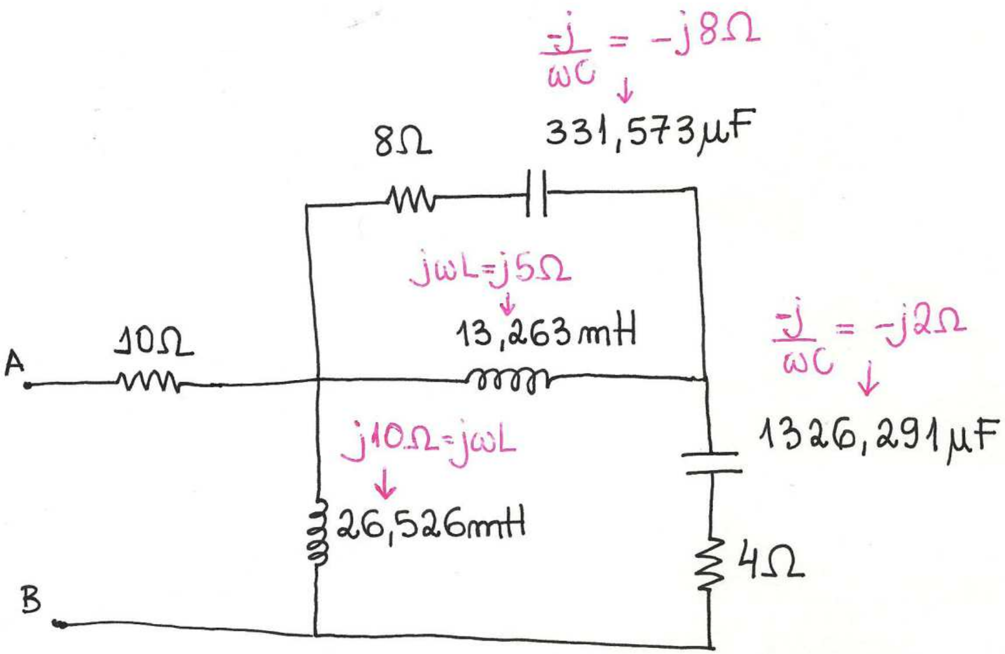
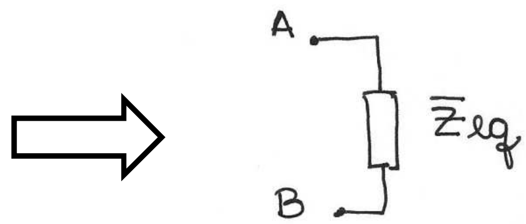
Adaptado do problema 8.9, Irwin&Nelms, 10 ed.

Exemplo 1: encontrar $\bar{Z}_{eq}$, f=60 Hz)





$$\bar{Z}_{eq} = 10 + j10 // \left[\left[(8-j8)//j5\right] + (4-j2)\right] =$$

$$= 10 + j10 // \left[\frac{j5(8-j8)}{8-j8+j5} + (4-j2)\right] =$$

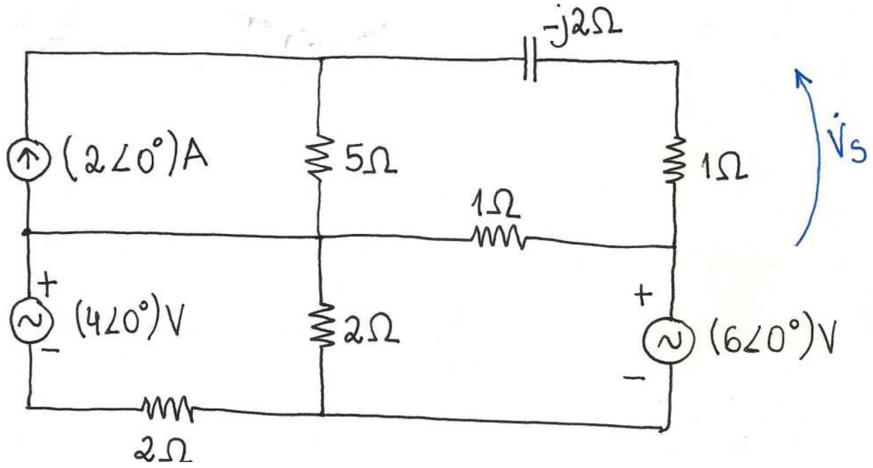
$$= 10 + j10 // \left[\frac{(5\angle 90^\circ)(11,31\angle -45^\circ)}{(8,54\angle -20,54^\circ)} + (4-j2)\right] = 10 + j10 // \left[(6,62\angle 65,56^\circ) + (4-j2)\right] =$$

