

ELEMENTOS DE MÁQUINAS (SEM 0241)

Notas de Aulas v.2018

Aula 09 – Uniões Eixo-Cubo encaixadas

Professores: Ernesto Massaroppi Junior
Jonas de Carvalho
Carlos Alberto Fortulan
João Lirani

9 – Uniões Eixo-Cubo encaixadas (ou por adaptação de forma)

9.1 – Uniões encaixadas com pino transversal

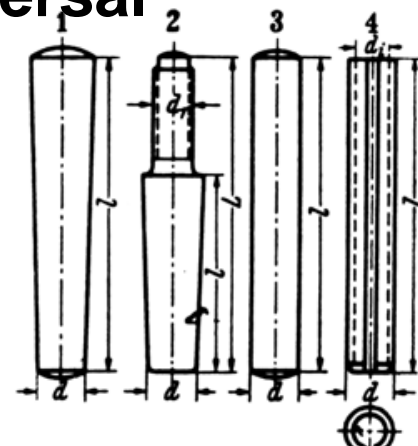
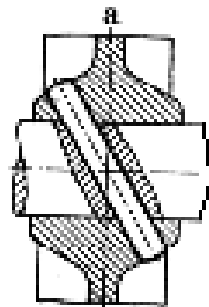


Figura 11.1 – Pino cônico 1, pino cônico com rosca 2, pino cilíndrico 3 e pino elástico 4

Niemann, v1, p.181

- Forma tradicional e econômica
- Serve p/ pequenos $M_t \rightarrow$ uso implica em maior concentração de tensões
- Pode ser usado p/ limitar forças aplicadas

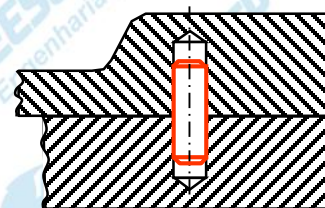
(pino de segurança \rightarrow Área seção = $\frac{F_{adm}}{\tau_{adm}}$)

- O pino cilíndrico pode ser usado como posicionador.

{	Parafusos \rightarrow	fixam
	Pinos \rightarrow	posicionam

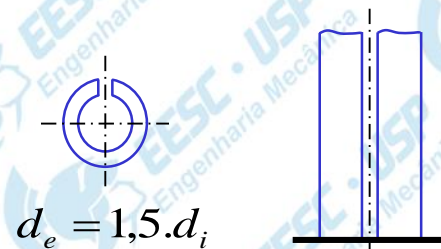
Ex: União de carcaça bi-partida de um redutor de velocidades

Ajuste H_7g_6



- Os pinos são encaixados sob pressão, exigem tolerância dimensional no furo e de posição (no cubo e eixo).
- Pino cônico dá interferência mais controlada.
- Pino com rosca facilita a retirada.
- Pino elástico adapta-se ao furo e não exige tolerância apertada. São feitas de aço de mola ($\sigma_R = 140$ kgf/mm²).

Ver cap. 11 Niemann



$$d_e = 1,5.d_i$$

• Resistência ao cisalhamento :

- Pino maciço aço ($\sigma_R = 60$ [kgf/mm²]) : 100%
- Pino elástico leve : 62%
- Pino elástico pesado : 112%
- Pino ranhurado (cavilha) : 155%

