

Forma Diferencial das Equações da Mecânica dos Fluidos

I) Equação da Continuidade

a) *Coordenadas cartesianas*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad \left(\text{Em notação vetorial: } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0 \right)$$

Para regime permanente ($\partial \rho / \partial t = 0$): $\nabla \cdot \rho \vec{V} = 0$

Para escoamento incompressível (ρ constante): $\nabla \cdot \vec{V} = 0$

b) *Coordenadas cilíndricas*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$$

Para regime permanente: $\frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0$

Para escoamento incompressível: $\frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(v_z)}{\partial z} = 0$

II) Equação da Conservação da Quantidade de Movimento (Navier–Stokes) – Escoamento Incompressível

a) *Coordenadas cartesianas*

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \rho g_x \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho g_y \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho g_z \end{aligned}$$

b) *Coordenadas cilíndricas*

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] + \\ &+ \rho g_r \\ \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) &= -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right) - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] + \\ &+ \rho g_\theta \\ \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] + \rho g_z \end{aligned}$$

Análise Dimensional

Teorema Π de Buckingham:

“Dada uma relação entre n parâmetros da forma $g(q_1, q_2, \dots, q_n) = 0$, então os n parâmetros podem ser agrupados em $n - m$ razões independentes adimensionais, ou parâmetros Π , que podem ser expressos em forma funcional por

$$G(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}) = 0$$

$$\text{ou} \quad \Pi_1 = G_1(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-m}).$$

O número m é usualmente, mas nem sempre, igual ao número mínimo r de dimensões independentes necessárias para especificar as dimensões de todos os parâmetros q_1, q_2, \dots, q_n .”

Este teorema é baseado no conceito de homogeneidade dimensional. O teorema não prevê a forma de G ou G_1 , que deve ser determinada experimentalmente.

Determinação dos grupos Π :

1. Liste os parâmetros envolvidos.

O número de parâmetros envolvidos é igual a n .

2. Selecione um conjunto de dimensões fundamentais (primárias).

Normalmente, as dimensões primárias são MLt (massa, comprimento e tempo) ou FLt (força, comprimento e tempo). O número de dimensões fundamentais é r .

3. Liste as dimensões dos parâmetros em termos das dimensões primárias, forme a matriz dimensional.

Para formar a matriz dimensional, faz-se uma tabela onde cada linha corresponde a uma dimensão primária e cada coluna a um parâmetro envolvido. Preenche-se esta tabela com os expoentes de cada dimensão primária (linha) na expressão dimensional de cada parâmetro (coluna).