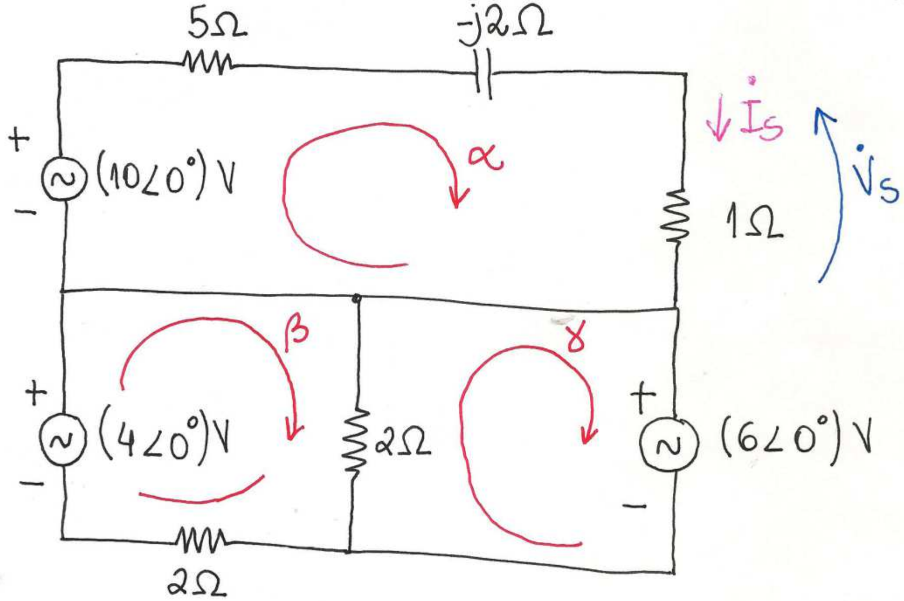
$$= 10 + j10 // \left[(2,74 + j6,03) + (4-j2)\right] = 10 + j10 // \left[6,74 + j4,03\right] = 10 + \frac{j10(6,74 + j4,03)}{6,74 + j4,03 + j10} =$$

$$= 10 + \frac{(10\angle 90^\circ)(7,85\angle 30,86^\circ)}{(15,56\angle 64,34^\circ)} = 10 + (5,04\angle 56,52^\circ) = 10 + (2,78 + j4,21) \boxed{= 12,78 + j4,21\,\Omega}$$

Adaptado do problema 8.98, Irwin&Nelms, 10 ed.

Exemplo 2: resolução circuito CA





$$-(10\angle 0^\circ) + (5 - j2 + 1)\,\alpha + 1\,(\alpha - \gamma) = 0$$

$$-(4\angle 0^\circ) + 2\,(\beta - \gamma) + 2\,\beta = 0$$

$$2\,(\gamma - \beta) + 1\,(\gamma - \alpha) + (6\angle 0^\circ) = 0$$

$$\begin{cases} (7 - j2)\,\alpha - \gamma = 10 & \text{(I)} \\ 4\beta - 2\gamma = 4 & \text{(II)} \\ -\alpha - 2\beta + 3\gamma = -6 & \text{(III)} \end{cases}$$

De I: $(7 - j2)\,\alpha = \gamma + 10 \Rightarrow \alpha = \dfrac{\gamma + 10}{7 - j2}$

De II: $4\beta = 4 + 2\gamma \Rightarrow \beta = 1 + \dfrac{\gamma}{2}$

Subst. em III:

$$-\frac{(\gamma + 10)}{7 - j2} - 2\left(1 + \frac{\gamma}{2}\right) + 3\gamma = -6$$

$$\gamma\left(\frac{-1}{7 - j2} - 1 + 3\right) = -6 + \frac{10}{7 - j2} + 2$$

$$\gamma\left(\frac{-1 + 2(7 - j2)}{7 - j2}\right) = \frac{-4(7 - j2) + 10}{7 - j2}$$

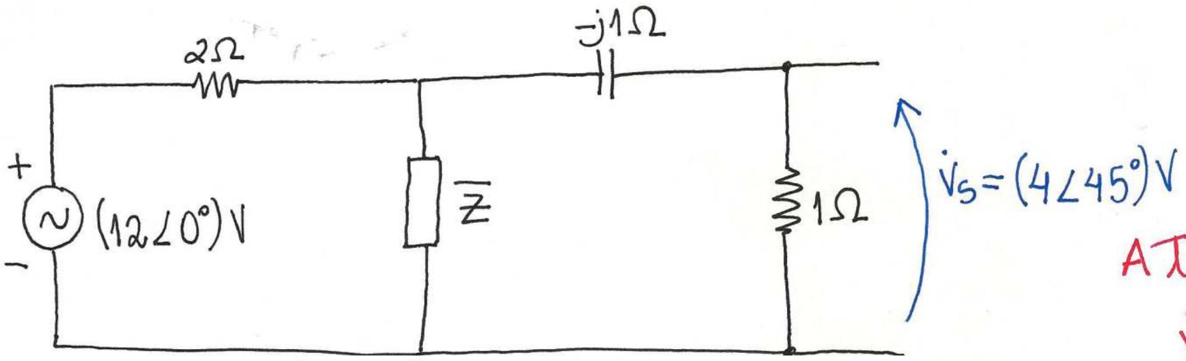
$$\gamma = \frac{-18 + j8}{13 - j4} = \frac{(19{,}70\angle 156{,}04^\circ)}{(13{,}60\angle -17{,}10^\circ)} = (1{,}45\angle 173{,}14^\circ) = -1{,}44 + j0{,}17\,A$$

$$\alpha = \frac{\gamma + 10}{7 - j2} = \frac{(-1{,}44 + j0{,}17) + 10}{7 - j2} = \frac{8{,}56\angle 1{,}16^\circ}{7{,}28\angle -15{,}95^\circ} = (1{,}18\angle 17{,}10^\circ)\,A$$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{I}_S &= \alpha = (1{,}18\angle 17{,}10^\circ)\,A \\ \dot{V}_S &= 1\cdot\dot{I}_S = (1{,}18\angle 17{,}10^\circ)\,V \end{aligned}}$$

Adaptado do problema 8.47, Irwin&Nelms, 10 ed.

