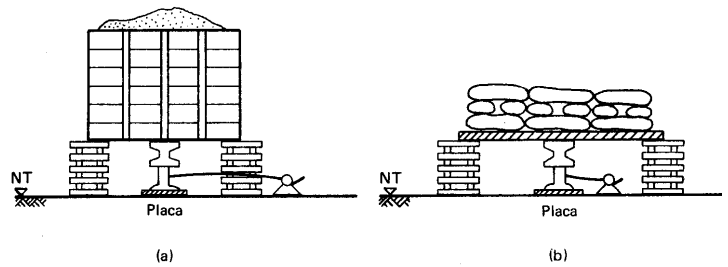
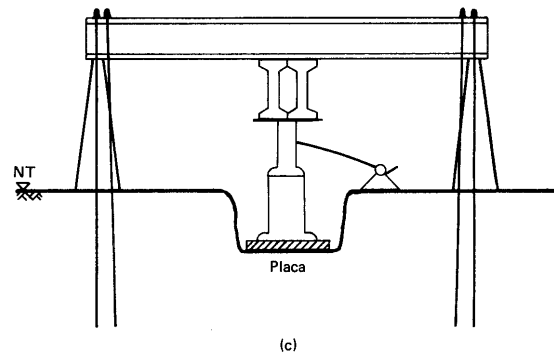


1) Um dos ensaios de campo usados para projetar fundações é a prova de carga sobre placa. Trata-se de uma placa circular metálica de 80 cm de diâmetro carregada por um macaco que reage contra uma viga. A reação pode ser obtida com uma cargueira ou com tirantes, conforme mostrado na figura ao lado.

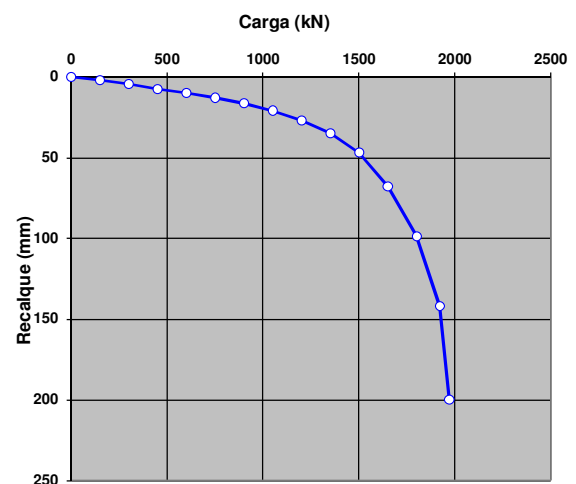


A tabela e respectiva figura abaixo apresentam o resultado de um ensaio levado até a ruptura.

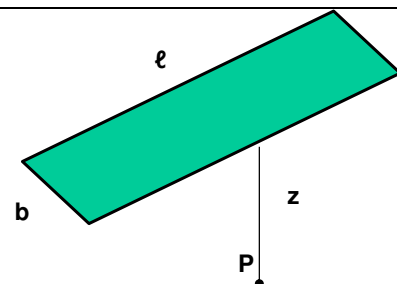
- 1.1) Estime o módulo de Young do solo ensaiado.
- 1.2) Discuta os limites de aplicabilidade da Teoria da Elasticidade para prever recalques.
- 1.3) Discuta a representatividade do ensaio (e do módulo de Young calculado acima) para:
 - a) solo residual homogêneo;
 - b) uma camada superficial de areia com espessura de 1 m e solo subjacente igual ao do item a);
 - c) uma camada de areia compacta com espessura de 4 m sobreposta a uma espessa camada de argila muito mole orgânica;
 - d) uma obra em que a sapata típica será quadrada com de 2 m de lado.



Carga (kN)	Recalque (mm)
0	0
150	2
300	4,5
450	7,5
600	10
750	13
900	16,5
1050	21
1200	27
1350	35
1500	47
1650	68
1800	99
1920	142
1970	200



2) Uma sapata corrida (\sim muito longa; $l \gg b$) com largura $b = 2,0$ m aplica uma tensão vertical, praticamente uniforme, de 500 kN/m² à superfície do terreno de apoio, que é praticamente homogêneo até 6 m de profundidade (areia fina a média, medianamente compacta).



