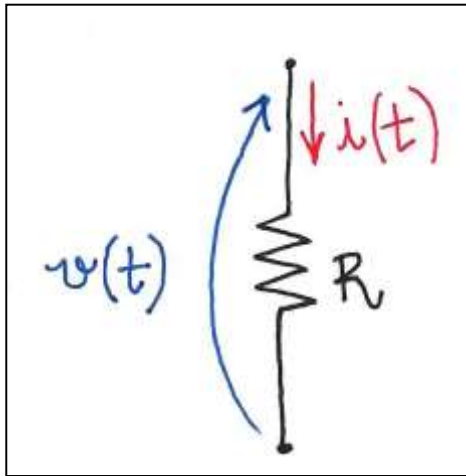


Defasagens entre tensões e correntes: resistância

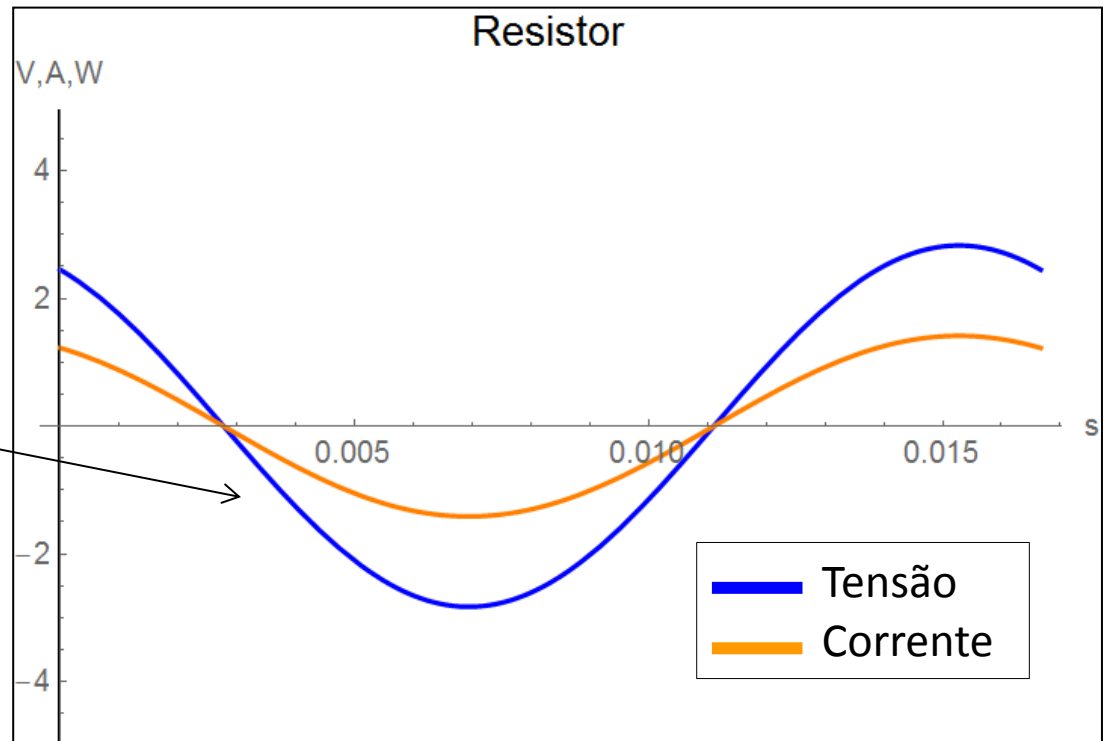


$$\dot{V} = R \dot{I}$$

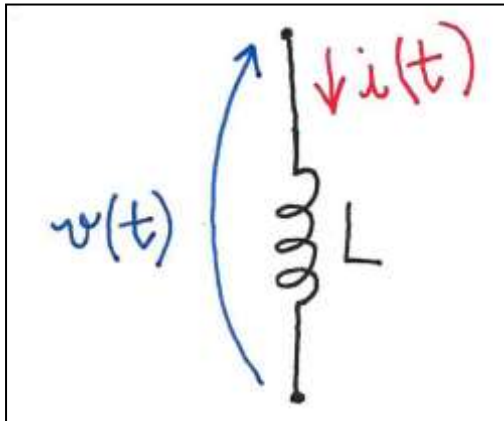
$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$i(t) = \frac{V_m}{R} \cos(\omega t + \theta)$$

Corrente em fase com tensão:



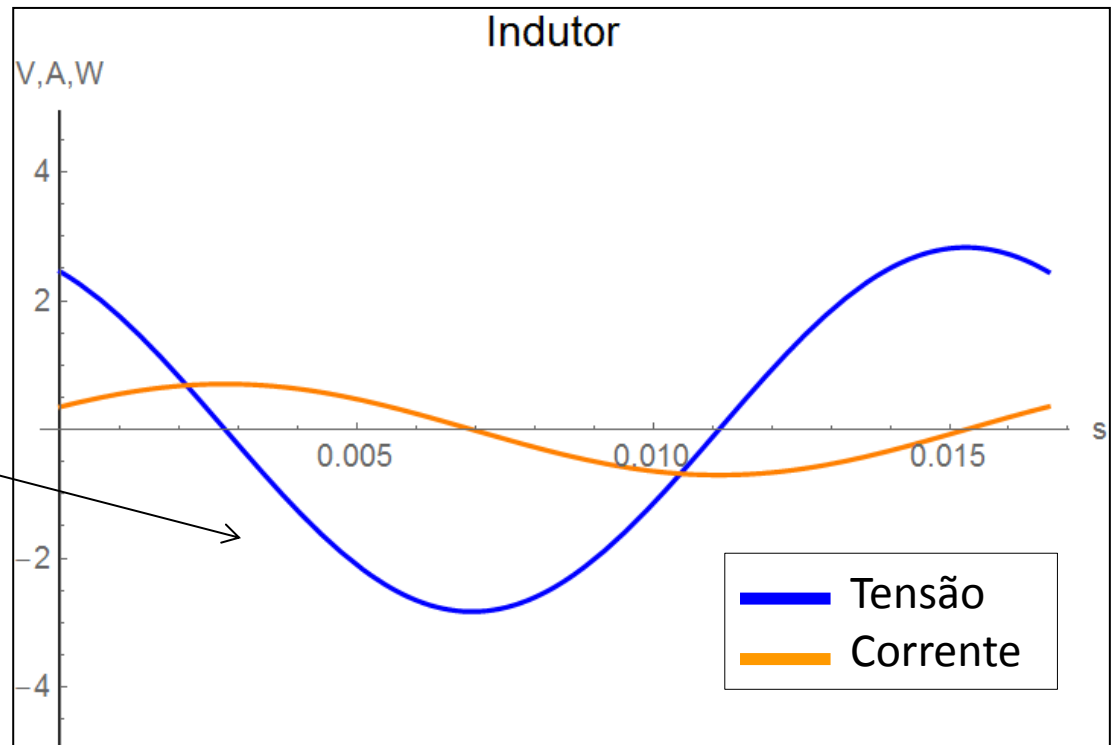
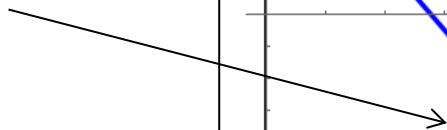
Defasagens entre tensões e correntes: indutância



