

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

6,5



Experimento 6: Viscosidade

Kaue de Sotti Silva

Matheus Dante Gonçalves

São Paulo

2020

Resumo

índice

O experimento foi realizado com o objetivo de determinar a viscosidade de um fluido por meio da velocidade limite de esferas que estavam imersas no material. Para atingir este objetivo, por meio do arranjo experimental, medimos o tempo de queda de oito esferas de tamanho diferente imersas em um fluido que estava em um tubo de sessenta e cinco centímetros, com isto foi possível calcular a velocidade limite e junto com outros parâmetros obtidos, a viscosidade e o fator de correção, uma vez que existe a interferência da parede do tubo no movimento das esferas além de normalizar as viscosidades para a temperatura de 25°C. Com o fim do experimento, concluímos que apenas a correção da temperatura e da velocidade não são eficazes, sendo necessário uma terceira correção levando em consideração o movimento de rotação da esfera.

Considerações teóricas

introdução...

inclui considerações teóricas, justificativas e objetivo

Fluidos são substâncias que possuem como característica uma grande facilidade de se movimentar, de fluir. Os fluidos podem ser líquidos ou gases e devido a ligação de suas moléculas não serem muito rígidas por conta de seu estado, as substâncias sempre vão tomar a forma do recipiente que está inserido. Outra característica entre os fluidos é que uma vez em equilíbrio, não causam forças tangenciais ou de cisalhamento. Entre os líquidos e gases, temos algumas diferenças: líquidos são pouco compressíveis e geralmente podemos nos referir a eles como incompressíveis e possuem volume e superfície bem delimitados, ao contrário dos gases que são sempre compressíveis (a não ser que ocorra pouca variação de pressão) e não possui volume e superfície delimitados, uma vez que se expande até ocupar todo o recipiente.

Ao analisar um fluido em movimento, nos referimos a ele com termo de que está escoando. Uma vez que o movimento é estacionário e o fluido se desloca em um movimento de camada a velocidades pequenas, dizemos que ele possui escoamento laminar. Em casos que o fluido escoar em taxas altas ou quando um obstáculo dentro do fluido causa grandes variações na velocidade, o movimento fica caótico e chamamos de escoamento turbulento.

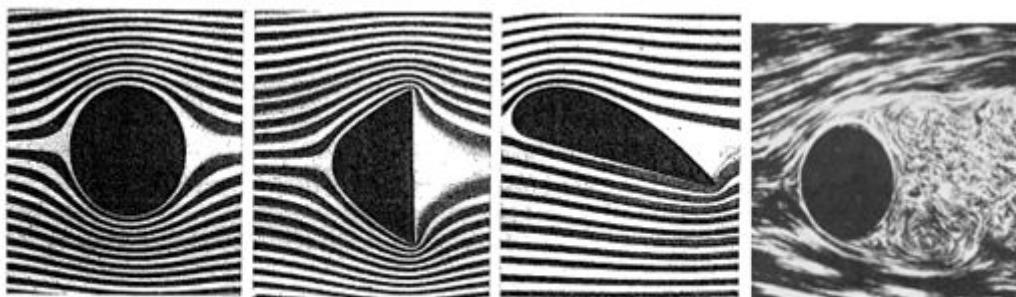


Figura 1: As três primeiras imagens são exemplos de escoamento laminar, enquanto que a última, de escoamento turbulento.

Podemos definir a viscosidade de um fluido, um dos principais objetivo de estudo do experimento, como a resistência ao movimento da substância que dificulta seu escoamento. É possível enriquecer a definição, complementando que a viscosidade é correspondente ao atrito interno de um fluido e que é dependente da temperatura de modo que para um líquido

diminui com o aumento da temperatura e para um gás, ocorre o processo contrário, ou seja, a viscosidade aumenta junto com a temperatura.

Ao analisar um corpo imerso a um fluido, sempre podemos associar a ele uma força chamada empuxo que existe devido a diferença de pressão entre as bases de um objeto por conta da profundidade e cuja direção é sempre para cima. A força de empuxo pode ser calculada como o produto da massa deslocada do fluido pela gravidade e a massa deslocada é dada por ρ fluido vezes o volume do corpo.

Utilizando a lei de Stokes, podemos descrever o movimento de uma esfera imersa em um meio fluido que possui escoamento laminar por meio de um diagrama de corpo livre. A força de atrito do fluido devido a viscosidade, pode ser escrita como:

$$\vec{F}_a = -6 \pi \eta r \vec{v} \quad (1)$$

Sendo, r o raio da esfera, η a viscosidade do fluido e \vec{v} a velocidade da esfera.

O diagrama de corpo livre fica:

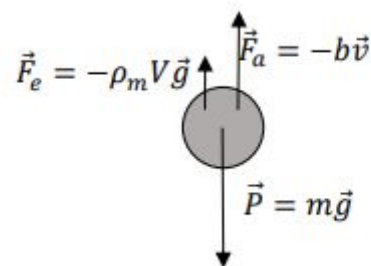


Figura 2: Diagrama de corpo livre de uma esfera de raio r , imersa em um fluido. O corpo possui uma massa m e volume V e está sobre o efeito de uma gravidade g . F_a é a força de atrito viscosa, sendo $b = 6\pi\eta r$; F_e a força de empuxo, sendo ρ_m a densidade do meio e P a força peso.