- 2.1) Considerando apenas esse carregamento, calcule o **estado de tensão** no ponto P (aproximadamente equidistante das extremidades da sapata, na direção longitudinal), situado 2 m abaixo da superfície, na vertical pela borda da sapata. Trace o círculo de Mohr, determine as tensões principais e as direções principais.
- 2.2) O que mudaria se tivessem sido consideradas também as tensões iniciais? Qual a importância delas?
- 2.3) Qual seria a tensão vertical no ponto P caso a sapata fosse circular com 2,0 m de diâmetro? Esboce o bulbo de tensões verticais para esse caso.
- 2.4) Foi necessário utilizar o módulo de Young para calcular as tensões? Por quê?

3) Abaixo da camada de 6 m de espessura de areia do exercício anterior há uma camada de argila orgânica mole com cerca de 15 m de espessura. O edifício a ser construído, com 12 m x 60 m, terá sapatas corridas e isoladas, cada uma dimensionada para transmitir ao terreno tensão vertical, praticamente uniforme, de 500 kPa.

- 3.1) Compare o **máximo** acréscimo (em qual vertical estará?) de tensão vertical no topo da camada de argila para:

Caso	1	2	3 (≠ 2?)	4 (≠ 2?)	5 (que tal usar 4?)	6
Sapata	Corrida b=2,0m	Quadrada l=2,0m	Circular D=2,25m	Carga pontual equiv. Caso 2	2 x Caso 2 com 2,0 m de borda a borda	Retangular b=2 m l=5 m
$I\sigma_v$						
σ_v (kPa)						

Procure explicar, com suas palavras, as semelhanças de alguns dos valores encontrados. Depois procure e reveja o enunciado do Princípio de Saint Venant.

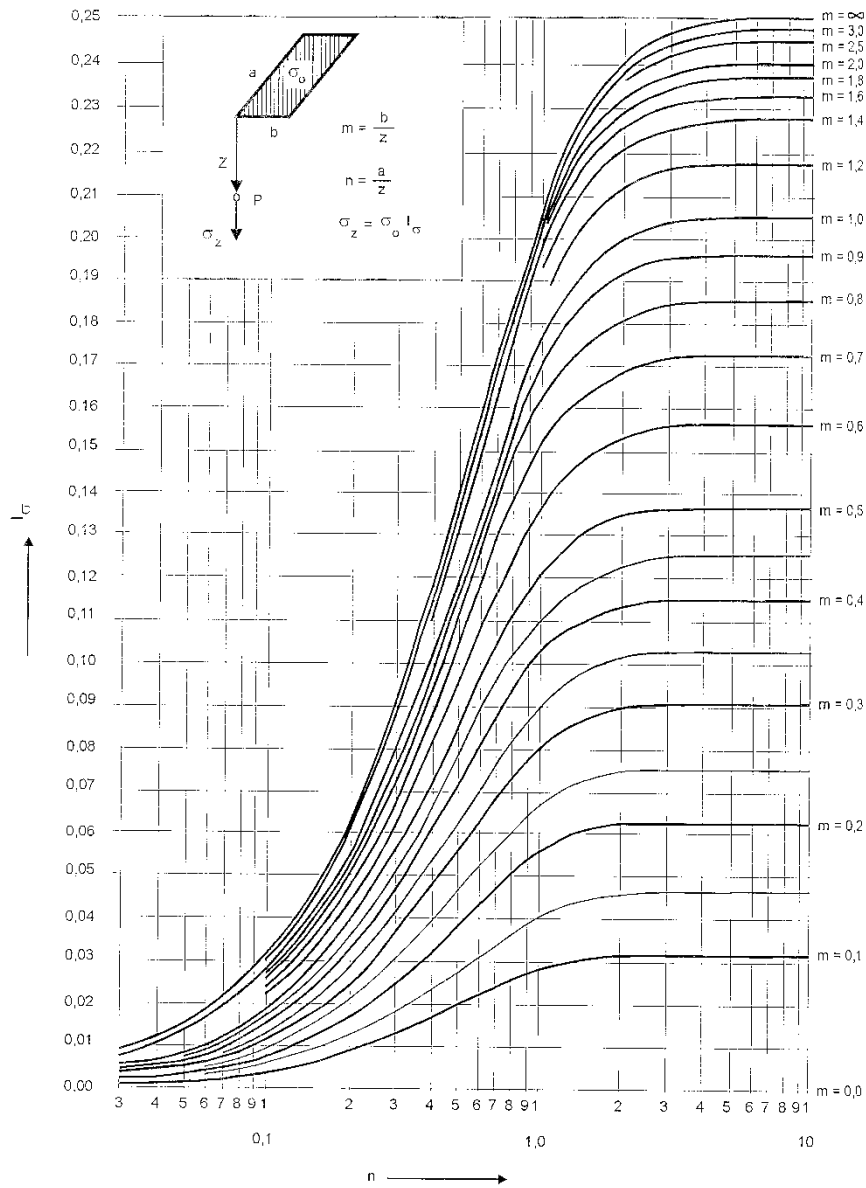
- 3.2) Visando a limitar recalques, o código de obras da cidade exige que a tensão vertical no topo da camada de argila seja limitada a 50 kPa. Considere agora que a área de apoio das sapatas do edifício corresponde a cerca de 50% da área de projeção do edifício, em planta. O limite do código de obras será respeitado pela obra em questão? Em caso negativo, que providências podem ser tomadas?
- 3.3) A curva tensão-deformação de um ensaio triaxial na areia seria relevante para o cálculo dos recalques das diversas sapatas do edifício? Justifique.

