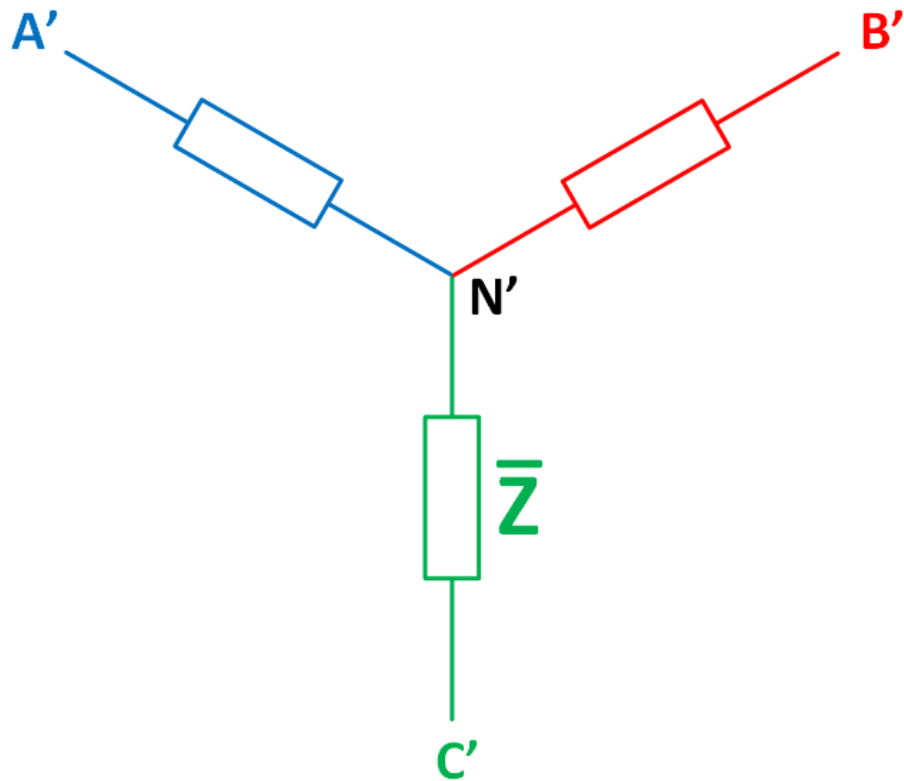
$$\dot{V}_{BC} = \dot{V}_{AB} \cdot \alpha^2$$

