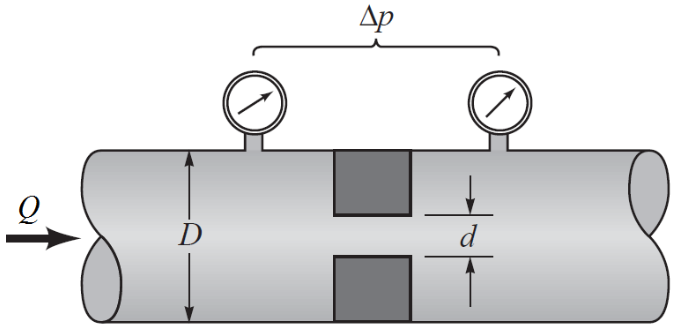
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PME3238 – FENÔMENOS DE TRANSPORTE 2ª PROVA 29/05/2017

Duração: 120 minutos

<u>1ª Questão (3,0 pontos)</u>

A figura mostra a aplicação de um um redutor de pressão do tipo plugue com orifício numa tubulação. A queda de pressão Δp provocada por ele é função da vazão volumétrica na tubulação, Q, do diâmetro da tubulação, D, do diâmetro do orifício, d, da massa específica do fluido, ρ, e da viscosidade dinâmica do fluido, μ. Deseja-se utilizar um redutor deste tipo numa tubulação onde escoa óleo para aplicações térmicas, cuja massa específica e viscosidade dinâmica valem 850 kg/m^3 e $3{,}6 \times 10^{-4}$ Pa·s respectivamente. A vazão de óleo na tubulação é de 10 L/s, e o diâmetro da tubulação e do orifício do plugue são 100 mm e 25 mm respectivamente. Para estimar a queda de pressão antes da instalação do plugue, será feito um ensaio com um modelo de plugue numa tubulação de diâmetro 40 mm que conduz água (ρ = 998 kg/m^3, $\mu = 10^{-3}$ Pa·s).



(a) Determine um conjunto de grupos adimensionais apropriados para esta análise. (***1,5 ponto***)

(b) Determine os valores do diâmetro do orifício do plugue e da vazão adequados para o ensaio. (***1,0 ponto***)

(c) Se no ensaio feito nas condições determinadas no item (b) for medida uma queda de pressão de 20 kPa, qual será então a queda de pressão provocada pelo plugue inserido na tubulação de óleo? (***0,5 ponto***)

<u>2ª Questão (3,5 pontos)</u>

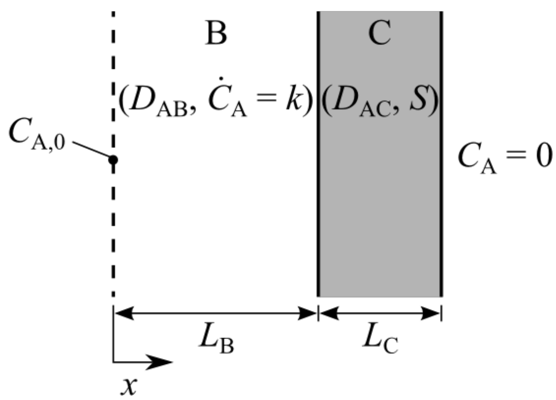
Um recipiente de molibdênio contém amônia (NH_3) na fase gasosa. Nas proximidades das paredes do recipiente, a amônia é decomposta em nitrogênio e hidrogênio ($2NH_3 \rightarrow N_2 + 3H_2$). Esta reação é de ordem 0 e ocorre com uma taxa k. Parte do hidrogênio produzido difunde através da parede de molibdênio, que tem espessura L_C, e chega até o ambiente exterior. Designando o hidrogênio por espécie A, a amônia por espécie B e o molibdênio por espécie C, o transporte de hidrogênio está esquematizado na figura. Conhece-se o valor da concentração molar do hidrogênio a uma distância L_B da parede, no ponto $x = 0$ indicado na figura, $C_A(0) = C_{A,0}$. No ambiente externo a concentração de hidrogênio pode ser considerada nula. O coeficiente de difusão binária do hidrogênio na amônia é D_{AB}, do hidrogênio no molibdênio é D_{AC} e a solubilidade do hidrogênio no molibdênio é S. O transporte acontece em regime permanente a uma temperatura constante T.

