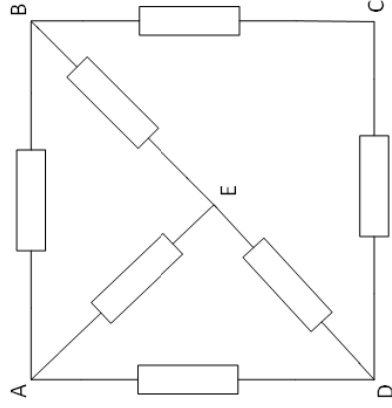


Leis de Kirchoff

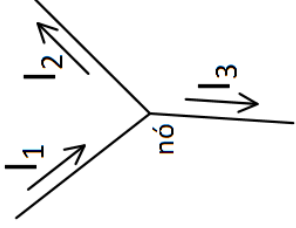
- Nó: ponto comum entre bipolos
- Ramo: os próprios bipolos
- Laço: percurso “fechado” de ramos (nó inicial = nó final)
- Malha: laço que não contém outros laços

Ex.:



- Nós: A, B, C, D, E
- Ramos: AB, AE, AD, BE, BC, CD, DE)
- Malhas: ABEA, AEDA, BCDEB

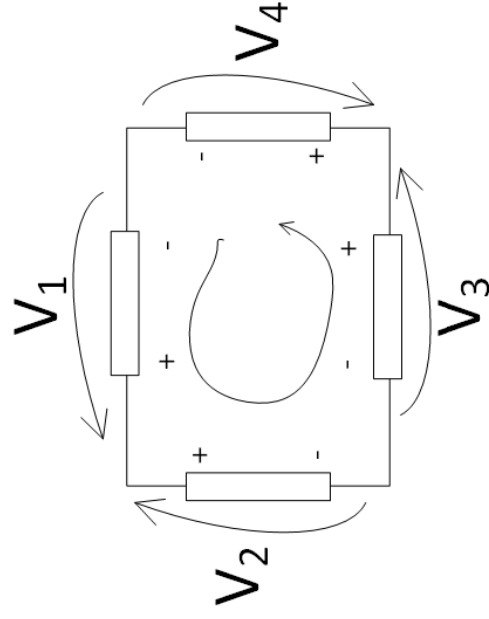
Primeira lei de Kirchoff (PLK), lei dos nós



$$\sum_k I_k = 0 \quad (\text{nesse caso } I_1 - I_2 - I_3 = 0)$$

1. Arbitrar sinal de acordo com o sentido das correntes (entrando ou saindo do nó)
2. Para cada nó, $\sum_k I_k = 0$ (PLK), onde I_k são as correntes que entram ou saem do nó k

Segunda lei de Kirchoff (SLK), lei das malhas



$$\sum_k V_k = 0$$

(nesse caso $-V_1 + V_2 - V_3 + V_4 = 0$)

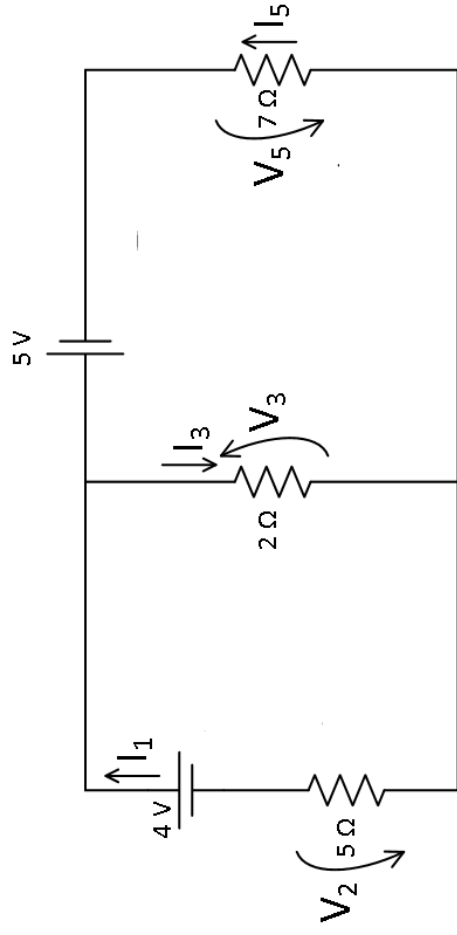
1. Arbitrar polaridades para as tensões de ramo
2. Arbitrar sentido para a malha
3. Para cada malha, $\sum_m V_M = 0$ (SLK), onde V_m são as tensões ao longo da malha m

Resolução de circuitos pelas leis de Kirchoff

- Para um circuito com n nós e r ramos, no qual deseja-se determinar as tensões e correntes nos r ramos, são necessárias:
 - $n-1$ equações de nós (PLK)
 - $r-n+1$ equações de malhas (SLK)
 - $r-n+1$ é o número de “janelas” no circuito
 - r equações de bipolo (fonte de tensão ideal / real, fonte de corrente ideal / real ou resistor [lei de Ohm])