Usando o conceito de força resultante, podemos escrever a equação de movimento de uma esfera em queda em um meio viscoso, quando a força de atrito viscosa segue a lei de Stokes, com isso, temos:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - F_e - F_a = m^* g - bv \quad (2)$$

Sendo,

$$m^* = (\rho_c - \rho_m) V \quad (3)$$

Uma vez que podemos escrever a força peso em função da densidade e do volume do corpo e o empuxo é escrito em função do volume do corpo e a densidade do meio. Adotando que V é o volume do corpo, ρ_c é a densidade do corpo e ρ_m a densidade do meio. B é coeficiente de atrito viscoso, para maior detalhes, ver legenda da figura (2)

Usando a equação (2), podemos escrevê-la como a equação diferencial:

$$m \frac{dv}{dt} + bv = m^* g \quad (4)$$

A equação (4) é uma equação diferencial não homogênea a qual sua solução pode ser escrita como a solução da equação homogênea somada a resolução particular.

A resolução particular é dada por:

$$v(t) = v_{\infty} = \frac{m^*g}{b} \quad (5)$$

A solução da equação homogênea $mdv/dt + bv = 0$, é dada por:

$$v = v_0 e^{-\frac{bt}{m}} \quad (6)$$

Como a solução da equação (4) é a soma das equações (5) e (6), teremos que:

$$v = v_0 e^{-\frac{bt}{m}} + \frac{m^*g}{b} \quad (7)$$

Da condição inicial $v(0)=0$, temos:

$$v_0 = -\frac{m^*g}{b} \quad (8)$$

Substituindo (8) em (7), teremos:

$$v = \frac{m^*g}{b} (1 - e^{-\frac{bt}{m}}) \quad (9)$$

Considerando tempos muito longos, ou seja, $t \rightarrow \infty$, teremos a expressão final:

$$v_{\infty} = \frac{m^*g}{b} \quad (10)$$

Substituindo (3) em (10), sabendo que o volume de uma esfera é igual a $4\pi r^3/3$, que como descrito na legenda da figura (2), $b = 6\pi\eta r$ e isolando a viscosidade, teremos:

$$\eta = \frac{2}{9}(\rho_c - \rho_m) \frac{r^2 g}{v_{\infty}} \quad (11)$$

No entanto, na equação (1), é necessário fazer uma correção, uma vez que esta fórmula de força de atrito viscoso não leva em consideração a influência das paredes do recipiente no movimento. Com isso, temos que a força de atrito real é:

$$F_{a r} = (1 + C)F_a \quad (12)$$

Sendo C, o fator correção da equação e podemos escrevê-lo como:

$$C = \alpha \frac{r}{R} + (\alpha \frac{r}{R})^2 \quad (13)$$

Sendo r , o raio da esfera e R , o raio do recipiente cilíndrico. α é uma constante na qual existe diferença de valores encontradas nas literaturas, no entanto, consideramos $\alpha \approx 2,4$.

A velocidade limite da esfera é aquela que vai fazer com que a força de atrito seja igual a força peso menos a de empuxo. Uma vez que a força de atrito viscoso depende diretamente da velocidade (ver equação (1)), temos que a correção do atrito, está presente na equação da velocidade limite, com isto, chegamos a:

$$v_{limite} = \frac{v_{\infty}}{(1+C)} \quad (14)$$

Sendo v_{limite} a velocidade real da esfera dentro do tubo e v_{∞} , o parâmetro sem correção usados na equação (11).

A incerteza do fator correção depende da razão r/h e neste experimento para qualquer esfera, possui valor menor a 0,01, de modo que a sua incerteza pode ser desconsiderada uma vez que é muito menor do que as incertezas experimentais.

Uma vez corrigido a interferência do raio do cilindro, ainda existe a interferência da temperatura ambiente na viscosidade. Com isso, é necessário fazer mais uma correção no valor da viscosidade. O fator correção de temperatura C_t é dado por:

$$C_t = \frac{\eta(t_{ref})}{\eta(t_{medida})} \quad (15)$$

Sendo a temperatura de referência 25°C e a temperatura ambiente de cada aluno disponível na tabela (1). Por meio do gráfico a seguir é possível determinar a viscosidade para cada temperatura:

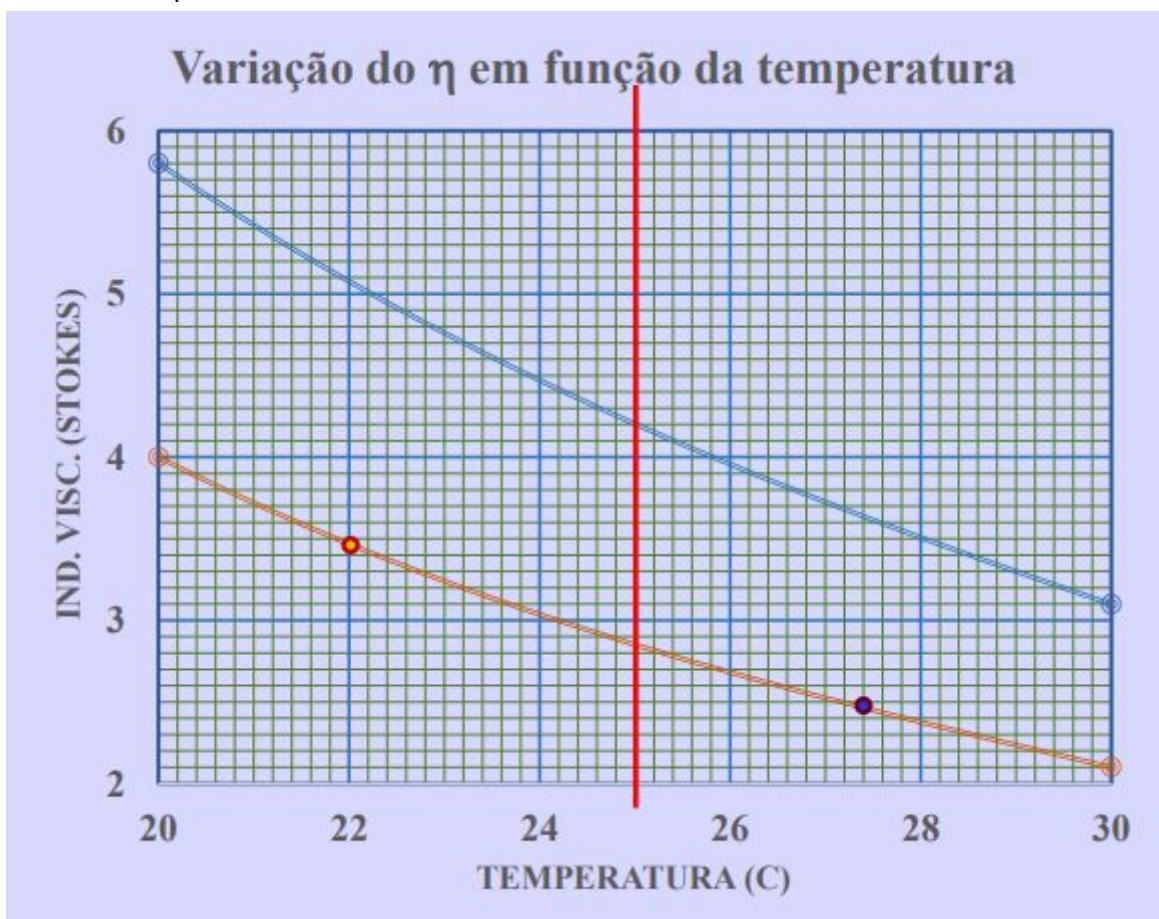


Gráfico 1: Viscosidade em função da temperatura.

Arranjo experimental

Devido a pandemia do Coronavírus e a impossibilidade da realização do experimento presencialmente, foi desenvolvido um site interativo, no qual possibilitou a realização do experimento por meios online.

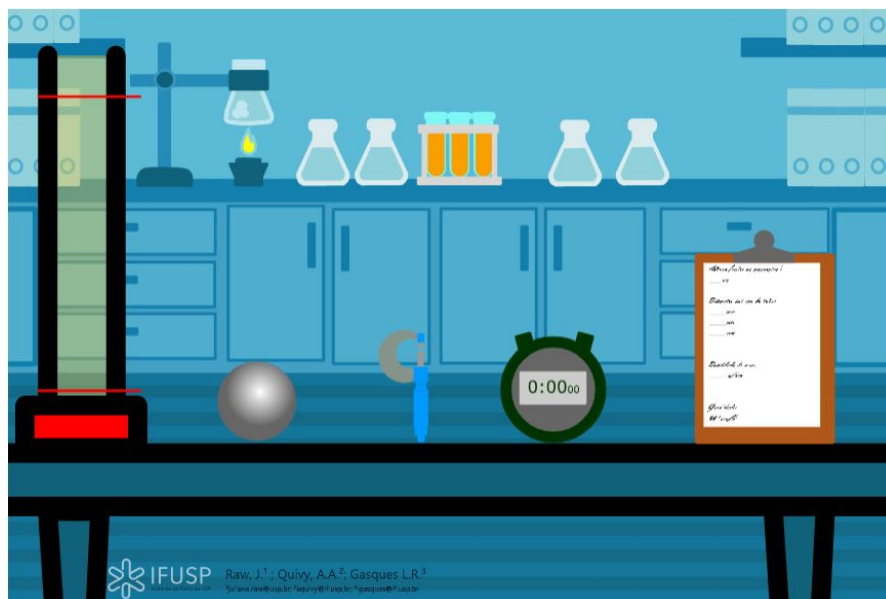


Figura 3: Interface do site interativo. No canto esquerdo é possível observar os dois marcadores usados para cronometrar o tempo de queda.

No site, temos dez conjuntos de dados, no qual, um único deles é usado por cada aluno para tirar a medida de acordo com o final de seu número USP. Em tese, cada aluno analisou um conjunto de dado diferente, de modo que cada grupo possui de dois a três grupos de dados.

