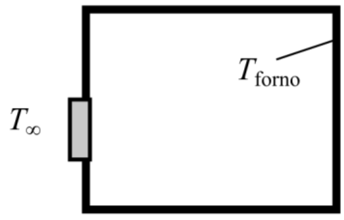
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PME3238 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE 3ª PROVA 25/06/2018

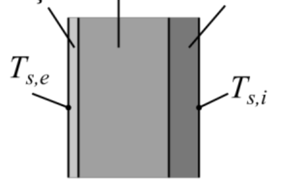
Duração: 120 minutos

1ª Questão (3,5 pontos)

A figura (a) mostra esquematicamente um grande forno industrial em corte, com sua porta destacada em cinza. Esta porta tem 1 m de altura e 0,7 m de largura e é formada por três camadas de material, como mostra a figura (b). A camada interna é feita de material refratário, com condutividade k_r = 2 W/(m·K) e emissividade de 0,3, e tem espessura de 50 mm. A camada externa é uma chapa de aço, de condutividade k_a = 59 W/(m·K), com 1 mm de espessura. A camada intermediária é de material isolante, com condutividade k_i = 0,09 W/(m·K). Quando em operação, as paredes do forno atingem uma temperatura T_{forno} = 600 °C e, nessa condição, as regras de segurança da empresa onde o forno está instalado determinam que a temperatura da superfície externa da porta do forno não pode ultrapassar $T_{s,e}$ = 70 °C. Sabendo que a temperatura do ar no interior do galpão onde o forno está instalado é mantida a T_∞ = 24 °C, que a emissividade das paredes do forno vale 0,7, e que a aceleração da gravidade no local é 9,8 m/s^2, determine qual deve ser a espessura da camada de isolante da porta para que o requisito de segurança seja satisfeito. Despreze os efeitos de convecção na superfície interna da porta.



(a)



(b)

2ª Questão (3,0 pontos)

Rejeitos radioativos que apresentam geração térmica uniforme de $q''' = 10^5$ W/m^3 e condutividade térmica k_r = 20 W/(m·K) são armazenados em recipientes cilíndricos de chumbo, que tem condutividade térmica k_c = 30 W/(m·K). Nessa forma de armazenamento, entre os rejeitos e a parede do recipiente há uma resistência térmica de contato de 5×10^{-4} m^2·K/W. Considere um desses recipientes com diâmetro interno de 0,3 m e parede de 40 mm de espessura colocado num local isolado e submerso em água a T_∞ = 20 °C escoando transversalmente com velocidade V_∞ = 0,3 m/s para resfriá-lo, como mostra esquematicamente a figura. Determine:

(a) A temperatura na superfície externa do recipiente, $T_{s,e}$; (***2,0 pontos***)

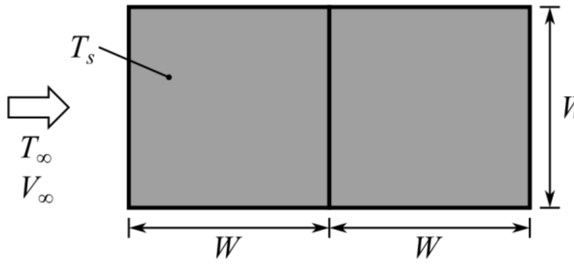
(b) A temperatura no centro dos rejeitos radioativos. (***1,0 ponto***)

3ª Questão (3,5 pontos)

Um processo de solda de duas placas consiste em posicioná-las lado a lado, aplicar o elemento soldante na aresta de contato e aquecê-las na parte inferior para que permaneçam com uma determinada temperatura até que a solda se estabeleça. A figura mostra duas placas quadradas, com lado W = 0,4 m, sendo soldadas por este processo (vista de planta). As placas precisam ser mantidas a T_s = 600 K, e para manter essa temperatura uma corrente de ar a T_∞ = 300 K escoa sobre elas com velocidade V_∞ = 30 m/s. A junção entre as placas é uma perturbação ao escoamento, de forma que se deve considerar que a camada limite é turbulenta a partir daquele ponto.