(a) Partindo da equação de transporte de A, obtenha expressões de $C_A(x)$ para $0 \le x < L_B$ e para $L_B < x \le (L_B + L_C)$, deixando as constantes de integração indicadas. (***1,0 ponto***)

(b) Enuncie as condições de contorno que devem ser aplicadas para a determinação das constantes de integração das expressões obtidas no item (a). (***1,0 ponto***)

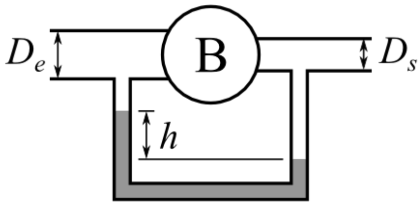
(c) Esboce o gráfico de $C_A(x)$ para $0 \le x \le (L_B + L_C)$ (***0,5 ponto***)

(d) Obtenha uma expressão para o fluxo molar de H_2 através da parede. (***1,0 ponto***)



3ª Questão (3,5 pontos)

Você foi contratado(a) para trabalhar no projeto e construção do sistema de bombeamento do piscinão de Guamiranga (aquele da P1, lembra?). Sabe-se que cada bomba deve fornecer uma vazão nominal de 850 L/s, e a empresa fornecedora fabricará as mesmas sob medida para a obra. Considere que a água tem massa específica $\rho = 998$ kg/m^3 e viscosidade cinemática $\nu = 10^{-6}$ m^2/s e que a aceleração da gravidade no local é 9,8 m/s^2.



(a) Você é designado(a) para acompanhar os ensaios de levantamento das características da bomba. A bancada de ensaio está esquematizada na figura ao lado. O diâmetro da tubulação de entrada é $D_e = 400$ mm e o da de saída é $D_s = 200$ mm. A essas tubulações está conectado um manômetro em U com mercúrio ($\rho_m = 13600$ kg/m^3) e há instrumentação no quadro de fornecimento de energia elétrica à bomba que permite medir a potência consumida pela mesma. No ensaio com a vazão nominal, o desnível medido no manômetro é de $h = 580$ mm e a potência consumida é de 440 kW. Determine a carga e o rendimento da bomba nessa condição. **(*1,5 ponto*)**

(b) Você deve dimensionar o diâmetro da tubulação que levará a água do piscinão para o rio Tamanduateí. O esquema da tubulação está dado abaixo. As alturas indicadas são $z_0 = 3$ m e $z_6 = 20$ m. Os coeficientes de perda carga localizada da entrada (1) é igual a 0,5, dos cotovelos (2, 3 e 4) é igual a 0,3 e da válvula gaveta (5) é igual a 0,15 quando ela está totalmente aberta. O comprimento total da tubulação é $L_{1,6} = 100$ m e ela será feita de ferro fundido, cuja rugosidade média é de 0,26 mm. A tabela 1 lista os diâmetros internos dos tubos em estoque, selecione qual deles deve ser utilizado no sistema, justificando sua escolha. **(*2,0 pontos*)**