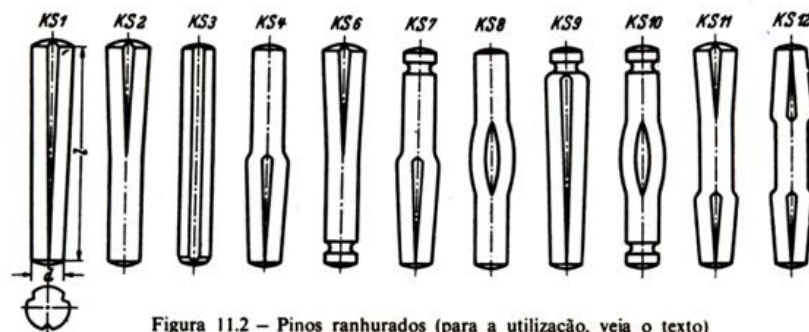
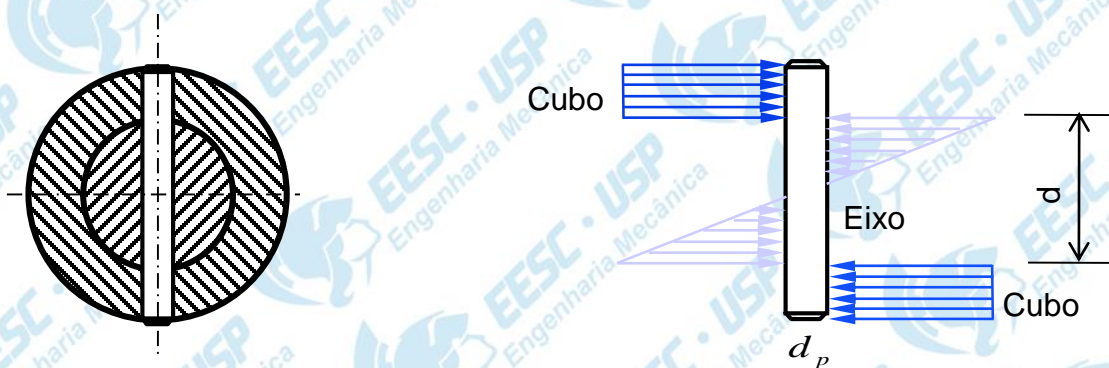


Figura 11.2 – Pinos ranhurados (para a utilização, veja o texto)

- Cavilhas → ranhuras permitem deformação plástica.
- Ajuste com forte interferência.
- Desmontagem com dano.

Dimensionamento :



a) Diâmetro do pino :

$$q = \frac{d_p}{d} = 0,2 \text{ a } 0,3$$

b) Dimensões do cubo :

Pode-se adotar :

$$\begin{cases} D = d + 0,8d \\ S = y,3\sqrt{M_t} \end{cases} \text{ ou então, } \begin{cases} \frac{D}{d} = 2 \\ \frac{D}{d} = 2,5 \end{cases} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ p/ cubos de aço} \\ \rightarrow \text{ p/ cubos de fofo} \end{array}$$

c) Tensão de cisalhamento do pino :

$$\tau_p = \frac{U}{2 \cdot \text{Area pino}} = \frac{2 \cdot M_t \cdot 4}{d \cdot 2 \cdot \pi \cdot d_p^2} = \frac{4 \cdot M_t}{\pi \cdot d \cdot d_p^2} \leq \tau_R$$

d) Pressão específica :

$$P_{e_{\max}} = \frac{6 \cdot M_t}{d_p \cdot d^2}$$

$$P_{cubo} = \frac{M_t}{S \cdot d_p \cdot (d + S)}$$

S = espessura do cubo

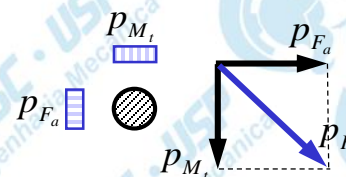
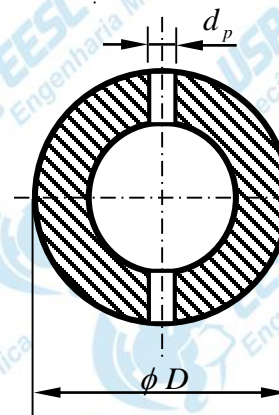
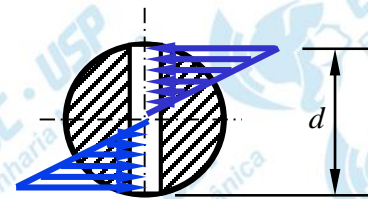
No caso de força axial

$$P_e = \frac{F_{ax}}{d \cdot d_p}$$

$$P_{cubo} = \frac{F_{ax}}{2 \cdot S \cdot d_p}$$

Se temos $M_t + F_{axial}$ concomitantes

$$P_R \leq P_{adm}$$


e) Cisalhamento no eixo :

$$\tau_{eixo} = \frac{M_t}{W_t}$$

$$W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \cdot \underbrace{\left(1 - 0,9 \cdot \frac{d_p}{d}\right)}_{\text{Válido para a faixa}}$$