(a) Calcule a potência de aquecimento necessária para manter as placas nessa condição. (***2,5 pontos***)

(b) Determine a que distância do bordo de ataque da primeira placa o fluxo de calor para o ar é mínimo. (***1,0 ponto***)



Convecção forçada – escoamento externo

Geometria	Condições	Correlação
Placa plana	Laminar; local; isotérmica; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 50$	$Nu_x = 0{,}332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; local; fluxo uniforme; T_f; $Pr \ge 0{,}6$	$Nu_x = 0{,}453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; médio; isotérmica; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 50$	$\overline{Nu}_L = 0{,}664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$Nu_x = 0{,}0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; fluxo uniforme; T_f; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$Nu_x = 0{,}0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; médio; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$\overline{Nu}_L = 0{,}037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$
	Mista; médio; isotérmica; T_f; $Re_x \le 10^8$; $0{,}6 \le Pr \le 60$	$\overline{Nu}_L = \left(0{,}037 Re_L^{4/5} - 871\right) Pr^{1/3}$
Cilindro	Médio; isotérmico; T_f;$Re_D\, Pr > 0{,}2$	$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1+\left(0{,}4/Pr\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1+\left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$

Convecção natural

Geometria	Correlação	Restrições
Placas verticais	$\overline{Nu}_L = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1+(0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$	Nenhuma
Placas inclinadas, com a superfície fria para cima ou com a superfície quente para baixo	$\overline{Nu}_L = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_L^{1/6}}{\left[1+(0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$, $g \to g\cos\theta$	$0 \le \theta \le 60°$
Placas horizontais, com a superfície quente para cima ou a superfície fria para baixo	$\overline{Nu}_L = 0{,}54 Ra_L^{1/4}$ $(L = A_s/P)$	$10^4 \le Ra_L \le 10^7$
	$\overline{Nu}_L = 0{,}15 Ra_L^{1/3}$ $(L = A_s/P)$	$10^7 \le Ra_L \le 10^{11}$
Placas horizontais, com a superfície fria para cima ou com a superfície quente para baixo	$\overline{Nu}_L = 0{,}52 Ra_L^{1/5}$ $(L = A_s/P)$	$10^4 \le Ra_L \le 10^9$ $Pr \ge 0{,}7$
Cilindro horizontal	$\overline{Nu}_D = \left\{0{,}60 + \frac{0{,}387 Ra_D^{1/6}}{\left[1+(0{,}559/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$	$Ra_D \le 10^{12}$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q''' = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \qquad q''_{\text{cond}} = -k\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \qquad R_{t,\text{cond}} = \frac{L}{kA}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\frac{\partial T}{\partial \theta}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right)+q''' = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \qquad R_{t,\text{cond}} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k L}$$

$$q''_{\text{conv}} = h(T_\infty - T_s) \qquad R_{t,\text{conv}} = \frac{1}{hA} \qquad Nu_L = \frac{hL}{k_f} \qquad Re_L = \frac{VL}{\nu} \qquad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Ra_L = \frac{g\beta|T_s - T_\infty|L^3}{\nu\alpha} \qquad \beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \qquad q = mc_p\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$$

$$E_{cn} = \sigma T^4 \qquad q''_{\text{rad}} = \varepsilon\sigma(T_{\text{viz}}^4 - T_s^4) \qquad \sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \text{W/(m}^2\cdot\text{K}^4)$$

Método para achar raízes de um polinômio $ax^4 + bx + c = 0$:

$$\Delta_0 = 12ac \qquad \Delta_1 = 27ab^2 \qquad Q = \left(\frac{\Delta_1 + \sqrt{\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3}}{2}\right)^{1/3} \qquad S = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3a}\left(Q + \frac{\Delta_0}{Q}\right)}$$

$$x_{1,2} = -S \pm \frac{1}{2}\sqrt{-4S^2 + \frac{b}{aS}} \qquad x_{3,4} = S \pm \frac{1}{2}\sqrt{-4S^2 - \frac{b}{aS}}$$

PME3298 – Fenômenos de Transporte
1º semestre / 2018 – Prof. Dr. Bruno Souza Carmo

Gabarito da Prova 3

1ª Questão (3,5 pontos)

(a) O primeiro passo é determinar a taxa de transferência de calor através da porta. Fazemos isso considerando a convecção natural na superfície externa da porta.

