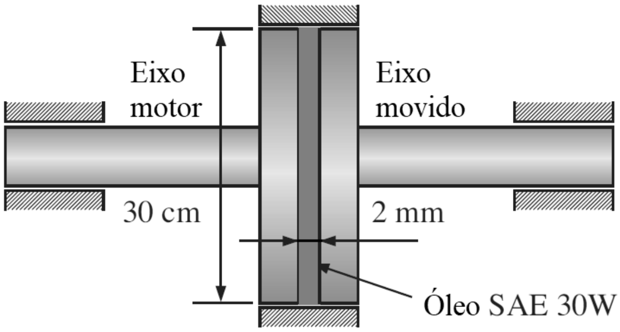
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PME3238 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE 1ª PROVA 09/04/2018

Duração: 120 minutos

1ª Questão (3,0 pontos)

O sistema de embreagem mostrado na figura é usado para transmitir torque entre dois discos idênticos de 30 cm de diâmetro por meio de um filme de 2 mm de espessura de óleo SAE 30W (μ = 0,38 Pa·s). Para uma condição na qual o eixo motor gira a 1450 rpm e o eixo movido a 1398 rpm, determine:



(a) O torque transmitido. (***2,0 pontos***)

(b) A potência dissipada. (***1,0 ponto***)

2ª Questão (3,0 pontos)

Considere um campo de velocidades dado por $\vec{V} = Ax^2y\hat{i} + Bxy^2\hat{j}$, com A = –2 m^{-2}s^{-1}, B = 1 m^{-2}s^{-1} e coordenadas expressas em metros.

(a) Determine a expressão do campo de aceleração. (***1,0 ponto***)

(b) Determine as equações das linhas de corrente. Esboce as linhas de corrente no quadrante $x > 0$, $y > 0$. (***1,0 ponto***)

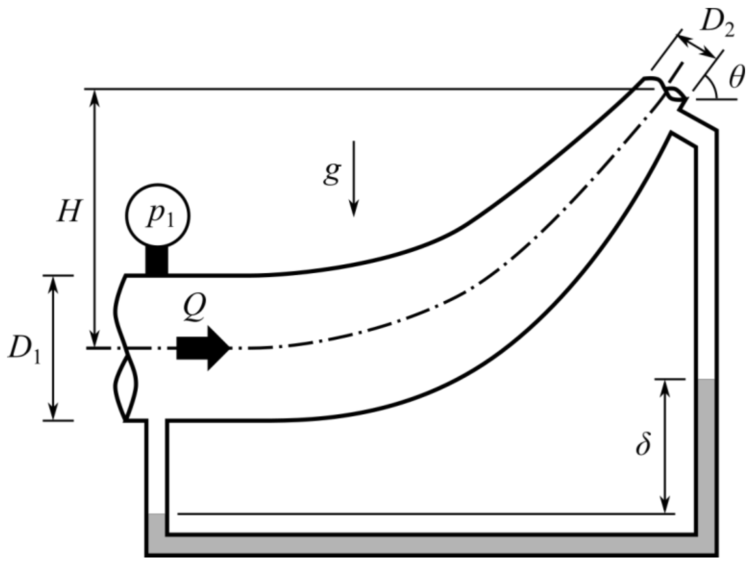
(c) Se uma partícula ocupa a posição (1, 1) no instante $t = 0$, que posição ela ocupará em $t = 4$ s? (***1,0 ponto***)

3ª Questão (4,0 pontos)

A figura mostra um tubo em curva ascendente com redução, que tem um manômetro metálico acoplado à seção de entrada (1) e um manômetro em U ligado às seções de entrada (1) e saída (2). Dentro deste tubo escoa água (ρ = 1000 kg/m^3), e o fluido manométrico é mercúrio (ρ_{Hg} = 13600 kg/m^3). O diâmetro da entrada é D_1 = 250 mm e da saída é D_2 = 50 mm, a diferença de altura entre as seções é H = 500 mm e na saída o fluxo sai em diagonal formando um ângulo θ = 60° com a horizontal. O conjunto com os fluidos tem 30 kg e a gravidade no local vale 9,8 m/s^2. Considerando uma situação onde p_1 = 80 kPa e δ = 176 mm e assumindo que as perdas são desprezíveis e que propriedades e velocidades são uniformes nas seções de entrada e saída, determine