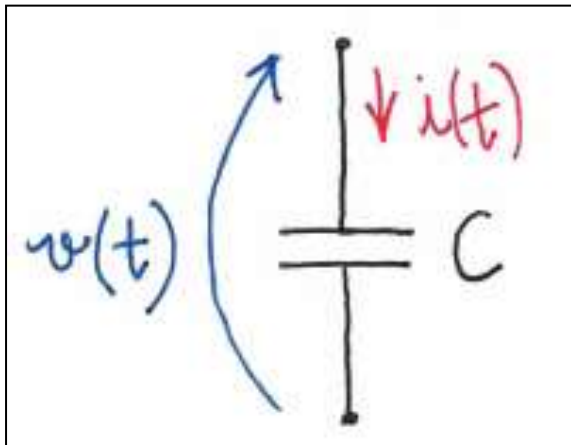
$$\hat{I} = \frac{\hat{V}}{j\omega L}$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$
$$i(t) = \frac{V_m}{\omega L} \cos(\omega t + \theta - 90^\circ)$$

Corrente atrasada em relação à tensão:



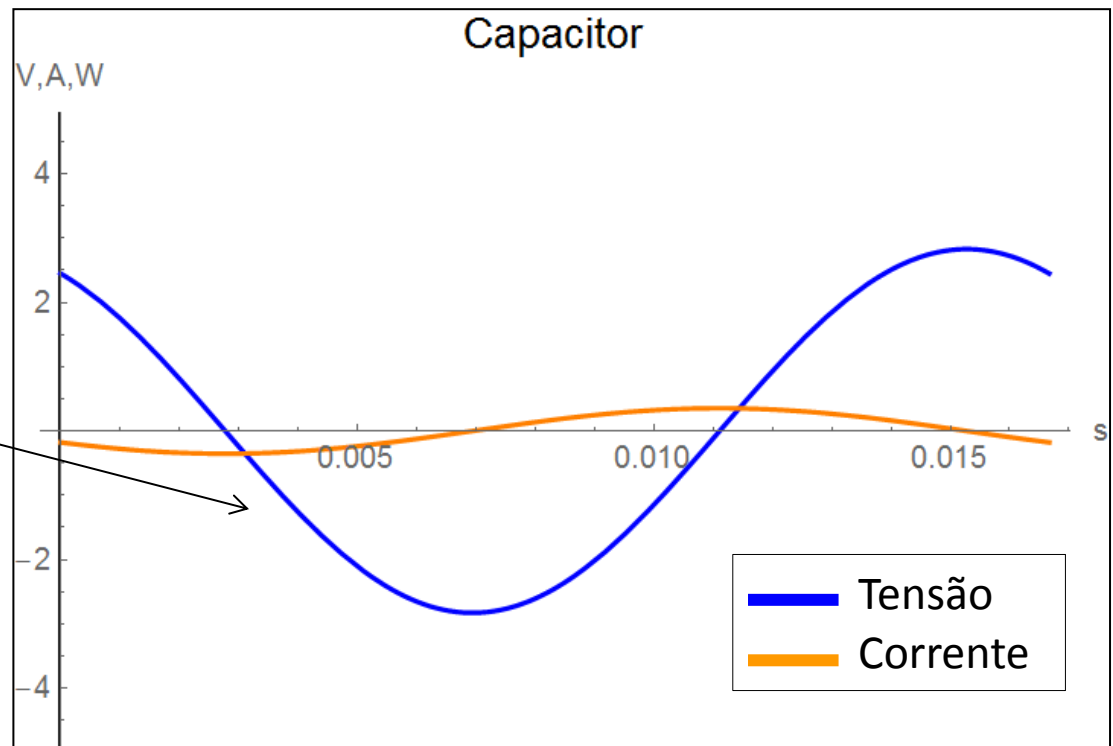
Defasagens entre tensões e correntes: capacitância



$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{\frac{-j}{\omega C}}$$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$
$$i(t) = \omega C V_m \cos(\omega t + \theta + 90^\circ)$$

Corrente adiantada em relação à tensão:



Potência em circuitos CA

Potência instantânea: $p(t) = v(t) \cdot i(t)$

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$\dot{V} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta \quad \dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle (\theta - \varphi)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta - \varphi)$$

$$p(t) = V_m \cos(\omega t + \theta) I_m \cos((\omega t + \theta) - \varphi) =$$

$$= V_m \cos(\omega t + \theta) I_m [\cos(\omega t + \theta) \cos \varphi + \sin(\omega t + \theta) \sin \varphi]$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} \cos(a+b) + \frac{1}{2} \cos(a-b)$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} \sin(a+b) + \frac{1}{2} \sin(a-b)$$

$$p(t) = \frac{V_m I_m \cos \varphi}{2} [\cos(2\omega t + 2\theta) + \cos 0]$$

$$+ \frac{V_m I_m \sin \varphi}{2} [\sin(2\omega t + 2\theta) + \sin 0]$$

$$p(t) = \underbrace{\frac{V_m I_m \cos \varphi}{2}}_{\text{Valor constante}} + \underbrace{\frac{V_m I_m \cos \varphi \cos(2\omega t + 2\theta)}{2}}_{\text{Valor médio} = 0} + \underbrace{\frac{V_m I_m \sin \varphi \sin(2\omega t + 2\theta)}{2}}_{\text{Valor médio} = 0}$$

Valor constante

Valor médio = 0

Valor médio = 0

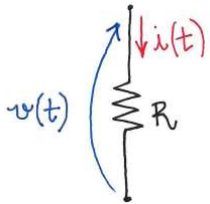
Frequência angular = 2ω

Frequência angular = 2ω

Potência em circuitos CA

Casos particulares

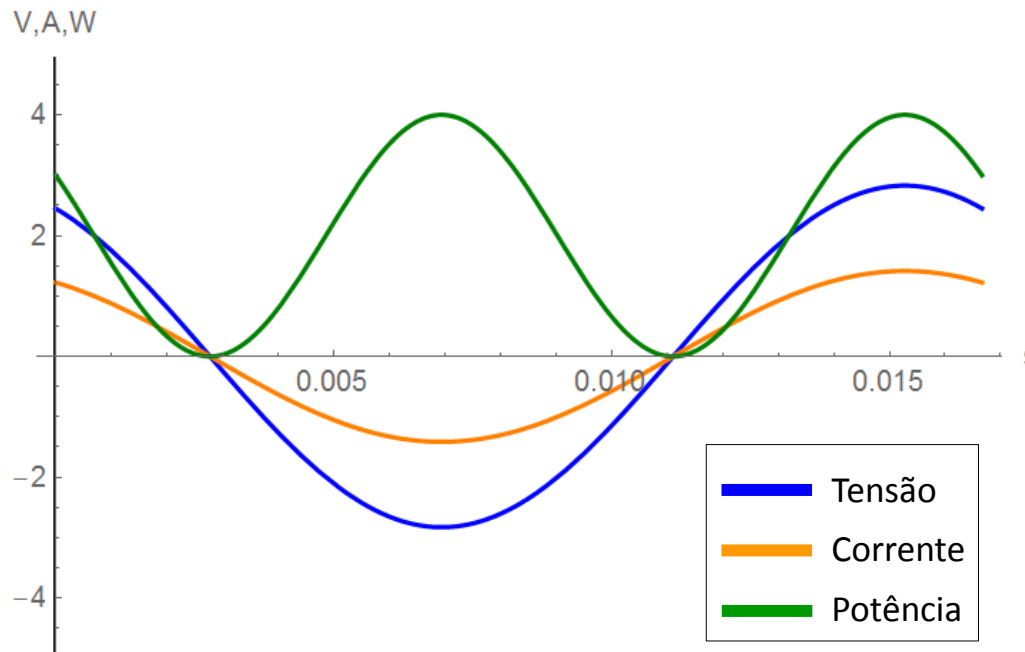
- Resistância



$$\varphi = 0^\circ$$

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} + \frac{V_m I_m}{2} \cos(2\omega t + 2\theta)$$