Análise de malhas

- As incógnitas são as correntes
- Tensões nos resistores são obtidas diretamente a partir das correntes
- Tensões em fontes de corrente são obtidas pela SLK
- As malhas não devem conter fontes de corrente (ver exemplo manuscrito)
 - Se a fonte de corrente pertencer a somente uma malha, será desconsiderada no sistema de equações
 - Se pertencer a duas malhas, elas serão substituídas por uma supermalha (união das duas malhas desconsiderando a fonte de corrente)
 - O sistema terá uma equação a menos, porém terá também uma corrente incógnita a menos
- Artifício: se ao se percorrer a malha:
 - encontrar uma fonte de tensão, usar, na equação de malha, o sinal da primeira polaridade a ser percorrido
 - encontrar um resistor com a corrente no mesmo sentido, usar sinal positivo; com corrente no sentido contrário, usar sinal negativo
 - pode-se usar esse artifício com todos os sinais invertidos



PLK: $I_1 - I_3 + I_5 = 0$

SLK: (sentido horário):

$$2I_3 + 5I_1 - 4 = 0$$

$$-2I_3 + 5 - 7I_5 = 0$$

Assim, têm-se 3 equações para 3 incógnitas

$$I_1 = 0.4407 \text{ A}$$

$$I_3 = 0.8983 \text{ A}$$

$$I_5 = 0.4576 \text{ A}$$

V_1 e V_4 já são conhecidas; V_2 , V_3 e V_5 são calculadas pela lei de Ohm:

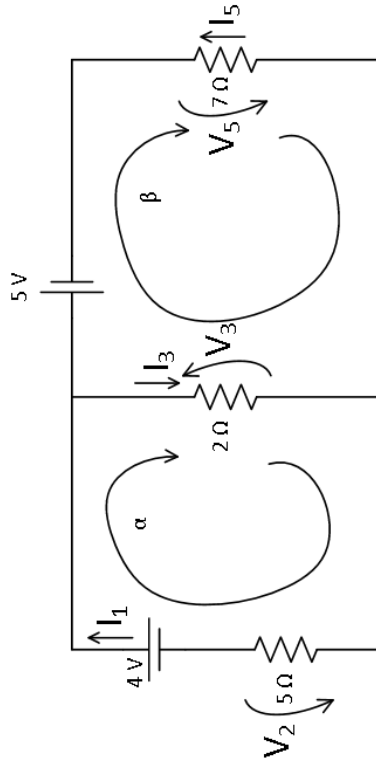
$$V_2 = 5 \cdot I_1 = 2.2035 \text{ V}$$

$$V_3 = 2 \cdot I_3 = 1.7966 \text{ V}$$

$$V_5 = 7 \cdot I_5 = 3.2032 \text{ V}$$

Método das correntes fictícias de Maxwell
(circuito sem fontes de corrente)

1. Identificar todas as malhas independentes (“janelas”)
2. Supor uma corrente de malha fictícia para cada malha independente, no sentido horário
3. Escrever as equações da SLK para as malhas independentes
4. Para cada um dos ramos, aplicar as equações dos bipolos, considerando as correntes fictícias, atentando para os ramos comuns a mais de uma malha.
5. Resolver o sistema de equações resultante
6. Determinar as correntes dos ramos e as suas correspondentes tensões a partir dos valores obtidos para as correntes fictícias



Malha α : $5\alpha - 4 + 2(\alpha - \beta) = 0$ **Solução:**

Malha β : $5 + 7\beta + 2(\beta - \alpha) = 0$ $\alpha = 0.4407 \text{ A}$

Reescrevendo: $\beta = -0.4576 \text{ A}$

$7\alpha - 2\beta = 0$

$-2\alpha + 9\beta = -5$

Voltando às correntes de ramo,

$I_1 = \alpha = 0.4407 \text{ A}$

$I_3 = \alpha - \beta = 0.8983 \text{ A}$

$I_5 = -\beta = 0.4576 \text{ A}$

Dica: para esse circuito em particular, é possível transformar fontes de tensão reais em fontes de corrente. Fica para exercício.

Princípio da superposição de efeitos

- Linearidade dos efeitos

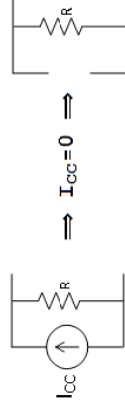
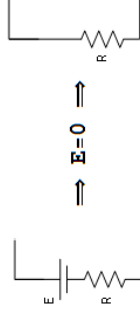
Se $f(\mathbf{x})$ é uma função linear,

$$f(k \cdot \mathbf{x}) = k \cdot f(\mathbf{x})$$

$$f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = f(\mathbf{x}) + f(\mathbf{y})$$

