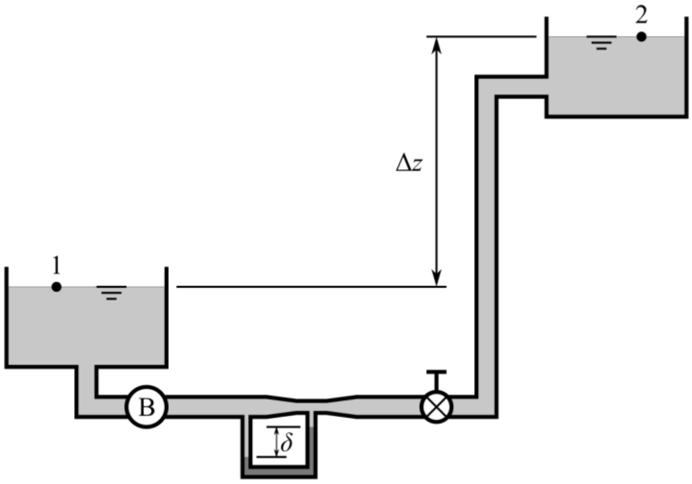
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PME3238 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE RECUPERAÇÃO 30/07/2018

Duração: 120 minutos

1ª Questão (3,5 pontos)

A figura mostra uma instalação de recalque, que bombeia água (ρ = 998 kg/m^3, μ = 10^{-3} Pa·s) entre dois reservatórios (1 para 2) com desnível de Δz = 20 m. A tubulação que conduz a água é de aço (ε = 0,045 mm) e tem um comprimento total de L = 40 m e diâmetro interno D = 50,8 mm. Os coeficientes de perda de carga localizada são: da entrada 0,5, dos cotovelos 0,95, da válvula 6,9 e da saída 1. O medidor de Venturi instalado tem perdas desprezíveis, possui uma garganta com diâmetro interno D_g = 25,4 mm e está acoplado a um manômetro em U com mercúrio (ρ_g = 13600 kg/m^3). A bomba tem um rendimento de 80% e a aceleração da gravidade no local é 9,8 m/s^2. Considerando uma situação onde o desnível do manômetro acoplado ao medidor de Venturi seja de δ = 300 mm, determine:

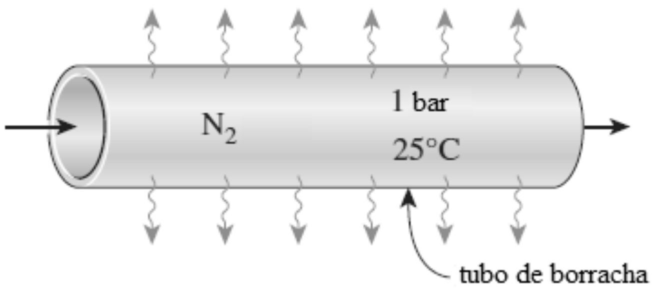


(a) A vazão volumétrica na tubulação; (***1,5 ponto***)

(b) A potência consumida pela bomba. (***2,0 pontos***)

2ª Questão (3,0 pontos)

Nitrogênio puro a pressão atmosférica (1 bar) e 25 °C escoa num tubo de borracha de 10 m de comprimento, 3 cm de diâmetro interno e 2 mm de espessura. Determine a taxa na qual o nitrogênio vaza para o ambiente externo por difusão através da parede do tubo, em kmol/s. Sabe-se que a solubilidade do N_2 em borracha é S = 0,00156 kmol/(m^3·bar), o coeficiente de difusão binária do N_2 na borracha é D = 1,50×10^{-10} m^2/s, e que o ar atmosférico é composto por 21% de O_2 e 79% de N_2 (frações molares).

