

Relatório 2

7,2

Viscosidade

Gabriel Xavier Luz nºUSP 11223931
Giovani Melendes Salvador nºUSP 11223952
Grupo 8
Universidade de São Paulo



Conteúdo

1	Resumo	3
2	Introdução	3
3	Descrição Experimental	4
4	Dados experimentais	9
5	Análise de dados	13
6	Discussão	21
7	Conclusão	22

1 Resumo

Neste experimento nos propomos a verificar o índice de viscosidade de um fluido através da velocidade limite observada com o movimento de 8 conjuntos de esferas com diferentes diâmetros que passaram pelo líquido viscoso.

pq? objetivo?

Como resultado provamos que a correção de Ladenburg é importante para obter um resultado mais concreto sobre a viscosidade do fluido. Constatamos também um valor único para a viscosidade que se mostra condizente com os outros dados.

É importante ressaltar que o experimento foi realizado durante a pandemia de COVID-19 que ocorreu em 2020, logo a atividade foi feita através de um aplicativo e não presencialmente.

2 Introdução

Viscosidade é a propriedade física que caracteriza a resistência de um fluido ao movimento de escoamento, quanto maior a viscosidade, menor será a velocidade com que o fluido se movimenta. Neste experimento iremos explorar a ideia de ter um corpo (esfera) com tamanho e densidade conhecidas em movimento dentro deste fluido viscoso.

Quando soltamos a esfera dentro do tubo cheio de líquido, inicialmente ela acelera até um certo instante onde mantém uma velocidade constante que chamamos de velocidade limite do corpo, já que é o máximo que pode alcançar durante o movimento descendente. Para entendermos melhor e poder descrever esse movimento do corpo teremos que pensar primeiramente nas forças que atuam sobre ele.

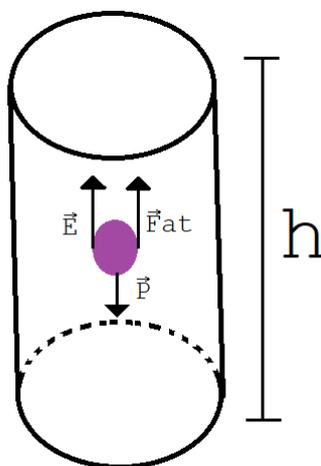


Figura 1: Diagrama de forças de uma esfera dentro de um recipiente com líquido viscoso.

Assim como podemos ver, temos 3 forças atuando no corpo: a força peso (\vec{P}), o empuxo feito pelo líquido (\vec{E}) e o atrito viscoso (\vec{F}_{at}). Assim, podemos escrever a lei de Newton da seguinte

maneira, assumindo o eixo y para baixo como positivo:

$$\vec{P} - \vec{E} - \vec{F}_{at} = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

O valor do atrito viscoso é nos dado pela lei de Stokes da seguinte maneira:

$$\vec{F}_{at} = -6\pi\eta r \vec{v} \quad \text{quais hipóteses?} \quad (2)$$

Assim podemos escrever a equação 1 abrindo as expressões, considerando que a velocidade já esteja em um instante adequadamente longe do início do movimento onde se mantém constante, fazendo com que $\frac{dv}{dt}$ seja zero e escrevendo o valor da massa do corpo em função do seu volume e densidade ($V_{\text{volume}}\rho_{\text{corpo}}$):

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{corpo}} g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{fluido}} g - 6\pi\eta r v_{\infty} = 0 \quad (3)$$

Por fim, se colocarmos os termos iguais em evidência e isolando o η na equação anterior vamos ter a seguinte expressão para calcularmos a viscosidade do líquido.

$$\eta = \frac{2}{9}(\rho_{\text{corpo}} - \rho_{\text{fluido}}) \frac{r^2 g}{v_{\infty}} \quad (4)$$

Além disso, como neste experimento teremos diferentes diâmetros de esfera e temperaturas para cada aluno, essa relação acaba não se tornando totalmente válida, requerendo uma certa correção para estabilizar a análise dos dados em conjunto do grupo. Logo, a equação 2 deve ser corrigida da seguinte maneira:

$$F_{at_{\text{novo}}} = C_t(1+C)F_{at} \quad \text{Ct divide e não multiplica...} \quad (5)$$

Onde o C é conhecido como correção de Ladenburg, descrita com um $\alpha \approx 2,4$. E C_t seria a correção em relação a diferentes temperaturas, tendo a temperatura referência como 25°C.

$$C = \alpha \frac{r}{R} + \left(\alpha \frac{r}{R}\right)^2 \quad (6)$$

$$C_t = \frac{\eta(t_{\text{ref}})}{\eta(t_{\text{medida}})} \quad (7)$$

Com tudo isso, conseguimos modificar a equação 4 com a correção adequada.

$$\eta = \frac{2}{9}(\rho_{\text{corpo}} - \rho_{\text{fluido}}) \frac{r^2 g}{C_t(1+C)v_{\infty}} \quad \text{objetivos?}$$

3 Descrição Experimental

A coleta de dados foi realizada através de um aplicativo feito para a disciplina de Física Experimental A da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, que simula a queda de bolinhas de diferentes diâmetros por um tubo que contém um fluido viscoso. Tivemos de

utilizar o aplicativo ao invés de realizar o experimento presencialmente por conta do isolamento social causado pelo novo COVID-19.

O aplicativo foi feito a partir de dados experimentais obtidos pelos desenvolvedores e não dados retirados da parte teórica. Foi levado em consideração alguns cuidados que o experimento requer, sendo eles: molhar as esferas no líquido antes de realizar o experimento, lançar verticalmente as bolinhas sem que elas girem, nivelar o aparelho para que fique completamente vertical e utilizar uma pinça para manusear as esferas para não esquentar elas com o calor da mão, sendo essas medidas importantes para que não haja interferência nos dados.

No aplicativo analisamos 8 grupos com 4 esferas cada, medimos seu diâmetro utilizando um micrômetro digital que o aplicativo oferece. Medimos todas as 4 esferas de cada um dos 8 conjuntos.

Em seguida o aplicativo lança uma esfera do grupo selecionado através de um recipiente cheio de um líquido viscoso. Existem duas marcações com a mesma distância, uma no começo e outra no fim, para termos uma marcação de quando começar e parar o cronômetro. Quando a bolinha chega ao fundo do recipiente é oferecido um botão para lançar outra bolinha do mesmo grupo.

A cronometragem era feita a partir de cronômetros digitais dos nossos celulares, cronometramos as esferas durante o trajeto delas entre as duas marcações do recipiente (uma no começo e outra no fim, mas não nas extremidades). Cada aluno teve de cronometrar os 8 conjuntos de 4 esferas, sendo elas diferenciadas a partir de uma configuração dentro do aplicativo. Foi dividido em 10 configurações diferentes numeradas de 0 a 9, cada aluno usou a configuração referente ao seu último número USP (Número referente a sua matrícula na Universidade de São Paulo).

Os dados base como temperatura, diâmetro entre outros foram dados pelo aplicativo.