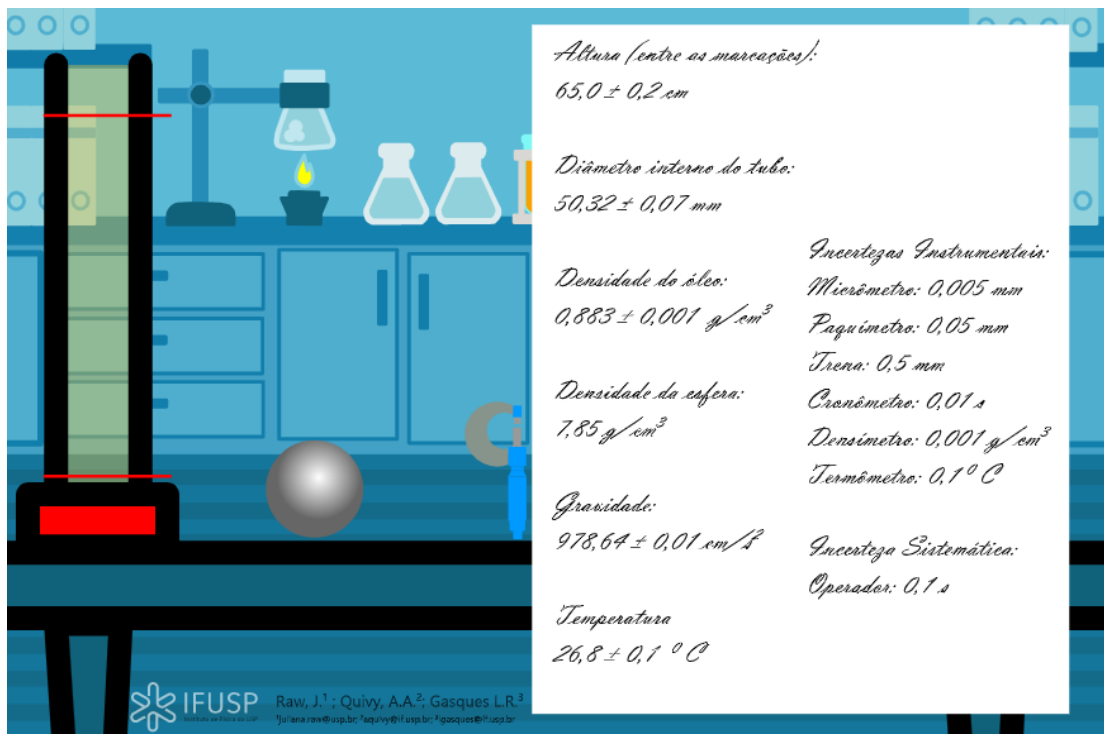


Figura 4: Interface do site com os parâmetros do sistema.

grupo

Cada conjunto de dados possui oito tipos de esfera e para cada esfera, 4 imagens diferentes. Com a ajuda de uma régua fixa na escala de milímetros, foi possível medir para cada esfera, quatro medidas de diâmetro, totalizando 32 medidas e com ajuda de um cronômetro de um aparelho celular medimos cinco vezes o tempo de queda de cada uma das oito esferas em um meio fluido de viscosidade η , com a assistência de dois marcadores.

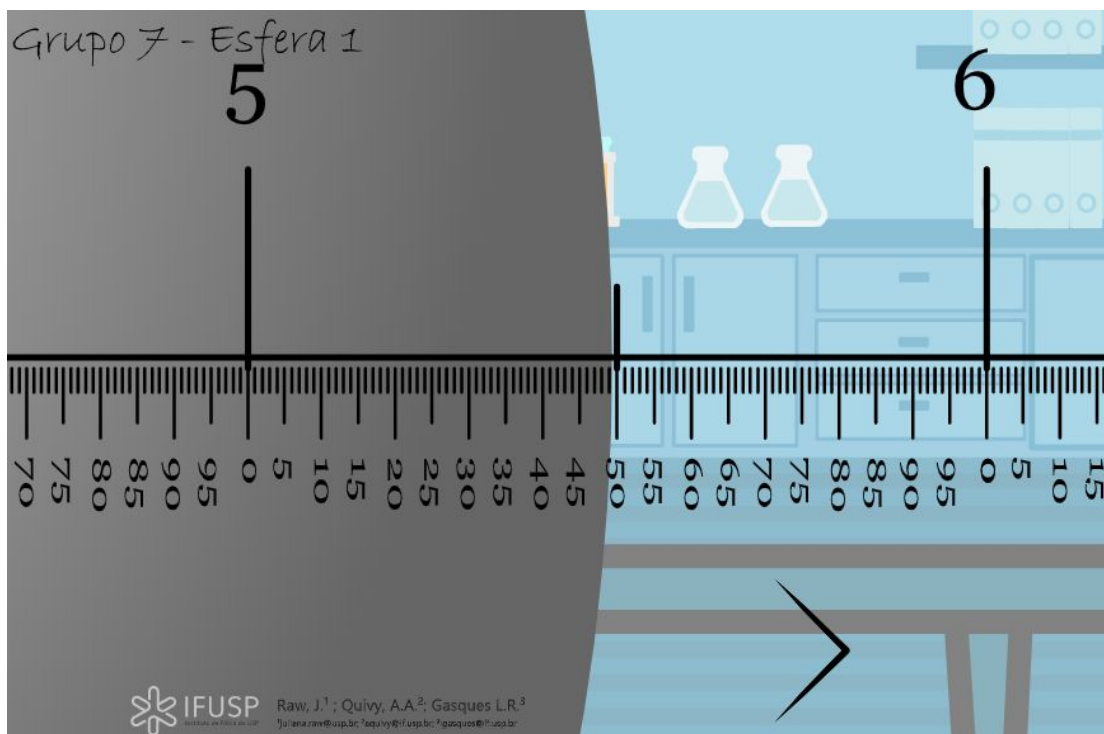


Figura 5: Régua na escala de milímetros utilizada na medição dos diâmetros das esferas.

quais hipóteses foram assumidas para os cuidados no experimento?

grupo

Tendo em mãos, o tempo de queda e o diâmetro de cada esfera, como também o comprimento do tubo no qual está o fluido, o diâmetro do mesmo, a temperatura ambiente, as densidades do fluido e da esfera e as incertezas de cada parâmetro, podemos calcular a viscosidade do fluido para cada esfera e corrigir alguns parâmetros que foram desprezados mas afetam a medida como o raio do tubo e a temperatura ambiente.