Avaliando as propriedades do ar à temperatura de filme, $T_f = (70+24)/2 = 47\,°\mathrm{C} = 320\,\mathrm{K}$,

$$\nu = 1{,}790\times10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}; \qquad k_f = 0{,}02778\,\mathrm{W/(m\cdot K)}; \qquad \alpha = 2{,}546\times10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}$$

$$Pr = 0{,}7042; \qquad \beta = 1/T_f = 3{,}125\times10^{-3}\,\mathrm{K^{-1}} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

Sendo $H = 1\,\mathrm{m}$ a altura da porta:

$$Ra_H = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)H^3}{\nu\alpha} = 3{,}091\times10^9 \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

$$\overline{Nu}_H = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387 Ra_H^{1/6}}{\left[1+(0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 174{,}2 \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu}_H k_f}{H} = 4{,}84\,\mathrm{W/(m^2\cdot K)} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

A taxa de calor é $q = hA(T_s - T_\infty) = 4{,}84\times0{,}7\times1\times(70-24) = 155{,}8\,\mathrm{W}$. $\boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$

Com a taxa de calor, podemos determinar a temperatura na superfície interna da porta, T_s, i, onde a troca de calor com o forno ocorre por radiação.

$$q = \epsilon\sigma A(T_{\text{forno}}^4 - T_{s,i}^4) \quad \Rightarrow \quad T_{s,i} = \sqrt[4]{T_{\text{forno}}^4 - \frac{q}{\epsilon\sigma A}} \quad \boxed{\mathbf{0{,}5\ pt}}$$

$$T_{s,i} = \sqrt[4]{873^4 - \frac{155{,}8}{0{,}3\times5{,}67\times10^{-8}\times0{,}7\times1}} = 868\,\mathrm{K} = 595\,°\mathrm{C} \quad \boxed{\mathbf{0{,}5\ pt}}$$

Tendo as temperaturas $T_{s,e}$ e $T_{s,i}$, além da taxa de transferência de calor, podemos calcular a espessura necessária de isolante considerando a condução através da porta.

$$q = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{\frac{L_r}{k_r A} + \frac{L_i}{k_i A} + \frac{L_a}{k_a A}} \quad \boxed{\mathbf{0{,}5\ pt}} \quad \Rightarrow \quad L_i = \left[\frac{(T_{s,i} - T_{s,e})A}{q} - \frac{L_r}{k_r} - \frac{L_a}{k_a}\right]k_i = 0{,}210\,\mathrm{m} \quad \boxed{\mathbf{0{,}5\ pt}}$$

2^{a} Questão (3,0 pontos)

(a) Podemos encontrar a temperatura $T_{s,e}$ considerando a transferência de calor por convecção forçada na superfície exterior do recipiente, que tem diâmetro $D_e = D_i + 2e = 0{,}38\,\mathrm{m}$. A lei de resfriamento de Newton fornece $q' = \bar{h}\pi D_e(T_{s,e} - T_\infty)$. O calor transmitido é gerado nos rejeitos radioativos e a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do recipiente é dada por

$$q' = q''' A_r = q''' \frac{\pi D_i^2}{4} = 7{,}069 \times 10^3\,\mathrm{W/m} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

É preciso estimar T_f para calcular $\bar{h}$ posteriormente verificar se o valor de T_s encontrado é consistente com a estimativa.