No caso de força axial, há σ_N no eixo

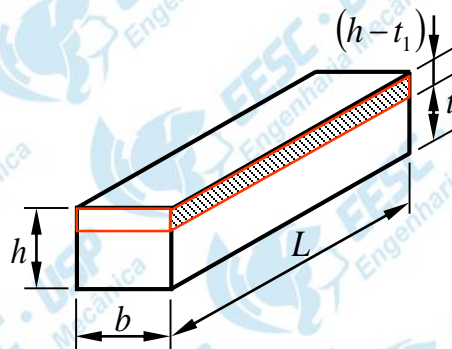
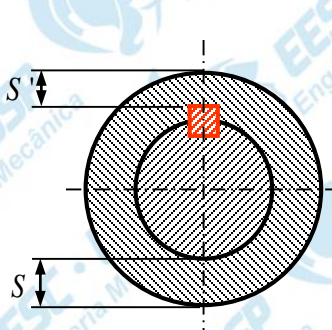
$$\sigma_N = \frac{F_{ax}}{\left(\frac{\pi \cdot d^2}{4} - d_p \cdot d\right)} \quad q = \frac{d_p}{d} = 0,2 \text{ a } 0,3$$

Tab. 11.4 : Valores admissíveis (respectivamente em $[\text{kgf}/\text{cm}^2]$ e $[\text{MPa}]$ para uniões com pinos para solicitação pulsantes):

	St37 (ABNT 1020)	St50 (ABNT 1030)	St60 (ABNT 1040)	St70 (ABNT 1050)	GS fofo (nodular)	GG fofo (cinzento)
P_{adm}	650 65	880 88	1050 105	1200 120	550 55	450 45
σ_{fadm}	550 55	700 70	850 85	1000 100	- -	- -
T_{adm}	360 36	480 48	580 58	680 68	- -	- -

- Para solicitação alternada multiplicar por 0,7
- Para solicitação estática multiplicar por 1,5
- No caso de cavilhas, multiplicar por 0,7 os valores de p_{adm}

9.2 – Uniões Eixo-Cubo com Chavetas Paralelas (ou “Planas”)



- União eixo-cubo mais comum
- Adequados p/ M_t sem reversão
- Usado também como segurança em assento cônico
- Chaveta meia lua só para baixos M_t
- Chavetas são feitas de aço ABNT 1010 ou 1020
- No máximo se utiliza duas chavetas à 120° uma da outra, se os cálculos indicam mais, então a união por chaveta deve ser desconsiderada.

Ajustes:

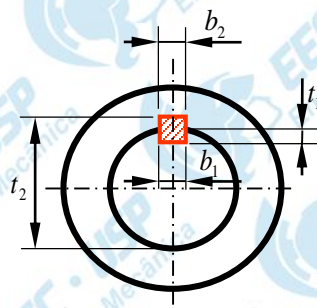
Chaveta / eixo

$h_8 R_8 \rightarrow$ interferência

Chaveta / cubo

largura - $h_8 H_9 \rightarrow$ indeterminado com tendência a folga

altura - $H_{11} h_{11} \rightarrow$ grande folga

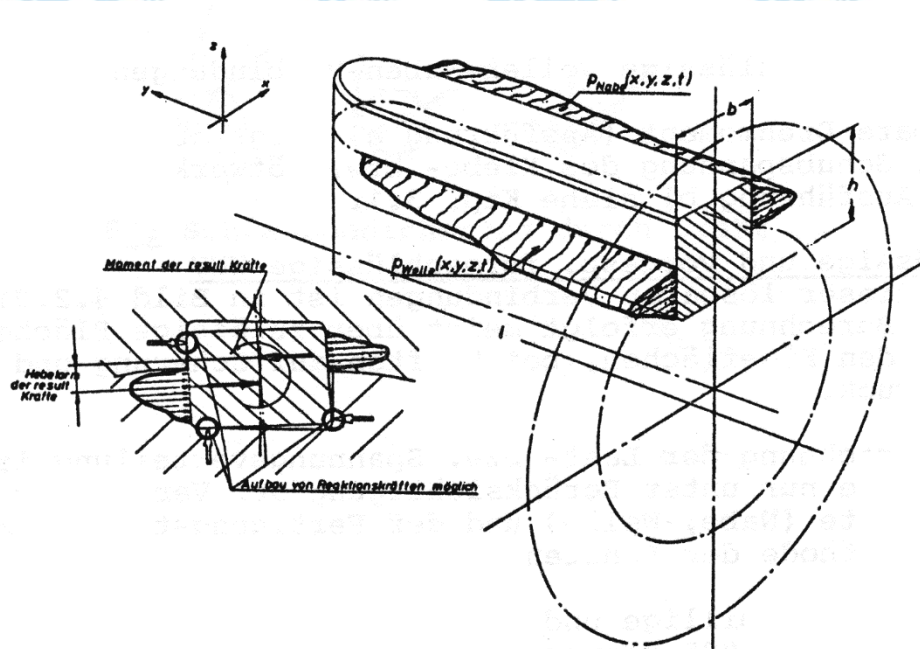


Eixo: $t_1 - C_{11}$
 $b_1 - R_8$

Cubo: $t_2 - H_{11}$
 $b_2 - H_9$

Chaveta : $b - h_8$
 $h - h_{11}$

Distribuição de tensão em um união por chaveta plana



Fonte: PEEKEN, H. Maschinenelemente. Notas de Aula v1. Institut für Maschinenelemente und Maschinengestaltung der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen. p.4.2. ~1988.

Dimensionamento:

$$S, S', L \quad \rightarrow \quad x \cdot \sqrt[3]{M_t}, \text{ etc...}$$

$$\left. \begin{array}{l} b, h \\ t_2, t_1 \end{array} \right\} \quad \rightarrow \quad \text{tab. 18.6 - Niemann v.2, p.71}$$

a) Verificação L_{\min} :

$$U = \frac{2 \cdot M_t}{d} = p \cdot (h - t_1) \cdot L \cdot i$$

i = número de chavetas ($i = 1$ ou 2)

$$M_t = (h - t_1) \cdot \frac{d}{2} \cdot p_{adm} \cdot L \cdot i$$

$$\Rightarrow \quad L_{\min} = \frac{2 \cdot M_t}{(h - t_1) \cdot d \cdot p_{adm} \cdot i}$$

b) Esmagamento do cubo (+ crítica $(h-t_1) < t_2$) :

$$p_{cubo} = \frac{U}{(h - t_1) \cdot L} = \frac{2 \cdot M_t}{(h - t_1) \cdot L \cdot d} \leq p_{adm}$$

c) Esmagamento do eixo :

$$p_{eixo} = \frac{U}{t_1 \cdot L} \leq p_{adm}$$

$p / 2$ chavetas $L = (L \cdot i \cdot 0,75) *$

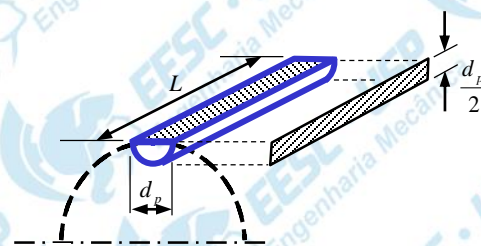
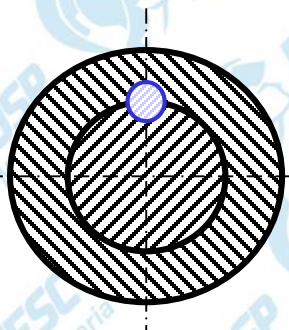
d) Cisalhamento chaveta :

$$\tau = \frac{U}{b \cdot L} \leq \tau_{adm}$$

$$\tau_{adm} = \frac{0,8 \cdot \sigma_e}{S}$$

* fator 0,75 para 2 chavetas deve-se ao não apoio perfeitamente simultâneo

9.3 – Uniões com Pinos Longitudinais (“Chaveta Redonda”)



$$\frac{d_p}{d} = 0,13 \sim 0,16$$

$$L = 1 \cdot d \sim 1,5 \cdot d$$

Verificação :

Pino :

$$U = \frac{2 \cdot M_t}{d}$$

$$P_{\text{pino}} = \frac{U}{\frac{1}{2} \cdot d_p \cdot L}$$

$$P_{\text{pino}} = \frac{4 \cdot M_t}{d \cdot d_p \cdot L} \leq P_{\text{adm}}$$