(a) A vazão volumétrica Q de água. (***2,0 pontos***)

(b) A força de vínculo necessária para manter esta curva fixa. (***2,0 pontos***)



Formulário geral

$$\tau = \mu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}n}$$

$$p + \frac{\rho V^2}{2} + \rho g z = \text{constante}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall \mathrm{C}} \rho \mathrm{d}\forall + \int_{\mathrm{SC}} \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n} \mathrm{d}A = 0$$

$$p_1 = \gamma h + p_2$$

$$\frac{\mathrm{D}f}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) f$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{u} = \frac{\mathrm{d}y}{v}$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = u(x, y, t)$$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = v(x, y, t)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall \mathrm{C}} \vec{V} \rho \mathrm{d}\forall + \int_{\mathrm{SC}} \vec{V} \rho \vec{V}_r \cdot \vec{n} \mathrm{d}A = \sum \vec{F}_{\mathrm{ext}}$$

PME3298 – Fenômenos de Transporte
1º semestre / 2018 – Prof. Dr. Bruno Souza Carmo

Gabarito da Prova 1

1ª Questão (3,0 pontos)

(a) Admitiremos um perfil linear de velocidades entre os discos. Sendo e a espessura do filme de óleo e ω_1 e ω_2 as velocidades angulares dos discos motor e movido respectivamente, a tensão de cisalhamento num ponto de raio r é dada por:

$$\tau = \mu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}n} = \mu \frac{\Delta u}{e} = \frac{\mu(\omega_1 - \omega_2) r}{e} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

O torque infinitesimal devido a essa tensão:

$$\mathrm{d}T = \tau r \mathrm{d}A = \frac{\mu(\omega_1 - \omega_2) r}{e} r 2\pi r \mathrm{d}r = \frac{2\pi\mu(\omega_1 - \omega_2) r^3}{e} \mathrm{d}r \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

Integrando em toda a área do disco:

$$T = \int_0^R \frac{2\pi\mu(\omega_1 - \omega_2) r^3}{e} \, \mathrm{d}r = \frac{2\pi\mu(\omega_1 - \omega_2)}{e} \frac{R^4}{4} = \frac{\pi\mu(\omega_1 - \omega_2) R^4}{2e} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$T = \frac{\pi \times 0{,}38 \times (1450 - 1398) \times \frac{2\pi}{60} \times (0{,}3/2)^4}{2 \times 0{,}002} = 0{,}823\,\mathrm{N \cdot m} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

(b) A potência dissipada, $\dot{W}_d$ é a diferença da potência fornecida pelo eixo motor, $\dot{W}_1$, e a potência consumida pelo eixo movido, $\dot{W}_2$, ou seja:

$$\dot{W}_d = \dot{W}_1 - \dot{W}_2 \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$\dot{W}_d = T\omega_1 - T\omega_2 = T(\omega_1 - \omega_2) = 0{,}823 \times (1450 - 1398) \times \frac{2\pi}{60} = 4{,}48\,\mathrm{W} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

2ª Questão (3,0 pontos)

(a) O campo de aceleração é dado por:

$$\vec{a} = \frac{\mathrm{D}\vec{V}}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V}$$

Como $w = 0$, chegamos a:

$$\vec{a} = \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} \right) \hat{\imath} + \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} \right] \hat{\jmath}$$

Calculando as componentes do campo de aceleração:

$$a_x = \cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = Ax^2y(2Axy) + Bxy^2(Ax^2) = (2A^2 + AB)x^3y^2 = 6x^3y^2 \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$a_y = \cancel{\frac{\partial v}{\partial t}} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = Ax^2y(By^2) + Bxy^2(2Bxy) = (2B^2 + AB)x^2y^3 = 0 \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