$$\dot{V}_{CA} = \dot{V}_{AB} \cdot \alpha$$

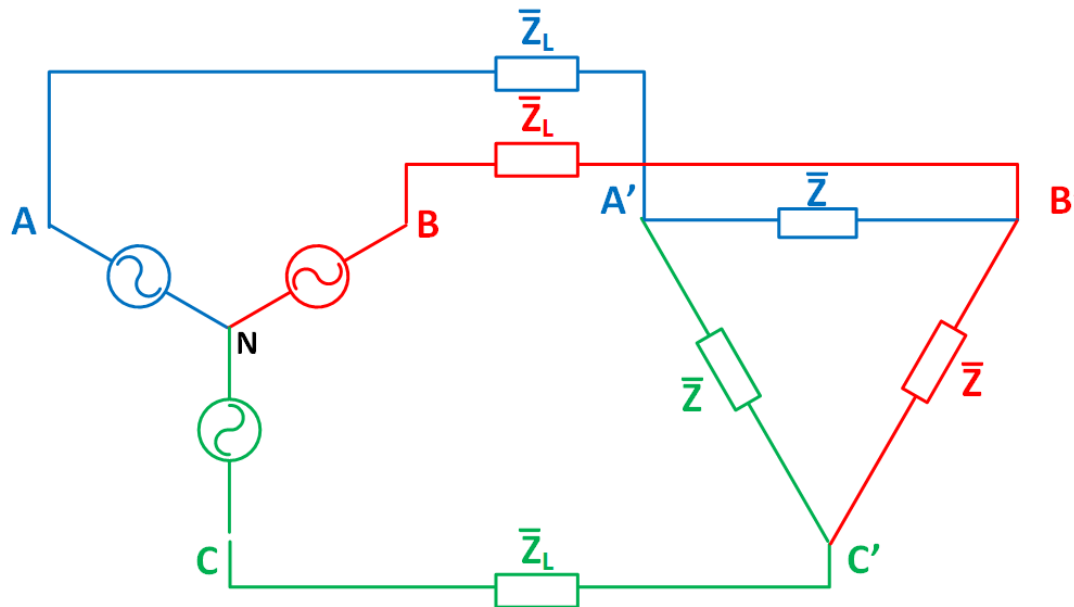
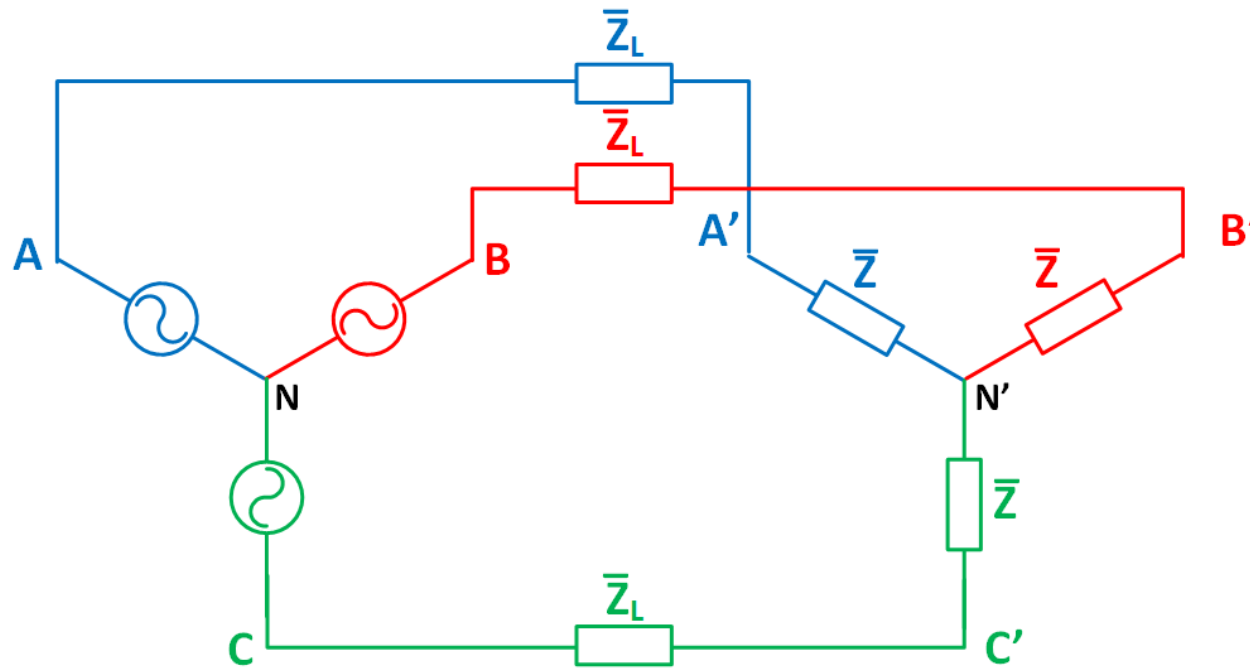
# Representação fasorial, sequência inversa



# Cargas trifásicas equilibradas



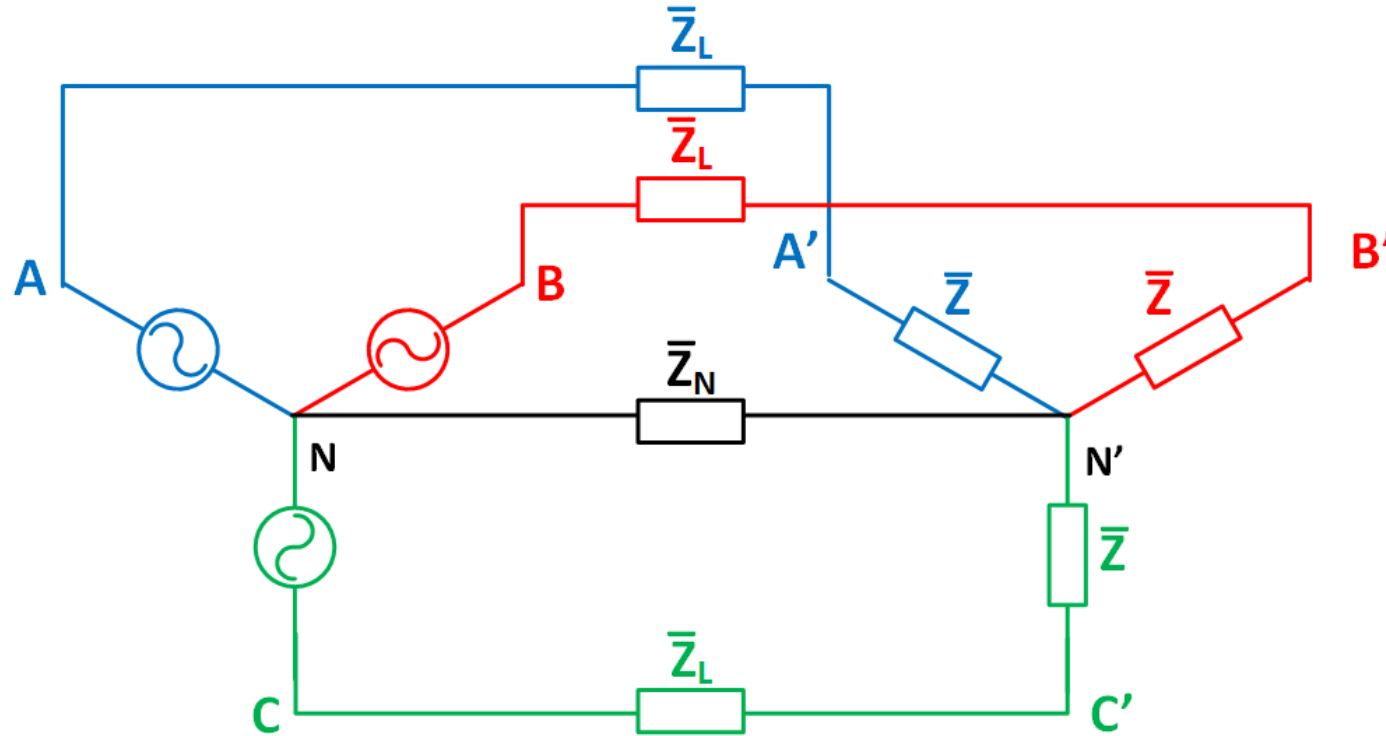
## Exemplos de circuito 3 fios com gerador, linha e carga trifásicas