- Geradores (fontes) inativos

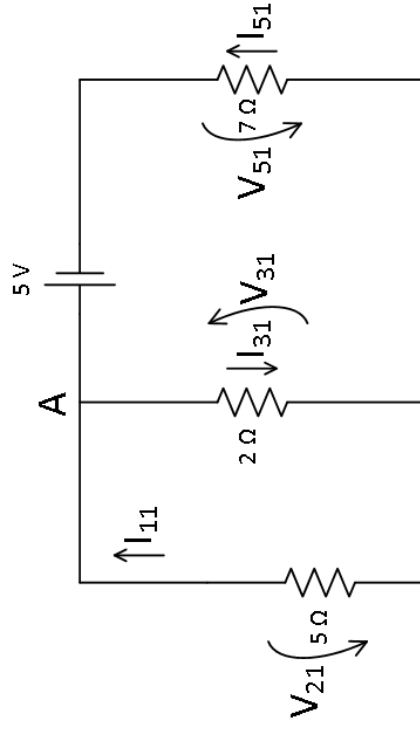
- fonte de tensão:



Princípio da superposição de efeitos

1. Desativar todas as fontes do circuito, menos uma
 - 1.1. Manter o sentido arbitrado para as correntes e tensões no circuito original
2. Calcular as correntes e tensões nos ramos do circuito
3. Desativar a fonte atualmente ativa a ativar uma outra
4. Voltar ao item 2
5. Somar os efeitos para obter as tensões e correntes do circuito

Voltando ao exemplo, desativando uma das fontes de tensão :



B

$$I_{51} = \frac{5V}{(7+5//2)\Omega} = \frac{5}{7 + \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}}} = 0.5932 \text{ A}$$

$$V_{51} = 5 * 0.5932 = 4.1525 \text{ V}$$

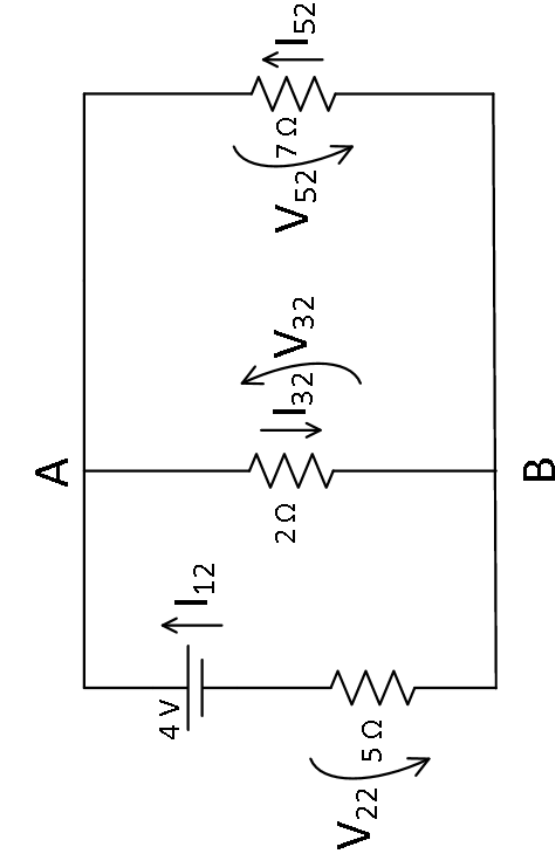
$$V_{31} + V_{51} - 5 = 0 \rightarrow V_{31} = 0.8475 \text{ V}$$

$$I_{31} = \frac{V_{31}}{2\Omega} = 0.4237 \text{ A}$$

$$V_{21} = -V_{31} = -0.8475 \text{ A}$$

$$I_{11} = \frac{V_{21}}{5\Omega} = -0.1695 \text{ A}$$

Reativando uma das fontes e desativando a outra :



$$I_{12} = \frac{4 \text{ V}}{(5+2//7)\Omega} = 0.6102 \text{ A}$$

$$V_{22} = 5 \cdot 0.6102 \text{ A} = 3.0508 \text{ V}$$

$$V_{32} + V_{22} - 4 = 0 \rightarrow V_{32} = 0.9492 \text{ V}$$

$$I_{32} = \frac{V_{32}}{2\Omega} = 0.4746 \text{ A}$$

$$V_{52} = -V_{32} = -0.9492 \text{ V}$$

$$I_{52} = \frac{V_{52}}{7\Omega} = -0.1356 \text{ A}$$

somando os efeitos:

$$I_1 = I_{11} + I_{22} = -0.1695 + 0.6102 = 0.4407 \text{ A}$$

$$I_3 = 0.4237 + 0.4746 = 0.8983 \text{ A}$$

$$I_5 = 0.5932 - 0.1356 = 0.4576 \text{ A}$$

$$V_2 = -0.8475 + 3.0508 = 2.2034 \text{ V}$$

$$V_3 = 0.8475 + 0.9492 = 1.7966 \text{ V}$$

$$V_5 = 4.15250 + 0.9492 = 3.2034 \text{ V}$$