Para exemplificar melhor, deixaremos imagens do uso do aplicativo:

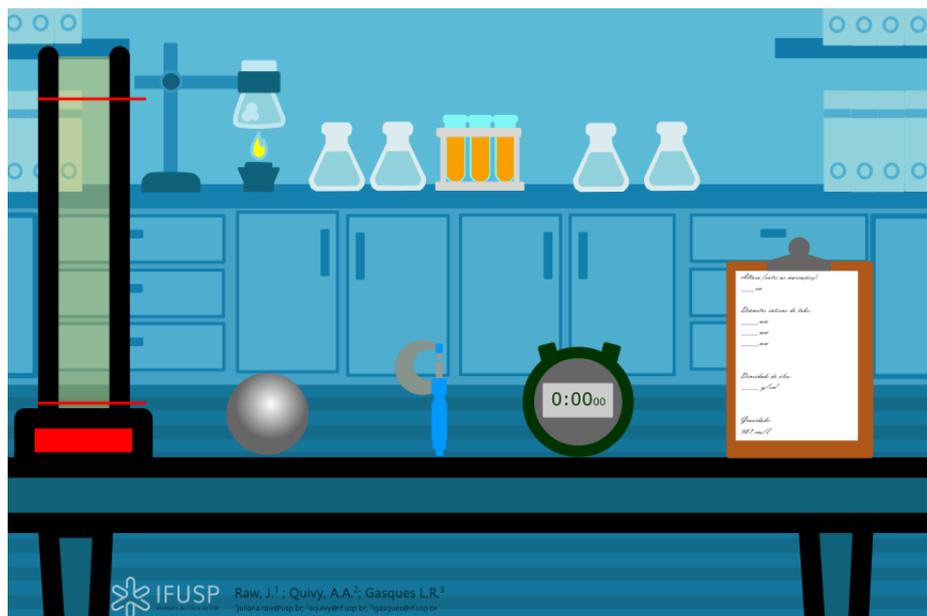


Figura 2: Tela inicial do aplicativo.

<i>Altura (entre as marcações):</i>	
$65,0 \pm 0,2 \text{ cm}$	
<i>Diâmetro interno do tubo:</i>	
$50,32 \pm 0,07 \text{ mm}$	
<i>Densidade do óleo:</i>	<i>Incertezas Instrumentais:</i>
$0,883 \pm 0,001 \text{ g/cm}^3$	<i>Micrômetro: 0,005 mm</i>
	<i>Paquímetro: 0,05 mm</i>
	<i>Trena: 0,5 mm</i>
<i>Densidade da esfera:</i>	<i>Cronômetro: 0,01 s</i>
$7,85 \text{ g/cm}^3$	<i>Densímetro: 0,001 g/cm³</i>
	<i>Termômetro: 0,1 °C</i>
<i>Gravidade:</i>	<i>Incerteza Sistemática:</i>
$978,64 \pm 0,01 \text{ cm/s}^2$	<i>Operador: 0,1 s</i>
<i>Temperatura</i>	
$27,9 \pm 0,1 \text{ °C}$	

Figura 3: Exemplo de valores experimentais dados pelo aplicativo.

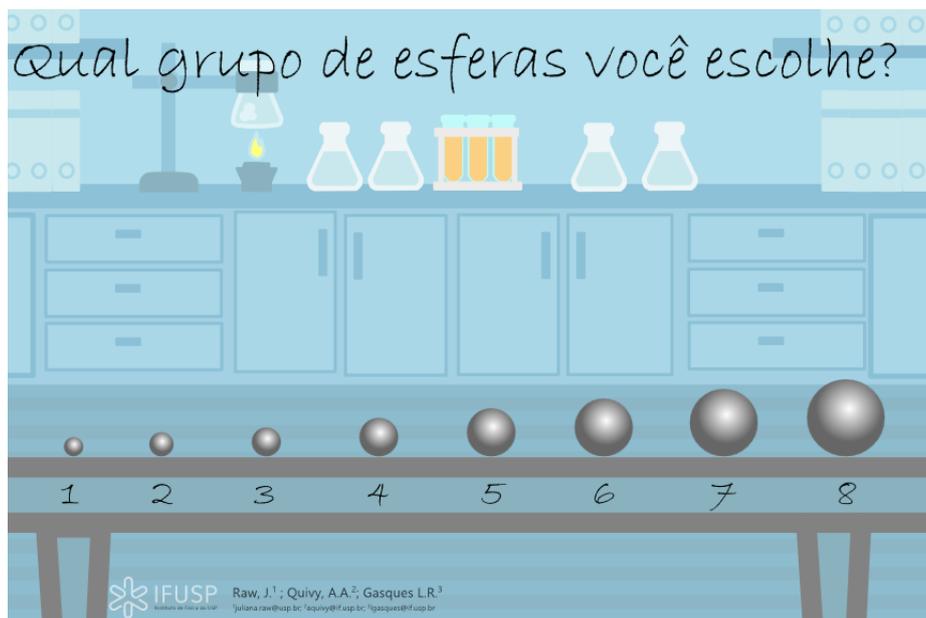


Figura 4: Tela de escolha dos 8 conjuntos de esferas.

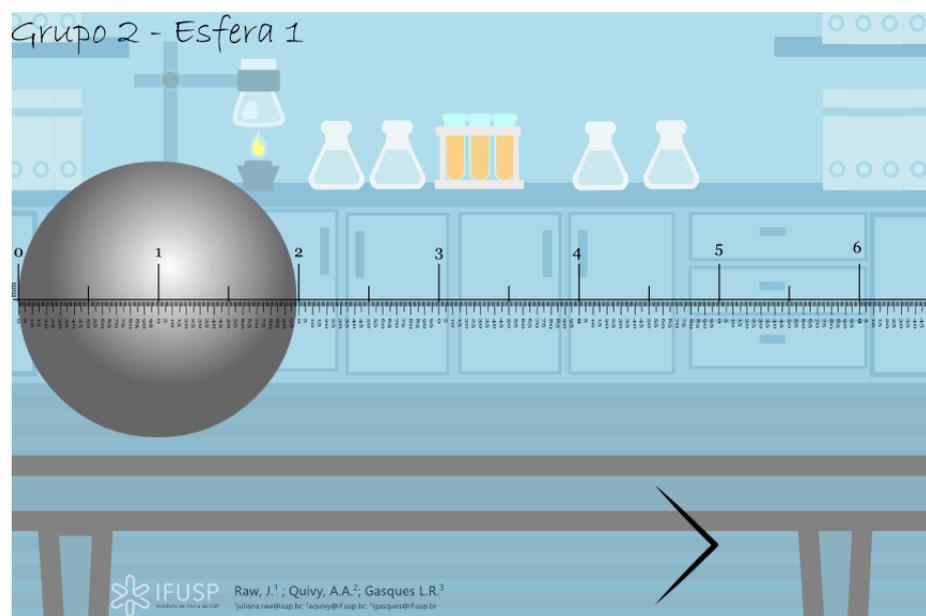


Figura 5: Exemplo da tela onde se era feita a medida do diâmetro da esfera através de um micrômetro digital.