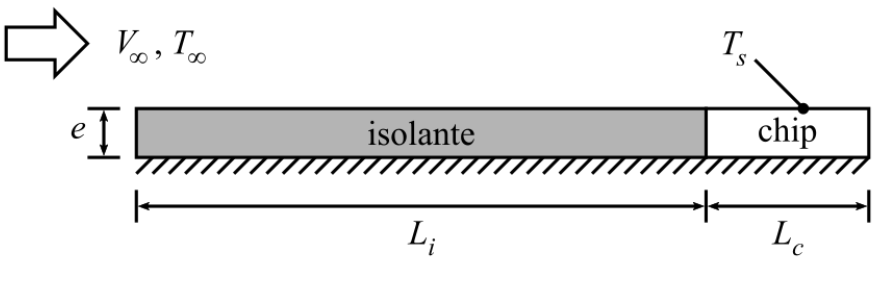


3ª Questão (3,5 pontos)

A figura mostra uma placa de circuito de um equipamento eletrônico, de que é resfriada na sua superfície superior por uma corrente de ar atmosférico com velocidade V_∞ = 40 m/s e temperatura T_∞ = 20 °C. A placa tem espessura e = 5 mm e está isolada na sua superfície inferior. O primeiro trecho da placa é feito de material isolante, com comprimento L_i = 250 mm. Em seguida, está instalado um chip quadrado, cujo lado mede L_c = 50 mm, e que possui condutividade térmica k_c = 1,5 W/(m·K). Pode-se admitir que o chip tenha uma geração térmica uniforme no seu volume. Quando em operação, a superfície superior do chip atinge uma temperatura T_s = 64 °C. Nessas condições, determine:

(a) A potência dissipada pelo chip; (***2,0 pontos***)

(b) A temperatura na superfície inferior do chip. (***1,5 ponto***)



Convecção forçada – escoamento externo

Geometria	Condições	Correlação
Placa plana	Laminar; local; isotérmica; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 50$	$Nu_x = 0{,}332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; local; fluxo uniforme; T_f; $Pr \ge 0{,}6$	$Nu_x = 0{,}453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; médio; isotérmica; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 50$	$\overline{Nu}_L = 0{,}664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$Nu_x = 0{,}0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; fluxo uniforme; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$Nu_x = 0{,}0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; médio; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$\overline{Nu}_L = 0{,}037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$
	Mista; médio; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$\overline{Nu}_L = \left(0{,}037 Re_L^{4/5} - 871\right) Pr^{1/3}$
Cilindro	Médio; isotérmico; T_f; $Re_D\, Pr > 0{,}2$	$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \dfrac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1+\left(0{,}4/Pr\right)^{2/3}\right]^{1/4}}\left[1+\left(\dfrac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$

Convecção natural

Geometria	Correlação	Restrições
Placas verticais	$\overline{Nu}_L = \left\{0{,}825 + \dfrac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1+(0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$	Nenhuma
Placas inclinadas, com a superfície fria para cima ou com a superfície quente para baixo	$\overline{Nu}_L = \left\{0{,}825 + \dfrac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1+(0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$, $g \to g\cos\theta$	$0 \le \theta \le 60°$
Placas horizontais, com a superfície quente para cima ou a superfície fria para baixo	$\overline{Nu}_L = 0{,}54 Ra_L^{1/4}$ $(L = A_s/P)$	$10^4 \le Ra_L \le 10^7$
	$\overline{Nu}_L = 0{,}15 Ra_L^{1/3}$ $(L = A_s/P)$	$10^7 \le Ra_L \le 10^{11}$
Placas horizontais, com a superfície fria para cima ou com a superfície quente para baixo	$\overline{Nu}_L = 0{,}52 Ra_L^{1/5}$ $(L = A_s/P)$	$10^4 \le Ra_L \le 10^9$; $Pr \ge 0{,}7$

Cilindro horizontal	$\overline{Nu}_D = \left\{0{,}60 + \dfrac{0{,}387 Ra_D^{1/6}}{\left[1+(0{,}559/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$	$Ra_D \le 10^{12}$

$$J''_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial x} \qquad \frac{\partial C_A}{\partial t} + \left(\vec{V}\cdot\nabla\right)C_A = D_{AB}\nabla^2 C_A + \dot{C}_A \qquad x_A(0) = \frac{p_A}{H}$$

$$C_A(0) = Sp_A \qquad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \qquad \nabla^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + q''' = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \qquad q''_{\text{cond}} = -k\frac{dT}{dx} \qquad R_{t,\text{cond}} = \frac{L}{kA}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + q''' = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \qquad R_{t,\text{cond}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k L}$$

$$q''_{\text{conv}} = h(T_\infty - T_s) \qquad R_{t,\text{conv}} = \frac{1}{hA} \qquad Nu_L = \frac{hL}{k_f} \qquad Re_L = \frac{VL}{\nu} \qquad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Ra_L = \frac{g\beta\left|T_s - T_\infty\right|L^3}{\nu\alpha} \qquad \beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p \qquad q = mc_p\frac{dT}{dt}$$

$$E_{cn} = \sigma T^4 \qquad q''_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_{\text{viz}}^4 - T_s^4) \qquad \sigma = 5{,}67\times10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)$$