Diversas possibilidades...!

Economia de condutores em relação a 3 circuitos monofásicos

# Circuito a 4 fios



$$\text{PLK no nó } N' : \dot{I}_{AA'} + \dot{I}_{BB'} + \dot{I}_{CC'} + \dot{I}_{NN'} = 0$$

$$\text{SLK malha } NAA'N'N' : -\dot{V}_{AN} + \dot{I}_{AA'}(\bar{Z} + \bar{Z}_L) - \dot{I}_{NN'}\bar{Z}_N = 0$$

$$\text{NBB}'N'N' : -\dot{V}_{BN} + \dot{I}_{BB'}(\bar{Z} + \bar{Z}_L) - \dot{I}_{NN'}\bar{Z}_N = 0$$

$$\text{NCC}'N'N' : -\dot{V}_{CN} + \dot{I}_{CC'}(\bar{Z} + \bar{Z}_L) - \dot{I}_{NN'}\bar{Z}_N = 0$$

$$\begin{bmatrix} \bar{Z} + \bar{Z}_L & 0 & 0 & -\bar{Z}_N \\ 0 & \bar{Z} + \bar{Z}_L & 0 & -\bar{Z}_N \\ 0 & 0 & \bar{Z} + \bar{Z}_L & -\bar{Z}_N \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{AA'} \\ \dot{I}_{BB'} \\ \dot{I}_{CC'} \\ \dot{I}_{NN'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{BN} \\ \dot{V}_{CN} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AN} \\ \dot{V}_{AN}(1 \angle -120^\circ) \\ \dot{V}_{AN}(1 \angle 120^\circ) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{AA'} \\ \dot{I}_{BB'} \\ \dot{I}_{CC'} \\ \dot{I}_{NN'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AN}/(\bar{Z} + \bar{Z}_L) \\ \dot{V}_{AN}(1 \angle -120^\circ)/(\bar{Z} + \bar{Z}_L) \\ \dot{V}_{AN}(1 \angle 120^\circ)/(\bar{Z} + \bar{Z}_L) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{AN}/(\bar{Z} + \bar{Z}_L) \\ \dot{V}_{BN}/(\bar{Z} + \bar{Z}_L) \\ \dot{V}_{CN}/(\bar{Z} + \bar{Z}_L) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{V}_{A'N'} = \dot{V}_{AN} \frac{\bar{Z}}{\bar{Z} + \bar{Z}_L}$$

$$\dot{V}_{B'N'} = \dot{V}_{BN} \frac{\bar{Z}}{\bar{Z} + \bar{Z}_L}$$

$$\dot{V}_{C'N'} = \dot{V}_{CN} \frac{\bar{Z}}{\bar{Z} + \bar{Z}_L}$$

$$\dot{V}_{AN} = (130 \angle 25^\circ) \text{ V}$$

sequência direta

$$\bar{Z} = (100 + j10) \Omega$$

$$\bar{Z}_L = (0,1 + j0,5) \Omega$$

$$\bar{Z}_N = (0,2 + j1,0) \Omega$$

$$\begin{bmatrix} 100,1 + j10,5 & 0 & 0 & -0,2 + j1,0 \\ 0 & 100,1 + j10,5 & 0 & -0,2 + j1,0 \\ 0 & 0 & 100,1 + j10,5 & -0,2 + j1,0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{AA'} \\ \dot{I}_{BB'} \\ \dot{I}_{CC'} \\ \dot{I}_{NN'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 130 \angle 25^\circ \\ 130 \angle -95^\circ \\ 130 \angle 145^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{I}_{AA'} = (1,29 \angle 19,01^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_{BB'} = (1,29 \angle -100,99^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{I}_{CC'} = (1,29 \angle 139,01^\circ) \text{ A}$$