Usando $T_f = 320\,\mathrm{K}$ ($T_s = 347\,\mathrm{K} = 74\,°\mathrm{C}$), as propriedades da água são:

$$\nu = \mu v = 5{,}833 \times 10^{-7}\,\mathrm{m^2/s}; \qquad Pr = 3{,}77; \qquad k_f = 0{,}640\,\mathrm{W/(m\cdot K)} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

$$Re_D = \frac{V_\infty D_e}{\nu} = 1{,}954 \times 10^5 \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

$$\overline{Nu}_D = 0{,}3 + \frac{0{,}62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0{,}4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5} = 647{,}9 \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

$$\bar{h}_D = \frac{\overline{Nu}_D k_f}{D_e} = 1091\,\mathrm{W/(m^2\cdot K)} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}} \qquad T_{s,e} = T_\infty + \frac{q'}{\bar{h}\pi D_e} = 25{,}4\,°\mathrm{C} = 299\,\mathrm{K} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

Como a diferença com a estimativa inicial é maior que 5%, refaço os cálculos usando $T_f = 296\,\mathrm{K}$:

$$\nu = \mu v = 9{,}402 \times 10^{-7}\,\mathrm{m^2/s}; \qquad Pr = 6{,}462; \qquad k_f = 0{,}607\,\mathrm{W/(m\cdot K)}$$

$$Re_D = 1{,}212 \times 10^5; \quad \overline{Nu}_D = 562{,}2; \quad \bar{h} = 898{,}7\,\mathrm{W/(m^2\cdot K)}; \quad T_{s,e} = 26{,}6\,°\mathrm{C} = 300\,\mathrm{K} \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

O processo convergiu, e $T_{s,e} = 26{,}6\,°\mathrm{C}$.

(b) O primeiro passo é encontrar a temperatura na superfície dos resíduos, $T_{s,i}$. Para isso, resolvemos condução sem geração através da parede de chumbo e resistência de contato.

$$q' = \frac{T_{s,i} - T_{s,e}}{\frac{\ln(D_e/D_i)}{2\pi k_c} + R''_{t,c}\pi D_i} \quad \Rightarrow \quad T_{s,i} = T_{s,e} + \left[\frac{\ln(D_e/D_i)}{2\pi k_c} + R''_{t,c}\pi D_i\right] q' = 38{,}8\,°\mathrm{C} \quad \boxed{\mathbf{0{,}5\ pt}}$$

Tendo $T_{s,i}$, podemos encontrar a temperatura no centro, $T(0)$, a partir da equação do calor 1d para cilindro com geração:

$$\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right) + \frac{q'''}{k_r} = 0$$

Integrando: $$r\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = -\frac{q'''}{2k_r}r^2 + C_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r} = -\frac{q'''}{2k_r}r + \frac{C_1}{r}$$

Integrando novamente: $T(r) = -\dfrac{q'''}{4k_r}r^2 + C_1 \ln(r) + C_2$

$$\begin{array}{l} \text{Condições} \\ \text{de contorno} \end{array} : \begin{cases} \bullet \ \left.\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}r}\right|_{r=0} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0 \quad \text{(simetria)} \\ \bullet \ T(D_i/2) = T_{s,i} \quad \Rightarrow \quad T_{s,i} = -\dfrac{q'''}{4k_r}\dfrac{D_i^2}{4} + C_2 \ \Rightarrow \ C_2 = T_{s,i} + \dfrac{q'''}{16k_r}D_i^2 \end{cases}$$

$$\therefore T(r) = \frac{q'''}{4k_r}\left(\frac{D_i^2}{4} - r^2\right) + T_{s,i}$$

$$T(r=0) = C_2 = T_{s,i} + \frac{q'''}{16k_r}D_i^2 = 38{,}8 + \frac{10^5}{16 \times 20} \times 0{,}3^2 = 66{,}9\,°\mathrm{C} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

3^a Questão 3,5 pontos)

(a) A potência de aquecimento total necessária é a soma das potências necessárias para cada placa:

$$q = \bar{h}_1 A_p (T_s - T_\infty) + \bar{h}_2 A_p (T_s - T_\infty) = (\bar{h}_1 + \bar{h}_2) A_p (T_s - T_\infty)$$

com $A_p = W^2$. Precisamos então determinar $\bar{h}_1$ e $\bar{h}_2$.