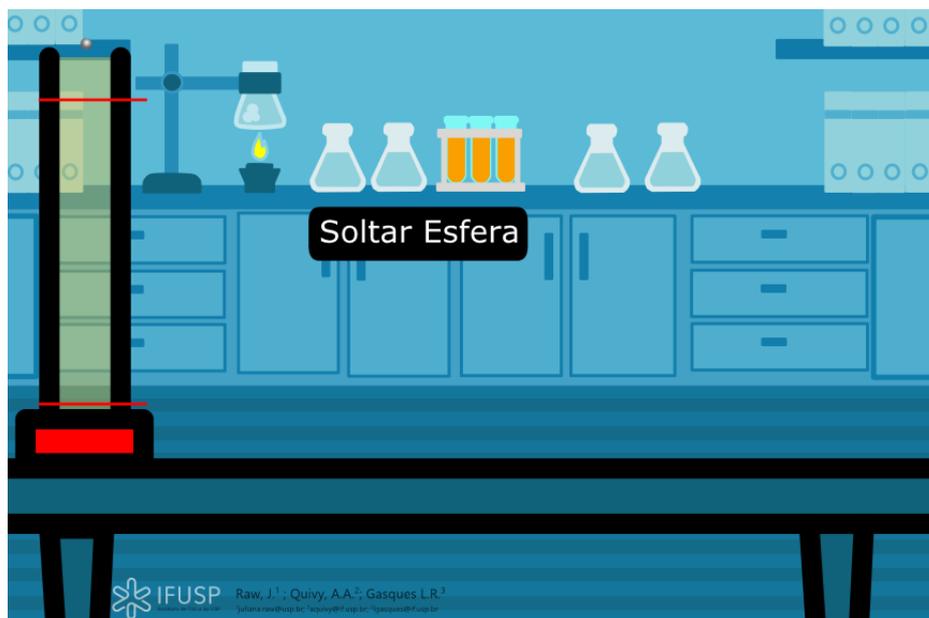


Figura 6: Exemplo da tela de lançamento da bolinha no meio viscoso e explicitação da posição dos dois marcadores vermelhos.

4 Dados experimentais

Para começar é importante definir os valores usados para cada medição, pois eles são relevantes quando se trata de viscosidade. Esses valores foram os das configurações 1 e 2 do aplicativo.

Na tabela a seguir colocaremos os valores da situação que foi dada para cada aluno. Sendo a diferença em cada configuração a temperatura do sistema e o diâmetro das esferas de cada grupo que abordaremos depois.

Tabela 1: Tabela referente à temperatura do líquido de ambos os alunos e suas devidas incertezas.

	Temp (°C)	inc (°C)
Aluno 1	27,9	0,1
Aluno 2	28,0	0,1

Tabela 2: Tabela referente aos dados base do experimento, sendo eles a densidade das bolinhas, do fluido, a distância entre as marcações, o raio do tubo, a gravidade e a respectiva incerteza desses valores junto das incertezas instrumentais do micrômetro e do cronômetro.

$\rho_{\text{fluido}} \text{ (g/cm}^3\text{)}$	inc (g/cm³)	Dist (cm)	inc (cm)
0,883	0,001	65,0	0,2
$\rho_{\text{corpo}} \text{ (g/cm}^3\text{)}$	inc (g/cm³)	Raio tubo (cm)	inc (cm)
7,85	0,01	2,516	0,004
Inc Micrômetro (cm)	0,0005	g (cm/s²)	inc (cm/s²)
Inc cronômetro (s)	0,01	978,64	0,01

As primeira medições que fizemos foi do diâmetro das 4 esferas de cada conjunto. Cada aluno usou, nas sua própria configuração, o micrômetro oferecido pelo aplicativo para fazer a medida. Assim, foi feito uma média dos 4 valores medidos, e sua incerteza foi calculada a partir da seguinte equação relacionando a incerteza instrumental e estatística:

$$\sigma_{\text{diâmetro}} = \sqrt{\sigma_{\text{instrumental}}^2 + \left(\frac{\text{Desvpad}}{\sqrt{N}}\right)^2} \quad (9)$$

Tabela 3: Tabela referente às 4 medições do diâmetro feita pelo aluno 1 dos 8 conjuntos de esfera junto de seu diâmetro médio, desvio padrão e incerteza final.

	Aluno 1							
	esfera 1	esfera 2	esfera 3	esfera 4	esfera 5	esfera 6	esfera 7	esfera 8
	diâmetro (cm)							
d1	0,1491	0,1983	0,2482	0,3173	0,3942	0,4756	0,5494	0,6352
d2	0,1500	0,2002	0,2499	0,3159	0,3962	0,4769	0,5489	0,6335
d3	0,1509	0,1992	0,2500	0,3182	0,3959	0,4762	0,5501	0,6362
d4	0,1512	0,1991	0,2489	0,3175	0,3964	0,4750	0,5509	0,6341
Diam médio	0,1503	0,1992	0,2493	0,3172	0,3957	0,4759	0,5498	0,6348
Desvio padrão	0,0009	0,0008	0,0009	0,0010	0,0010	0,0008	0,0009	0,0012
Incerteza final	0,0007	0,0006	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006	0,0007	0,0008

Tabela 4: Tabela referente às 4 medições do diâmetro feita pelo aluno 2 dos 8 conjuntos de esfera junto de seu diâmetro médio, desvio padrão e incerteza final.

	Aluno 2							
	esfera 1	esfera 2	esfera 3	esfera 4	esfera 5	esfera 6	esfera 7	esfera 8
	diâmetro (cm)							
d1	0,1475	0,1985	0,2455	0,3175	0,3985	0,4750	0,5510	0,6335
d2	0,1470	0,1979	0,2485	0,3170	0,3965	0,4725	0,5490	0,6345
d3	0,1480	0,1970	0,2495	0,3175	0,3995	0,4750	0,5500	0,6340
d4	0,1490	0,1998	0,2490	0,3180	0,3940	0,4760	0,5505	0,6330
Diam médio	0,1479	0,1983	0,2481	0,3175	0,3971	0,4746	0,5501	0,6338
Desvio padrão	0,0009	0,0012	0,0018	0,0004	0,0024	0,0015	0,0009	0,0006
Incerteza final	0,0007	0,0008	0,0010	0,0005	0,0013	0,0009	0,0007	0,0006

Em seguida cada um de nós cronometraramos o tempo de cada conjunto 5 vezes, e para sua incerteza foi usado 3 parâmetros, a incerteza instrumental, estatística e a sistemática que seria do tempo de reação da pessoa usando o cronômetro, essa incerteza foi adotada como 0,1 segundos.

$$\sigma_{tempo} = \sqrt{\sigma_{sistemático}^2 + \sigma_{instrumental}^2 + \left(\frac{Desvpad}{\sqrt{N}}\right)^2} \quad (10)$$

Tabela 5: Tabela referente ao tempo cronometrado 5 vezes pelo aluno 1 dos 8 conjuntos de esferas junto de sua média, desvio padrão e incerteza final.

	Aluno 1							
	Tempo de queda (s)							
t1	17,24	10,60	6,87	4,56	3,56	2,56	2,14	1,85
t2	17,50	10,27	6,63	4,74	3,50	2,50	2,20	1,75
t3	17,30	10,50	6,59	4,54	3,39	2,55	2,18	1,80
t4	17,27	10,46	6,76	4,67	3,29	2,55	2,16	1,66
t5	17,36	10,31	6,84	4,58	3,20	2,68	2,14	1,68
Tempo médio	17,33	10,43	6,74	4,62	3,39	2,57	2,16	1,75
Desvio padrão	0,10	0,14	0,12	0,08	0,15	0,07	0,03	0,08
Incerteza final	0,11	0,12	0,11	0,11	0,12	0,10	0,10	0,11

Tabela 6: Tabela referente ao tempo cronometrado 5 vezes pelo aluno 2 dos 8 conjuntos de esferas junto de sua média, desvio padrão e incerteza final.