Atenção: até o final desta semana considera-se que os estudantes já terão **estudado** o livro texto do Prof. Carlos Pinto até o **capítulo 8** (inclusive, excluído o capítulo 3).

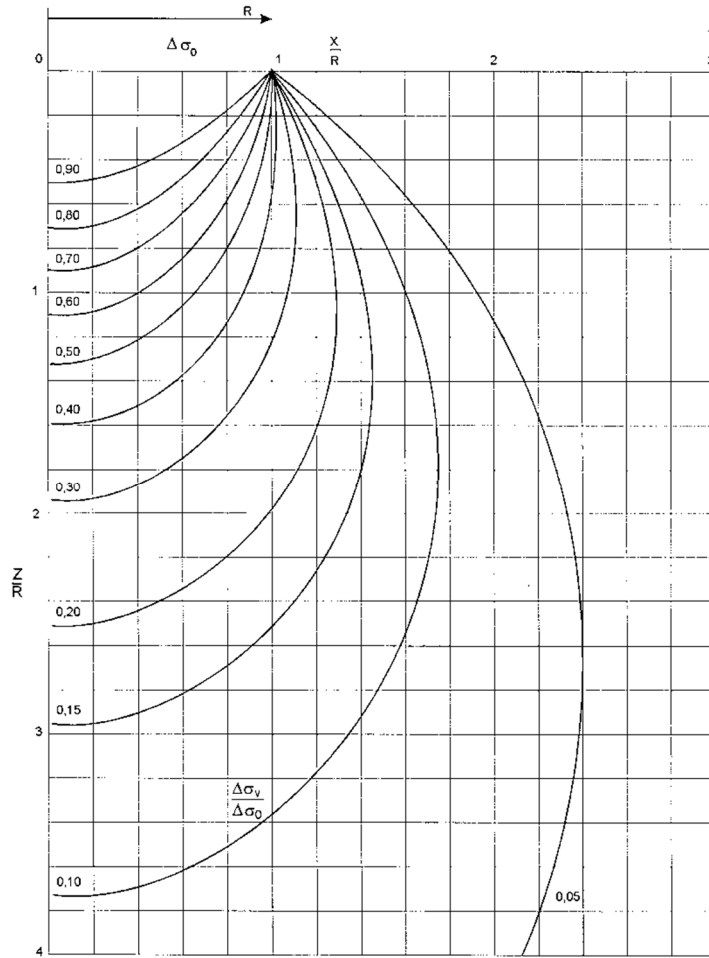
Deslocamento vertical (recalque) de placa rígida: ρ E = módulo de Young, ν = coeficiente de Poisson A = área da placa, P = carga total aplicada na placa	$\rho = \frac{(1 - \nu^2)}{\beta} \left(\frac{P}{A} \right) \frac{\sqrt{A}}{E}$	
Placa circular (Schiffman e Aggarwala, 1961)	$\beta = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cong 1,13$	
Placa retangular (Whitman and Richart, 1967) L = comprimento da placa, B = largura da placa	$\beta \cong 1,07$	L/B = 1
	$\beta \cong 1,10$	L/B = 2
	$\beta \cong 1,20$	L/B = 3