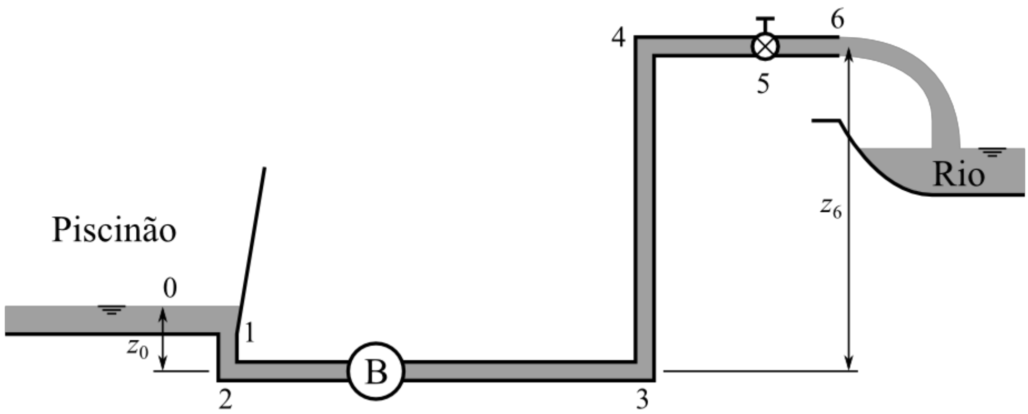


Tabela 1 - Diâmetros internos dos tubos disponíveis

333 mm
344 mm
354 mm
363 mm
373 mm
381 mm

Formulário geral

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + (\vec{V}\cdot\nabla)C_A = D_{AB}\nabla^2 C_A + \dot{C}_A \qquad C_A = \frac{p_A}{\bar{R}T} \qquad C_A(x_0) = Sp_A$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{\forall C}\rho \, d\forall + \int_{SC}\rho\vec{V}_r\cdot\vec{n}\,dA = 0 \qquad J''_A = -D_{AB}\frac{\partial C_A}{\partial x}$$

$$\left(\frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1\bar{V}_1^2}{2g} + z_1\right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2\bar{V}_2^2}{2g} + z_2\right) - h_m = h_{L_T} \qquad h_L = f\frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} \qquad h_s = K\frac{\bar{V}^2}{2g}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right) \qquad h_m = \frac{\dot{W}_m}{\gamma Q} \qquad p_1 = \gamma h + p_2$$

PME3298 – Fenômenos de Transporte
1º semestre / 2017 – Prof. Dr. Bruno Souza Carmo

Gabarito da Prova 2

1ª Questão (3,0 pontos)

(a) Parâmetros envolvidos: Δp, ρ, Q, D, d e μ. Conjunto de dimensões fundamentais: MLt.

$$\Delta p \doteq \frac{M}{Lt^2}, \qquad \rho \doteq \frac{M}{L^3}, \qquad Q \doteq \frac{L^3}{t}, \qquad D \doteq L, \qquad d \doteq L, \qquad \mu \doteq \frac{M}{Lt}$$

Matriz dimensional:

	Δp	ρ	Q	D	d	μ
M	1	1	0	0	0	1
L	-1	-3	3	1	1	-1
t	-2	0	-1	0	0	-1

Parâmetros repetentes:
ρ, Q, D

$6-3=3$ equações dimensionais

$$\Pi_1 = \Delta p \rho^a Q^b D^c \quad \Rightarrow \quad (ML^{-1}t^{-2})(ML^{-3})^a(L^3t^{-1})^b(L)^c = M^0L^0t^0$$

$$\begin{array}{lll} [M]: & 1+a=0 & \Rightarrow \quad a=-1 \\ [L]: & -1-3a+3b+c=0 & \Rightarrow \quad c=1-3+6=4 \\ [t]: & -2-b=0 & \Rightarrow \quad b=-2 \end{array} \qquad \boxed{\Pi_1 = \frac{\Delta p D^4}{\rho Q^2}} \qquad \textbf{0,5 pt}$$

$$\Pi_2 = d \rho^a Q^b D^c \quad \Rightarrow \quad (L)(ML^{-3})^a(L^3t^{-1})^b(L)^c = M^0L^0t^0$$

$$\begin{array}{lll} [M]: & 0+a=0 & \Rightarrow \quad a=0 \\ [L]: & 1-3a+3b+c=0 & \Rightarrow \quad c=-1 \\ [t]: & 0-b=0 & \Rightarrow \quad b=0 \end{array} \qquad \boxed{\Pi_2 = \frac{d}{D}} \qquad \textbf{0,5 pt}$$

$$\Pi_3 = \mu \rho^a Q^b D^c \quad \Rightarrow \quad (ML^{-1}t^{-1})(ML^{-3})^a(L^3t^{-1})^b(L)^c = M^0L^0t^0$$

$$\begin{array}{lll} [M]: & 1+a=0 & \Rightarrow \quad a=-1 \\ [L]: & -1-3a+3b+c=0 & \Rightarrow \quad c=1-3+3=1 \\ [t]: & -1-b=0 & \Rightarrow \quad b=-1 \end{array} \qquad \boxed{\Pi_3 = \frac{\mu D}{\rho Q}} \qquad \textbf{0,5 pt}$$

Outras escolhas de parâmetros repetentes conduziriam às seguintes respostas, também corretas:

Parâmetros repetentes	Π_1	Π_2	Π_3
ρ, Q, μ	$\frac{\Delta p \rho^3 Q^2}{\mu^4}$	$\frac{D\mu}{\rho Q}$	$\frac{d\mu}{\rho Q}$
Q, D, μ	$\frac{\Delta p D^3}{\mu Q}$	$\frac{d}{D}$	$\frac{\rho Q}{\mu D}$
ρ, D, μ	$\frac{\Delta p \rho D^2}{\mu^2}$	$\frac{d}{D}$	$\frac{Q\rho}{D\mu}$