Procedimentos e dados obtidos

O primeiro passo para iniciar a análise do experimento foi anotar os parâmetros disponibilizados no site interativo, como mostra a figura (4). Os parâmetros anotados foram:

	Temp (°C)	inc (°C)
Aluno 1	26,8	0,1
Aluno 2	26,6	0,1

Tabela 1: Os valores de temperatura e incerteza de cada aluno, oferecidos pelo site.

Dens(g/cm ³)	inc (g/cm ³)	Inc Mic (cm)	Dist (cm)	inc (cm)	Inc cron (s)	Raio cil (cm)	inc	Gravidade (cm/s ²)	inc
0,883	0,001	0,0005	65	0,2	0,01	2,516	0,004	978,64	0,01

Tabela 2: Os parâmetros fixos e suas devidas incertezas.

densidade das esferas

Por meio da régua virtual, cada aluno obteve quatro medidas de diâmetro de cada uma das oito esferas, obtendo os resultados:

Aluno 1								
	esfera 1	esfera 2	esfera 3	esfera 4	esfera 5	esfera 6	esfera 7	esfera 8
diâmetro (cm)								
d1	0,1508	0,1982	0,2490	0,3179	0,3962	0,4758	0,5491	0,6349
d2	0,1501	0,1989	0,2378	0,3172	0,3959	0,4761	0,5509	0,6351
d3	0,1510	0,2007	0,2491	0,3159	0,3948	0,4773	0,5489	0,6349
d4	0,1516	0,2001	0,2501	0,3189	0,3954	0,4749	0,5500	0,6372
Diam médio	0,1509	0,1995	0,2465	0,3175	0,3956	0,4760	0,5497	0,6355
Desvio padrão	0,0006	0,0011	0,0058	0,0013	0,0006	0,0010	0,0009	0,0011
Incerteza final	0,0006	0,0008	0,0030	0,0008	0,0006	0,0007	0,0007	0,0008

Aluno 2								
	esfera 1	esfera 2	esfera 3	esfera 4	esfera 5	esfera 6	esfera 7	esfera 8
diâmetro (cm)								
d1	0,1499	0,1981	0,2481	0,3169	0,3965	0,4774	0,55	0,6329
d2	0,1509	0,1971	0,2489	0,3179	0,3959	0,4749	0,55	0,6339
d3	0,1495	0,1992	0,2492	0,3164	0,3945	0,4759	0,55	0,6351
d4	0,1515	0,1992	0,2501	0,3191	0,3969	0,4751	0,51	0,6335
Diam médio	0,1505	0,1984	0,2491	0,3176	0,3960	0,4758	0,54	0,6339
Desvio padrão	0,0009	0,0010	0,0008	0,0012	0,0011	0,0011	0,02	0,0009
Incerteza final	0,0007	0,0007	0,0006	0,0008	0,0007	0,0008	0,01	0,0007

Tabela 3: As quatro medidas de diâmetro de cada uma das oito esferas feito pelos alunos do grupo. O diâmetro médio de cada aluno para cada esfera é a média aritmética simples das quatro medidas. A incerteza estatística da medida é dado por $(\text{desv pad}/\text{raiz}(4))$, a incerteza do instrumento é a do micrômetro e a incerteza final é $\text{raiz}(\text{inc est}^2 + \text{inc inst}^2)$.

Após medir o diâmetro das esferas passamos a cronometrar o tempo de queda da esfera entre os dois marcadores, obtendo:

	Tempo de queda (s)							
t1	18,61	11,87	8,47	5,86	4,06	2,84	2,50	1,86
t2	19,47	11,27	8,06	5,85	4,17	3,10	2,28	1,97
t3	19,43	11,70	8,75	5,82	4,31	3,28	2,48	1,97
t4	20,24	11,64	9,06	5,35	4,20	3,10	2,27	1,86
t5	19,89	12,39	8,92	5,54	4,04	3,29	2,38	1,94
Tempo médio	19,5	11,8	8,7	5,7	4,2	3,1	2,4	1,9
Desvio padrão	0,6	0,4	0,4	0,2	0,1	0,2	0,1	0,1
Incerteza final	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

	Tempo de queda (s)							
t1	18,83	11,27	7,36	4,96	3,40	2,56	2,40	1,95
t2	18,70	11,36	7,61	5,03	3,36	2,66	2,20	1,76
t3	18,79	11,23	7,36	4,96	3,45	2,77	2,16	1,83
t4	18,87	11,30	7,40	4,88	3,50	2,48	2,30	1,88
t5	18,66	11,36	7,29	4,88	3,43	2,71	2,29	1,89
Tempo Médio	18,8	11,3	7,4	4,9	3,4	2,6	2,3	1,9
Desvio padrão	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Incerteza final	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Tabela 4: Tempo de queda para cada esfera em um meio fluido em um intervalo de 65 cm. O tempo médio é a média aritmética simples das cinco medidas experimentais de cada esfera. A incerteza estatística é dada por (desv pad/ raiz (5)); A incerteza instrumental é de 0,01 s e a incerteza associada ao operador (tempo de reação) é de 1 s. A incerteza final é a raiz da soma dos quadrados das três incertezas.