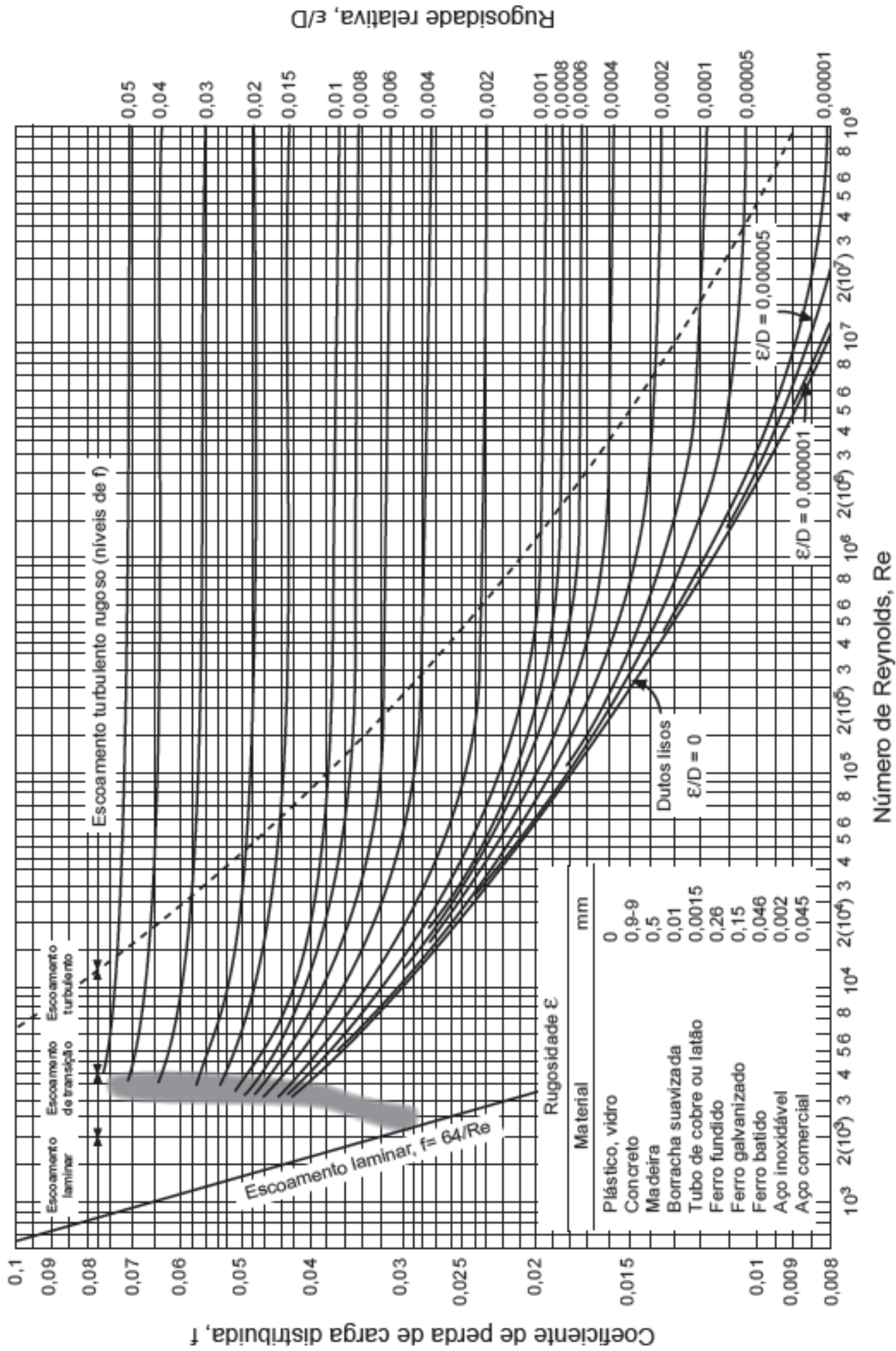
4. Selecione da lista um número m de parâmetros, chamados de *repetentes*, que, em conjunto, incluam todas as dimensões primárias. Não selecione o parâmetro dependente.

O número m é igual ao *posto* da matriz dimensional. O posto de uma matriz A é a ordem da maior submatriz de A que tem determinante não nulo.

5. Estabeleça equações dimensionais combinando os parâmetros repetentes com cada um dos remanescentes.

O número de equações será $n - m$. Cada equação consiste em fazer um produto um parâmetro remanescente com os parâmetros repetentes elevados expoentes incógnitos. Impondo a condição de que este produto seja adimensional, obtêm-se um sistema algébrico de equações que permite determinar os expoentes. Cada adimensional é o produto do parâmetro remanescente com os parâmetros repetentes elevados aos expoentes calculados.

6. Verifique se cada grupo obtido é adimensional.



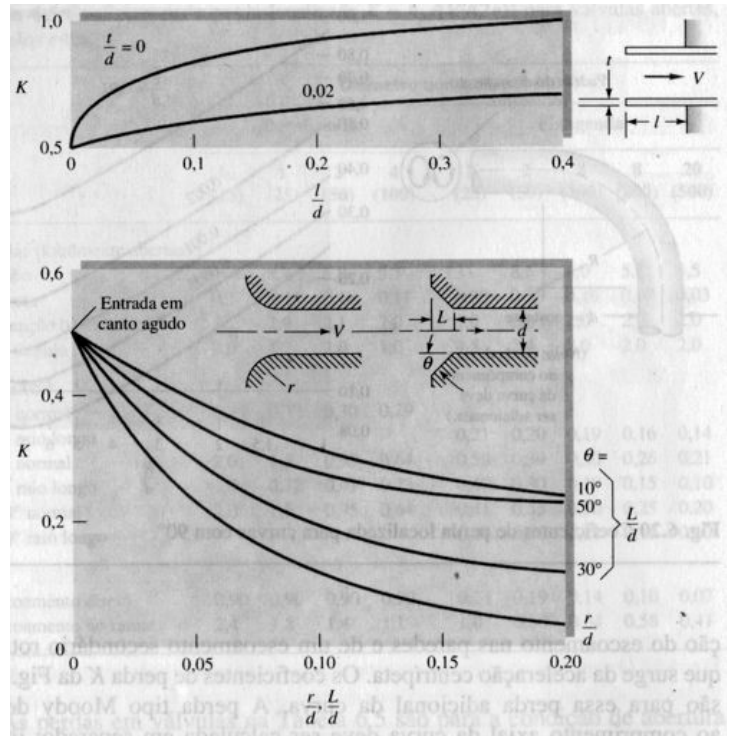
Coeficientes de Perda de Carga Localizada