$$\dot{V}_{A'N'} = (129,81 \angle 24,72^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{V}_{B'N'} = (129,81 \angle -95,28^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{V}_{C'N'} = (129,81 \angle 144,72^\circ) \text{ V}$$

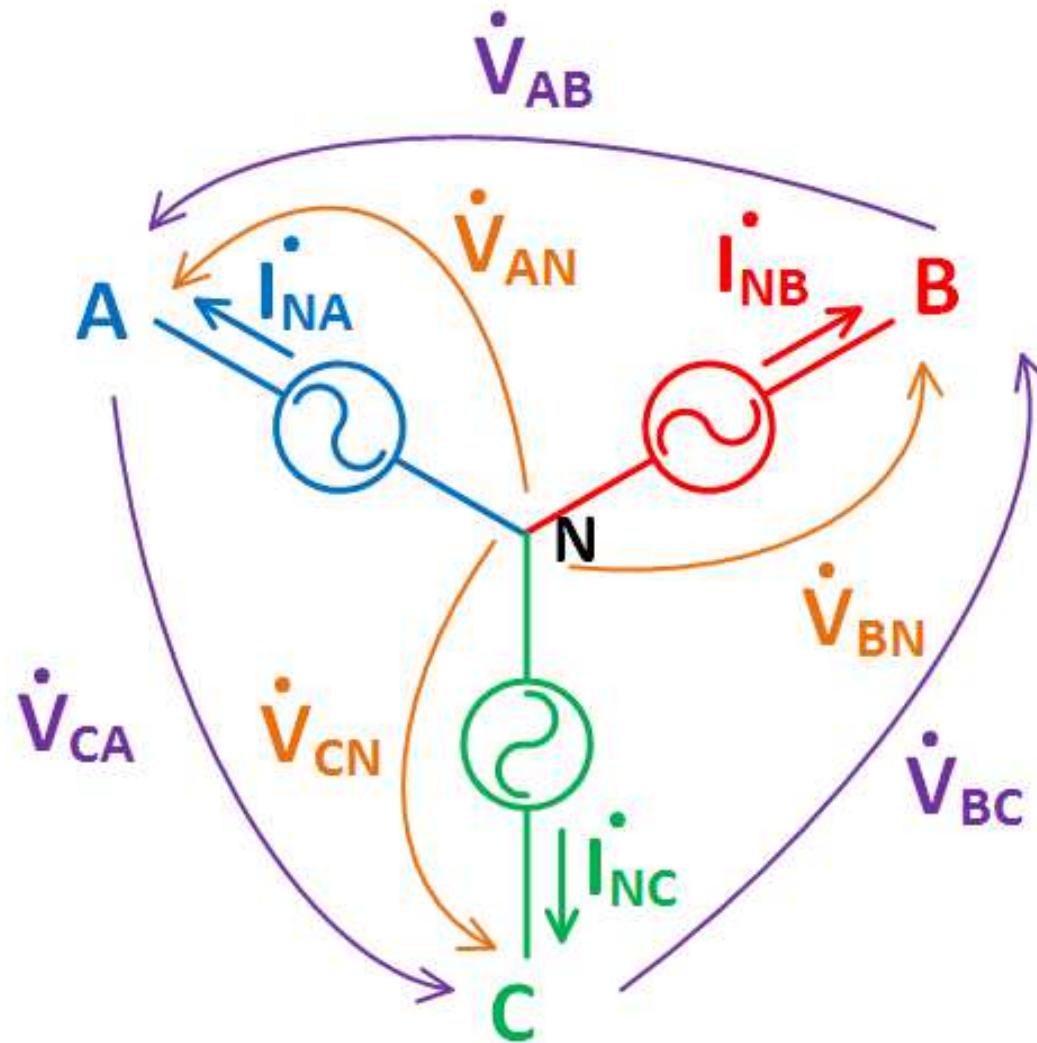
# Algumas definições

- Tensões de fase
  - Tensões observadas nas bobinas do gerador trifásico
  - Tensões observadas sobre cada uma das impedâncias de carga
- Tensões de linha
  - Tensões entre dois terminais do gerador, exceto o neutro
  - Tensões entre dois terminais da carga, exceto o neutro
- Corrente de fase
  - Correntes que percorrem as bobinas do gerador trifásico
  - Correntes que percorrem cada uma das impedâncias de carga
- Corrente de linha
  - correntes que percorrem os condutores que interligam o gerador à carga