De modo a simplificar o cálculo da viscosidade e minimizar algum erro numérico, calculamos o raio² e uma vez com o tempo de queda, a velocidade da esfera, com isso podendo calcular a viscosidade do fluido cujos valores obtidos foram:

raio ² (cm)	0,00569	0,00995	0,0152	0,0252	0,0391	0,0566	0,0755	0,1010
inc (cm)	0,00004	0,00008	0,0004	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002
Veloc (cm/s)	3,33	5,52	7,5	11,4	15,6	20,8	27,3	34
inc (cm/s)	0,05	0,10	0,2	0,3	0,4	0,9	1,3	2
eta (cgs)	2,59	2,73	3,1	3,34	3,8	4,1	4,2	4,5
inc (cgs)	0,06	0,06	0,2	0,09	0,1	0,2	0,2	0,2



raio ² (cm)	0,00566	0,00984	0,01551	0,0252	0,0392	0,057	0,073	0,1004
inc (cm)	0,00005	0,00007	0,00008	0,0001	0,0001	0,0002	0,003	0,0002
Veloc (cm/s)	3,46	5,75	8,8	13,2	19,0	25	29	35
inc (cm/s)	0,02	0,06	0,1	0,3	0,6	1	1	2
eta (cgs)	2,48	2,59	2,68	2,90	3,1	3,5	3,9	4,4
inc (cgs)	0,05	0,04	0,05	0,07	0,1	0,2	0,3	0,2

Tabela 5: O raio ao quadrado e velocidade de cada esfera assim como a viscosidade do fluido. O raio ao quadrado é dado por $d^2/4$ e a incerteza é $(d \cdot \text{inc } d)/2$. Uma vez que a distância entre os dois marcadores são de 65 cm, a velocidade do fluido é dado por $65/\Delta t$ e sua incerteza é $v \cdot \text{raiz}((\sigma_x/x)^2 + (\sigma_t/t)^2)$. Por meio da equação (11) calculamos a viscosidade do fluido e sua incerteza é dada por: $\text{vis} \cdot \text{raiz}((\sigma_d \text{ óleos } \text{óleo})^2 + (\sigma_g/g)^2 + (2\sigma_v^2/v^2) + (\sigma/v)^2)$.

Visando diminuir a incerteza estatística podemos fazer a análise de dados de todos os integrantes juntos:

	Grupo							
diâmetro médio	0,1506	0,1989	0,248	0,3175	0,3958	0,4759	0,544	0,6346
Desvio padrão	0,0007	0,0011	0,004	0,0011	0,0008	0,0009	0,013	0,0013
Incerteza final	0,0006	0,0006	0,001	0,0006	0,0006	0,0006	0,005	0,0007
Tempo médio	19,1	11,5	8,0	5,3	3,8	2,9	2,3	1,9
Desvio padrão	0,6	0,4	0,7	0,4	0,4	0,3	0,1	0,1
Incerteza final	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1
raio ² (cm)	0,00567	0,00989	0,0154	0,0252	0,0392	0,0566	0,074	0,1007
inc (cm)	0,00004	0,00006	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,001	0,0002
Veloc (cm/s)	3,40	5,6	8,2	12,3	17,3	23	28	34
inc (cm/s)	0,04	0,1	0,3	0,4	0,8	1	1	2
eta (cgs)	2,53	2,7	2,9	3,1	3,4	3,8	4,0	4,4
inc (cgs)	0,05	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2

Tabela 6: O diâmetro médio de cada esfera é a média simples das oito medidas experimentais feita pelos alunos e sua incerteza foi calculada de maneira análoga a feita por cada aluno. O tempo médio de queda de cada esfera é a média simples das dez medidas experimentais dos alunos e a incerteza foi calculada de maneira análoga a feita por cada aluno. O raio² de cada esfera segue a equação $d^2/4$, sendo d o diâmetro médio do grupo e a incerteza é feita de maneira análoga a feita por cada aluno. A velocidade é calculada como $65/\Delta t$, sendo Δt a média do grupo e a incerteza é calculada da mesma maneira que foi calculado para cada aluno. A viscosidade foi calculada por meio da equação (11) usando a velocidade do grupo e a incerteza foi calculada da mesma forma da de cada aluno.

Uma vez que calculada a viscosidade do fluido para cada esfera, observamos que ela não é constante e foi necessário corrigir o resultado levando em consideração a parede do cilindro que estava o fluido por meio da equação (11), (13) e (14).

	Aluno 1							
Fator C	0,08	0,10	0,13	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39
Vel cor (cm/s)	3,59	6,1	8,5	13,4	19,1	27	36	47
inc (cm/s)	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5	1	2	3
eta cor (cgs)	2,23	2,24	2,4	2,4	2,5	2,5	2,4	2,3
inc (cgs)	0,05	0,05	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

conta errada.