1) Entradas

Tipo de Entrada	Coeficiente de Perda Localizada, K^a								
Reentrante	0,78								
Borda viva	0,5								
Arredondado	<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">r/D</td> <td style="padding: 2px;">0,02</td> <td style="padding: 2px;">0,06</td> <td style="padding: 2px;">$\geq 0,15$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">K</td> <td style="padding: 2px;">0,28</td> <td style="padding: 2px;">0,15</td> <td style="padding: 2px;">0,04</td> </tr> </table>	r/D	0,02	0,06	$\geq 0,15$	K	0,28	0,15	0,04
r/D	0,02	0,06	$\geq 0,15$						
K	0,28	0,15	0,04						

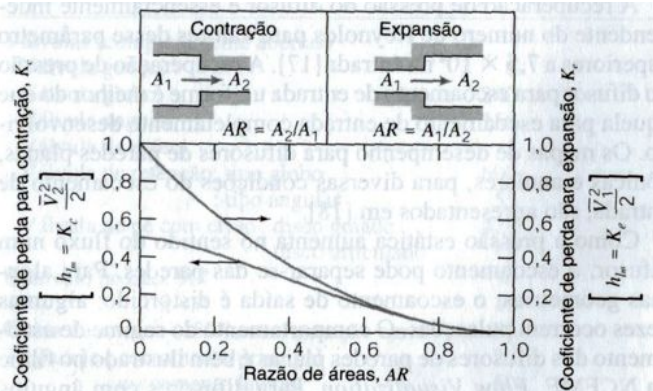
^a Baseado em $h_{L_e} = K(\bar{V}^2/2)$, onde \bar{V} é a velocidade média no tubo.