(b)

$$\frac{d_m}{D_m} = \frac{d_p}{D_p} \qquad \Rightarrow \qquad d_m = d_p\left(\frac{D_m}{D_p}\right) = 25 \times \left(\frac{40}{100}\right) = 10\,\text{mm} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

$$\frac{\mu_m D_m}{\rho_m Q_m} = \frac{\mu_p D_p}{\rho_p Q_p} \qquad \Rightarrow \qquad Q_m = Q_p\left(\frac{\mu_m}{\mu_p}\right)\left(\frac{D_m}{D_p}\right)\left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right)$$

$$Q_m = 10 \times \left(\frac{1}{0{,}36}\right) \times \left(\frac{40}{100}\right) \times \left(\frac{850}{998}\right) = 9{,}46\,\text{L/s} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

(c)

$$\frac{\Delta p_m D_m^4}{\rho_m Q_m^2} = \frac{\Delta p_p D_p^4}{\rho_p Q_p^2} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta p_p = \Delta p_m\left(\frac{D_m}{D_p}\right)^4\left(\frac{\rho_p}{\rho_m}\right)\left(\frac{Q_p}{Q_m}\right)^2$$

$$\Delta p_p = 20 \times \left(\frac{40}{100}\right)^4\left(\frac{850}{998}\right)\left(\frac{10}{9{,}46}\right)^2 = 0{,}487\,\text{kPa} \qquad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

2ª Questão (3,5 pontos)

(a) Sendo C_A a concentração molar da espécie A ($\mathrm{H_2}$), a equação de transporte de A é:

$$\cancel{\frac{\partial C_\mathrm{A}}{\partial t}} + \cancel{(\vec{V}\cdot\nabla)C_\mathrm{A}} = D_\mathrm{AX}\nabla^2 C_\mathrm{A} + \dot{C}_\mathrm{A} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 C_\mathrm{A}}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{\dot{C}_\mathrm{A}}{D_\mathrm{AX}}$$

onde o primeiro termo é nulo por se tratar de regime permanente e o segundo por não haver advecção. Como o transporte é unidimensional, o termo ∇^2 se reduz a $\mathrm{d}^2/\mathrm{d}x^2$.

Para $0 \le x < L_\mathrm{B}$ o coeficiente de difusão binária é D_AB e $\dot{C}_\mathrm{A} = k$. Assim:

$$\frac{\mathrm{d}^2 C_\mathrm{A}}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{k}{D_\mathrm{AB}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}C_\mathrm{A}}{\mathrm{d}x} = -\frac{k}{D_\mathrm{AB}}x + \mathbb{C}_1 \quad \Rightarrow \quad C_\mathrm{A}(x) = -\frac{k}{2D_\mathrm{AB}}x^2 + \mathbb{C}_1 x + \mathbb{C}_2 \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

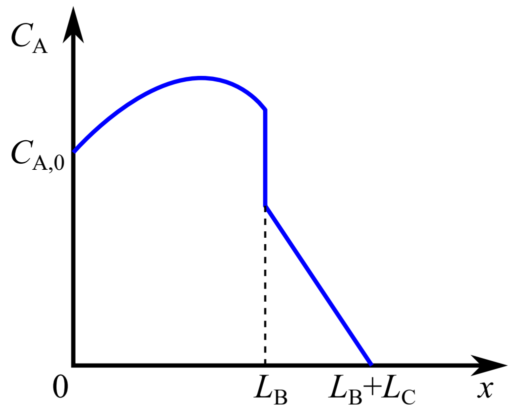
Para $L_\mathrm{B} < x \le L_\mathrm{B} + L_\mathrm{C}$ o coeficiente de difusão binária é D_AC e $\dot{C}_\mathrm{A} = 0$. Assim:

$$\frac{\mathrm{d}^2 C_\mathrm{A}}{\mathrm{d}x^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}C_\mathrm{A}}{\mathrm{d}x} = \mathbb{C}_3 \quad \Rightarrow \quad C_\mathrm{A}(x) = \mathbb{C}_3 x + \mathbb{C}_4 \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