$$\tau_p = \frac{U}{d_p \cdot L}$$

$$\tau_p = \frac{2 \cdot M_t}{d \cdot d_p \cdot L} \leq \tau_{\text{adm}}$$

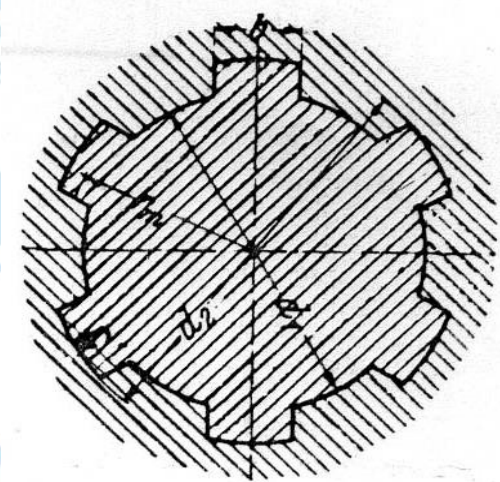
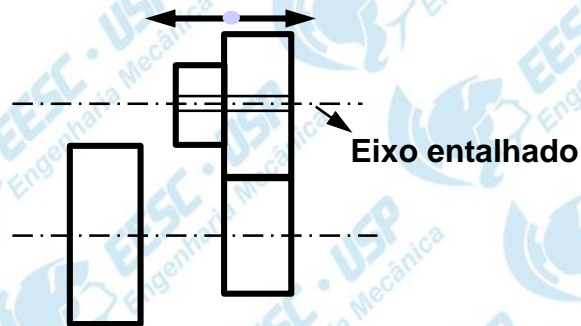
Eixo :

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_t}{W_t} \leq \tau_{\text{adm}}$$

$$W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

9.4 – Uniões Encaixadas por Ranhuras Múltiplas

- Usa-se p/ M_t elevado, com reversão, choques. Altas séries. **(spline, entalhado, ranhurado)**
- Permite deslocamento axial → uso em variadores de velocidade.



- Travamento longitudinal com anéis elásticos, separadores, ressaltos .
- 4 a 20 estrias, dependendo de d , DIN 5461/4
- Fabricação : cubo → brochamento
eixo → geração (Hob, Renânia)
- 75 % estrias são ativas (devido a erros de posição)
- Ajuste é deslizante de precisão.
- Centragem do cubo é feita :
 - pelos flancos ($i = 8$ a 20)
 - por d_1 (i até 10)

Dimensionamento :

- Dimensões básicas (d_1 , d_2 , b) : tab. 18.8 - Niemann, v.2, p.73

N.B. $d_2 = d$

**Verificações :**

$$M_t = 0,75 \cdot p \cdot h \cdot L \cdot i \cdot r_m$$

$$r_m = \frac{d_1 + d_2}{4}$$

$$h = \frac{d_2 - d_1}{2}$$

$$L_{\min} = \frac{M_t}{0,75 \cdot p_{adm} \cdot h \cdot i \cdot r_m}$$

A verificação fica mais fácil usando-se M_{10} (tabela 18.8).

$$M_t \leq M_{tadm}$$

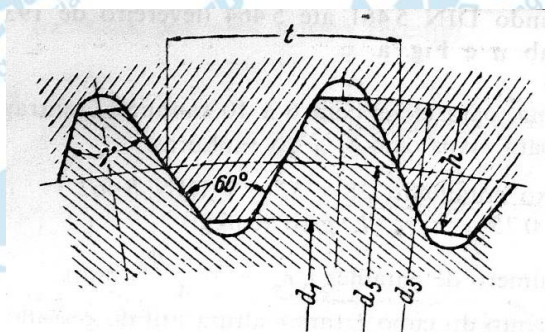
M_{10} = momento torçor máx. transmitido p/ $p_{adm} = 10$ [Kgf/mm²] e $L = 1$ [mm]

M_{tadm}	Com choque	Sem choque	Material
L [mm]	0.4.L.M ₁₀	0.6.L.M ₁₀	Cubo fofo
M _t [Kgf.cm]	0.7.L.M ₁₀	1.0.L.M ₁₀	Cubo aço

$$M_{tadm} = \alpha \cdot L \cdot M_{10} \cdot \frac{p_{adm}}{10}$$

* fator 0,75 igual ao usado para 2 chavetas deve-se ao não apoio perfeitamente simultâneo

9.5 – Uniões Encaixadas com dentes



- Altura dos dentes é pequena → alta concentração de tensões que o entalhado.
- Existe componente radial P_R que tende a abrir o cubo e pode ser inconveniente.