Fox & McDonald

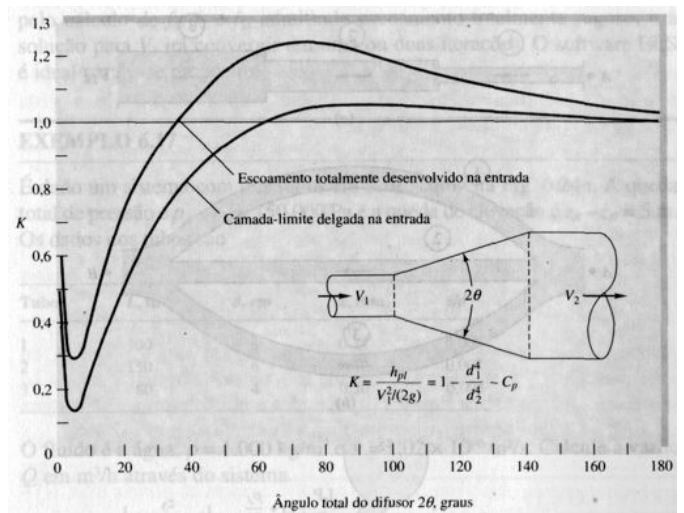


White

2) Contrações e Expansões



Fox & McDonald



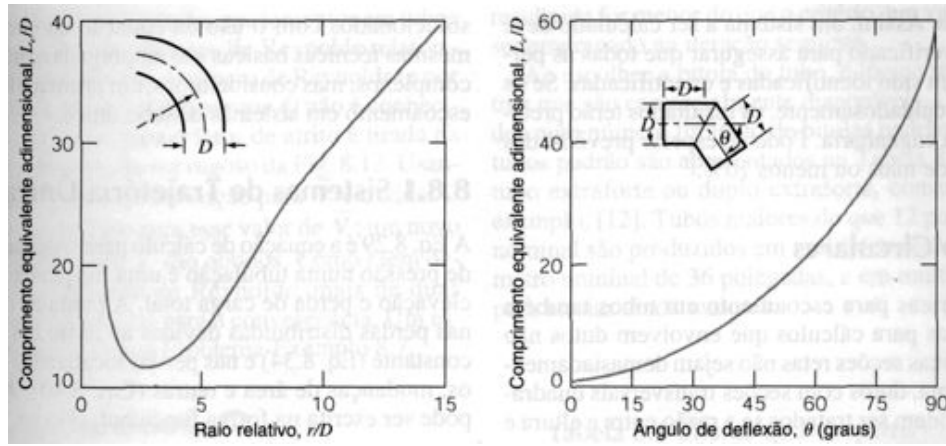
White

		Ângulo Incluso, θ , Graus						
		10	15-40	50-60	90	120	150	180
	A_2/A_1	10	15-40	50-60	90	120	150	180
	0,50	0,05	0,05	0,06	0,12	0,18	0,24	0,26
	0,25	0,05	0,04	0,07	0,17	0,27	0,35	0,41
	0,10	0,05	0,05	0,08	0,19	0,29	0,37	0,43

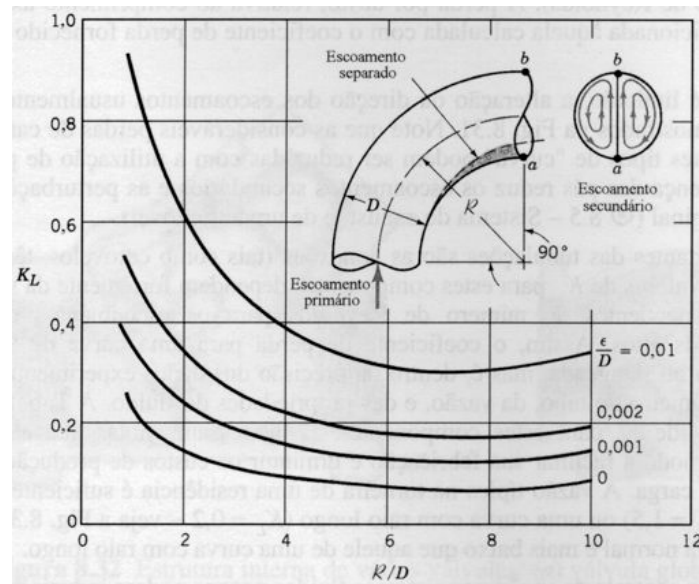
Nota: Os coeficientes são baseados em $h_{L_e} = K(\bar{V}^2/2)$.

Fox & McDonald

3) Cotovelos



Fox & McDonald



Munson, Young & Okiishi

4) Válvulas e outros elementos

Tipo de Acessório	Comprimento Equivalente, ^a L/D
Válvulas (completamente abertas)	
Válvula gaveta	8
Válvula globo	340
Válvula angular	150
Válvula de esfera	3
Válvula de retenção: tipo globo	600
: tipo angular	55
Válvula de pé com crivo: disco guiado	420
: disco articulado	75
Cotovelo padrão: 90°	30
: 45°	16
Curva de retorno (180°), configuração curta	50
Tê padrão: escoamento principal	20
: escoamento lateral	60

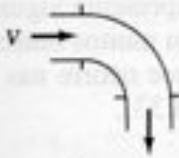
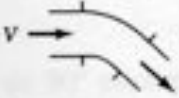
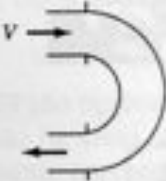
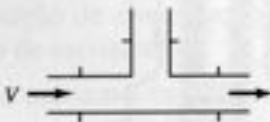
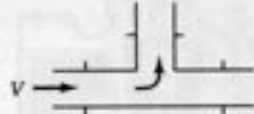

^a Baseado em $h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2}$.

Fox & McDonald

Tabela 6.5 Coeficientes de perda localizada $K = h_{pl}/[V^2/(2g)]$ para válvulas abertas, cotovelos e tês.

	Diâmetro nominal, pol (mm)								
	Parafusada				Flangeada				
	1/2 (13)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	1 (25)	2 (50)	4 (100)	8 (200)	20 (500)
Válvulas (totalmente abertas):									
Globo	14	8,2	6,9	5,7	13	8,5	6,0	5,8	5,5
Gaveta	0,3	0,24	0,16	0,11	0,80	0,35	0,16	0,07	0,03
Retenção basculante	5,1	2,9	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
Em ângulo	9,0	4,7	2,0	1,0	4,5	2,4	2,0	2,0	2,0
Cotovelos:									
45° normal	0,39	0,32	0,30	0,29					
45° raio longo					0,21	0,20	0,19	0,16	0,14
90° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,50	0,39	0,30	0,26	0,21
90° raio longo	1,0	0,72	0,41	0,23	0,40	0,30	0,19	0,15	0,10
180° normal	2,0	1,5	0,95	0,64	0,41	0,35	0,30	0,25	0,20
180° raio longo					0,40	0,30	0,21	0,15	0,10
Tês:									
Escoamento direto	0,90	0,90	0,90	0,90	0,24	0,19	0,14	0,10	0,07
Escoamento no ramal	2,4	1,8	1,4	1,1	1,0	0,80	0,64	0,58	0,41