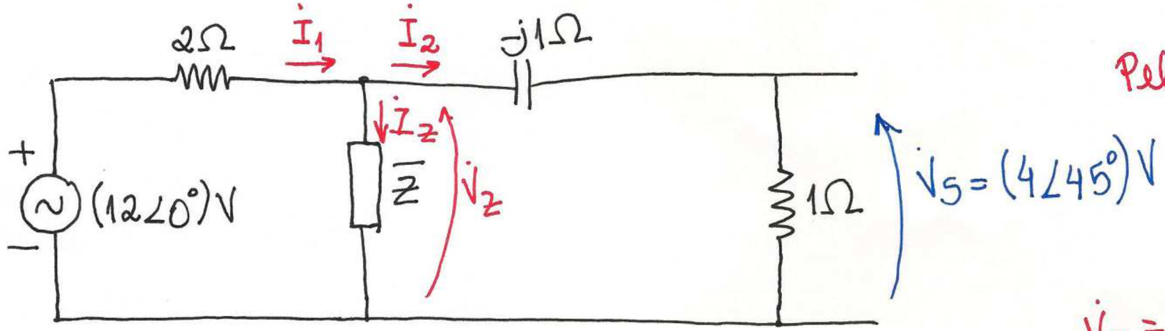
Exemplo 3: encontrar Z, f=60 Hz



$$\bar{Z} = \frac{\dot{V}_Z}{\dot{I}_Z}$$

A Tensão de saída $\dot{V}_S$ é tal que:

$\dot{V}_S = 1.\dot{I}_2 \Rightarrow \dot{I}_2 = (4\angle 45°)A$



Pela SLK:

$$-\dot{V}_Z + (-j1)\dot{I}_2 + 1.\dot{I}_2 = 0$$

$$-\dot{V}_Z + (1-j)(4\angle 45°) = 0$$

$$\dot{V}_Z = (\sqrt{2}\angle -45°)(4\angle 45°) = (5,66\angle 0°)\ V$$

na outra malha:

$$-(12\angle 0°) + 2\dot{I}_1 + \dot{V}_Z = 0$$

$$-12 + 2\dot{I}_1 + 5,66 = 0$$

$$\dot{I}_1 = \frac{12-5,66}{2} = (3,17\angle 0°)\ A$$

PLK: $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_Z = 0$

$$3,17 - (4\angle 45°) - \dot{I}_Z = 0$$

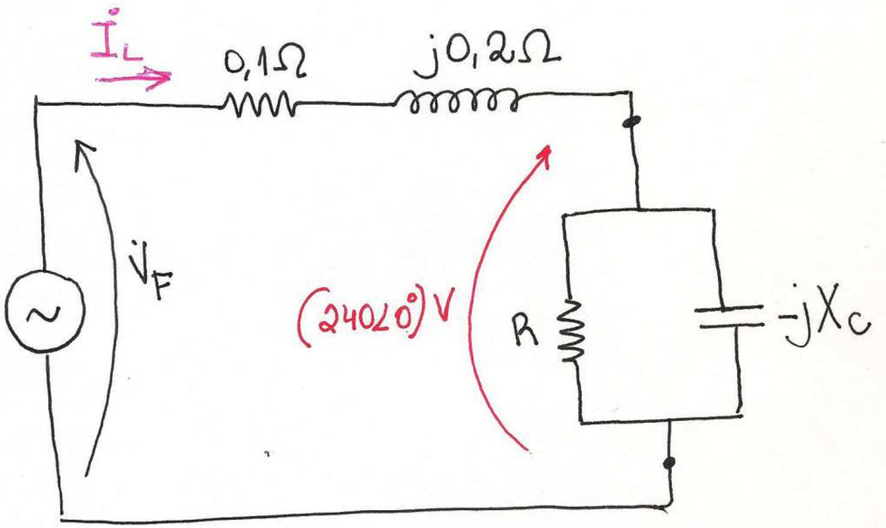
$$3,17 - (2,83 + j2,83) = \dot{I}_Z$$

$$\dot{I}_Z = 0,34 - j2,83 = (2,85\angle -83,1°)\ A$$

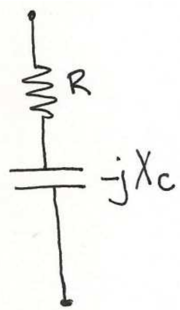
$$\bar{Z} = \frac{\dot{V}_Z}{\dot{I}_Z} = \frac{5,66\angle 0°}{2,85\angle -83,1°} = 1,98\angle 83,1\ \Omega \boxed{= 0,24 + j1,96\ \Omega}$$

Adaptado do problema 9.71, Irwin&Nelms, 10 ed.