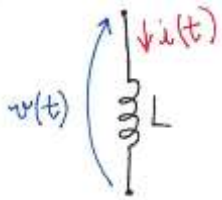
Resistor



Potência em circuitos CA

Casos particulares

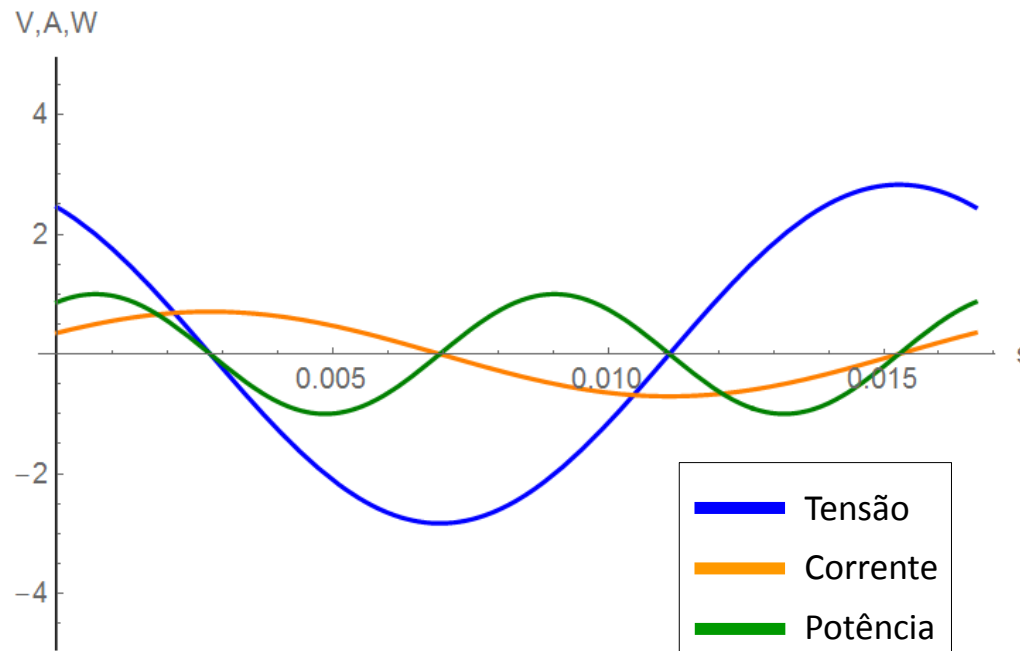
- Indutância



$$\psi = 90^\circ$$

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} \sin(2\omega t + 2\theta)$$

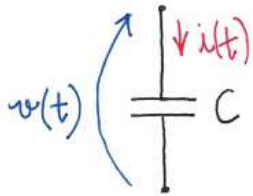
Indutor



Potência em circuitos CA

Casos particulares

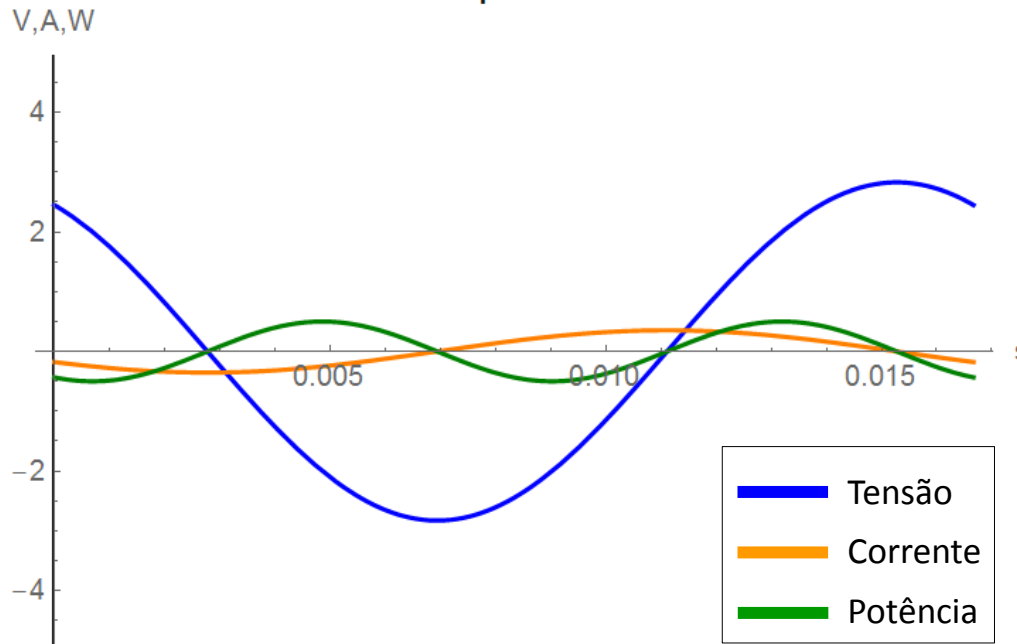
- Capacitância



$$\varphi = -90^\circ$$

$$p(t) = -\frac{V_m I_m}{2} \sin(2\omega t + 2\theta)$$

Capacitor



Potências ativa e reativa

- Potência ativa [W]

- Potência média no tempo: $P = \frac{V_M I_M}{2} \cos \varphi$
- Fornecida pela(s) fonte(s)
- Consumida por resistores

- Potência reativa [VAr] ou [var]

- $Q = \frac{V_M I_M}{2} \operatorname{sen} \varphi$
- Presente quando há indutores ou capacitores no circuito

- Se lembrarmos que $\frac{V_M}{\sqrt{2}} = V_{ef}$, $\frac{I_M}{\sqrt{2}} = I_{ef}$