White

Componente	K_L	
a. Curvas		
90° (raio normal), flangeada	0,3	 
90° (raio normal), rosqueada	1,5	
90° (raio longo), flangeada	0,2	
90° (raio longo), rosqueada	0,7	
45° (raio longo), flangeada	0,2	
45° (raio normal)	0,4	
b. Retornos (curvas com 180°)		
flangeados	0,2	
rosqueados	1,5	
c. Tês		
Escoamento alinhado, flangeado	0,2	 
Escoamento alinhado, rosqueado	0,9	
Escoamento derivado, flangeado	1,0	
Escoamento derivado, rosqueado	2,0	
d. União rosqueada		
	0,08	
e. Válvulas*		
Globo, totalmente aberta	10	
Gaveta, totalmente aberta	0,15	
Gaveta, 1/4 fechada	0,26	
Gaveta, 1/2 fechada	2,1	
Gaveta, 3/4 fechada	17	
Retenção, escoamento a favor	2	
Retenção, escoamento contrário	∞	
Esfera, totalmente aberta	0,05	
Esfera, 1/3 fechada	5,5	
Esfera, 2/3 fechada	210	

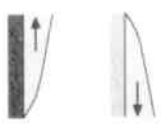

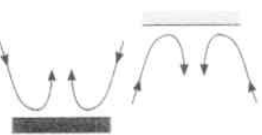
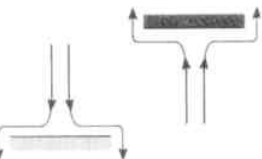

Munson, Young & Okiishi

Correlações para a Transferência de Calor Convectiva

Convecção forçada – escoamento externo

Geometria	Condições	Correlação
Placa plana	Laminar; local; isotérmica; T_f ; $0,6 \leq Pr \leq 50$	$Nu_x = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; local; fluxo uniforme; T_f ; $Pr \geq 0,6$	$Nu_x = 0,453 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$
	Laminar; médio; isotérmica; T_f ; $0,6 \leq Pr \leq 50$	$\overline{Nu}_L = 0,664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; isotérmica; T_f ; $Re_x \leq 10^8$; $0,6 \leq Pr \leq 60$	$Nu_x = 0,0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; local; fluxo uniforme; T_f ; $0,6 \leq Pr \leq 60$	$Nu_x = 0,0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$
	Turbulenta; médio; isotérmica; T_f ; Re_x $\leq 10^8$; $0,6 \leq Pr \leq 60$	$\overline{Nu}_L = 0,037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$
	Mista; médio; isotérmica; T_f ; $Re_x \leq 10^8$; $0,6 \leq Pr \leq 60$	$\overline{Nu}_L = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$
Cilindro	Médio; isotérmico; T_f ; $Re_D Pr > 0,2$	$\overline{Nu}_D = 0,3 + \frac{0,62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0,4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$

Convecção natural

Geometria	Correlação	Restrições
Placas verticais 	$\overline{Nu}_L = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0,492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$	Nenhuma
Placas inclinadas, com a superfície fria para cima ou com a superfície quente para baixo 	$\overline{Nu}_L = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0,492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$, $g \rightarrow g \cos \theta$	$0 \leq \theta \leq 60^\circ$
Placas horizontais, com a superfície quente para cima ou a superfície fria para baixo 	$\overline{Nu}_L = 0,54 Ra_L^{1/4}$ $(L = A_s / P)$	$10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$
	$\overline{Nu}_L = 0,15 Ra_L^{1/3}$ $(L = A_s / P)$	$10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$
Placas horizontais, com a superfície fria para cima ou com a superfície quente para baixo 	$\overline{Nu}_L = 0,52 Ra_L^{1/5}$ $(L = A_s / P)$	$10^4 \leq Ra_L \leq 10^9$ $Pr \geq 0,7$
Cilindro horizontal 	$\overline{Nu}_D = \left\{ 0,60 + \frac{0,387 Ra_D^{1/6}}{\left[1 + (0,559/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$	$Ra_D \leq 10^{12}$