Fatores de influência para tensão vertical sob placa retangular uniformemente carregada

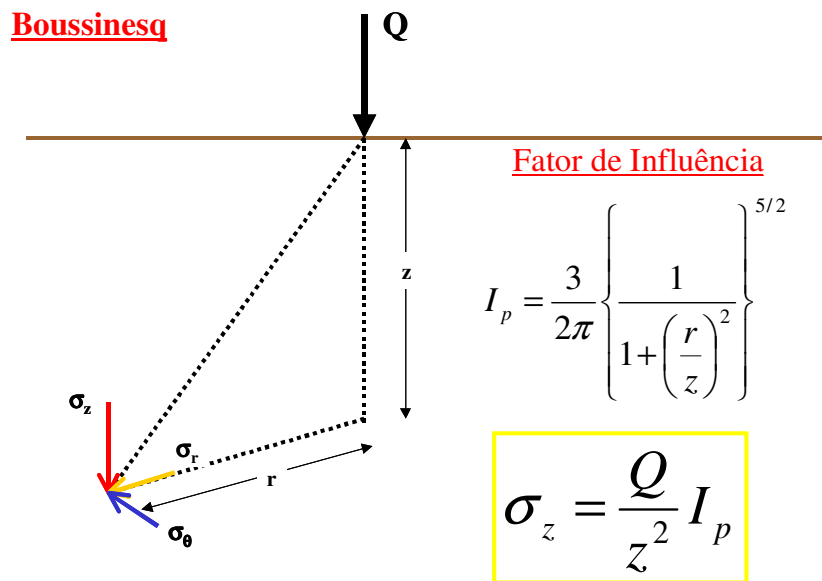
n ou m	n = a/z ou m = b/z									n ou m	n = a/z ou m = b/z								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9		1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	5,0	10,0	∞
0,1	0,005	0,009	0,013	0,017	0,020	0,022	0,24	0,026	0,027	0,1	0,028	0,029	0,030	0,031	0,031	0,032	0,032	0,032	
0,2	0,009	0,018	0,026	0,033	0,039	0,043	0,047	0,050	0,053	0,2	0,055	0,057	0,059	0,061	0,062	0,062	0,062	0,062	
0,3	0,013	0,026	0,037	0,047	0,056	0,063	0,069	0,073	0,077	0,3	0,079	0,083	0,086	0,089	0,090	0,090	0,090	0,090	
0,4	0,017	0,033	0,047	0,060	0,071	0,080	0,087	0,093	0,098	0,4	0,101	0,106	0,110	0,113	0,115	0,115	0,115	0,115	
0,5	0,020	0,039	0,056	0,071	0,084	0,095	0,103	0,110	0,116	0,5	0,120	0,126	0,131	0,135	0,137	0,137	0,137	0,137	
0,6	0,022	0,043	0,063	0,080	0,095	0,107	0,117	0,125	0,131	0,6	0,136	0,143	0,149	0,153	0,155	0,156	0,156	0,156	
0,7	0,024	0,047	0,069	0,087	0,103	0,117	0,128	0,137	0,144	0,7	0,149	0,157	0,164	0,169	0,170	0,171	0,172	0,172	
0,8	0,026	0,050	0,073	0,093	0,110	0,125	0,137	0,146	0,154	0,8	0,160	0,168	0,176	0,181	0,183	0,184	0,185	0,185	
0,9	0,027	0,053	0,077	0,098	0,116	0,131	0,144	0,154	0,162	0,9	0,168	0,178	0,186	0,192	0,194	0,195	0,196	0,196	
1,0	0,028	0,055	0,079	0,101	0,120	0,136	0,149	0,160	0,168	1,0	0,175	0,185	0,193	0,200	0,202	0,203	0,204	0,205	
1,2	0,029	0,057	0,083	0,106	0,126	0,143	0,157	0,168	0,178	1,2	0,185	0,196	0,205	0,212	0,215	0,216	0,217	0,218	
1,5	0,030	0,059	0,086	0,110	0,131	0,149	0,164	0,176	0,186	1,5	0,193	0,205	0,215	0,223	0,226	0,228	0,229	0,230	
2,0	0,031	0,061	0,089	0,113	0,135	0,153	0,169	0,181	0,192	2,0	0,200	0,212	0,223	0,232	0,236	0,238	0,239	0,240	
2,5	0,031	0,062	0,090	0,115	0,137	0,155	0,170	0,183	0,194	2,5	0,202	0,215	0,226	0,236	0,240	0,242	0,244	0,244	
3,0	0,032	0,062	0,090	0,115	0,137	0,156	0,171	0,184	0,195	3,0	0,203	0,216	0,228	0,238	0,242	0,244	0,246	0,247	
5,0	0,032	0,062	0,090	0,115	0,137	0,156	0,172	0,185	0,196	5,0	0,204	0,217	0,229	0,239	0,244	0,246	0,249	0,249	
10,0	0,032	0,062	0,090	0,115	0,137	0,156	0,172	0,185	0,196	10,0	0,205	0,218	0,230	0,240	0,244	0,247	0,249	0,250	
∞	0,032	0,062	0,090	0,115	0,137	0,156	0,172	0,185	0,196	∞	0,205	0,218	0,230	0,240	0,244	0,247	0,249	0,250	