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} \qquad p_1 = \gamma h + p_2 \qquad p + \frac{\rho V^2}{2} + \rho g z = \text{constante}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho\, d\forall + \int_{SC}\rho\vec{V}_r\cdot\vec{n}\, dA = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\vec{V}\rho\, d\forall + \int_{SC}\vec{V}\rho\vec{V}_r\cdot\vec{n}\, dA = \sum\vec{F}_{\text{ext}}$$

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1\bar{V}_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2\bar{V}_2^2}{2g} + z_2\right) - h_m = h_{L_T} \qquad h_L = f\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} \qquad h_s = K\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right) \qquad f = \frac{64}{Re} \qquad h_m = \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q}$$

PME3298 – Fenômenos de Transporte

1º semestre / 2017 – Prof. Dr. Bruno Souza Carmo

Gabarito da Substitutiva da Prova 1

1ª Questão (3,5 pontos)

(a) Para encontrar a vazão, analisaremos o tubo de Venturi. Como o escoamento é incompressível e em regime permanente, a vazão volumétrica pelas áreas 1 (tubo) e 2 (garganta) é a mesma.

$$Q = \frac{V_1 \pi D_1^2}{4} = \frac{V_2 \pi D_2^2}{4} \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_2 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}} \tag{1}$$

A Lei de Stevin relaciona as pressões em 1 e 2 com o desnível do manômetro, h,

$$p_1 - p_2 = (\rho_m - \rho) g h \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}} \tag{2}$$

A equação de Bernoulli fornece uma relação entre pressões e velocidades nas seções 1 e 2, que estão na mesma altura z:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 \quad \Rightarrow \quad p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho (V_2^2 - V_1^2) \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}} \tag{3}$$

Substituindo as eqs. (1) e (2) na eq. (3), obtemos

$$(\rho_m - \rho) g h = \frac{1}{2}\rho V_2^2 \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right] \quad \Rightarrow \quad V_2 = \sqrt{\frac{2(\rho_m - \rho) g h}{\rho \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right]}} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

A vazão volumétrica é então:

$$Q = \frac{V_2 \pi D_2^2}{4} = \frac{\pi D_2^2}{4} \sqrt{\frac{2(\rho_m - \rho) g h}{\rho \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right]}}$$

$$Q = \frac{\pi \times 0{,}0254^2}{4} \times \sqrt{\frac{2 \times (13600 - 998) \times 9{,}8 \times 0{,}3}{998 \times \left[1 - \left(\frac{0{,}0254}{0{,}0508}\right)^4\right]}} = 4{,}509 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3/s} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

(b) Equação da energia entre os pontos 1 e 2:

$$\left(\cancel{\frac{p_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_1 \bar{V}_1^2}{2g}} + z_1\right) - \left(\cancel{\frac{p_2}{\gamma}} + \cancel{\frac{\alpha_2 \bar{V}_2^2}{2g}} + z_2\right) + h_b = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2g} + \sum K \frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$h_b = \left(f \frac{L}{D} + \sum K\right) \frac{\bar{V}^2}{2g} + \Delta z \quad \boxed{\mathbf{0{,}5\ pt}}$$