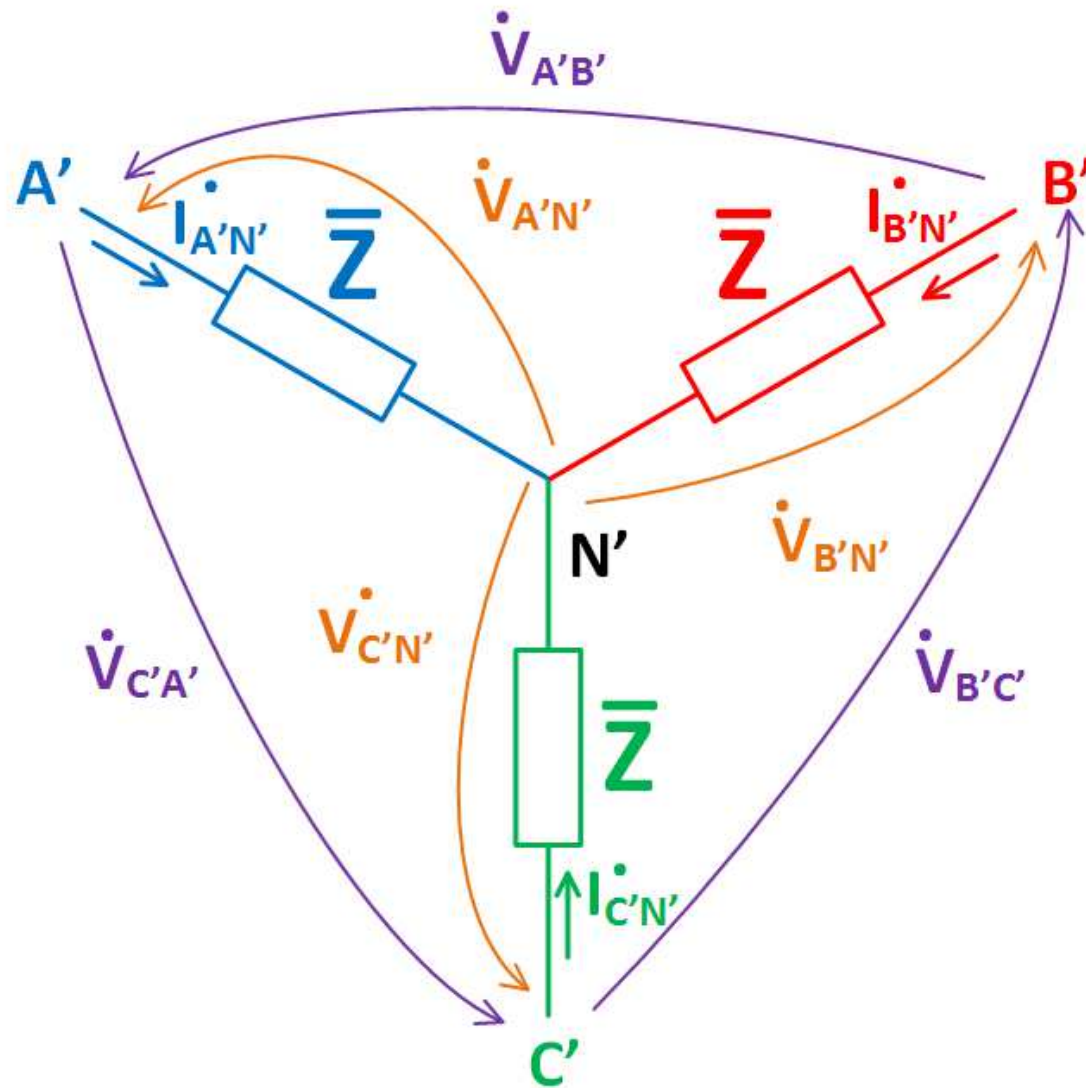
# Gerador em estrela

Tensões de linha e fase, correntes de fase



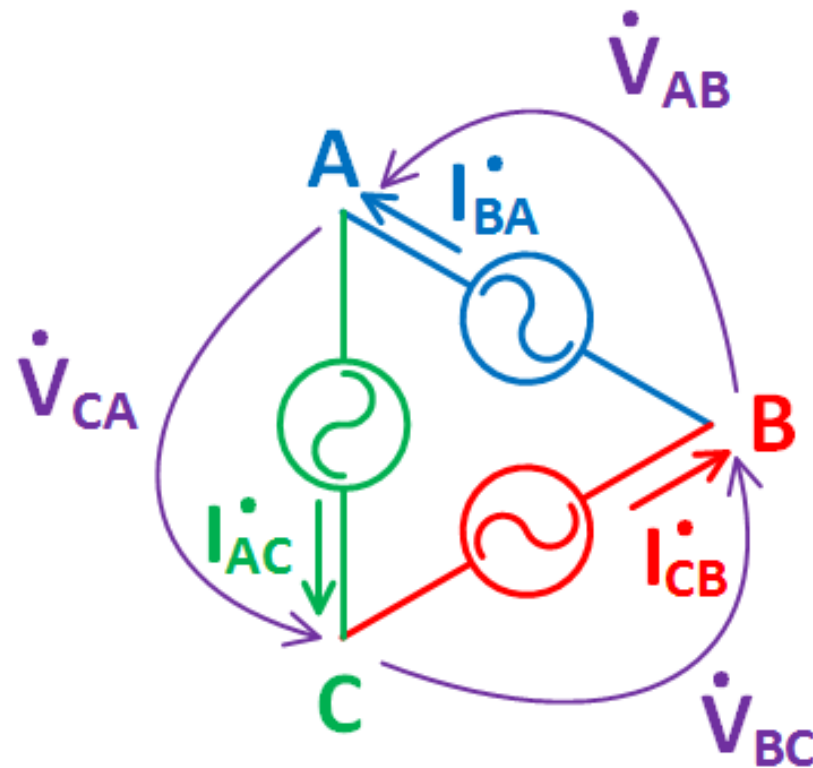
# Carga em estrela

Tensões de