Exemplo 4: Uma linha de transmissão com impedância de 0,1+j0,2Ω é utilizada para fornecer potência a uma carga [linha e carga monofásicas]. A carga é <u>capacitiva</u> e a tensão da carga é de 240∠0° V a 60 Hz. Se a carga necessita de <u>15 kW</u> e a perda de potência real na linha é de 660 W, determine a tensão de entrada da linha.



ou



Se a perda na linha é de 660W,

$$|\dot{I}_L|^2 \cdot 0,1 = 660$$

$$|\dot{I}_L| = 81,24A$$

• Considerando a carga RC em paralelo: $(R // -jX_C)$

$$\frac{240^2}{R} = 15000 \qquad \boxed{R = 3,84\Omega}$$

Corrente que percorre o resistor:

$$\dot{I}_R = \frac{240\angle 0^\circ}{3.84} = (6,25\angle 0^\circ)A$$

Corrente que percorre o capacitor

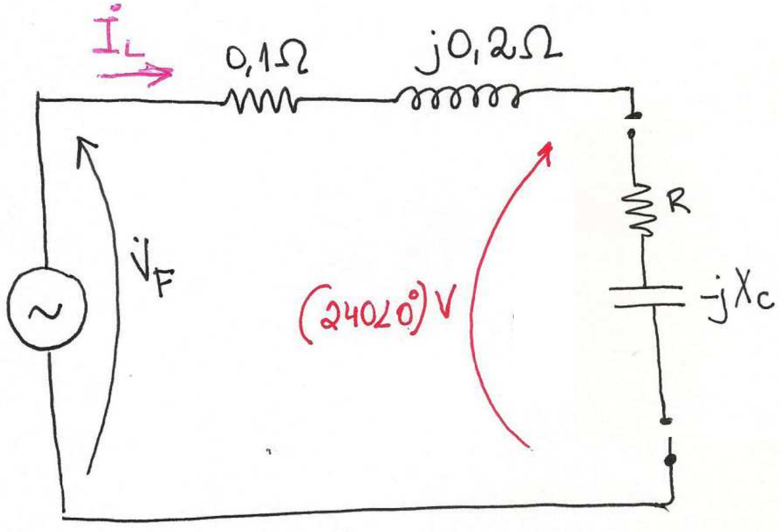
$$\dot{I}_C = \frac{240\angle 0^\circ}{-jX_C} = \left(\frac{240}{X_C}\angle 90^\circ\right)A$$

PLK: $\dot{I}_L = \dot{I}_R + \dot{I}_C$ $\qquad 81,24\angle\theta = 62,5 + j\frac{240}{X_C}$

θ é desconhecido, mas pode-se trabalhar com os módulos dos termos da equação:

$$81,24 = \sqrt{62,5^2 + \frac{240^2}{X_C^2}} \longrightarrow 81,24^2 = 62,5^2 + \frac{240^2}{X_C^2}$$

$$\frac{240^2}{X_C^2} = 81,24^2 - 62,5^2 \longrightarrow \boxed{X_C = 4,62\Omega}$$



• Considerando a carga como RC série

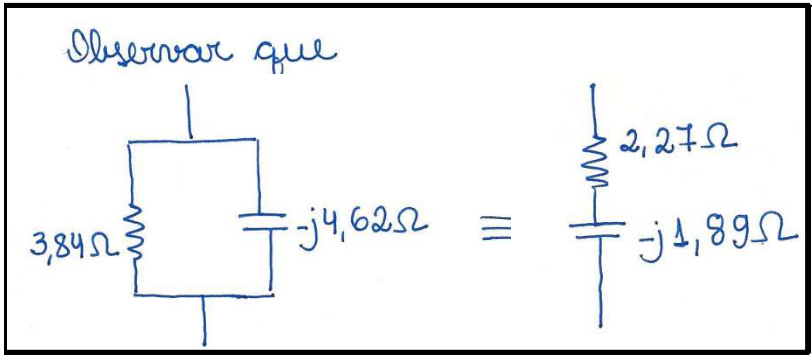
$|\dot{I}_L|^2 R = 15000 \longrightarrow 81{,}24^2 R = 15000 \longrightarrow \boxed{R = 2{,}27\Omega}$

Tensão ~~que~~ sobre o conjunto RC:

$(R - jX_C)(81{,}24\angle\theta) = (240\angle 0°)$

Módulos: $\sqrt{R^2 + X_C^2}\; 81{,}24 = 240 \longrightarrow \sqrt{2{,}27^2 + X_C^2} = \dfrac{240}{81{,}24}$

$5{,}16 + X_C^2 = 8{,}73 \longrightarrow \boxed{X_C = 1{,}89\Omega}$



Substituindo os valores de R e Xc encontrados (por RC paralelo ou série)

$\dot{I}_L = \left(\dfrac{240\angle 0°}{6{,}25} + \dfrac{240\angle 0°}{-j4{,}62}\right)$ ou $\dot{I}_L = \dfrac{240\angle 0°}{2{,}27 - j1{,}89}$

$\boxed{\dot{I}_L = (81{,}24\angle 39{,}71°)\,A}$

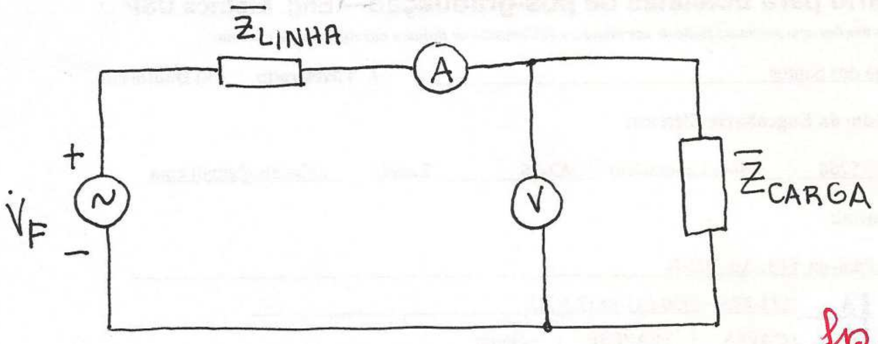
$\dot{V}_F = \underbrace{(0{,}1 + j0{,}2)}_{\text{impedância da linha}}(81{,}24\angle 39{,}71°) + (240\angle 0°) = (0{,}22\angle 63{,}43°)(81{,}24\angle 39{,}71°) + 240 =$