Dimensões :

- Tab 18.9 (DIN 5481) – Niemann, v.2, p.74

$$M_t = 0,75 \cdot p \cdot h \cdot L \cdot i \cdot r_m$$

$$r_m = \frac{d_1 + d_2}{4}$$

$$h = \frac{d_3 - d_1}{2}$$

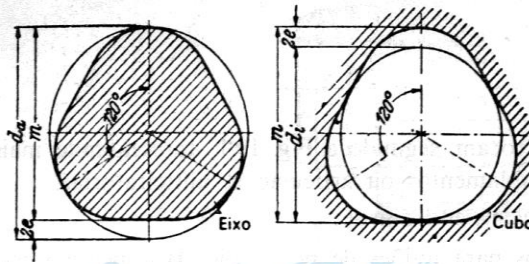
$$L_{\min} = \frac{M_t}{0,75 \cdot p_{adm} \cdot h \cdot i \cdot r_m}$$

$$M_t \leq M_{t adm} \text{ igual ao caso do ranhurado}$$

$$M_{t adm} = \alpha \cdot L \cdot M_{10} \cdot \frac{P_{adm}}{10}$$



9.6 – União com Perfil K



- Concentra menos tensão que ranhuras e dentes
- Pode-se ter ajuste deslizante ou interferente
- Pressão específica maior → M10 menor
- Tem compressão radial.
- Em máquinas ferramentas o perfil K oferece guia de precisão para deslocamentos axiais.

• Adequado p/a fabricação seriada
cubo → brochamento

eixo → { torno copiador
retificadora

Dimensionamento: • Tab. 18.10 - Niemann, v.2, p. 75

Verificação :

$$W_f = 0,2 \text{ [m}^3\text{]}$$

$$M_t = 3 \cdot l \cdot m \cdot L \cdot p$$

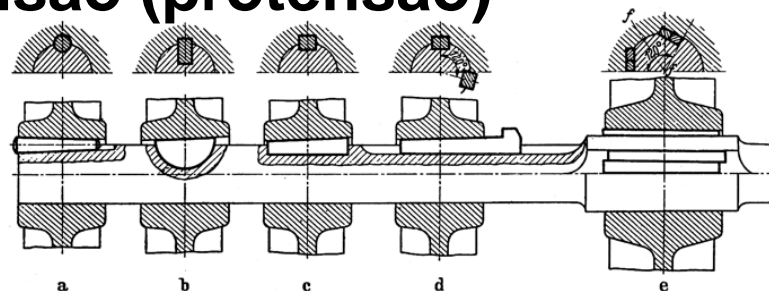


$$L_{\min} = \frac{M_t}{3 \cdot l \cdot m \cdot p_{adm}}$$

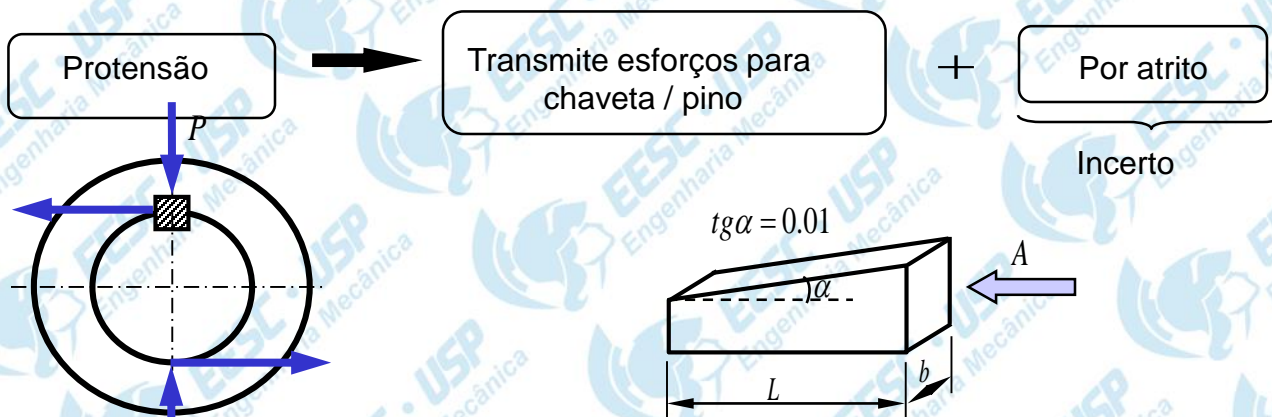
$$M_t \leq M_{tadm}$$

$$M_{tadm} = \alpha \cdot L \cdot M_{10} \cdot \frac{P_{adm}}{10}, \text{ como anteriormente.}$$

9.7– Uniões encaixadas sob Tensão (protensão)



- Protensão é conseguida com pinos / chavetas com **conicidade**



A força $P = p \cdot b \cdot L$ atua em pelo menos dois pontos

$$H = 2P\mu \geq U = \frac{2M_t}{d} \Rightarrow P = \frac{M_t}{d \cdot \mu}$$

Força de cravação : $A = P(\text{tg} \alpha + 2\mu)$

Força $A_{\text{lim}} = \sigma_{\text{adm}} \cdot b \cdot h$, $\sigma_{\text{adm}} = 120$ [MPa]

TABELA 18.6 – Dimensões (mm) dos rasgos e de chavêtas planas e inclinadas segundo DIN.