(b) As condições de contorno são:

$C_\mathrm{A}(0) = C_{\mathrm{A},\,0}$	(fornecido no enunciado)	**0,25 pt**
$C_\mathrm{A}(L_\mathrm{B}^+) = S\bar{R}TC_\mathrm{A}(L_\mathrm{B}^-)$	(condição de Dirichlet dada pela solubilidade de A em C [$C_\mathrm{A} = Sp_\mathrm{A}$])	**0,25 pt**
$D_\mathrm{AB}\left.\frac{\mathrm{d}C_\mathrm{A}}{\mathrm{d}x}\right\vert_{x=L_\mathrm{B}^-} = D_\mathrm{AC}\left.\frac{\mathrm{d}C_\mathrm{A}}{\mathrm{d}x}\right\vert_{x=L_\mathrm{B}^+}$	(continuidade de fluidos na interface)	**0,25 pt**
$C_\mathrm{A}(L_\mathrm{B} + L_\mathrm{C}) = 0$	(concentração nula no exterior, fornecida no enunciado)	**0,25 pt**

(c)



0,5 pt

(d) Aplicando as condições de contorno na ordem em que foram apresentadas no item (b):

$$\mathbb{C}_2 = C_{\mathrm{A},0}$$

$$\mathbb{C}_3 L_{\mathrm{B}} + \mathbb{C}_4 = S\bar{R}T\left(-\frac{k}{2D_{\mathrm{AB}}}L_{\mathrm{B}}^2 + \mathbb{C}_1 L_{\mathrm{B}} + C_{\mathrm{A},0}\right)$$

$$-kL_{\mathrm{B}} + D_{\mathrm{AB}}\mathbb{C}_2 = D_{\mathrm{AC}}\mathbb{C}_3 \qquad \Rightarrow \qquad \mathbb{C}_1 = \frac{D_{\mathrm{AC}}\mathbb{C}_3 + kL_{\mathrm{B}}}{D_{\mathrm{AB}}}$$

$$\mathbb{C}_3(L_{\mathrm{B}} + L_{\mathrm{C}}) + \mathbb{C}_4 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \mathbb{C}_4 = -\mathbb{C}_3(L_{\mathrm{B}} + L_{\mathrm{C}})$$

Substituindo as expressões de $\mathbb{C}_1$ e $\mathbb{C}_4$ na segunda equação, obtemos

$$L_{\mathrm{B}}\mathbb{C}_3 - (L_{\mathrm{B}} + L_{\mathrm{C}})\mathbb{C}_3 = S\bar{R}T\left(-\frac{kL_{\mathrm{B}}^2}{2D_{\mathrm{AB}}} + \frac{D_{\mathrm{AC}}}{D_{\mathrm{AB}}}L_{\mathrm{B}}\mathbb{C}_3 + \frac{kL_{\mathrm{B}}^2}{D_{\mathrm{AB}}} + C_{\mathrm{A},0}\right)$$

$$S\bar{R}T\frac{D_{\mathrm{AC}}}{D_{\mathrm{AB}}}L_{\mathrm{B}}\mathbb{C}_3 + L_{\mathrm{C}}\mathbb{C}_3 = -S\bar{R}T\left(\frac{kL_{\mathrm{B}}^2}{2D_{\mathrm{AB}}} + C_{\mathrm{A},0}\right) \quad \Rightarrow \quad \mathbb{C}_3 = -\frac{\frac{kL_{\mathrm{B}}^2}{2D_{\mathrm{AB}}} + C_{\mathrm{A},0}}{\frac{D_{\mathrm{AC}}}{D_{\mathrm{AB}}}L_{\mathrm{B}} + \frac{L_{\mathrm{C}}}{S\bar{R}T}} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

O fluxo pela parede é dado por

$$J''_A = -D_{\mathrm{AC}}\frac{\mathrm{d}C_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}x} = -D_{\mathrm{AC}}\mathbb{C}_3 = \frac{\frac{kL_{\mathrm{B}}^2}{2D_{\mathrm{AB}}} + C_{\mathrm{A},0}}{\frac{L_{\mathrm{B}}}{D_{\mathrm{AB}}} + \frac{L_{\mathrm{C}}}{S\bar{R}TD_{\mathrm{AC}}}} \quad \boxed{\textbf{0,5 pt}}$$