$$P = V_{ef} I_{ef} \cos \varphi$$

$$Q = V_{ef} I_{ef} \operatorname{sen} \varphi$$

• Convenção de sinal de potência reativa

- Indutor

- Consome potência reativa, $Q > 0$

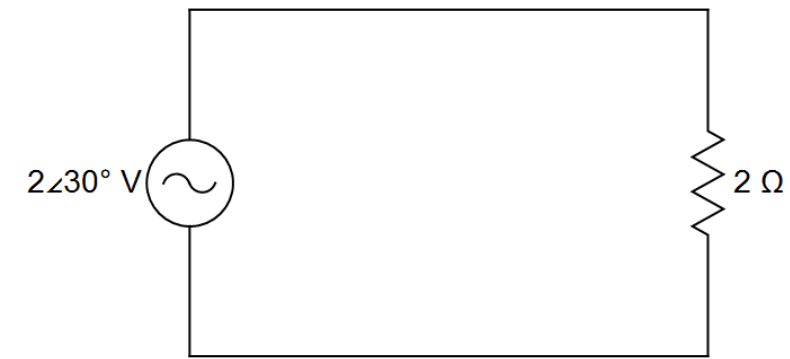
- Capacitor

- Fornece potência reativa, $Q < 0$

- Fonte de tensão/corrente CA

- Pode consumir ou fornecer, de acordo com defasagem φ entre tensão e corrente

Exemplo 1



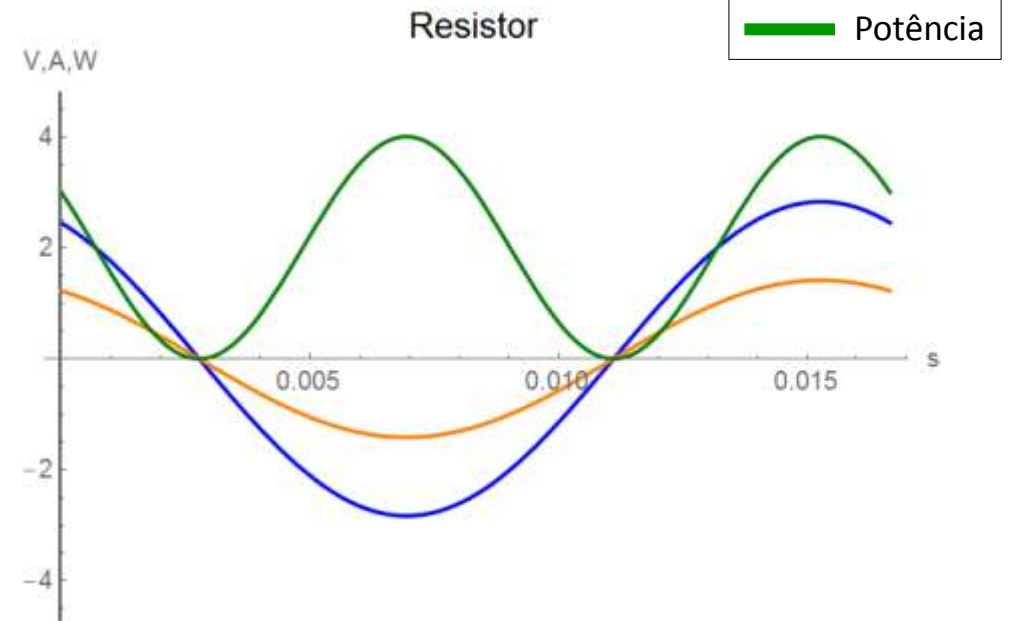
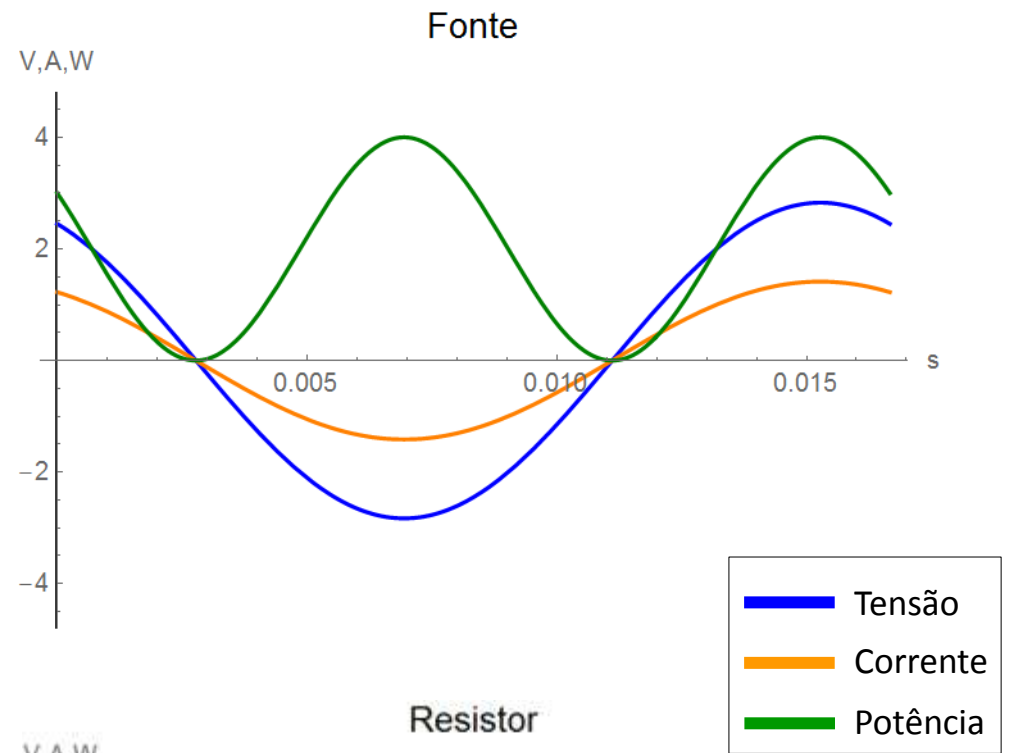
Resistor e fonte:

$$\dot{I} = \frac{2\angle 30^\circ}{2} = 1\angle 30^\circ \text{ A}$$

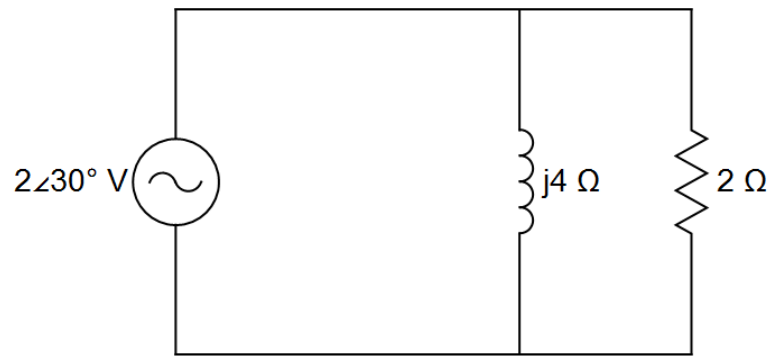
$$\varphi = 0^\circ$$

$$P = 2 \cdot 1 \cdot \cos 0^\circ = 2 \text{ W}$$

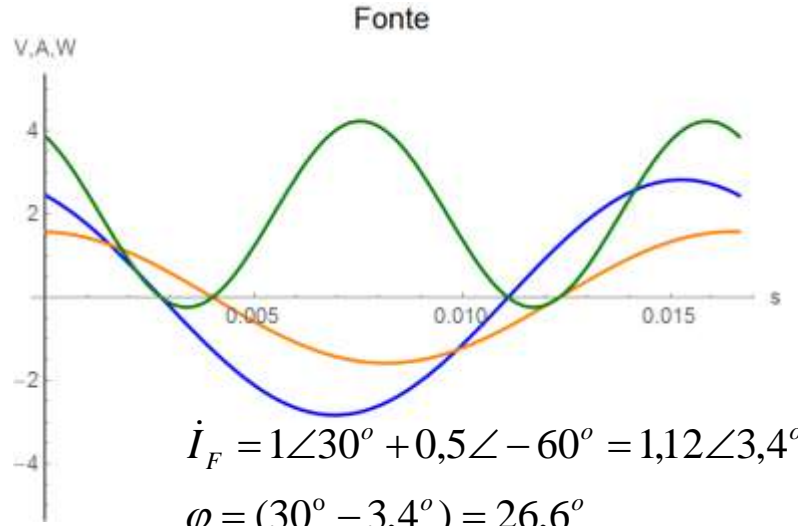
$$Q = 2 \cdot 1 \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ VAR}$$