$= (18{,}17\angle 103{,}14°) + 240 = (-4{,}13 + j17{,}69) + 240 = 235{,}87 + j17{,}69$

$\boxed{\dot{V}_F = (236{,}53\angle 4{,}29°)\,V}$

Adaptado do problema 9.59 a 61, Irwin&Nelms, 10 ed.

Exemplo 5



a) Sabe-se que:

- A carga é <u>indutiva</u> e consome 90 kW
- Leitura do amperímetro = 260 A
- Leitura do voltímetro = 480 V

Encontre o fator de potência da carga.

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{V \cdot I} = \frac{90000}{480 \cdot 260} = \boxed{0{,}72 \text{ ind}}$$

b) Outra situação: Sabe-se que:

- A carga consome 88 kW e seu fator de potência é 0,8 ind
- A fonte fornece 96 kW
- Impedância da linha é 0,1 Ω

Pedem-se as leituras no amperímetro e voltímetro da figura, a tensão na fonte e o fator de potência visto pela fonte.

$$P_{FONTE} = P_{LINHA} + P_{CARGA} \longrightarrow 96000 = P_{LINHA} + 88000 \longrightarrow P_{LINHA} = 8000\text{ W}$$

Se $\bar{Z}_{LINHA} = 0{,}1\ \Omega$

$$P_{LINHA} = R_{LINHA} \cdot |\dot{I}_{LINHA}|^2$$

$$8000 = 0{,}1 \cdot |\dot{I}_{LINHA}|^2$$

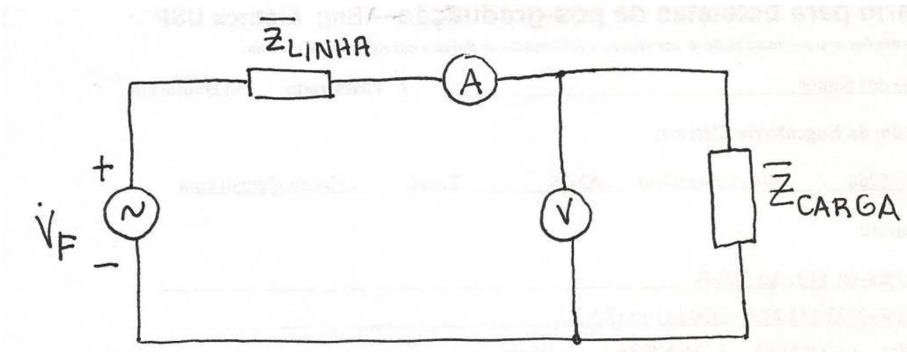
$$\boxed{|\dot{I}_{LINHA}| = 282{,}84\text{ A}}$$

$$\boxed{\dot{I}_{CARGA} = \dot{I}_{LINHA}}$$

Como $fp = \frac{P}{S}$, na carga: $0{,}8 = \frac{88000}{|\dot{V}|\, 282{,}84}$

$$\boxed{|\dot{V}| = 388{,}91\text{ V}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{amperímetro} = 282{,}84\text{ A} \\ \text{Voltímetro} = 388{,}91\text{ V} \end{array}}$$



Carga 88 kW, fp 0,8 ind
Fonte 96 kW
Impedância da linha 0,1 Ω
... a tensão na fonte e o fator de potência visto pela fonte.

Amperímetro = 282,84 A
Voltímetro = 388,91 V

SLK: $\dot{V}_F = \dot{V}_{CARGA} + 0{,}1 \cdot \dot{I}_{CARGA}$

Têm-se $|\dot{V}_{CARGA}|$ e $|\dot{I}_{CARGA}|$, mas não seus ângulos...

Arbitrando $\angle \dot{V}_{CARGA} = 0° \longrightarrow \dot{V}_{CARGA} = (388{,}91 \angle 0°)\,V$

$\angle \dot{I}_{CARGA} = -\cos^{-1} fp = -\cos^{-1} 0{,}8 = -36{,}87°$

$\longrightarrow \dot{I}_{CARGA} = (282{,}84 \angle -36{,}87°)\,A$

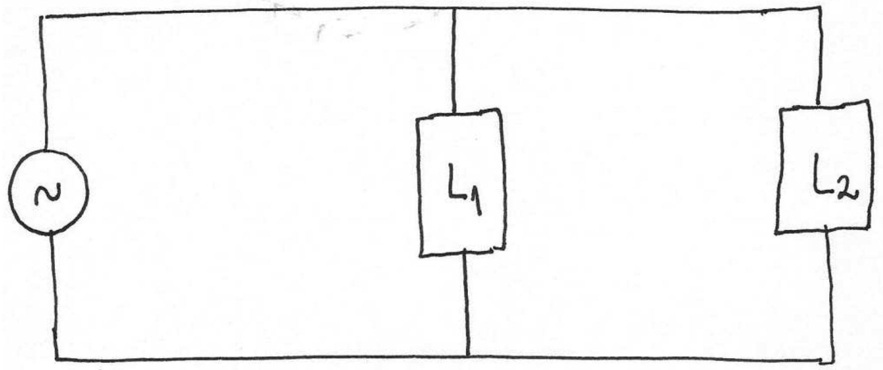
$\dot{V}_F = (388{,}91 \angle 0°) + 0{,}1\,\Omega\,(282{,}84 \angle -36{,}87°) = 388{,}91 + 0{,}1\,(226{,}27 - j\,169{,}70)$