	Aluno 2							
Fator C	0,08	0,10	0,13	0,17	0,22	0,28	0,32	0,39
Vel cor (cm/s)	3,73	6,35	9,9	15,4	23,2	32	38	49
inc (cm/s)	0,02	0,06	0,2	0,3	0,7	1	2	3
eta cor (cgs)	2,13	2,13	2,09	2,11	2,1	2,1	2,2	2,2
inc (cgs)	0,04	0,04	0,04	0,05	0,1	0,1	0,2	0,1

Tabela 7: O fator correção das paredes do tubo e as velocidades e viscosidades corrigidas. A velocidade corrigida foi calculada como $(1 + C) \cdot \text{velocidade}$ (ver tabela 4) e a incerteza é dada como $(1 + C) \cdot \sigma v$. A viscosidade é dada pela equação (11), sendo $v_{\infty} = (1 + C) \cdot v_{\text{corrigida}}$ e a incerteza é calculada de maneira análoga a calculada na tabela (4).

Visando diminuir a incerteza estatística, aplicando o mesmo processo dos dados de cada aluno, para os dados do grupo (unindo os dois alunos), temos:

temperaturas diferentes...

	Grupo							
Fator C	0,08	0,10	0,13	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39
Vel cor (cm/s)	3,66	6,23	9,2	14,5	21	29	37	48
inc (cm/s)	0,04	0,09	0,3	0,5	1	1	2	3
eta cor (cgs)	2,18	2,18	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3
inc (cgs)	0,04	0,04	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Tabela 8: O fator correção das paredes do tubo e as velocidades e viscosidades corrigidas. Todos os procedimentos realizados foram iguais a da tabela (6).

Uma vez corrigido a interferência das paredes do tubo no sistema, ainda é necessário a correção da interferência da temperatura na viscosidade por meio da equação (15), obtendo os dados:

que valores usou para o cálculo do fator de correção?

Aluno 1								
Fator correção	1,12	1,12	1,12	1,12	1,12	1,12	1,12	1,12
eta cor 2 (cgs)	2,50	2,50	2,7	2,71	2,83	2,8	2,6	2,6
inc (cgs)	0,05	0,06	0,1	0,07	0,08	0,1	0,1	0,1

Aluno 2								
Fator correção	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06
eta cor 2 (cgs)	2,27	2,26	2,22	2,24	2,22	2,3	2,3	2,4
inc (cgs)	0,04	0,04	0,04	0,05	0,07	0,1	0,2	0,1

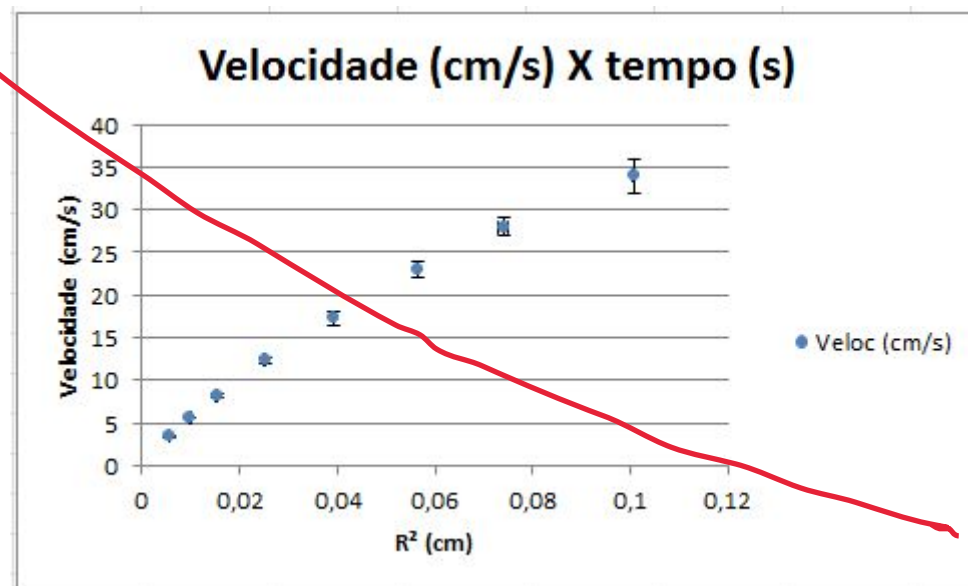
Tabela 9: O fator correção da temperatura e a viscosidade corrigida. Sendo o fator correção calculado por meio da equação (15). A viscosidade corrigida foi obtida por (viscosidade/ fator correção) e a incerteza é dada por (inc viscosidade/ fator correção).

gráficos deveriam vir na análise

coerente?

Discussão

Ao observar a tabela (5) e realizar o gráfico de velocidade por r^2 , era esperado que obtivesse uma reta, uma vez que ao fazer uma rápida observação na equação (11) e isolando a velocidade, imagina-se que se trata de grandezas diretamente proporcionais.



um aluno?e o outro?

Gráfico 2: Velocidade de cada esfera em um meio fluido em função do quadrado do raio.

No entanto, foi observado por meio do gráfico (2) que não se trata de uma reta e portanto não são grandezas diretamente proporcionais. Isto acontece uma vez que a velocidade calculada é para casos em que o raio do tubo é infinito, ou seja, o raio do tubo

que a esfera está inserida é muito maior do que o raio da esfera, o que não acontece e faz com que exista a interferência das paredes do tubo no movimento. Uma vez corrigida a velocidade (ver tabela (7)) por meio do fator correção, é possível observar que a velocidade passa a ser diretamente proporcional.