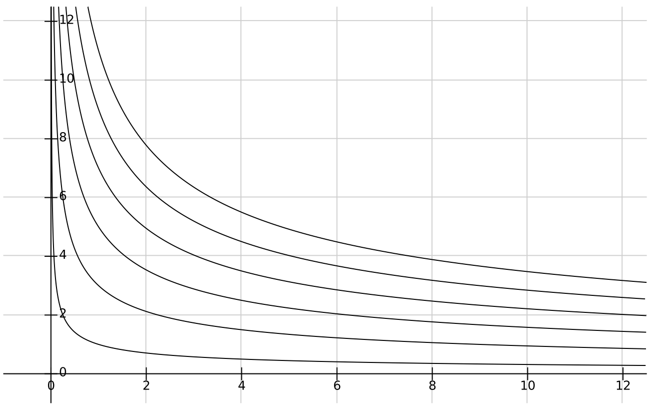
$$\therefore \quad \vec{a} = 6x^3y^2\hat{\imath}$$

(b) A linha de corrente é calculada por

$$\frac{\mathrm{d}x}{u} = \frac{\mathrm{d}y}{v} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}x}{Ax^2y} = \frac{\mathrm{d}y}{Bxy^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{B}{A}\frac{\mathrm{d}x}{x} = \frac{\mathrm{d}y}{y} \qquad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

Integrando os dois lados: $\dfrac{B}{A}\ln x = \ln y + c \quad \Rightarrow \quad y = \mathbb{C}x^{\frac{B}{A}} = \dfrac{\mathbb{C}}{\sqrt{x}}$ $\boxed{\textbf{0,4 pt}}$

A figura abaixo traz um esboço das linhas de corrente no primeiro quadrante



$\boxed{\textbf{0,2 pt}}$

(c) Como o escoamento é permanente, linhas de corrente e trajetórias coincidem. Da expressão da linha de corrente aplicada ao ponto inicial, podemos obter o valor da constante $\mathbb{C}$ da linha de corrente percorrida pela partícula:

$$y_0 = \frac{\mathbb{C}}{\sqrt{x_0}} \quad \Rightarrow \quad 1 = \frac{\mathbb{C}}{\sqrt{1}} \quad \Rightarrow \quad \mathbb{C} = 1 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

Além disso, do item **(a)** sabemos que $a_y = 0$, ou seja, ao longo de uma linha de corrente a componente v da velocidade é constante. Assim,

$$y_f = y_0 + v\Delta t = y_0 + Bx_0y_0^2\Delta t = 1 + 1 \times 1 \times 1^2 \times 4 = 5\,\mathrm{m} \quad \boxed{\textbf{0,4 pt}}$$

A coordenada x_f pode ser obtida da equação da linha de corrente:

$$y_f = \frac{\mathbb{C}}{\sqrt{x_f}} \quad \Rightarrow \quad x_f = \left(\frac{\mathbb{C}}{y_f}\right)^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 0{,}04\,\mathrm{m} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

3ª Questão (4,0 pontos)

(a) Como consideramos as perdas desprezíveis e velocidades uniformes nas seções, podemos aplicar a equação de Bernoulli entre as seções (1) e (2), colocando o centro da seção (1) no plano horizontal de referência:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g \cancel{z_1} = p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g z_2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g H \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \tag{1}$$

Aplicando conservação de massa entre as seções (1) e (2):

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad \Rightarrow \quad V_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = V_2 \frac{\pi D_2^2}{4} \quad \Rightarrow \quad V_1 = V_2 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \tag{2}$$

Substituindo a eq. (2) na eq. (1):

$$V_2^2 - V_1^2 = V_2^2 \left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right] = \frac{2(p_1 - p_2 - \rho g H)}{\rho} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \tag{3}$$

Chamando de l_1 a distância entre o centro da seção (1) e o menisco do braço esquerdo do manômetro, e l_2 a distância entre o centro da seção 2 e o menisco do braço direito do manômetro, podemos relacionar a diferença de pressão $p_1 - p_2$ com a deflexão δ usando a lei de Stevin:

$$p_1 - p_2 = g(-\rho l_1 + \rho_{\mathrm{Hg}}\delta + \rho l_2) \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \tag{4}$$