3ª Questão 3,5 pontos)

(a) Aplicamos a lei de Stevin no manômetro: $p_s - p_e = gh(\rho_m - \rho)$ $\boxed{0{,}5\ \text{pt}}$

Escrevendo a equação da energia entre a entrada e saída da bomba:

$$h_b = \frac{p_s - p_e}{\gamma} + \frac{\alpha_s \bar{V}_s^2 - \alpha_e \bar{V}_e^2}{2g} = \frac{h(\rho_m - \rho)}{\rho} + \frac{8\alpha Q^2}{g\pi^2}\left(\frac{1}{D_s^4} - \frac{1}{D_e^4}\right)$$

$$h_b = \frac{0{,}580 \times (13600 - 998)}{998} + \frac{8 \times 1 \times 0{,}850^2}{9{,}8 \times \pi^2} \times \left(\frac{1}{0{,}2^4} - \frac{1}{0{,}4^4}\right) = 42{,}34\,\text{m} \quad \boxed{0{,}5\ \text{pt}}$$

O rendimento da bomba é: $\eta_b = \dfrac{\rho g Q h_b}{\dot{W}_c} = \dfrac{998 \times 9{,}8 \times 0{,}850 \times 42{,}34}{440000} = 80\%$ $\boxed{0{,}5\ \text{pt}}$

(b) A equação da energia aplicada entre as seções 0 e 6 resulta em

$$z_0 - \frac{\alpha_6 \bar{V}_6^2}{2g} - z_6 + h_b = f\frac{L_{1,6}}{D}\frac{\bar{V}^2}{2g} + (K_{\text{ent}} + 3K_{\text{cot}} + K_{\text{válv}})\frac{\bar{V}^2}{2g} \quad \boxed{0{,}5\ \text{pt}}$$

Relacionando a velocidade média com a vazão: $\bar{V} = \dfrac{Q}{A_t} = \dfrac{4Q}{\pi D^2} \quad \Rightarrow \quad \bar{V}^2 = \dfrac{16Q^2}{\pi^2 D^4}$ $\boxed{0{,}5\ \text{pt}}$

Substituindo na equação da energia e rearranjando, chegamos a

$$z_0 - z_6 + h_b = \left(f\frac{L_{1,6}}{D} + K_{\text{ent}} + 3K_{\text{cot}} + K_{\text{válv}} + \alpha_6\right)\frac{8Q^2}{\pi^2 D^4 g}$$

O lado esquerdo da equação independe do diâmetro. O diâmetro escolhido deve ser tal que o valor do lado direito da equação seja igual ou menor que o valor do lado direito, ou seja,

$$3 - 20 + 42{,}34 \geq \left(\frac{100f}{D} + 0{,}5 + 3 \times 0{,}3 + 0{,}15 + 1\right)\frac{80{,}850^2}{\pi^2 \times 9{,}8 D^4}$$

$$\left(\frac{100f}{D} + 2{,}55\right)\frac{0{,}05976}{D^4} \leq 25{,}34 \tag{1}$$

O valor de f pode ser calculado com o diagrama de Moody ou com a equação de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0\log\left(\frac{\epsilon/D}{3{,}7} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$$

Para os diâmetros fornecidos, os valores de Re, ϵ/D, f e do lado esquerdo da expressão (1), são listados abaixo:

D (m)	Re	ϵ/D	f	Lado esquerdo de (1)
0,333	$3{,}25 \times 10^6$	$7{,}81 \times 10^{-4}$	0,0186	39,57
0,344	$3{,}15 \times 10^6$	$7{,}56 \times 10^{-4}$	0,0185	33,82
0,354	$3{,}06 \times 10^6$	$7{,}34 \times 10^{-4}$	0,0184	29,45
0,363	$2{,}98 \times 10^6$	$7{,}16 \times 10^{-4}$	0,0183	26,10
0,373	$2{,}90 \times 10^6$	$6{,}97 \times 10^{-4}$	0,0182	22,91
0,381	$2{,}84 \times 10^6$	$6{,}82 \times 10^{-4}$	0,0181	20,69

Portanto, tanto o tubo de diâmetro igual a 373 mm quanto o de diametro 381 mm são adequados. (Cálculo de f $\boxed{0{,}5\ \text{pt}}$ e escolha do diâmetro $\boxed{0{,}5\ \text{pt}}$)