Acréscimo de tensão vertical abaixo do canto de uma placa retangular (Fadum, 1948).



Distribuição de tensões verticais devido a placa circular uniformemente carregada



Solução de Boussinesq para carga vertical na superfície de semi-espaco

Chapter 3 DISTRIBUTED LOADS ON THE SURFACE OF A SEMI-INFINITE MASS

3.1 Loading on an Infinite Strip

3.1.1 UNIFORM VERTICAL LOADING (Fig.3.1)

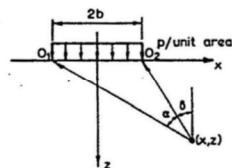


FIG. 3.1

$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} [\alpha + \sin\alpha \cos(\alpha + 2\delta)] \quad \dots (3.1a)$$

$$\sigma_x = \frac{p}{\pi} [\alpha - \sin\alpha \cos(\alpha + 2\delta)] \quad \dots (3.1b)$$

$$\sigma_y = \frac{2p}{\pi} \nu\alpha \quad \dots (3.1c)$$

$$\tau_{xz} = \frac{p}{\pi} \sin\alpha \sin(\alpha + 2\delta) \quad \dots (3.1d)$$

$$\sigma_1 = \frac{p}{\pi} [\alpha + \sin\alpha] \quad \dots (3.1e)$$

$$\sigma_3 = \frac{p}{\pi} [\alpha - \sin\alpha] \quad \dots (3.1f)$$

$$\tau_{max} = \frac{p}{\pi} \sin\alpha \quad \dots (3.1g)$$

Loci of constant σ_1 and σ_2 are circles passing through O_1 and O_2 .

Loci of constant τ_{max} are circles passing through O_1 and O_2 .

Trajectories of σ_1 are a family of confocal hyperbolas, foci at O_1 and O_2 . These curves bisect the angle, α , at all points.