linha e fase, correntes de fase



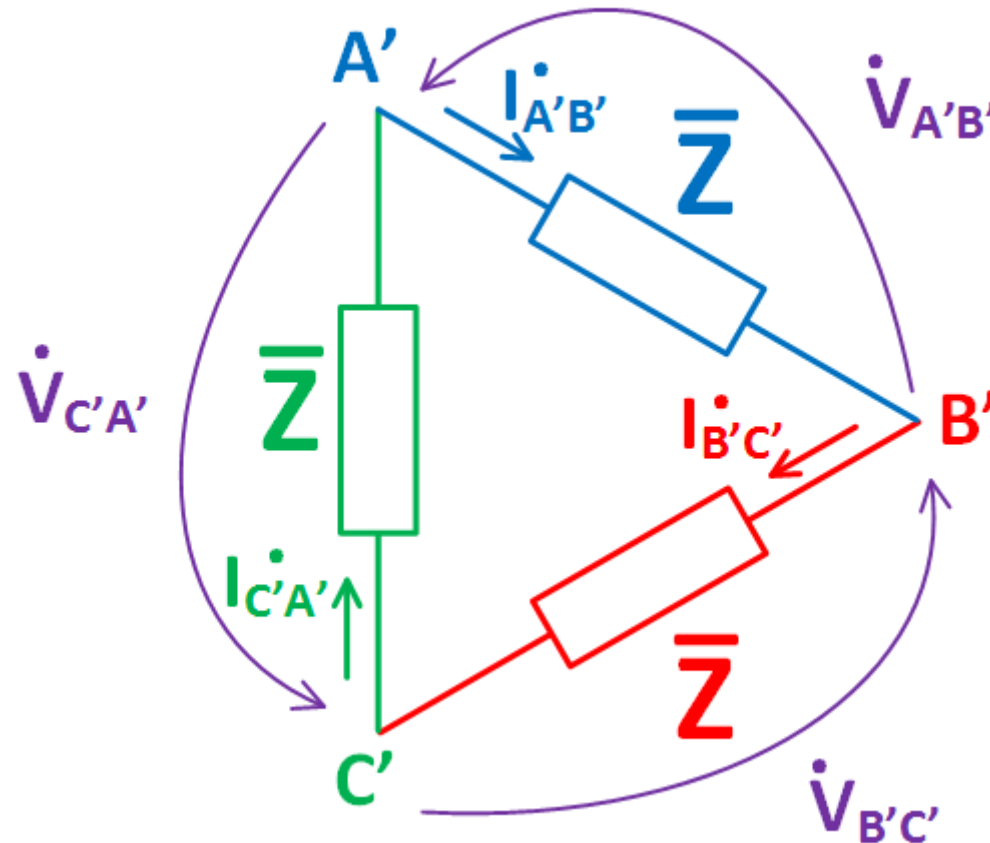
# Gerador em Triângulo

Tensões de fase = tensões de linha  
correntes de fase



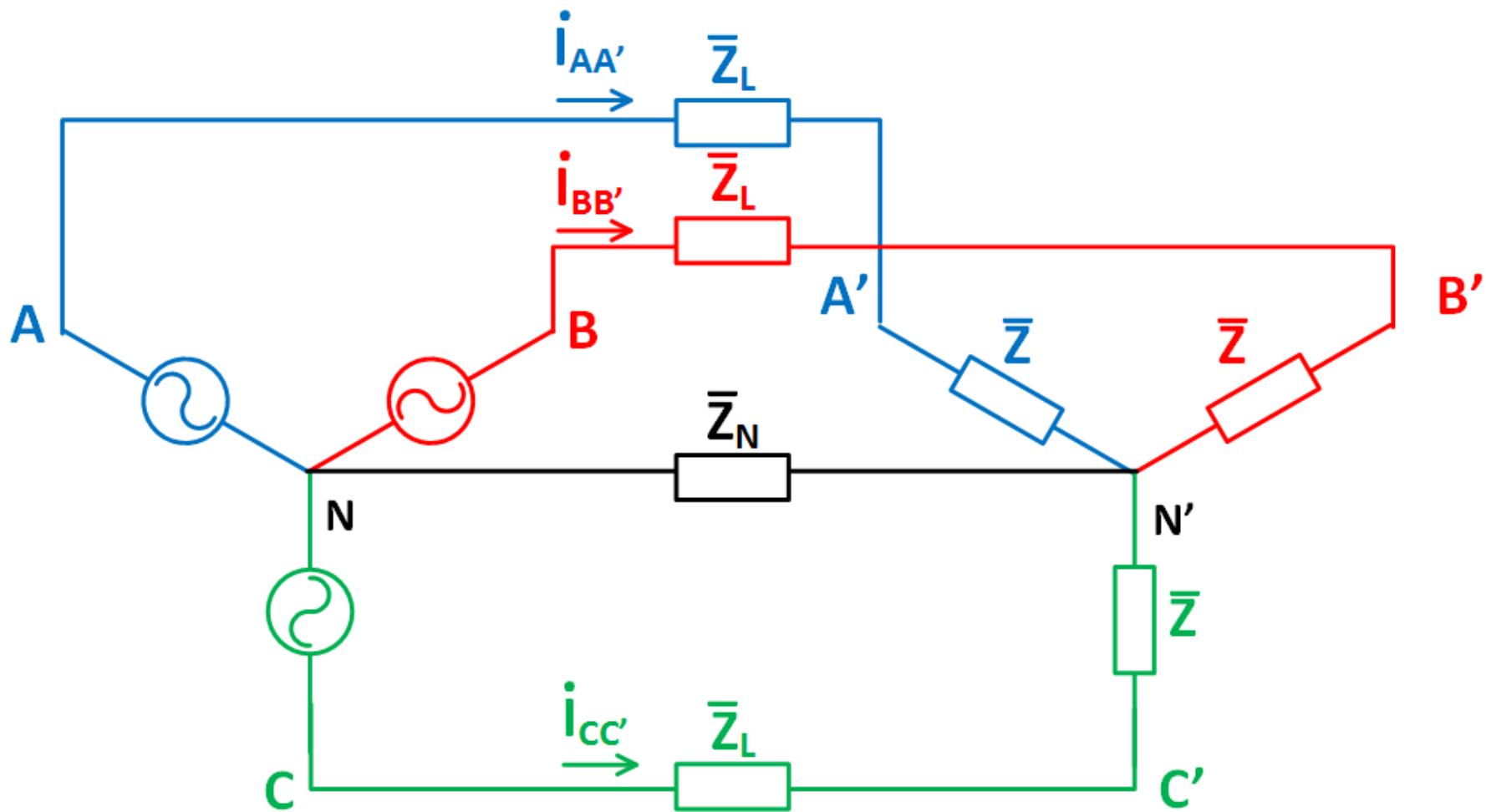