	Aluno 2							
	Tempo de queda (s)							
t1	17,46	10,31	6,73	4,47	3,26	2,61	2,16	1,68
t2	17,25	10,61	6,82	4,61	3,38	2,58	2,23	1,74
t3	17,20	10,51	6,59	4,51	3,21	2,61	2,15	1,75
t4	17,13	10,54	6,78	4,64	3,32	2,55	2,28	1,76
t5	17,09	10,51	6,67	4,68	3,36	2,54	2,20	1,81
Tempo médio	17,23	10,50	6,72	4,58	3,31	2,58	2,20	1,75
Desvio padrão	0,14	0,11	0,09	0,09	0,07	0,03	0,05	0,05
Incerteza final	0,12	0,11	0,11	0,11	0,11	0,10	0,10	0,10

A medida que tínhamos das esferas é seu diâmetro, pois caso fossemos medir seu raio utilizando um instrumento seria muito mais complicado para determinar seu exato centro. Para os cálculos que faremos será usado o quadrado do raio de cada esfera, utilizaremos ele ao quadrado para identificar se a velocidade e o raio é diretamente proporcional como a equação 4 sugere, a incerteza desse raio ao quadrado é dada por:

$$\sigma_{r^2} = 2r^2 \left(\frac{\sigma_r}{r}\right) \quad (11)$$

Analisaremos aqui a velocidade limite que a bolinha alcança no fluido, para isso precisamos determinar um momento em que ela alcance essa velocidade que se manterá constante durante o decorrer da esfera no meio viscoso. Visto que não precisamos analisar a partir do momento que ela adquire a velocidade limite mas sim quando ela se mantiver constante, usamos duas marcações vermelhas que o aplicativo disponibiliza para realizar a contagem do tempo, consideramos que dentro dessas marcações a bolinha já terá atingido sua velocidade limite e se manterá constante. A distância entre essas marcações é de **65cm** como está explicitado na tabela 2.

A velocidade limite se comporta como uma velocidade uniforme, assim podemos calcular ela através da equação da velocidade média. Então Usamos Δd para a variação da distância entre as marcações vermelhas e Δt para a variação do tempo que a bolinha levou para ir de uma marcação a outra.

$$v_{limite} = \frac{\Delta d}{\Delta t} \quad /$$

Para calcularmos a incerteza da velocidade limite usamos da equação da incerteza relativa e isolamos a incerteza desejada:

$$\sigma_{v_{limite}} = v_{limite} \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta d}}{\Delta d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2} \quad /$$

A partir da velocidade limite usaremos a equação 4 e usamos os outros parâmetros necessários para determinar o índice de viscosidade do fluido (η). Sua incerteza é dada através da equação da incerteza relativa como mostraremos a seguir:

$$\sigma_{\eta} = \eta \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\rho_{corpo} - \rho_{fluido}}}{(\rho_{corpo} - \rho_{fluido})}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{v_{limite}}}{v_{limite}}\right)^2 + \left(2\left(\frac{\sigma_r}{r}\right)\right)^2} \quad /$$

Onde:

$$\sigma_{\rho_{corpo} - \rho_{fluido}} = \sqrt{\sigma_{\rho_{corpo}}^2 + \sigma_{\rho_{fluido}}^2} \quad /$$

Por fim, temos as seguintes tabelas que mostram a velocidade e o índice que foi obtido para cada aluno.

Tabela 7: Tabela do aluno 1 referente ao quadrado do raio de cada conjunto de esferas, velocidade limite e viscosidade (η), todos juntos de suas respectivas incertezas.

	Aluno 1							
raio² (cm)	0,0056	0,0099	0,0155	0,0252	0,0391	0,0566	0,0756	0,1007
inc (cm)	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002
Veloc (cm/s)	3,75	6,23	9,65	14,08	19,19	25,31	30,04	37,19
inc (cm/s)	0,03	0,07	0,17	0,33	0,68	1,04	1,41	2,27
eta (cgs)	2,28	2,41	2,44	2,71	3,09	3,39	3,81	4,10
inc (cgs)	0,05	0,04	0,05	0,07	0,11	0,14	0,18	0,25

dava para escrever
com mais precisão...

1 sig naincerteza

Tabela 8: Tabela do aluno 2 referente ao quadrado do raio de cada conjunto de esferas, velocidade limite e viscosidade (η), todos juntos de suas respectivas incertezas.

	Aluno 2							
raio² (cm)	0,00547	0,00983	0,01539	0,02520	0,03943	0,05632	0,07566	0,10041
inc (cm)	0,00005	0,00008	0,00013	0,00009	0,00026	0,00021	0,00018	0,00019
Veloc (cm/s)	3,77	6,19	9,68	14,19	19,66	25,21	29,49	37,19
inc (cm/s)	0,03	0,07	0,16	0,34	0,63	1,00	1,38	2,19
eta (cgs)	2,20	2,41	2,41	2,69	3,04	3,38	3,89	4,09
inc (cgs)	0,04	0,05	0,06	0,07	0,11	0,14	0,18	0,24

5 Análise de dados

Com todos os dados fornecidos anteriormente conseguimos enfim começar uma análise do experimento em si, assim iremos ver se a relação entre o quadrado do raio da esfera e a velocidade limite do corpo é diretamente proporcional **plotando** um gráfico entre os dois.

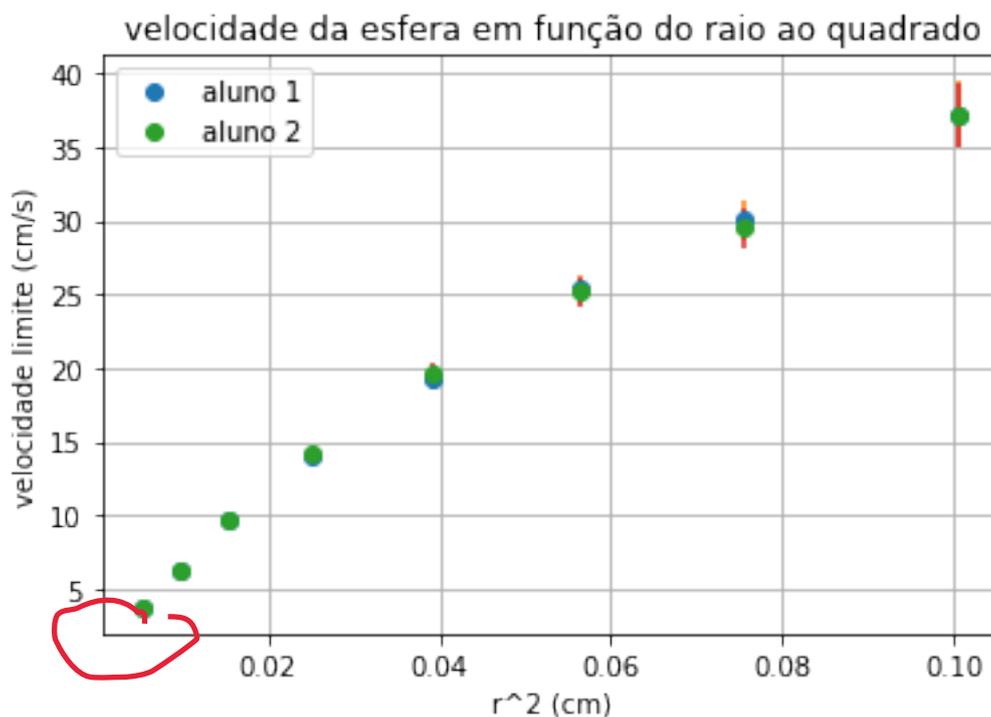


Figura 7: Gráfico da velocidade limite de cada aluno pelo quadrado do raio da esfera.