$\dot{V}_F = 411{,}54 - j\,16{,}97 \boxed{= (411{,}89 \angle -2{,}36°)\,V}$

$fp = \frac{P_{FONTE}}{S_{FONTE}} = \frac{96000}{411{,}89 \cdot 282{,}84} \boxed{= 0{,}82 \text{ ind}}$ ou $fp = \cos(-2{,}36° - (-36{,}87)°) = 0{,}82$ ind

Adaptado do problema 9.59 a 61, Irwin&Nelms, 10 ed.

Exemplo 6



carga L_1:

$P_1 = 40 kW$

$fp_1 = 0{,}86$ ind

carga L_2:

$P_2 = 18 kW$

$fp_2 = 0{,}95$ cap

fator de potência visto pela fonte = ?

$\phi_1 = \cos^{-1} 0{,}86 = 30{,}68°$

$Q_1 = P_1 \, tg\, \phi_1 = 23{,}73$ VAr

$\phi_2 = -\cos^{-1} 0{,}95 = -18{,}19°$

$Q_2 = P_2 \, tg\, \phi_2 = -5{,}92$ VAr

$P_{FONTE} = P_1 + P_2 = 58 kW$

$Q_{FONTE} = Q_1 + Q_2 = 17{,}81$ VAr

$S_{FONTE} = \sqrt{58^2 + 17{,}81^2} = 60{,}67$ VA

$$\boxed{fp_{FONTE} = \frac{58}{60{,}67} = 0{,}96 \text{ ind}}$$

---

ou $Q_{FONTE} = P_{FONTE} \, tg\, \phi_{FONTE}$

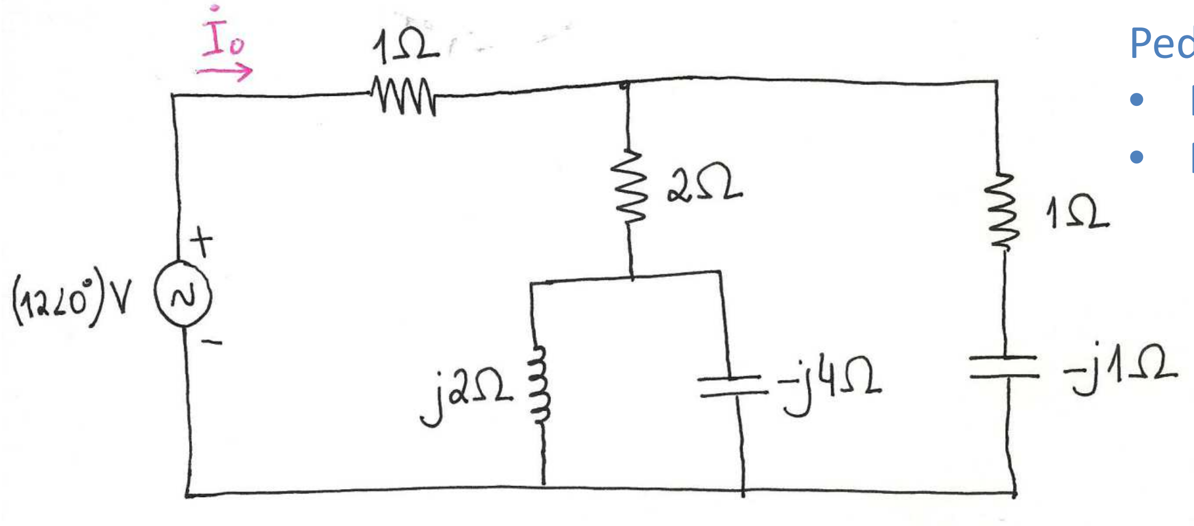
$17{,}81 = 58 \, tg\, \phi_{FONTE}$

$$\phi_{FONTE} = tg^{-1} \frac{17{,}81}{58} = 17{,}07°$$

$fp = \cos \phi_{FONTE} = \cos 17{,}07° = 0{,}96$ ind

Exemplo 7

Adaptado do problema 9.11, Irwin&Nelms, 10 ed.