Exemplo 2



- █ Tensão
- █ Corrente
- █ Potência

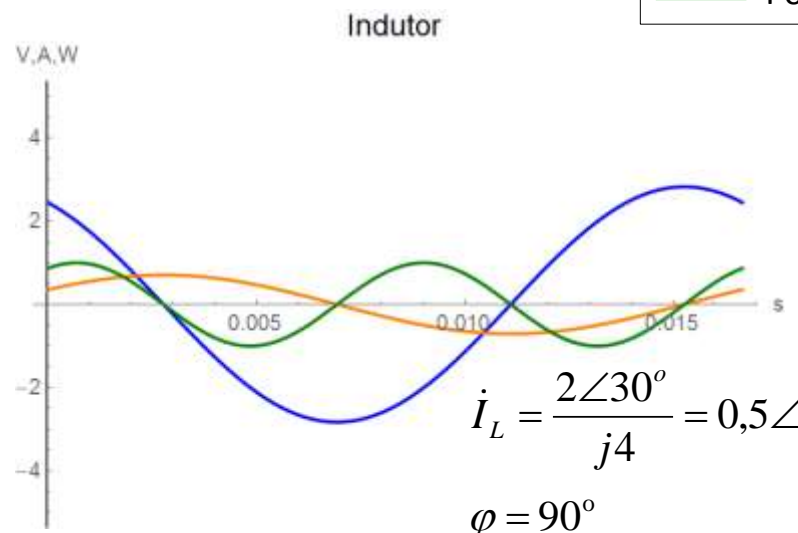


$$\dot{I}_F = 1\angle 30^\circ + 0,5\angle -60^\circ = 1,12\angle 3,4^\circ \text{ A}$$

$$\varphi = (30^\circ - 3,4^\circ) = 26,6^\circ$$

$$P_F = 2 \cdot 1,12 \cdot \cos 26,6^\circ = 2 \text{ W} = P_R + P_L$$

$$Q_F = 2 \cdot 1,12 \cdot \sin 26,6^\circ = 1 \text{ VAR} = Q_R + Q_L$$

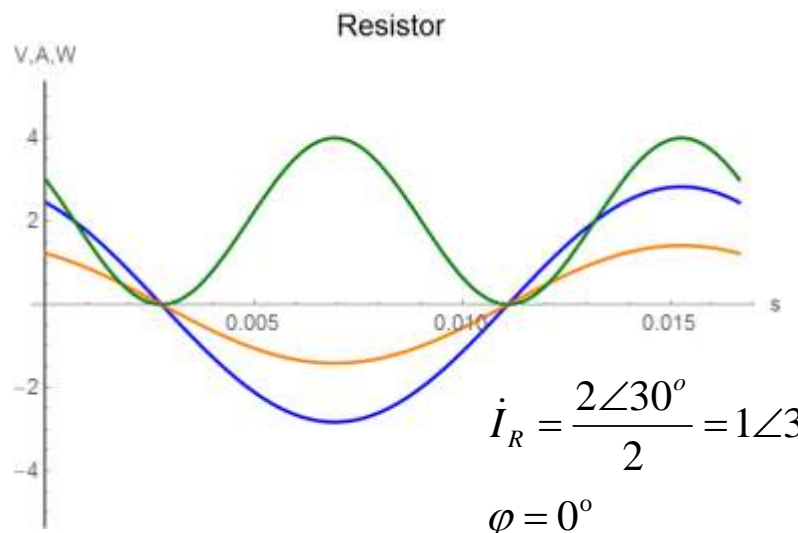


$$\dot{I}_L = \frac{2\angle 30^\circ}{j4} = 0,5\angle -60^\circ \text{ A}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

$$P_L = 2 \cdot 0,5 \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ W}$$

$$Q_L = 2 \cdot 0,5 \cdot \sin 90^\circ = 1 \text{ VAR}$$



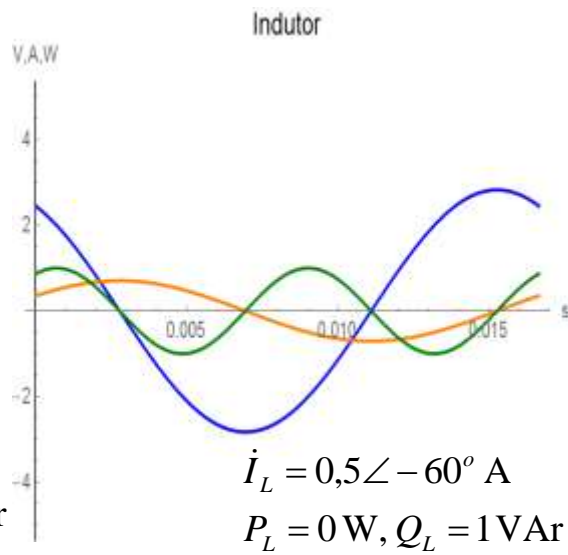
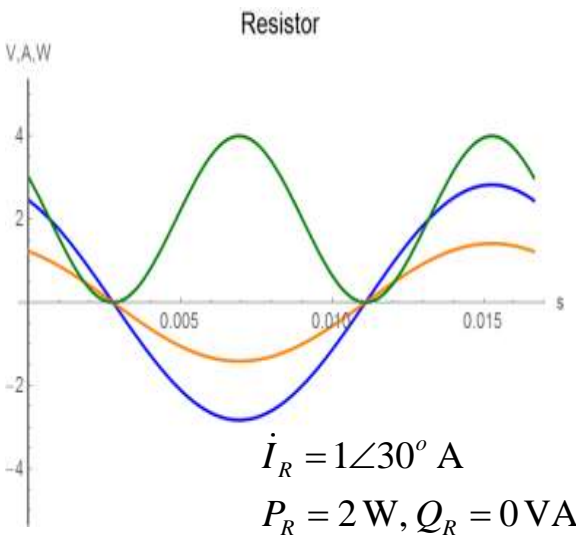
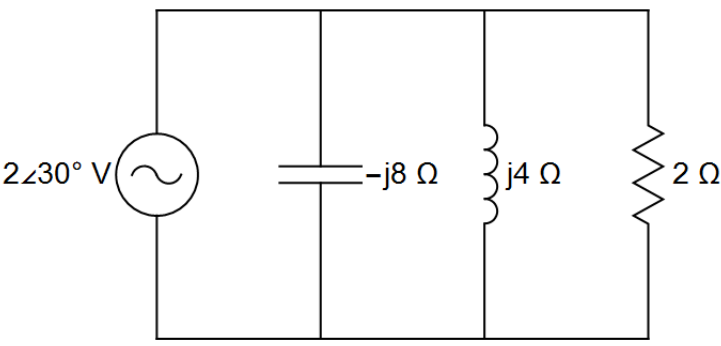
$$\dot{I}_R = \frac{2\angle 30^\circ}{2} = 1\angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\varphi = 0^\circ$$