Da geometria do dispositivo, temos:

$$H + l_1 = l_2 + \delta \quad \Rightarrow \quad l_1 = l_2 + \delta - H \tag{5}$$

Substituindo a eq. (5) na eq. (4):

$$p_1 - p_2 = g(\cancel{-\rho l_2} - \rho\delta + \rho H + \rho_{\mathrm{Hg}}\delta + \cancel{\rho l_2}) = (\rho_{\mathrm{Hg}} - \rho) g\delta + \rho g H \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}} \tag{6}$$

Substituindo a eq. (6) na eq. (3) e isolando a velocidade V_2:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\left[(\rho_{\mathrm{Hg}} - \rho) g\delta + \cancel{\rho g H} - \cancel{\rho g H}\right]}{\rho\left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right]}} = \sqrt{\frac{2g\delta(\rho_{\mathrm{Hg}} - \rho)}{\rho\left[1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4\right]}}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \times 9{,}8 \times 0{,}176 \times (13600 - 1000)}{1000 \times \left[1 - \left(\frac{50}{250}\right)^4\right]}} = 6{,}598\,\mathrm{m/s} \quad \boxed{\textbf{0,3 pt}}$$

E a vazão volumétrica é dada por:

$$Q = V_2 A_2 = V_2 \frac{\pi D_2^2}{4} = 6{,}598 \times \frac{\pi \times 0{,}05^2}{4} = 0{,}0130\,\mathrm{m^3/s} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

(b) Consideraremos um sistema de coordenadas com x apontando para a direita e y apontando para cima. Aplicamos a conservação da quantidade de movimento na direção x:

$$\underbrace{-\rho V_1^2 \frac{\pi D_1^2}{4}}_{\boxed{\textbf{0,2 pt}}} \underbrace{+\rho V_2^2 \frac{\pi D_2^2}{4}\cos\theta}_{\boxed{\textbf{0,2 pt}}} = \underbrace{p_1 \frac{\pi D_1^2}{4}}_{\boxed{\textbf{0,2 pt}}} \underbrace{-p_2 \frac{\pi D_2^2}{4}\cos\theta}_{\boxed{\textbf{0,2 pt}}} + R_x \tag{7}$$

Pela lei de Stevin:

$$p_2 = p_1 - (\rho_{\mathrm{Hg}} - \rho) g\delta - \rho g H = 80000 - (13600 - 1000) \times 9{,}8 \times 0{,}176 - 1000 \times 9{,}8 \times 0{,}5 = 53368\,\mathrm{Pa} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

Da conservação de massa:

$$V_1 = V_2 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = 6{,}598 \times \left(\frac{50}{250}\right)^2 = 0{,}264\,\mathrm{m/s} \quad \boxed{\textbf{0,2 pt}}$$

Isolando R_x na eq. (7) e substituindo os valores numéricos:

$$R_x = \left(-1000 \times 0{,}264^2 - 80000\right) \times \frac{\pi \times 0{,}250^2}{4} + \left(1000 \times 6{,}598^2 + 53368\right) \times \frac{\pi \times 0{,}05^2}{4} \times \cos 60°$$

$$R_x = -3835{,}3\,\mathrm{N} \quad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$

Aplicando a conservação da quantidade de movimento na direção y:

$$\underbrace{\rho V_2^2 \frac{\pi D_2^2}{4}\operatorname{sen}\theta}_{\boxed{\textbf{0,2 pt}}} = \underbrace{-p_2 \frac{\pi D_2^2}{4}\operatorname{sen}\theta}_{\boxed{\textbf{0,2 pt}}} \underbrace{-M_c g}_{\boxed{\textbf{0,2 pt}}} + R_y$$

Substituindo os valores numéricos:

$$R_y = \left(1000 \times 6{,}598^2 + 53368\right) \times \frac{\pi \times 0{,}05^2}{5} \operatorname{sen} 60° + 30 \times 9{,}8 = 458{,}8\,\mathrm{N} \quad \boxed{\textbf{0,1 pt}}$$