$$\bar{V} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 4{,}509 \times 10^{-3}}{\pi \times 0{,}0508^2} = 2{,}225\,\mathrm{m/s} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$Re = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu} = \frac{998 \times 2{,}225 \times 0{,}0508}{1{,}0 \times 10^{-3}} = 1{,}128 \times 10^5; \qquad \frac{\epsilon}{D} = \frac{0{,}045}{50{,}8} = 8{,}858 \times 10^{-4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0 \log \left(\frac{\epsilon / D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad \Rightarrow \quad f = 0{,}0216 \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$h_b = \left(0{,}0216 \times \frac{40}{0{,}0508} + 0{,}5 + 3 \times 0{,}95 + 6{,}9 + 1 \right) \times \frac{2{,}225^2}{2 \times 9{,}8} + 20 = 27{,}13\,\mathrm{m} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Potência consumida: $\dot{W}_c = \dfrac{\rho g Q h_b}{\eta} = \dfrac{998 \times 9{,}8 \times 4{,}509 \times 10^{-3} \times 27{,}13}{0{,}8} = 1495\,\mathrm{W} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$

2ª Questão (3,0 pontos)

Equação de transferência de massa por difusão, em regime permanente, sem termos fontes:

$$D_{\mathrm{AB}}\nabla^2 C_{\mathrm{A}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla^2 C_{\mathrm{A}} = 0 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Trata-se de um caso unidimensional, em coordenadas cilíndricas, com transporte apenas na direção radial. Portanto a equação acima fica simplificada para:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial r}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial r}\right) = 0 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Integrando uma vez em relação a r:

$$r\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial r} = \mathbb{C}_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial r} = \frac{\mathbb{C}_1}{r} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Integrando mais uma vez em relação a r:

$$C_{\mathrm{A}} = \mathbb{C}_1 \ln r + \mathbb{C}_2 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Aplicando as condições de contorno para definir $\mathbb{C}_1$ e $\mathbb{C}_2$

- $r = r_i, \quad C_{\mathrm{A}} = Sp_{\mathrm{A}_i}$ $\qquad 0{,}00156 \times 1 = \mathbb{C}_1 \ln 0{,}015 + \mathbb{C}_2 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \qquad (4)$
- $r = r_e, \quad C_{\mathrm{A}} = Sp_{\mathrm{A}_e}$ $\qquad 0{,}00156 \times 1 \times 0{,}79 = \mathbb{C}_1 \ln 0{,}017 + \mathbb{C}_2 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \qquad (5)$

Fazendo (4) – (5):

$$0{,}00156 \times (1 - 0{,}79) = \mathbb{C}_1 \ln\left(\frac{0{,}015}{0{,}017}\right) \quad \Rightarrow \quad \mathbb{C}_1 = \frac{0{,}00156 \times 0{,}21}{\ln\left(\frac{0{,}015}{0{,}017}\right)} = -2{,}617 \times 10^{-3} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

O fluxo mássico é dado por $J_{\mathrm{A}} = -D_{\mathrm{AB}} A_L \dfrac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial r}$, e é constante para qualquer valor de r entre r_i e r_e. Vamos calcular para $r = r_i$:

$$A_L(r = r_i) = 2\pi r_i L = 2 \times \pi \times 0{,}015 \times 10 = 0{,}9425\,\mathrm{m}^2 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$\left.\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial r}\right|_{r=r_i} = \frac{\mathbb{C}_1}{r_i} = \frac{-2{,}617 \times 10^{-3}}{0{,}015} = -0{,}1745\,\mathrm{kmol/m} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$\therefore J_{\mathrm{A}} = -1{,}50 \times 10^{-10} \times 0{,}9425 \times (-0{,}1745) = 2{,}467 \times 10^{-11}\,\mathrm{kmol/s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

3^{a} Questão (3,5 pontos)

(a) A potência dissipada é igual ao calor transferido pelo chip ao ar externo por convecção. As propriedades do ar devem ser avaliadas à temperatura de filme, T_f:

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} = \frac{64 + 20}{2} = 42\,°\text{C} = 315\,\text{K}$$

As propriedades do ar a 315 K são:

$$\nu = 1{,}740 \times 10^{-5}\,\text{m}^2/\text{s}; \qquad k_f = 0{,}02741\,\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K}); \qquad Pr = 0{,}7049 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