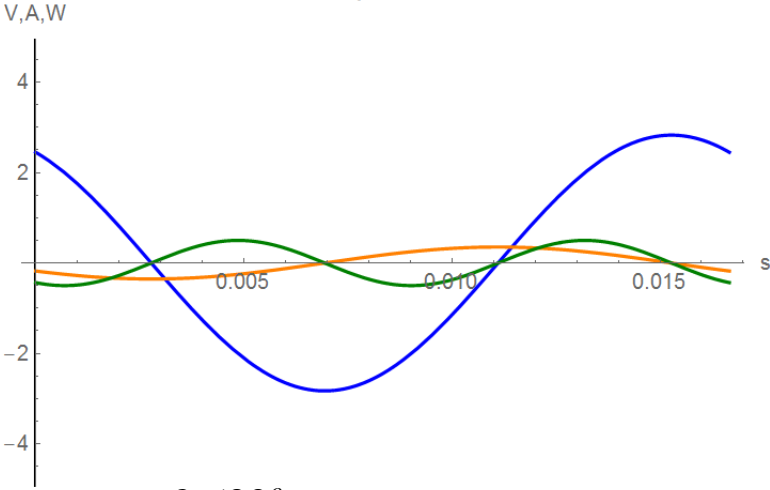
$$P_R = 2 \cdot 1 \cdot \cos 0^\circ = 2 \text{ W}$$

$$Q_R = 2 \cdot 1 \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ VAR}$$

Exemplo 3



Capacitor

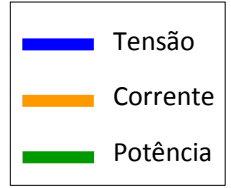


$$\dot{I}_C = \frac{2 \angle 30^\circ}{-j8} = 0,25 \angle 120^\circ \text{ A}$$

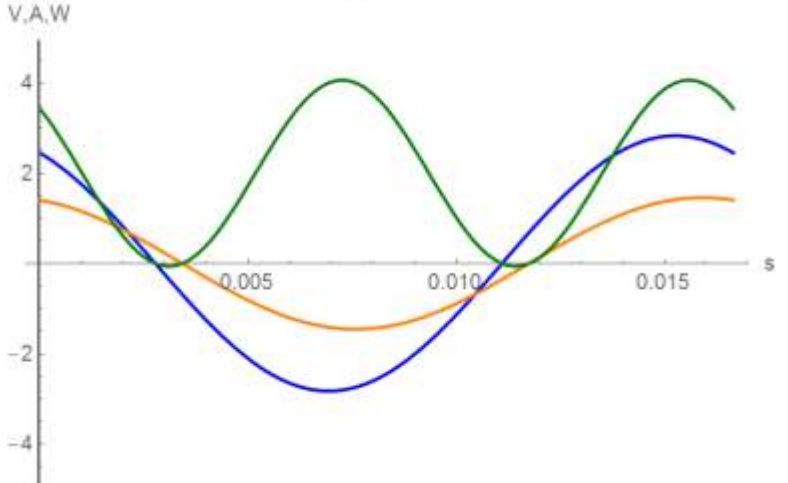
$$\varphi = -90^\circ$$

$$P_C = 2 \cdot 0,25 \cdot \cos(-90^\circ) = 0 \text{ W}$$

$$Q_C = 2 \cdot 0,25 \cdot \text{sen}(-90^\circ) = -0,5 \text{ VAr}$$



Fonte



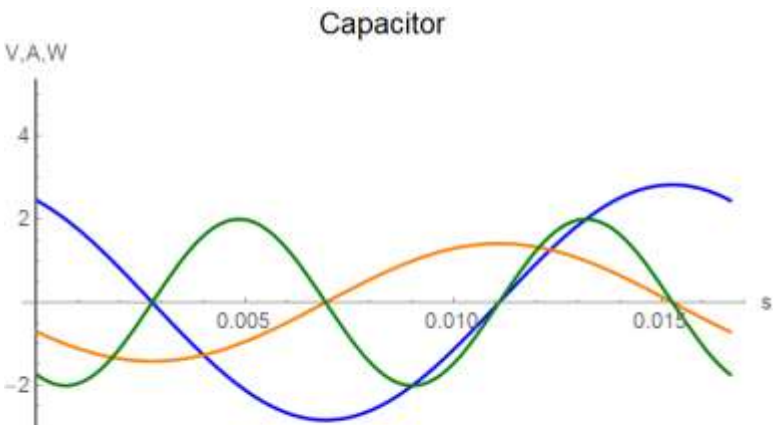
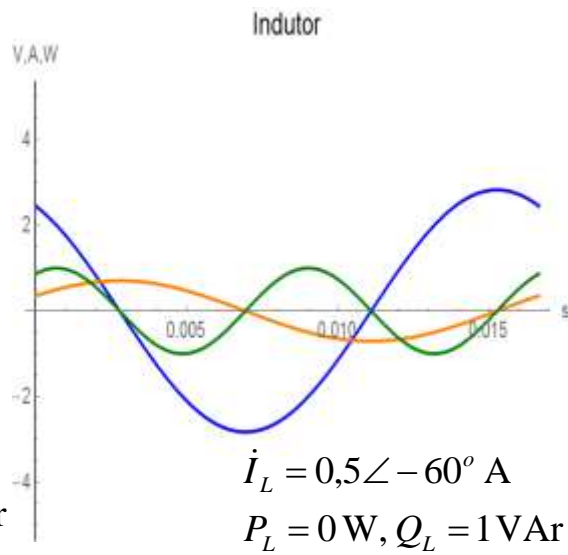
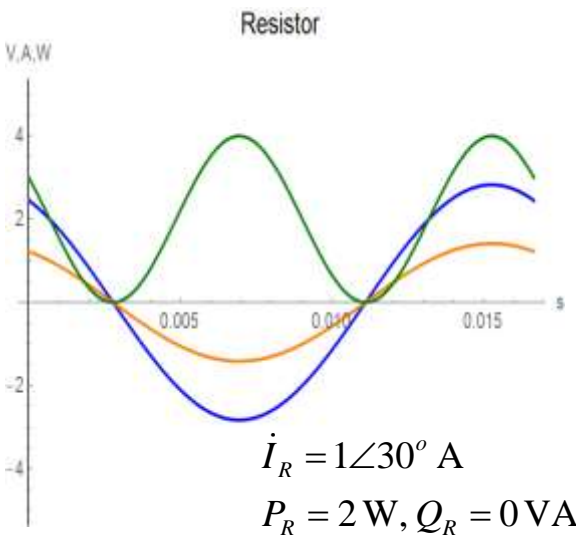
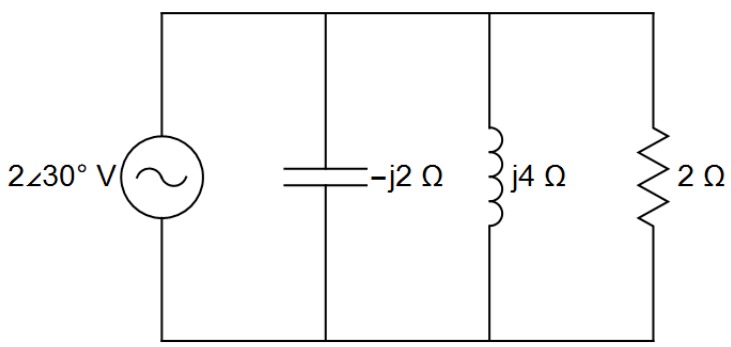
$$\dot{I}_F = 1 \angle 30^\circ + 0,5 \angle -60^\circ + 0,25 \angle 120^\circ = 1,03 \angle 16,0^\circ \text{ A}$$

$$\varphi = (30^\circ - 16^\circ) = 14^\circ$$

$$P_F = 2 \cdot 1,03 \cdot \cos 14^\circ = 2 \text{ W} = P_R + P_L + P_C$$

$$Q_F = 2 \cdot 1,03 \cdot \text{sen} 14^\circ = 0,5 \text{ VAr} = Q_R + Q_L + Q_C$$