Eixo <i>d</i>	Para chavêtas planas, segundo DIN 6885 (fevereiro de 1956), e chavêtas inclinadas, segundo DIN 6886 (fevereiro de 1956)									Eixo <i>d</i>	Para chavêtas planas, segundo DIN 6883 (fevereiro de 1956)			Para chavêtas vazadas côncavas, segundo DIN 6881 (fevereiro de 1956)		
	de	a	b	<i>h</i> *	<i>t</i> ₂ *	<i>t</i> ₁ *	<i>t</i> ₁ *	<i>t</i> ₁ *	<i>t</i> ₁ *		de	a	<i>b</i> · <i>h</i>	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₂	<i>b</i> · <i>s</i>
10	12	4	4	4	1,7	1,7	2,4	2,4								
12	17	5	5	3	2,2	1,2	2,9	1,9								
17	22	6	6	4	2,6	1,6	3,5	2,5								
22	30	8	7	5	3,0	2,0	4,1	3,1	22	30	8 · 5	1,3	3,2	8 · 3,5	3,2	
30	38	10	8	6	3,4	2,4	4,7	3,7	30	38	10 · 6	1,8	3,7	10 · 4,0	3,7	
38	44	12	8	6	3,2	2,2	4,9	3,9	38	44	12 · 6	1,8	3,7	12 · 4,0	3,7	
44	50	14	9	6	3,6	2,1	5,5	4,0	44	50	14 · 6	1,4	4,0	14 · 4,5	4,0	
50	58	16	10	7	3,9	2,4	6,2	4,7	50	58	16 · 7	1,9	4,5	16 · 5,0	4,5	
58	65	18	11	7	4,3	2,3	6,8	4,8	58	65	18 · 7	1,9	4,5	18 · 5,0	4,5	
65	75	20	12	8	4,7	2,7	7,4	5,4	65	75	20 · 8	1,9	5,5	20 · 6,0	5,5	
75	85	22	14	9	5,6	3,1	8,5	6,0	75	85	22 · 9	1,8	6,5	22 · 7,0	6,5	
85	95	25	14	9	5,4	2,9	8,7	6,2	85	95	25 · 9	1,9	6,4	25 · 7,0	6,4	
95	110	28	16	10	6,2	3,2	9,9	6,9	95	110	28 · 10	2,4	6,9	28 · 7,5	6,9	
110	130	32	18	11	7,1	3,5	11,1	7,6	110	130	32 · 11	2,3	7,9	32 · 8,5	7,9	
130	150	36	20	12	7,9	3,8	12,3	8,3	130	150	36 · 12	2,8	8,4	36 · 9,0	8,4	
150	170	40	22	14	8,7	4,6	13,5	9,5	150	170	40 · 14	4,0	9,1	—	—	
170	200	45	25	16	9,9	5,3	15,3	10,8	170	200	45 · 16	4,7	10,4	—	—	

Tab. 18.6 – Niemann v.2, p.71

TABELA 18.8 – Eixos e cubos ranhurados entalhados, dimensões nominais (mm)

1. Para veículos a motor, segundo DIN 5461 até 5464 (fevereiro de 1939).

Dimensões nominais: ver Tab. a e Fig. a.

Tolerâncias: ver DIN 5465.

Centragem: centragem interna, para eixos com 6 a 10 ranhuras, centragem pelos flancos, para eixos com 8 a 20 ranhuras.

Exemplo de designação: eixo entalhado 28 × 32 × 7 DIN 5462.

 Momento de torção: $M_t = 0,75 \cdot i \cdot h \cdot r_m \cdot L \cdot p/10$ (cmkgf)

 com o número de entalhes i , $r_m = \frac{d_1 + d_2}{4}$ (mm),

 comprimento do cubo L (mm), altura útil do ressalto h e pressão específica p (kgf/mm²).