Trajectories of σ_2 are a family of confocal ellipses, foci at O_1 and O_2 .

Trajectories of τ_{max} are two orthogonal families: equiangular spirals intersecting the ellipses under 45° .

Maximum $\tau_{max} = p/\pi$, occurs at all points of the semi-circle through O_1 and O_2 .

Maximum $\sigma_1 = p$, occurs at points $(x, 0)$, $-b < x < b$.

Minimum $\sigma_3 = 0$, " " " $(x, 0)$, $-b > x > b$.

Values of σ_x , σ_z , τ_{xz} , σ_1 , σ_3 and τ_{max} are tabulated in Table 3.1, and contours of σ_2 and τ_{max} are given in Fig.3.2 (Jurgenson, 1934).

As for line loading, displacements due to strip loading on or in a semi-infinite mass are only meaningful if evaluated as the displacement of one point relative to another point, neither point being located at infinity. The vertical displacement at the surface, relative to the centre of the strip, is given by

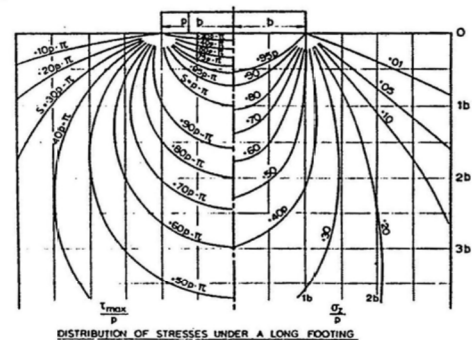


FIG. 3.2 Stresses beneath a strip (Jurgenson, 1934).

$$\rho_z(x, 0) - \rho_z(0, 0) = \frac{2p(1-\nu^2)}{\pi E} \{ (x-b)\ln|x-b| - (x+b)\ln|x+b| + 2b\ln b \} \dots (3.2)$$

(See plot in Fig.9.2a, Chapter 9)

TABLE 3.1
STRESSES BENEATH A UNIFORMLY LOADED STRIP
(Jurgenson, 1934)