Exemplo 4



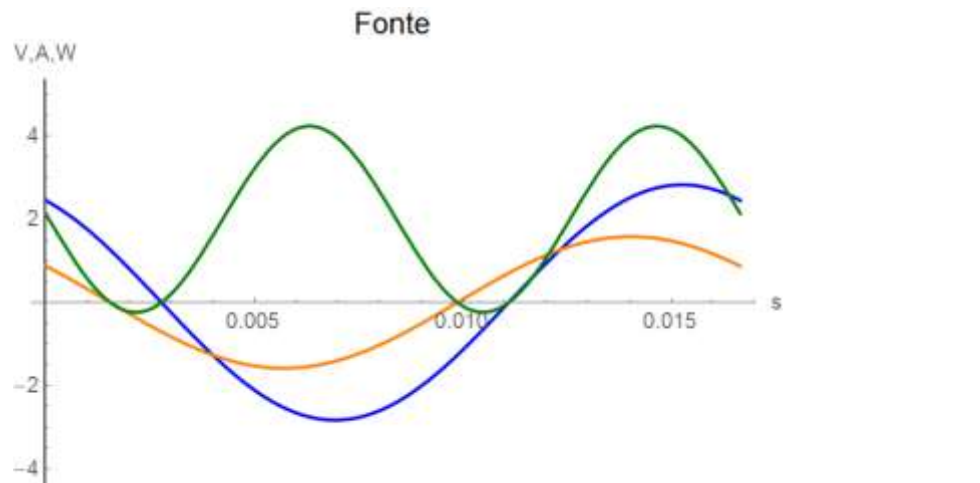
$$\dot{I}_C = \frac{2 \angle 30^\circ}{-j2} = 1 \angle 120^\circ \text{ A}$$

$$\varphi = -90^\circ$$

$$P_C = 2 \cdot 1 \cdot \cos(-90^\circ) = 0 \text{ W}$$

$$Q_C = 2 \cdot 1 \cdot \sin(-90^\circ) = -2 \text{ VAr}$$

—	Tensão
—	Corrente
—	Potência



$$\dot{I}_F = 1 \angle 30^\circ + 0,5 \angle -60^\circ + 1 \angle 120^\circ = 1,12 \angle 56,6^\circ \text{ A}$$

$$\varphi = (30^\circ - 56,5^\circ) = -26,6^\circ$$

$$P_F = 2 \cdot 1,12 \cdot \cos(-26,6^\circ) = 2 \text{ W} = P_R + P_L + P_C$$

$$Q_F = 2 \cdot 1,12 \cdot \sin(-26,6^\circ) = -1 \text{ VAr} = Q_R + Q_L + Q_C$$

- Potência complexa [VA]

$$\bar{S} = P + jQ$$

– Expressão direta:

$$\begin{aligned}\bar{S} &= V_{ef} I_{ef} \cos \varphi + j V_{ef} I_{ef} \operatorname{sen} \varphi = V_{ef} I_{ef} (\cos \varphi + j \operatorname{sen} \varphi) \\ &= V_{ef} I_{ef} (1 \angle \varphi) = V_{ef} I_{ef} (1 \angle \theta)(1 \angle -\theta)(1 \angle \varphi) = \\ &= (V_{ef} \angle \theta)(I_{ef} \angle (-\theta + \varphi)) = (V_{ef} \angle \theta)(I_{ef} \angle (-(\theta - \varphi))) = \\ &= (V_{ef} \angle \theta)(I_{ef} \angle (\theta - \varphi))^*\end{aligned}$$

$$\bar{S} = \dot{V} \dot{I}^*$$

- Potência aparente [VA]

$$S = |\bar{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_{ef} I_{ef}$$

Outras expressões para potências

- Resistência ($\varphi=0^\circ$)

$$P = V_{ef} I_{ef} \cos 0^\circ = V_{ef} \left(\frac{V_{ef}}{R} \right) = \frac{V_{ef}^2}{R}$$
$$\text{ou } P = R \cdot I_{ef}^2$$

(conforme o caso)

- Indutância ($\varphi=90^\circ$)

$$Q = V_{ef} I_{ef} \text{sen} 90^\circ = V_{ef} \left(\frac{V_{ef}}{X_L} \right) = \frac{V_{ef}^2}{X_L}$$
$$\text{ou } Q = X_L \cdot I_{ef}^2$$

- Capacitância ($\varphi= -90^\circ$)

$$Q = -\frac{V_{ef}^2}{X_C}$$
$$\text{ou } Q = -X_C \cdot I_{ef}^2$$

- Fator de potência

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

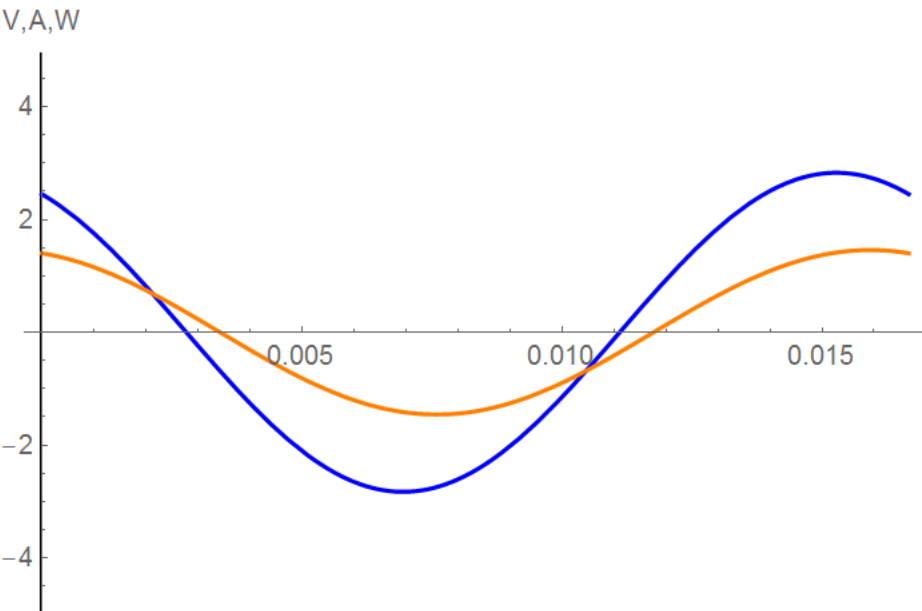
- Para sistemas CA cossenoidais (escopo deste curso)

$$fp = \frac{V_{ef} I_{ef} \cos \varphi}{V_{ef} I_{ef}} = \cos \varphi$$

- Como $\cos(x)$ é uma função par, fp é sempre positivo para a faixa $-90^\circ < \varphi < +90^\circ$
 - Deve ser indicado se o fp é indutivo (=atrasado=corrente atrasada) ou capacitivo (=adiantado=corrente adiantada)
- Resistência pura: fp=1
- Indutância pura ou capacitância pura: fp=0