Para ambas as placas, $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = 450\,\mathrm{K}$. A essa temperatura, as propriedades do ar atmosférico são:

$$\nu = 3{,}239 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}, \qquad k_f = 0{,}0373\,\mathrm{W/(m \cdot K)}, \qquad Pr = 0{,}686 \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

Para a placa 1 (placa à montante):

$$Re_1 = Re_W = \frac{V_\infty W}{\nu} = 3{,}705 \times 10^5 < 5 \times 10^5 \quad \Rightarrow \quad \text{camada limite laminar} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

$$\overline{Nu}_1 = 0{,}664 Re_1^{1/2} Pr^{1/3} = 356{,}4; \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}} \qquad \bar{h}_1 = \frac{\overline{Nu}_1 k_f}{W} = 33{,}24\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

Para a placa 2 (placa à jusante), devemos considerar o escoamento turbulento:

$$\bar{h}_2 = \frac{1}{W}\int_W^{2W} h\,\mathrm{d}x = \frac{1}{W}\left[\int_0^{2W} h\,\mathrm{d}x - \int_0^{W} h\,\mathrm{d}x\right]_{\text{turb}}$$

Da definição de Nusselt médio de uma placa de comprimento L:

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k_f} = \frac{\frac{1}{L}\int_0^L h\,\mathrm{d}x L}{k_f} = \frac{\int_0^L h\,\mathrm{d}x}{k_f} \quad \Rightarrow \quad \int_0^L h\,\mathrm{d}x = \overline{Nu}_L k_f$$

Usando esse resultado na expressão de $\bar{h}_2$:

$$\bar{h}_2 = \frac{k_f}{W}\left[\overline{Nu}_{2W} - \overline{Nu}_W\right]_{\text{turb}}$$

$$Re_{2W} = \frac{V_\infty 2W}{\nu} = 7{,}410 \times 10^5 \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

$$\overline{Nu}_{L,\text{turb}} = 0{,}037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3} \quad \Rightarrow \quad \overline{Nu}_{2W} = 1619{,}9; \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}} \qquad \overline{Nu}_W = 930{,}4 \quad \boxed{\mathbf{0{,}2\ pt}}$$

$$\bar{h}_2 = \frac{0{,}0370}{0{,}4} \times (1619{,}9 - 930{,}4) = 64{,}30\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

$$q = (33{,}24 + 64{,}30) \times 0{,}4^2 (600 - 300) = 4682\,\mathrm{W} \quad \boxed{\mathbf{0{,}3\ pt}}$$

(b) Como $q'' = h(T_s - T_\infty)$, o ponto de fluxo mínimo será aquele para o qual h é mínimo. As correlações de transferência de calor por convecção para placa plana têm a forma:

$$Nu = C Re^a Pr^{1/3}$$

onde C é uma constante e $a < 1$. Abrindo os adimensionais e isolando h:

$$h = \frac{k_f}{x} C \left(\frac{Vx}{\nu}\right)^a Pr^{1/3} = k_f C \left(\frac{V}{\nu}\right)^a Pr^{1/3} x^{a-1}, \qquad (a-1) < 0$$

Portanto concluímos que h diminui com aumento de x. **0,3 pt** Como acontece a transição para turbulência na junção das placas, e consequentemente muda a correlação, temos dois candidatos para ponto de h mínimo: a junção das placas ($x = W$) e o bordo de fuga da placa 2 ($x = 2W$). Vamos calcular os coeficientes para esses dois pontos e escolher o menor.

Para $x = W$, $Re_W = 3{,}705 \times 10^5$ e a camada limite é laminar:

$$Nu_W = 0{,}332 Re_W^{1/2} Pr^{1/3} = 178{,}2; \qquad h_W = \frac{Nu_W k_f}{W} = 16{,}62\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Para $x = 2W$, $Re_{2W} = 7{,}410 \times 10^5$ e a camada limite é turbulenta:

$$Nu_{2W} = 0{,}0296 Re_{2W}^{4/5} Pr^{1/3} = 1295{,}9; \qquad h_{2W} = \frac{Nu_{2W} k_f}{2W} = 60{,}42\,\mathrm{W/(m^2 \cdot K)} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Portanto, o ponto de fluxo mínimo é em $x = W$. **0,1 pt**