Logo de cara é possível perceber que o gráfico não é uma reta em si, formando uma função que se assemelha a função $\ln(x)$ o que nos mostra que a relação entre essas grandezas não são diretamente proporcionais como previsto teoricamente. E isso se aplica a ambos os alunos por terem seus dados muito semelhantes. A incerteza em relação ao raio não é mostrada no

gráfico por conta de que o programa utilizado (feito em Python) não coloca nenhuma marcação já que o valor é muito baixo em relação a escala, entretanto é necessário deixar claro que o valor não é nulo.

Agora iremos juntar todas as informações em uma só para ter uma noção geral do comportamento de diferentes corpos neste fluido. Fazendo uma média dos diâmetros e dos tempos, para assim calcular uma nova velocidade limite geral e um novo índice de viscosidade. A incerteza final desses valores é dado por:

$$\sigma_{final} = \frac{Desvpad}{\sqrt{N}} \quad (16)$$

Onde o desvio padrão seria entre os dois valores tirado da média. O novo índice de viscosidade é calculado assim como na equação 14 com as informações da tabela abaixo, enquanto a incerteza da velocidade fica igual a equação 13 só mudando na questão que o Δt seria da média dos dois alunos.

Tabela 9: Tabela referente ao diâmetro médio entre ambos os alunos, aos seus desvios padrões e incertezas finais da média do diâmetro, a média de seus tempos junto com o desvio padrão e incerteza final dessa média, o quadrado do raio do diâmetro médio e suas incertezas, a velocidade dos valores médios junto de suas incertezas e seus etas médios junto de suas incertezas.

	Grupo							
diam médio (cm)	0,1491	0,1988	0,2487	0,3174	0,3964	0,4753	0,5500	0,6343
Desvio padrão	0,0017	0,0006	0,0008	0,0002	0,0010	0,0009	0,0002	0,0007
Incerteza final	0,0012	0,0005	0,0006	0,0001	0,0007	0,0007	0,0001	0,0005
Tempo médio (s)	17,28	10,46	6,73	4,60	3,35	2,57	2,18	1,75
Desvio padrão	0,076368	0,048083	0,014142	0,025456	0,057983	0,007071	0,028284	0,000001
Incerteza final	0,054000	0,034000	0,010000	0,018000	0,041000	0,005000	0,020000	0,000001
raio^2 (cm)	0,00556	0,00988	0,01546	0,02518	0,03928	0,05647	0,07562	0,10057
inc (cm)	0,00009	0,00004	0,00007	0,00002	0,00014	0,00015	0,00004	0,00016
Veloc (cm/s)	3,76	6,21	9,66	14,13	19,42	25,26	29,76	37,19
inc (cm/s)	0,02	0,03	0,03	0,07	0,25	0,09	0,29	0,11
eta (cgs)	2,26	2,43	2,45	2,72	3,09	3,42	3,89	4,14
inc (cgs)	0,07	0,02	0,02	0,02	0,05	0,02	0,04	0,02

Assim, conseguimos montar um novo gráfico para a velocidade em função do raio ao quadrado dos dados do grupo em conjunto.

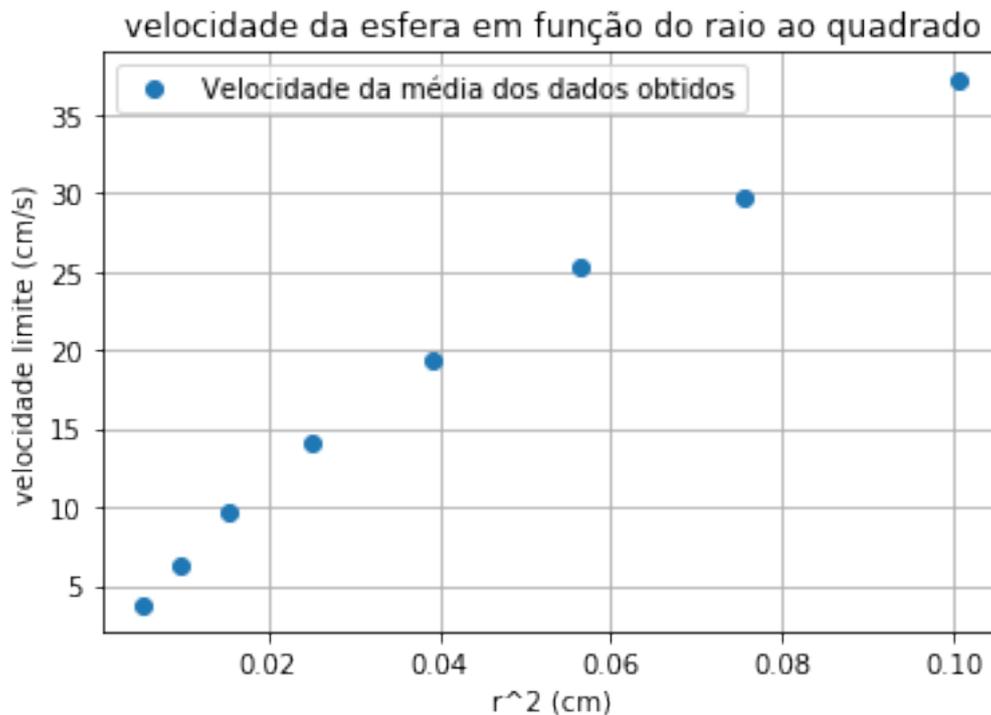


Figura 8: Caption

Como esperado, o gráfico se assemelha muito com o gráfico 7, vendo que os valores obtidos entre os alunos são próximos, porém com uma incerteza muito pequena. Esse valor baixo de incerteza ocorre da seguinte maneira, se analisarmos a equação 13 temos que a incerteza do tempo é muito pequena já que ela vem do valor do desvio padrão muito baixo entre os dados de ambos os alunos, assim como a incerteza da distância entre as marcações possui uma incerteza baixa, resultando em uma incerteza muito pequena.

Essa não proporcionalidade em ambos os gráficos, ocorre por conta de faltar uma correção nos parâmetros em relação ao raio do tubo, para dar conta da influência das paredes do recipiente no movimento da esfera que seria usado a equação 6 com um $\alpha \approx 2,4$ e uma correção em relação a temperatura do fluido uma vez que a temperatura influencia no índice de viscosidade, para isso usaremos a equação 7 para padronizar a temperatura do fluido como 25°C. Assim teríamos uma normalização em todos os parâmetros dos dois alunos o que nos resulta a seguinte tabela:

Tabela 10: Tabela do aluno 1 referente ao fator C de correção, a velocidade corrigida, a viscosidade com a correção (eta cor) e junto suas respectivas incertezas.

	Aluno 1							
Fator C	0,08	0,10	0,13	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39
Vel cor (cm/s)	4,04	6,88	10,93	16,53	23,49	32,36	39,98	51,85
inc (cm/s)	0,03	0,08	0,19	0,39	0,84	1,33	1,87	3,17
eta cor (cgs)	2,09	2,17	2,14	2,31	2,53	2,64	2,87	2,94
inc (cgs)	0,40	0,35	0,31	0,31	0,30	0,28	0,28	0,29



Tabela 11: Tabela do aluno 2 referente ao fator C de correção, a velocidade corrigida, a viscosidade com a correção (eta cor) e junto suas respectivas incertezas.