# Carga em Triângulo

Tensões de fase = tensões de linha  
correntes de fase

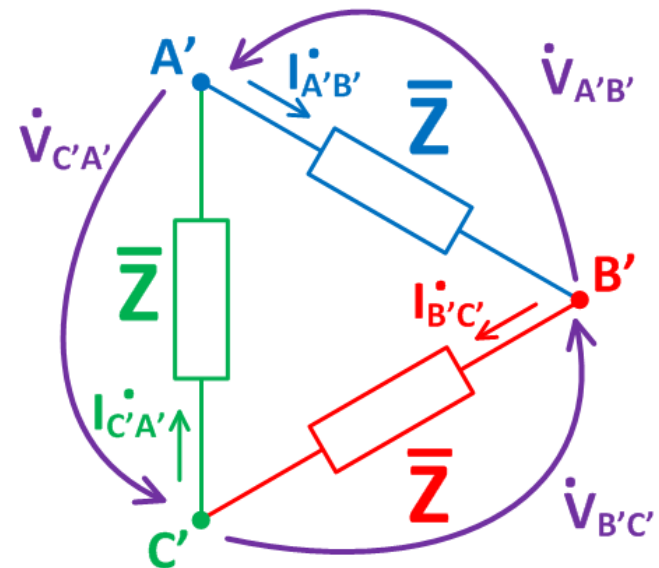
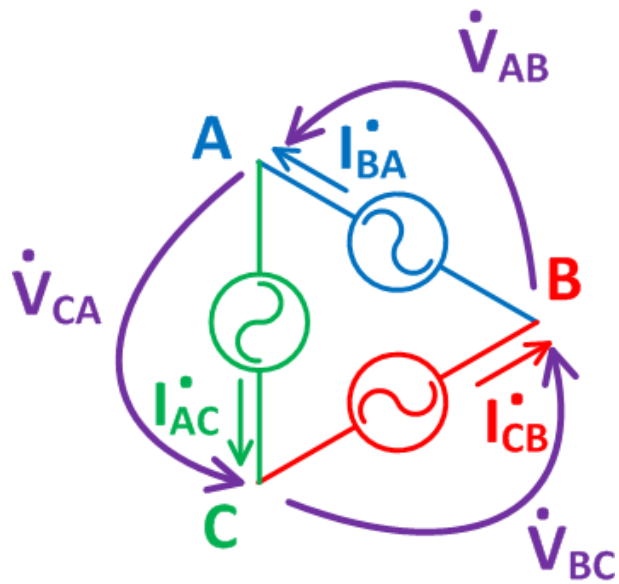