 Dado de tabela: $M_{10} = M_t$ para $p = 10$ kgf/mm² e $L = 1$ mm.

Momento de torção admissível para um funcionamento com choques (sem choques):

 $M_t = 0,4 \cdot L \cdot M_{10} = (0,6 \cdot L \cdot M_{10})$ para cubos de ferro fundido, L em mm!

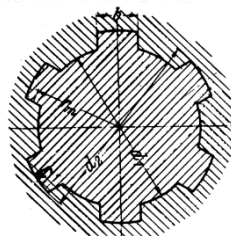
 $M_t = 0,7 \cdot L \cdot M_{10} = (1 \cdot L \cdot M_{10})$ para cubos de aço.


Figura a

2. Para máquinas operatrizes, segundo DIN 5471 (maio de 1952), com 4 entalhes.

Dimensões nominais: ver Tab. b e Fig. b.

Forma A: fabricado pelo processo de geração.

Forma B: fabricado pelo processo descontínuo com uma fresa de disco.

Exemplo de designação: eixo entalhado A 46 × 52 × 14 DIN 5471.

 Momento de torção admissível: como acima, com i_{10} segundo a Tab. b.

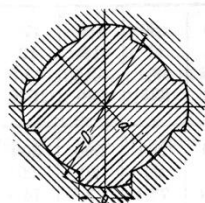
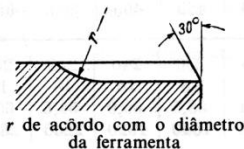
 Tolerâncias: Para d : H 7 – g 6
 Para D : H 13 – a 11
 Para b : D 9 – h 9


Figura b



r de acordo com o diâmetro da ferramenta

TABELA a.

Diâmetro interno d_1 mm	Leve DIN 5462				Médio DIN 5463				Pesado DIN 5464			
	Número de entalhes	d_2 mm	b mm	M_{10} cmkgf/mm	Número de entalhes i	d_2 mm	b mm	M_{10} cmkgf/mm	Número de entalhes i	d_2 mm	b mm	M_{10} cmkgf/mm
11	—	—	—	—	6	14	3	25,4	—	—	—	—
13	—	—	—	—	6	16	3,5	29,5	—	—	—	—
16	—	—	—	—	6	20	4	57	10	20	2,5	94,5
18	—	—	—	—	6	22	5	63	10	23	3	146
21	—	—	—	—	6	25	5	72,5	10	26	3	167
23	6	26	6	49,5	6	28	6	109	10	29	4	234
26	6	30	6	88,2	6	32	6	144	10	32	4	240
28	6	32	7	94,5	6	34	7	154	10	35	4	320
32	8	36	6	122	8	38	6	231	10	40	5	432
36	8	40	7	138	8	42	7	258	10	45	5	570
42	8	46	8	159	8	48	8	297	10	52	6	706
46	8	50	9	173	8	54	9	450	10	56	7	766
52	8	58	10	330	8	60	10	505	16	60	5	1010
56	8	62	10	354	8	65	10	635	16	65	5	1280
62	8	68	12	390	8	72	12	805	16	72	6	1620
72	10	78	12	563	10	82	12	1155	16	82	7	1850
82	10	88	12	638	10	92	12	1350	20	92	6	2610
92	10	98	14	712	10	102	14	1455	20	102	7	2910
102	10	108	16	790	10	112	16	1605	20	115	8	4480
112	10	120	18	1300	10	125	18	2450	20	125	9	4900

TABELA b.

Dimensões nominais do eixo e do cubo em mm $d \cdot D \cdot b$	M_{10} cmkgf/mm
11 · 15 · 3	23,4
13 · 17 · 4	27
16 · 20 · 6	37,5
18 · 22 · 6	42
21 · 25 · 8	48,3
24 · 28 · 8	54,5
28 · 32 · 10	65
32 · 38 · 10	105
36 · 42 · 12	117
42 · 48 · 12	135
46 · 52 · 14	147
52 · 60 · 14	252
58 · 65 · 16	231
62 · 70 · 16	297
68 · 78 · 16	437

Tab. 18.6 – Niemann v.2, p.73

9.4. Referências

- Niemann G. *Elementos de Máquinas*, vol. 2, Editora Edgard Blucher, 1991.
- Peeken, H. *Maschinenelemente*. Notas de Aula v1. Institut für Maschinenelemente und Maschinengestaltung der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen. ~1988.