	Aluno 2							
Fator C	0,08	0,10	0,13	0,17	0,23	0,28	0,33	0,39
Vel cor (cm/s)	4,06	6,83	10,96	16,66	24,09	32,21	39,26	51,82
inc (cm/s)	0,03	0,08	0,18	0,40	0,77	1,27	1,84	3,05
eta cor (cgs)	2,07	2,19	2,14	2,29	2,47	2,66	2,92	2,94
inc (cgs)	0,39	0,39	0,39	0,27	0,40	0,33	0,29	0,25

incertezas com
1 sig...



A incerteza das tabelas acima foram feitas seguindo as equações 13 e 14 respectivamente com o gráfico.

Agora, como antes, foi feito uma média entre os valores dos alunos para examinar o fluido de uma maneira geral, tiramos as incertezas das mesmas maneiras que antes e expomos elas abaixo:

Tabela 12: Tabela referente à média dos valores após a correção de ambos os alunos sobre o fator C de correção, a velocidade corrigida, a viscosidade com a correção (eta cor) e junto suas respectivas incertezas.

	Grupo							
Fator C	0,08	0,10	0,13	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39
Vel cor (cm/s)	4,05	6,86	10,94	16,59	23,79	32,29	39,62	51,84
inc (cm/s)	0,04	0,11	0,26	0,55	1,14	1,84	2,63	4,40
eta cor (cgs)	2,08	2,18	2,14	2,30	2,50	2,65	2,89	2,94
inc (cgs)	0,56	0,52	0,50	0,41	0,50	0,43	0,40	0,39

Então fizemos um gráfico para comparar a diferença de se fazer a correção ou não e se houve uma proporcionalidade nos dados, o gráfico foi feito vendo a velocidade média em função do quadrado do raio das esferas. Sobre a falta de algumas incertezas do gráfico, algumas incertezas são pequenas o suficiente que acabam sendo desprezíveis considerando a escala do eixo.

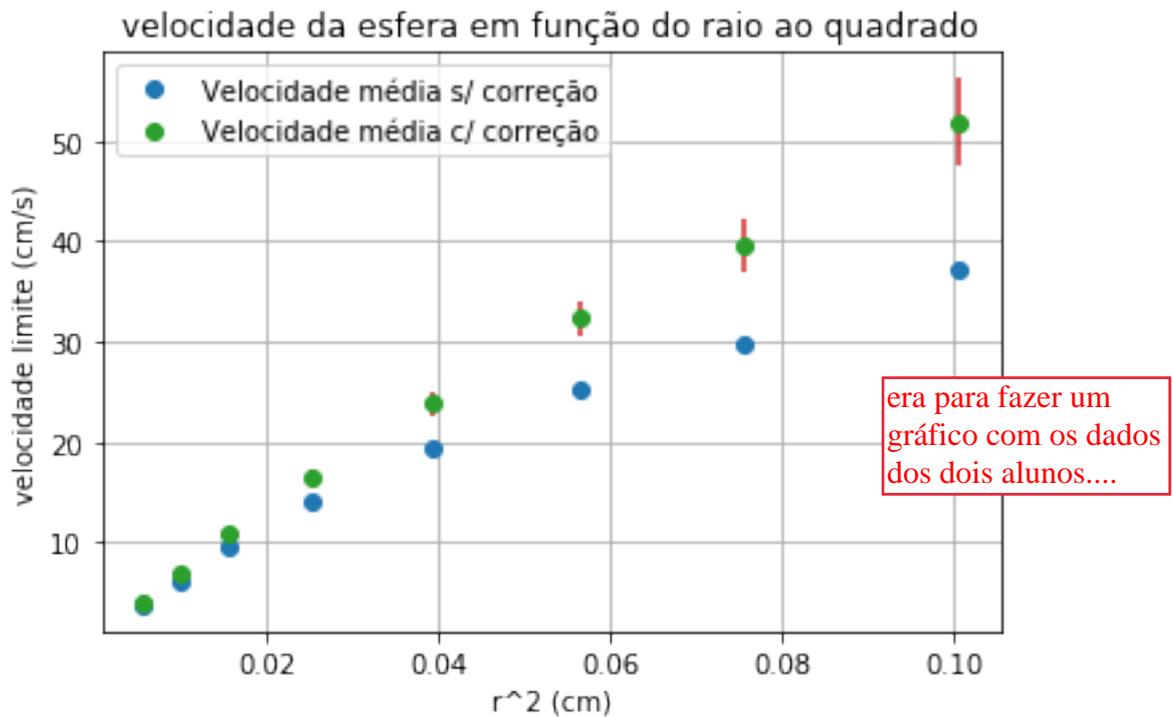


Figura 9: Gráfico comparativo entre os dados sem e com correção da velocidade em função do quadrado do raio das esferas.

Com isso, utilizamos o método dos mínimos quadrados para fazer um ajuste de reta e com o coeficiente angular obtido encontramos um valor para o η e comparamos através de um teste z com o valor experimental.

Tabela 13: Tabela referente ao coeficiente angular e linear junto de suas respectivas incertezas obtidos através do MMQ.

a	b
611,226	0,693
inc a	inc b
12,554	0,092

Assim, para plotarmos uma reta no gráfico 9 usamos a equação de reta para determinarmos os valores de y, ficando da seguinte maneira:

$$y_{novo} = ar^2 + b \quad (17)$$

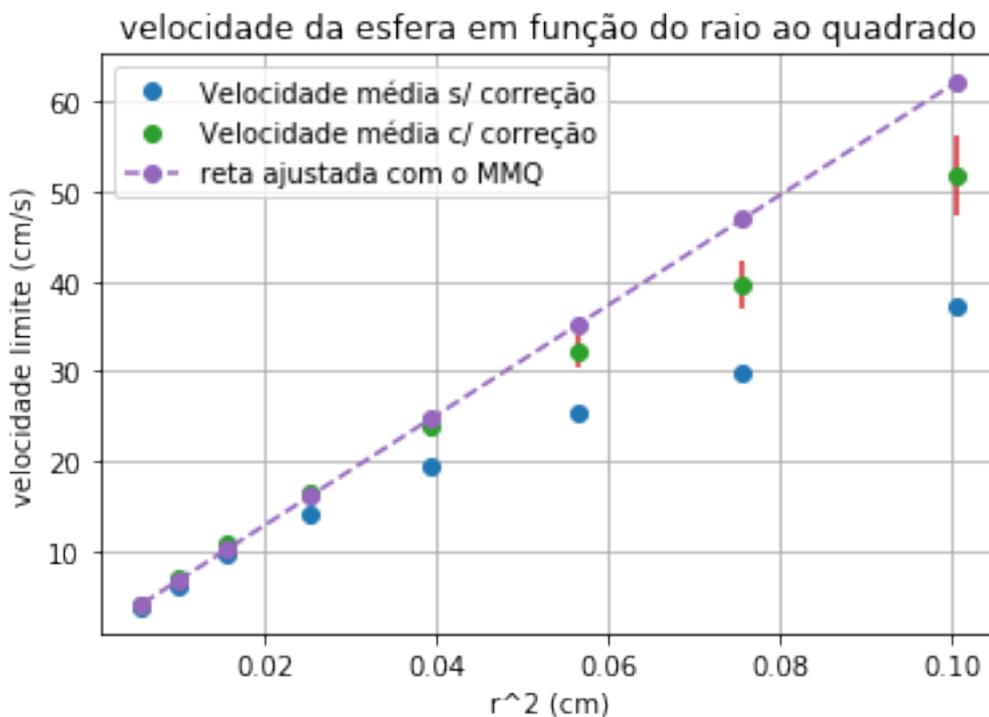


Figura 10: Gráfico comparativo entre os dados sem e com correção e uma reta ajustada usando o MMQ, todos sobre a velocidade em função do quadrado do raio das esferas.