É preciso avaliar o regime de escoamento do ar sobre o chip. Os números de Reynolds na aresta frontal ($x = L_i$) e traseira ($x = L_i + Lc$) do chip são:

$$Re_{L_i} = \frac{V_\infty L_i}{\nu} = \frac{40 \times 0{,}25}{1{,}740 \times 10^{-5}} = 5{,}747 \times 10^5 \quad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$

$$Re_{L_i+L_c} = \frac{V_\infty (L_i + L_c)}{\nu} = \frac{40 \times (0{,}25 + 0{,}05)}{1{,}740 \times 10^{-5}} = 6{,}897 \times 10^5 \quad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$

Como $Re > 5 \times 10^5$ em toda a placa, a camada limite sobre o chip é inteiramente turbulenta. Precisamos calcular um valor médio do coeficiente de película, que é dado por

$$\bar{h} = \frac{1}{L_c}\int_{L_i}^{L_i+L_c} h\,\mathrm{d}x, \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \tag{6}$$

onde $\bar{h}$ é o valor médio do coeficiente sobre o chip e h é o valor local. Como se trata de escoamento turbulento, com superfície isotérmica, o coeficiente de película local pode ser encontrado utilizando a seguinte correlação:

$$Nu_x = 0{,}0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Utilizando a definição de número de Nusselt:

$$Nu_x = \frac{hx}{k_f} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{k_f}{x} 0{,}0296 \left(\frac{V_\infty x}{\nu}\right)^{4/5} Pr^{1/3} = 0{,}0296 \left(\frac{V_\infty}{\nu}\right)^{4/5} Pr^{1/3} k_f x^{-1/5} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Substituindo na eq. (6):

$$\bar{h} = \frac{1}{L_c}\int_{L_i}^{L_i+L_c} 0{,}0296 \left(\frac{V_\infty}{\nu}\right)^{4/5} Pr^{1/3} k_f x^{-1/5}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{L_c} 0{,}0296 \left(\frac{V_\infty}{\nu}\right)^{4/5} Pr^{1/3} k_f \left[\frac{5}{4} x^{4/5}\right]_{L_i}^{L_i+L_c}$$

$$\bar{h} = \frac{k_f}{L_c} 0{,}037 Pr^{1/3} \left(Re_{L_i+L_c}^{4/5} - Re_{L_i}^{4/5}\right)$$

$$\bar{h} = \frac{0{,}02741}{0{,}05} \times 0{,}037 \times 0{,}7049^{1/3} \times \left[\left(6{,}897 \times 10^5\right)^{4/5} - \left(5{,}747 \times 10^5\right)^{4/5}\right]$$

$$\bar{h} = 114{,}84\,\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}) \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

$$q = \bar{h} A_c (T_s - T_\infty) = 114{,}84 \times 0{,}05^2 \times (64 - 20) = 12{,}63\,\text{W} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

(b) Trata-se de um problema de condução unidimensional em regime permanente com geração e condutividade constante. A equação de difusão do calor fornece:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{q'''}{k_c}$$

A taxa de geração volumétrica q''' é dada por:

$$q''' = \frac{q}{\cancel{V}} = \frac{q}{L_c^2 e} = \frac{12{,}63}{0{,}05^2 \times 0{,}005} = 1{,}011 \times 10^6 \, \mathrm{W/m^3} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Integrando uma vez em y:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{q'''}{k_c} y + \mathbb{C}_1$$

Integrando uma segunda vez em y:

$$T = -\frac{q'''}{2k_c} y^2 + \mathbb{C}_1 y + \mathbb{C}_2 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Aplicando as condições de contorno:

- $y = 0, \quad \dfrac{\partial T}{\partial y} = 0 \qquad 0 = \mathbb{C}_1$ $\boxed{\textbf{0,3 pt}}$
- $y = e, \quad T = T_s \qquad T_s = -\dfrac{q'''}{2k_c} e^2 + \mathbb{C}_2 \quad \Rightarrow \quad \mathbb{C}_2 = T_s + \dfrac{q'''}{2k_c} e^2$

$$\mathbb{C}_2 = 64 + \frac{1{,}011 \times 10^6}{2 \times 1{,}5} \times 0{,}005^2 = 345 \, \mathrm{K} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

A temperatura na superfície inferior ($y = 0$) é:

$$T(y = 0) = \mathbb{C}_2 = 345 \, \mathrm{K} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$