Pedem-se:

- Potência ativa absorvida pela rede
- Fator de potência visto pela fonte

$$\bar{Z}_{eq} = 1 + [2 + (j2 // -j4)] // (1 - j) = \ldots = 2{,}33 - j0{,}67\,\Omega$$

$$\dot{I}_o = \frac{(12\angle 0^\circ)}{2{,}33 - j0{,}67} = \frac{12\angle 0^\circ}{2{,}43\angle -15{,}95^\circ} = 4{,}94\angle 15{,}95^\circ\ A$$

$$\bar{S} = (12\angle 0^\circ) \cdot \dot{I}_o^* = (12\angle 0^\circ)(4{,}94\angle -15{,}95^\circ) = 59{,}34\angle -15{,}95^\circ$$

$$\bar{S} = 57{,}06 - j16{,}30\ VA$$

$$\boxed{P = 57{,}06\ W}$$

$$Q = -16{,}30\ VAr$$

$$\boxed{fp = \frac{P}{S} = \frac{57{,}06}{59{,}34} = 0{,}96\ cap}$$

Exemplo 8: Um motor de 5 hp com fator de potência 0,6 atrasado (=indutivo) e eficiência de 92% está conectado a uma fonte de 208 V e 60 Hz. O motor está a plena carga. Pedem-se:

- o triângulo de potências para a carga
- o valor do capacitor que deve ser ligado em paralelo com a carga de modo a aumentar o fp para 1, e o novo triângulo de potências
- idem ao anterior, para trazer o fp para 0,92 indutivo e 0,98 capacitivo, com os seus triângulos de potências
- calcular os módulos das correntes na fonte para os quatro casos

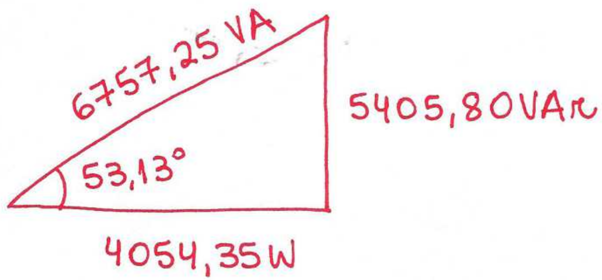
1 hp: unidade de potência mecânica = 746 W

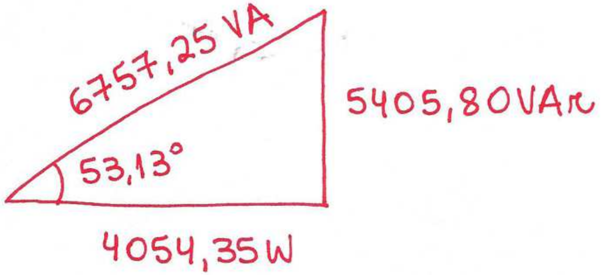
$$\text{rendimento motor} = \frac{\text{potência mecânica}}{\text{potência elétrica}}$$

$$P_e = \frac{5 \times 746}{0,92} = 4054,35 \text{ W} \quad \Big| \quad fp = \frac{P}{S} \longrightarrow 0,6 = \frac{4054,35}{S} \longrightarrow S = 6757,25 \text{ VA}$$

$$S = |\bar{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} \longrightarrow 6757,25 = \sqrt{4054,35^2 + Q^2} \longrightarrow Q = 5405,80 \text{ VAr}$$

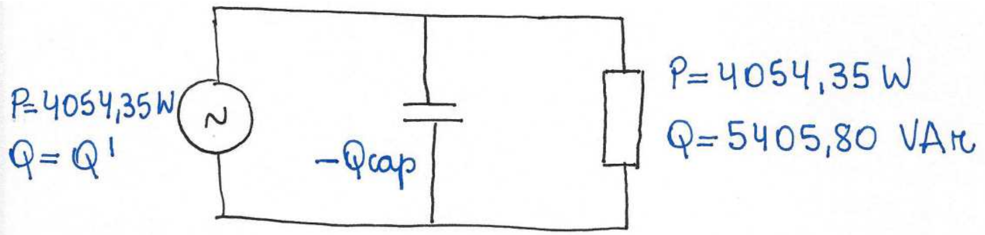
$$fp = \cos\varphi \longrightarrow 0,6 = \cos\varphi \longrightarrow \varphi = 53,13^\circ$$





- Para $fp' = 1{,}00$: $\varphi' = \cos^{-1} 1 = 0°$

$Q' = P\,tg\,\varphi' = 4054{,}35 \cdot tg\,0° = 0$ VAr



$$Q' = Q - Q_{cap} \longrightarrow Q_{cap} = Q' - Q \longrightarrow Q_{cap} = 0 - 5405{,}80 = -5405{,}80 \text{ VAr}$$

$$Q_{cap} = \frac{-V^2}{X_{cap}} \longrightarrow X_{cap} = \frac{-V^2}{Q_{cap}} = \frac{-208^2}{-5405{,}80} = 8\Omega$$

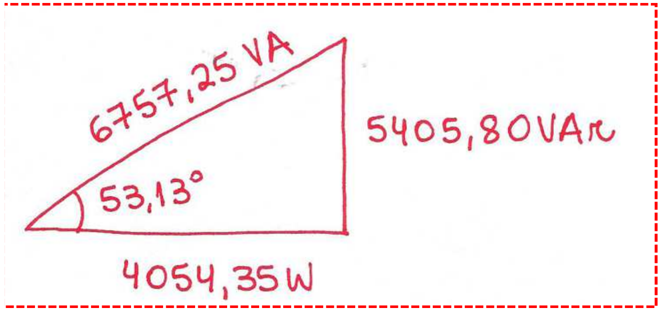
$$X_{cap} = \frac{1}{\omega C} \longrightarrow \boxed{C = \frac{1}{\omega X_{cap}} = \frac{1}{2\pi 60 \cdot 8} = 331{,}4\mu F}$$