x/b	z/b	σ_x/p	σ_z/p	τ_{xz}/p	β	τ_{max}/p	σ_1/p	σ_3/p
0	0	1.0000	1.0000	0	0	0	1.0000	1.0000
.5	.5	.9594	.4498	0	0	.2548	.9594	.4498
1	1	.8183	.1817	0	0	.3183	.8183	.1817
1.5	1.5	.6678	.0803	0	0	.2937	.6678	.0803
2	2	.5508	.0410	0	0	.2546	.5508	.0410
2.5	2.5	.4617	.0228	0	0	.2195	.4617	.0228
3	3	.3954	.0138	0	0	.1908	.3954	.0138
3.5	3.5	.3457	.0091	0	0	.1683	.3457	.0091
4	4	.3050	.0061	0	0	.1499	.3050	.0061
0.5	0	1.0000	1.0000	0	0	0	1.0000	1.0000
.25	.25	.9787	.6214	.0522	8°35'	.1871	.9871	.6129
.5	.5	.9028	.3920	.1274	13°17'	.2848	.9323	.3629
1	1	.7352	.1863	.1590	14°52'	.3158	.7763	.1446
1.5	1.5	.6078	.0994	.1275	13°18'	.2847	.6370	.0677
2	2	.5107	.0542	.0959	11°25'	.2470	.5298	.0357
2.5	2.5	.4372	.0334	.0721	9°49'	.2143	.4693	.0206
1	.25	.4996	.4208	.3134	41°25'	.3158	.7760	.1444
.5	.5	.4969	.3472	.2996	37°59'	.3088	.7308	.1133
1	1	.4797	.2250	.2546	31°43'	.2847	.6371	.0677
1.5	1.5	.4480	.1424	.2037	26°34'	.2546	.5498	.0406
2	2	.4095	.0908	.1592	22°30'	.2251	.4751	.0249
2.5	2.5	.3701	.0595	.1243	19°20'	.1989	.4137	.0159
1.5	.25	.0177	.2079	.0606	73°47'	.1128	.2281	.0025
.5	.5	.0892	.2850	.1466	61°50'	.1765	.3636	.0106
1	1	.2137	.2488	.2101	47°23'	.2115	.4428	.0198
1.5	1.5	.2704	.1807	.2022	38°44'	.2071	.4327	.0184
2	2	.2876	.1268	.1754	32°41'	.1929	.4007	.0143
2.5	2.5	.2851	.0892	.1469	28°09'	.1765	.3637	.0106
2	.25	.0027	.0987	.0164	80°35'	.0507	.1014	.0002
.5	.5	.0194	.1714	.0552	71°59'	.0940	.1893	.0014
1	1	.0776	.2021	.1305	58°17'	.1424	.2834	.0052
1.5	1.5	.1458	.1847	.1568	48°52'	.1578	.3232	.0074
2	2	.1847	.1456	.1567	41°27'	.1579	.3232	.0073
2.5	2.5	.2045	.1256	.1442	36°02'	.1515	.3094	.0064
2.5	.5	.0068	.1104	.0254	76°43'	.0569	.1141	.0003
1	1	.0357	.1615	.0739	65°12'	.0970	.1957	.0016
1.5	1.5	.0771	.1645	.1096	55°52'	.1180	.2388	.0028
2	2	.1139	.1447	.1258	48°32'	.1265	.2556	.0036
2.5	2.5	.1409	.1205	.1266	42°45'	.1269	.2575	.0036
3	.5	.0026	.0741	.0137	79°25'	.0379	.0758	.0001
1	1	.0171	.1221	.0449	69°42'	.0690	.1384	.0005
1.5	1.5	.0427	.1388	.0757	61°15'	.0895	.1803	.0012
2	2	.0705	.1341	.0954	54°12'	.1006	.2029	.0018
2.5	2.5	.0952	.1196	.1036	48°20'	.1054	.2128	.0020
3	3	.1139	.1019	.1057	43°22'	.1058	.2137	.0020

β is angle between direction of σ_1 and the vertical.

3.1.2 UNIFORM HORIZONTAL LOADING
(Fig. 3.3).

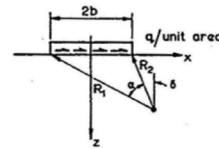


FIG. 3.3

$$\sigma_x = \frac{q}{\pi} \left[\log_e \frac{R_1^2}{R_2^2} - \sin \alpha \sin(\alpha + 2\delta) \right] \dots (3.3a)$$

$$\sigma_z = \frac{q}{\pi} \left[\sin \alpha \sin(\alpha + 2\delta) \right] \dots (3.3b)$$

$$\tau_{xz} = \frac{q}{\pi} \left[\alpha - \sin \alpha \cos(\alpha + 2\delta) \right] \dots (3.3c)$$

Values of σ_x/q have been tabulated and are given in Table 3.2. It should be noted that σ_x/q values are equal to the corresponding values of τ_{xz}/p for uniform vertical loading.

TABLE 3.2
VALUES OF σ_x/q FOR UNIFORM HORIZONTAL LOADING
OVER STRIP
(Scott, 1963)

z/b	x/b	0	0.5	1.0	2.0	4.0
0.0	0.0	0.00	0.70	-	0.60	0.33
0.2	0.0	0.00	0.62	1.16	0.68	0.32
0.5	0.0	0.00	0.39	0.60	0.57	0.32
1.0	0.0	0.00	0.13	0.26	0.39	0.28
1.5	0.0	0.00	0.06	0.12	0.24	0.25
2.0	0.0	0.00	0.03	0.06	0.15	0.20
3.0	0.0	0.00	0.01	0.02	0.06	0.14
5.0	0.0	0.00	0.00	0.00	0.01	0.05

The expression for the horizontal displacement of a point on the surface, relative to the centre of the strip, $\rho_x(x, 0) - \rho_x(0, 0)$, is identical with the expression for the relative vertical displacement due to uniform vertical load in equation (3.2).