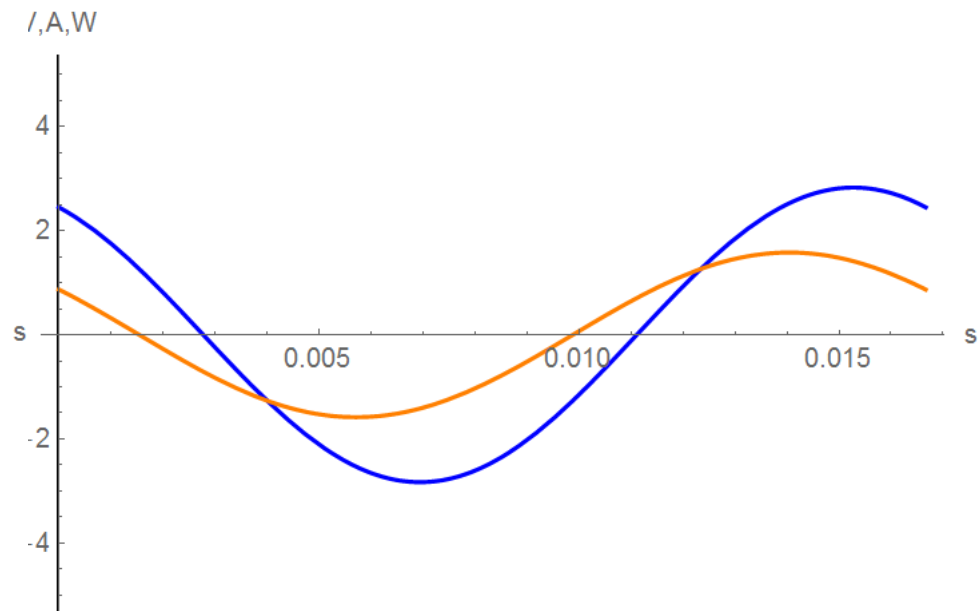
Exemplo 3 – fator de potência indutivo

Fonte

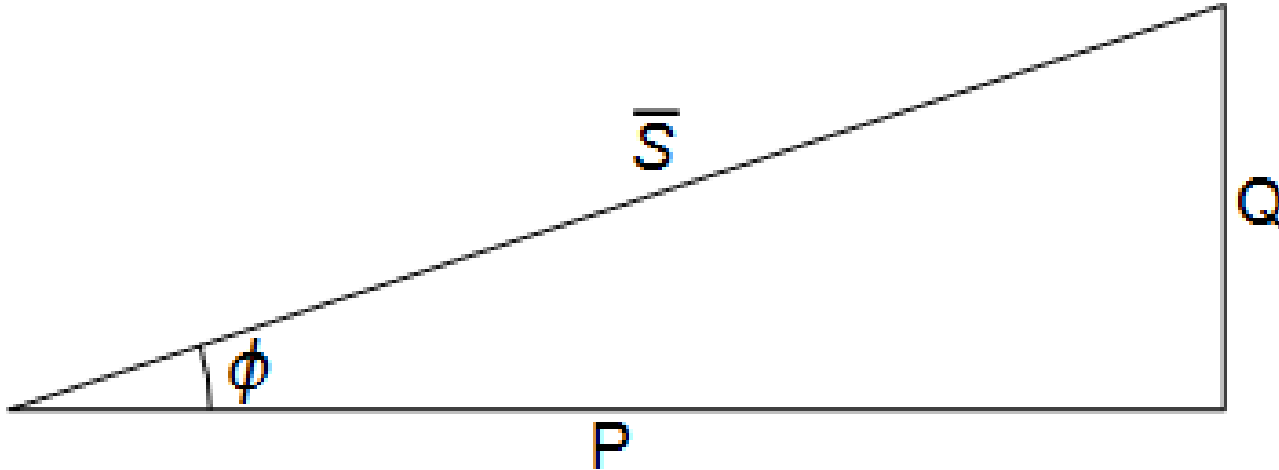


Exemplo 4 – fator de potência capacitivo

Fonte



Triângulo de potências



$$P = S \cos \phi \quad Q = S \sin \phi$$

$$Q = P \operatorname{tg} \phi$$

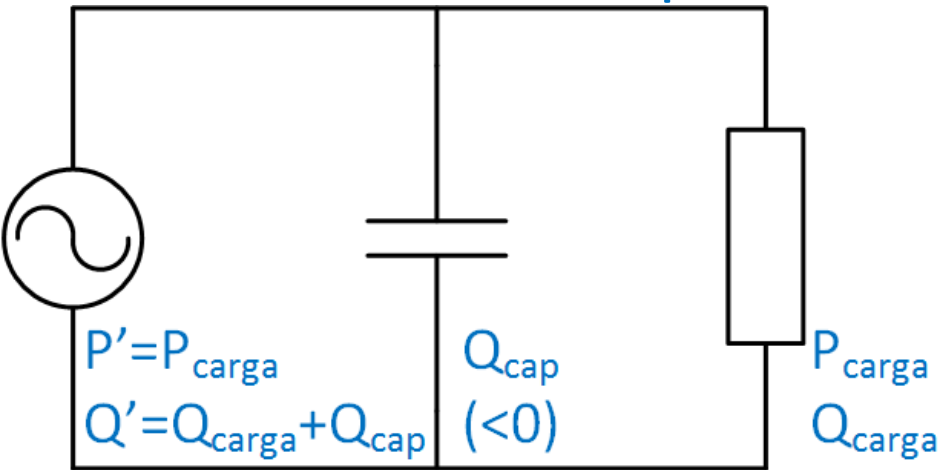
Correção de fator de potência

- Cargas como motores têm uma indutância intrínseca, necessária ao seu funcionamento
- Energia reativa não resulta em trabalho útil
- Baixo fator de potência no circuito
 - Corrente na fonte maior que o necessário
 - Maiores perdas
 - Necessidade de sobredimensionamento
- Capacitor em paralelo com carga indutiva pode aumentar o fator de potência do circuito

Correção de fator de potência (cont.)

- “Geração” de energia reativa próximo ao “consumo”
- Potência ativa na carga não é alterada
- A ANEEL determina que consumidores do grupo A (tensão ≥ 2300 V) devem apresentar fator de potência $\geq 0,92$ (indutivo ou capacitivo).

Procedimento para correção de fator de potência



- Deseja-se alterar o fator de potência do circuito (visto pela fonte) para o valor fp' (indutivo ou capacitivo).

- fp , φ , P e Q da carga original:

fp indutivo: $\varphi = \cos^{-1}(fp)$

fp capacitivo: $\varphi = -\cos^{-1}(fp)$

- Potência ativa não é alterada

- φ' desejado:

fp indutivo: $\varphi' = \cos^{-1}(fp')$

fp capacitivo: $\varphi' = -\cos^{-1}(fp')$

- $Q' = P \cdot \text{tg}\varphi'$

- A potência reativa fornecida pelo capacitor é a diferença entre Q original e Q' desejado:

- $Q_{\text{cap}} = Q' - Q_{\text{carga}} = P \cdot \text{tg}\varphi' - P \cdot \text{tg}\varphi = P(\text{tg}\varphi' - \text{tg}\varphi)$

- A partir de Q_{cap} , pode-se encontrar X_{cap} e o valor da capacitância correspondente