"triângulo" de potências

$\phi' = 0°$

$P = 4054{,}35$ W $\qquad Q = 0$ VAr

$S = 4054{,}35$ VA



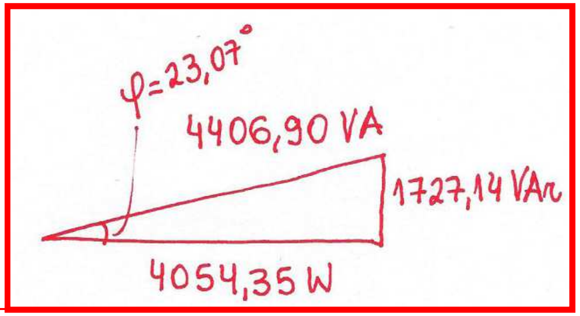
• Para $fp' = 0{,}92$ ind: $\varphi' = \cos^{-1} 0{,}92 = 23{,}07°$

$$Q' = P\,tg\,\varphi' = 4054{,}35\ tg\,23{,}07° = 1727{,}14\ VAr$$

$$Q_{cap} = 1727{,}14 - 5405{,}80 = -3678{,}65\ VAr$$

$$X_{cap} = \frac{-208^2}{-3678{,}65} = 11{,}76\,\Omega \rightarrow \boxed{C = \frac{1}{2\pi 60 \cdot 11{,}76} = 225{,}5\ \mu F}$$

$$S' = \sqrt{4054{,}35^2 + 1727{,}14^2} = 4406{,}90\ VA$$

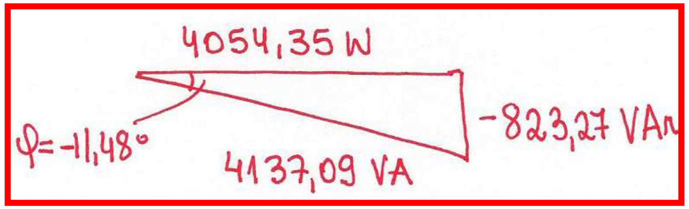


• Para $fp' = 0{,}98$ cap: $\varphi' = -\cos^{-1} 0{,}98 = -11{,}48° \rightarrow Q' = P\,tg\,\varphi' = 4054{,}35 \cdot tg(-11{,}48°) = -823{,}27\ VAr$

$$Q_{cap} = -823{,}27 - 5405{,}80 = -6229{,}07\ VAr \rightarrow X_{cap} = \frac{-208^2}{-6229{,}07} = 6{,}95\,\Omega$$

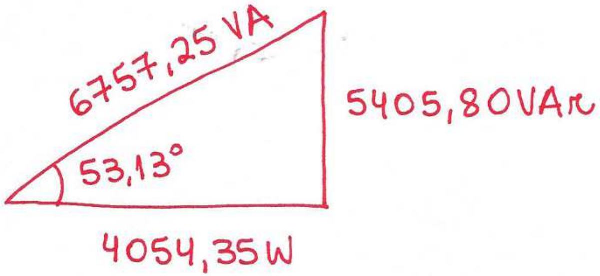
$$\boxed{C = \frac{1}{2\pi 60 \cdot 6{,}95} = 381{,}9\ \mu F}$$

$$S' = \sqrt{4054{,}35^2 + 823{,}27^2} = 4137{,}09\ VA$$



- Correntes: $\dot{I}^* = \dfrac{\bar{S}}{\dot{V}} \longrightarrow \bar{S} = \dot{V} \cdot \dot{I}^* \longrightarrow \dot{I} = \dfrac{\bar{S}^*}{\dot{V}^*}$

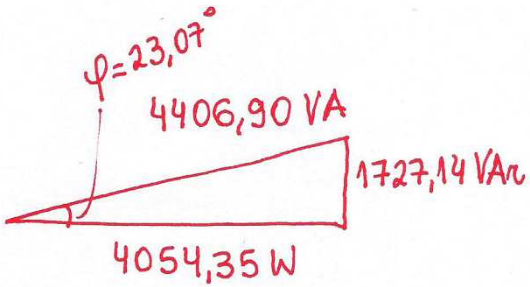
fp = 0,6 ind



$\dot{I} = \dfrac{(4054{,}35 + j5405{,}80)^*}{208} = (32{,}49 \angle -53{,}13°)\,A$

---

fp = 0,92 ind



$\dot{I} = \dfrac{(4054{,}35 + j1727{,}14)^*}{208} = (21{,}19 \angle -23{,}07°)\,A$

---

fp = 1,00

$\phi' = 0°$

$P = 4054{,}35\,W$

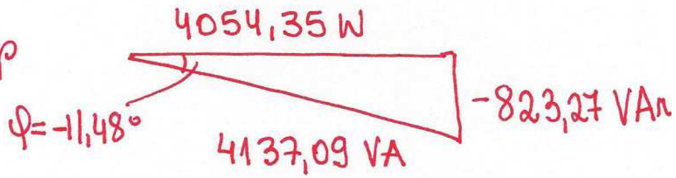
$Q = 0\,VAr$

$S = 4054{,}35\,VA$

$\dot{I} = \dfrac{(4054{,}35 + j0)^*}{208} = (19{,}49 \angle 0{,}00°)\,A$

---

fp = 0,98 cap



$\dot{I} = \dfrac{(4054{,}35 - j823{,}27)^*}{208} = (19{,}89 \angle 11{,}48°)\,A$