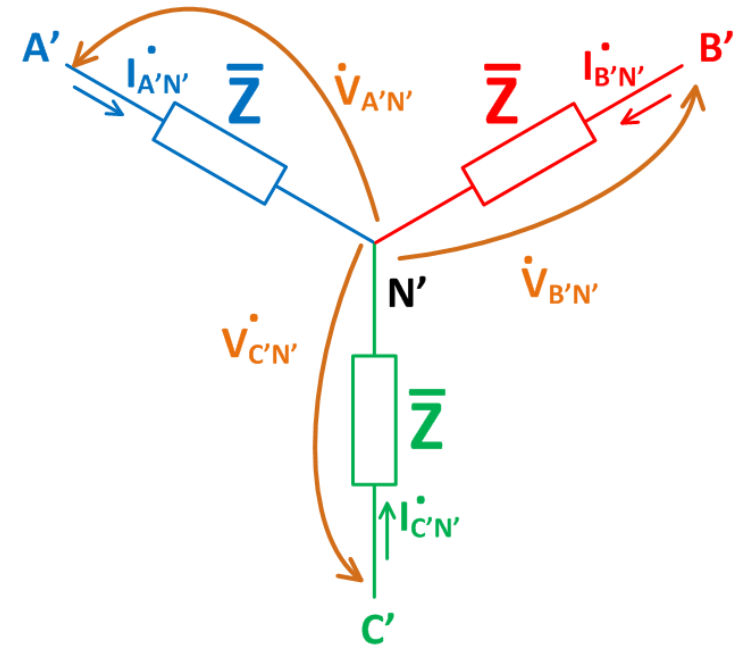
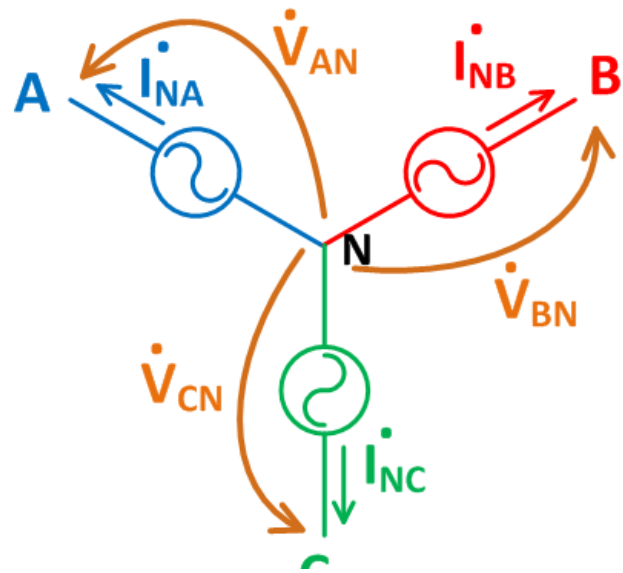


# Gerador e carga em ligações quaisquer

## Correntes de linha



# Valores de fase



# Valores de linha