Visto a diferença entre a reta ajustada com o MMQ e os pontos da velocidade média com correção, percebemos que algo estava errado e buscamos entender o que houve. Então com a orientação do professor do curso, percebemos que por conta do crescimento da incerteza no decorrer dos pontos, para valores de velocidade pequeno temos uma incerteza muito pequena e para valores de velocidade grande temos uma incerteza bem maior. Isso força um ajuste que passa perto dos pontos para uma velocidade pequena e **fica longe** dos pontos para uma velocidade grande.

Foi **indicado** que tentássemos achar uma outra maneira de colocar as incertezas no MMQ feito manualmente, e para isso fizemos um ajuste usando o MMQ onde as incertezas da velocidade fossem em todos os pontos iguais a 1, assim conseguimos um novo coeficiente angular e linear, que seria utilizado novamente na equação, 17.

Com o Y novo em mão iremos achar **o desvio padrão** entre ele e a velocidade média corrigida, e assim criamos uma nova incerteza para a velocidade adaptada para usarmos no MMQ a partir da equação abaixo:

$$\sigma_{v_{limite}} = \sqrt{Desvpad^2 + \sigma_{V_{médlimite}}^2} \quad (18)$$

Assim, com o novo MMQ e utilizando a nova incerteza no lugar da incerteza da velocidade média corrigida, obtivemos que o valor de seu coeficiente angular foi de $a = 524,229 \pm 24,339$ e $b = 2,554 \pm 0,509$, onde a é o coeficiente angular e b é o coeficiente linear, que nos deu o seguinte gráfico.

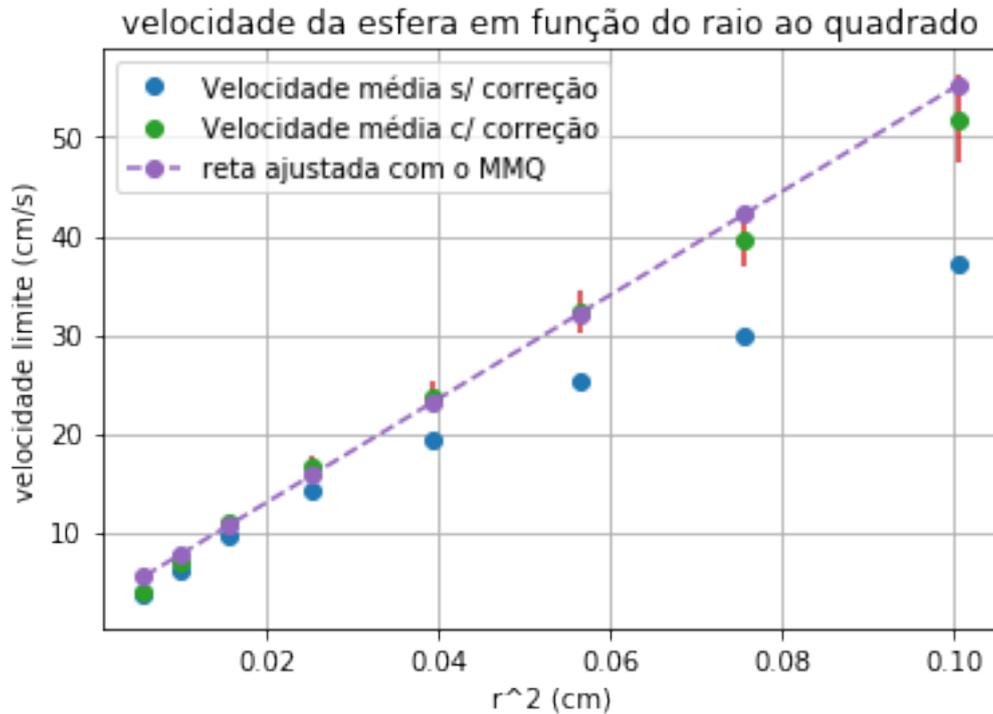


Figura 11: Gráfico referente à velocidade em função do quadrado do raio das esferas, contendo os pontos da velocidade média sem e com correção e a reta ajustada com o MMQ.

Esta maneira que realizamos para tentar arrumar a relação entre o MMQ e os nossos dados podem ter aumentado as incertezas em geral, porém optamos por uma reta que passa perto dos pontos com uma incerteza maior do que uma reta que passa longe de alguns pontos com incertezas menores.

Sendo assim, utilizaremos da equação 17 adotando agora que $ar^2 + b$ é igual a V_{limite} , assim, ligamos a , o coeficiente angular, ao cálculo de η e poderemos comparar a viscosidade calculada e a retirada do gráfico.

Usando como base a equação 4, só que isolando o V_{limite} ao invés do η :

$$V_{limite} = (\rho_c - \rho_{fluido}) \left(\frac{2g}{9\eta} \right) r^2 + 0 \quad (19)$$

$$a = (\rho_c - \rho_{fluido}) \left(\frac{2g}{9\eta} \right) \quad (20)$$

$$b = 0 \quad (21)$$

Isolando a viscosidade da equação do coeficiente angular, temos que:

$$\eta = \frac{2g((\rho_c - \rho_{fluido}))}{9a} \quad (22)$$

E sua incerteza será obtida através da equação da incerteza relativa.

$$\sigma_{\eta} = \eta \sqrt{\left(\frac{\sigma_{(\rho_c - \rho_{fluido})}}{(\rho_c - \rho_{fluido})}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2} \quad (23)$$

Assim, usando o novo coeficiente angular da reta ajustada com o MMQ obtemos que $\eta = 2,890 \pm 0,134$ Poise. 1 sig...

Agora, para analisar o η de uma maneira mais **verossimilha** precisamos considerar uma temperatura homogênea para ambos os alunos. Para isso iremos usar a equação de correção da temperatura, sendo ela a equação 8.

Sendo que o fator de correção C_t é dado pela equação 7, onde a temperatura está em função de η e se refere a temperatura fixa que almejamos e a atual. A temperatura fixa adotamos como 25°C, e obtivemos então as tabelas abaixo:

Tabela 14: Tabela referente ao fator correção relacionado à temperatura, Viscosidade com a correção da temperatura (eta cor 2) e sua incerteza, todos relacionados aos dados do aluno 1.

	Aluno 1							
Fator Ct	1,25	1,18	1,17	1,05	0,92	0,84	0,75	0,69
eta cor 2 (cgs)	2,60	2,57	2,50	2,43	2,34	2,22	2,14	2,04
inc (cgs)	0,32	0,29	0,27	0,29	0,33	0,33	0,38	0,42

cT é unico para cada aluno...

Tabela 15: Tabela referente ao fator correção relacionado à temperatura, Viscosidade com a correção da temperatura (eta cor 2) e sua incerteza, todos relacionados aos dados do aluno 2.

	Aluno 2							
Fator Ct	1,30	1,18	1,18	1,06	0,94	0,84	0,73	0,70
eta cor 2 (cgs)	2,69	2,59	2,53	2,42	2,32	2,24	2,14	2,05
inc (cgs)	0,30	0,33	0,33	0,25	0,43	0,39	0,39	0,37

Convergindo por fim na tabela abaixo onde foi feita uma média entre a viscosidade com a temperatura corrigida de ambos os alunos.

Tabela 16: Tabela referente à média dos valores da viscosidade entre os alunos 1 e 2 e sua incerteza.

	Grupo							
eta cor 2 (cgs)	2,65	2,58	2,52	2,43	2,33	2,23	2,14	2,04
inc (cgs)	0,31	0,31	0,30	0,27	0,38	0,36	0,38	0,39

Para exemplificar melhor **plotamos** o gráfico da tabela acima em função do raio do cilindro, **tirando a raiz do valor** da tabela 9, e construímos uma reta que representa a viscosidade média de todos os valores da tabela 16, esse valor foi obtido a partir da média ponderada dos dados, onde o peso de cada dado é igual ao inverso do quadrado da incerteza resultando no valor de 2,36 para mostrar que através das incertezas dos pontos, conseguimos ver que todos contêm o valor médio achado. O valor da incerteza dessa média ponderada foi calculada a partir do erro padrão $\left(\frac{\text{Desviopad}}{\sqrt{n}}\right)$ vezes o valor da média encontrado.

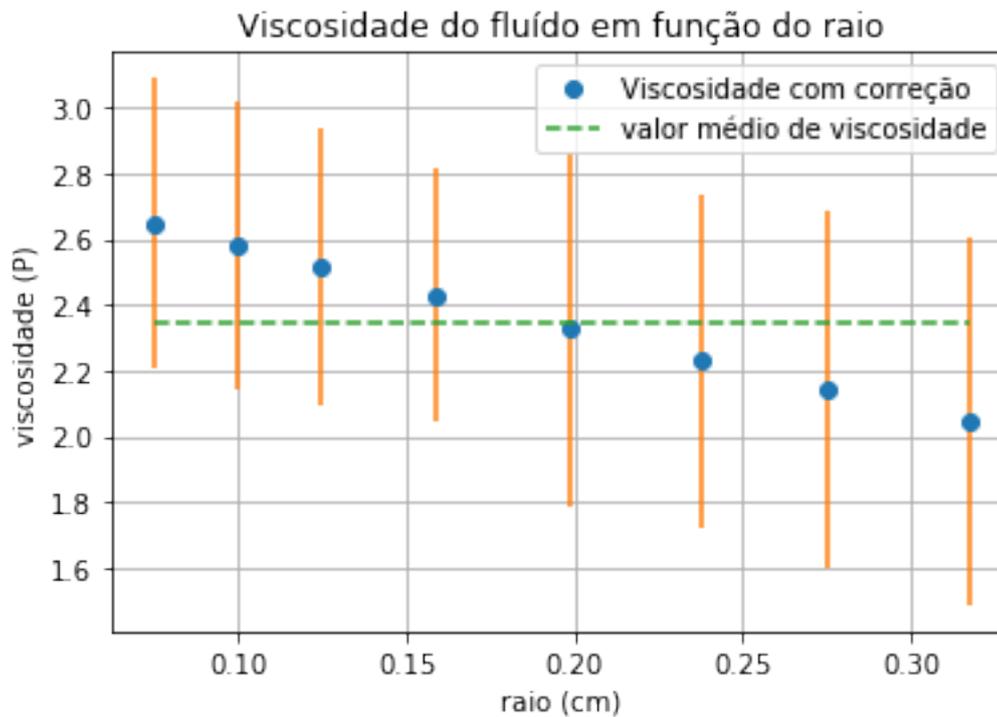


Figura 12: Gráfico da viscosidade em função do raio, comparando os pontos e as incertezas entre a viscosidade com correção e o valor médio da viscosidade.

Considerando então, tendo em vista que o valor médio calculado é contido por todos os pontos dentro das incertezas do gráfico, há um valor constante para a viscosidade, mostrando como a correção que efetuamos retirou qualquer dependência que o η possuía. E fazendo uma comparação usando o método do teste Z entre valor achamos que achamos de η pelo MMQ e o valor da viscosidade média obtido anteriormente achamos que $Z = 1,28$, logo esses valores são compatíveis entre 1 e 2σ de compatibilidade.

6 Discussão

Com os dados experimentais que dispomos, iremos começar discutindo se a escolha do início da contagem do tempo usando um certo espaçamento para esperar a esfera alcançar 99% da velocidade limite foi adequada. A partir do gráfico 11 podemos perceber que a relação entre a velocidade corrigida encontrada e o raio ao quadrado é proporcional, formando uma reta que possui como mais distante da reta o último ponto calculado, porém com sua incerteza ele possui um alcance que chega à reta, fazendo todos os pontos serem adequados ao MMQ realizado. O que nos mostra que contabilizamos corretamente a velocidade limite do corpo, assim podemos afirmar que as escolhas feitas foram adequadas.

Outro fato importante a se comentar séria sobre o nosso coeficiente linear ter resultado em um valor diferente de 0, o que contraria a fórmula teórica 19. Porém, isso deve ocorrer por causa do fato da contagem do tempo de queda do corpo ocorrer em um momento em que ele já

possuía uma certa velocidade, fazendo com que o coeficiente linear seja diferente de 0, já que esperamos ele alcançar a velocidade limite.

Agora, em questão do índice de viscosidade podemos afirmar que foi possível calcular um valor constante, e que quando comparado com o valor encontrado, a partir do coeficiente angular feito no MMQ, temos um valor para o teste z que acaba resultando em uma compatibilidade de 2σ entre ambos. Além de tudo, o valor constante para o η foi importante, pois ele nos mostrou que após a aplicação da correção em relação ao raio da esfera e do cilindro e normalizando a temperatura para 25°C , temos um valor independente de qualquer parâmetro no índice de viscosidade.

comparou com valor esperado?

Por fim, vendo todas as análises feitas em cima do índice de viscosidade e do comportamento da velocidade limite encontrada, foi possível verificar que a adequação da correção de Ladenburg foi suficiente neste experimento. Com ele corrigimos tanto a velocidade quanto o nosso η encontrado.

7 Conclusão

No presente trabalho verificamos que a utilização da correção de Ladenburg foi adequada para nossos dados, e assim conseguimos encontrar uma reta que descreve o comportamento da velocidade limite em função do raio ao quadrado da esfera e um valor para a viscosidade do fluido.

Sendo também relevante ressaltar que a temperatura altera a viscosidade do líquido, reforçando então a importância de se fazer uma correção para normalizar o experimento.

E a partir do coeficiente angular da reta conseguimos comparar o valor do η experimental medido a partir das velocidades limites das esferas obtidas em queda através de um recipiente preenchido com um fluido viscoso, com o valor encontrado com o coeficiente angular do gráfico dessas velocidades, o que deu um resultado compatível com um $z = 1,2$, isso nos mostra a eficácia desse experimento ser boa já que se mostrou compatível em 2σ . Portanto, conseguimos determinar que líquido usado teve um valor experimental para o índice de viscosidade de $2,3 \pm 0,3$ Poise.