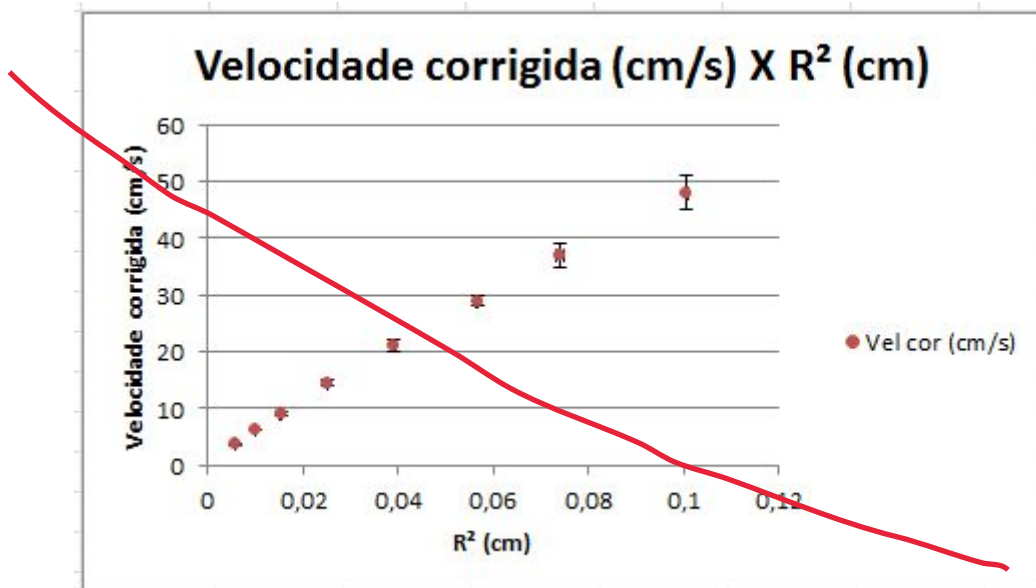
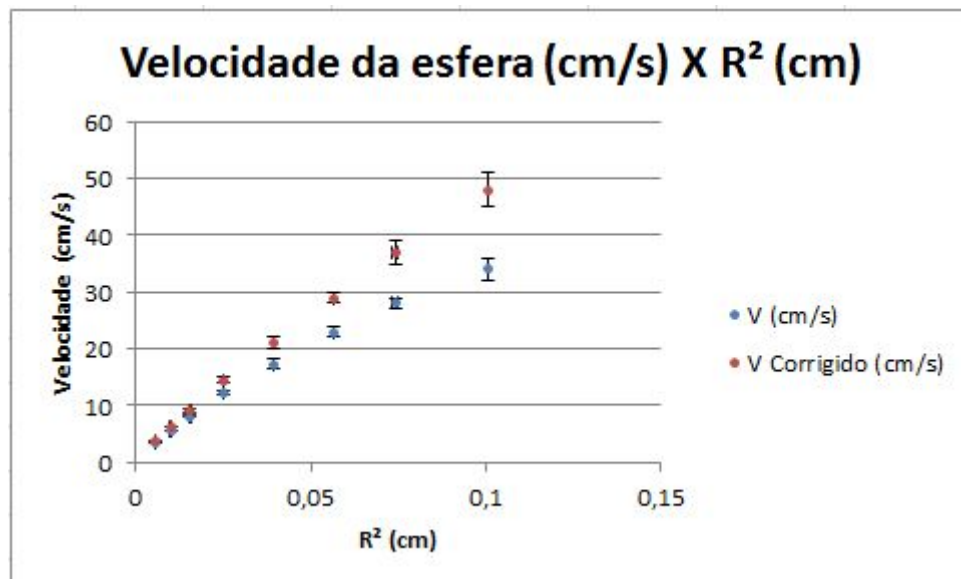


Gráfico 3: A velocidade corrigida em função do quadrado do raio..

De modo a facilitar a observação da diferença entre as duas velocidades, segue abaixo um gráfico com as duas velocidades. Note a diferença entre as duas velocidades e a linearidade da velocidade corrigida e a não linearidade da velocidade inicialmente calculada. Com isto, observamos o esperado, ou seja, a velocidade uma vez corrigida é diretamente proporcional ao quadrado do raio.



bastava esse gráfico.
Um só...

Gráfico 4: Em azul, trata-se da velocidade de cada esfera dentro do tubo sem a correção do efeito das paredes do tubo. Em vermelho, trata-se da velocidade corrigida em cada esfera.

De modo a comprovar a linearidade da velocidade corrigida, realizamos o método de mínimo quadrados visando observar uma compatibilidade entre os pontos experimentais e a reta adaptada.

X	σ_x	Y	σ_y	$XY/(\sigma_y)^2$	$(X/\sigma_y)^2$	$X/(\sigma_y)^2$	$Y/(\sigma_y)^2$	$1/(\sigma_y)^2$	a	b
0,006		3,66	0,05	10,15	0,02	2,77	1790,00	489,07	527	0,74
0,01		6,2	0,1	6,77	0,01	1,09	684,57	109,88	σ_a	σ_b
0,02		9,2	0,3	1,40	0,00	0,15	90,98	9,89	10	0,08
0,03		14,5	0,5	1,45	0,00	0,10	57,36	3,96		
0,04		21	1	0,82	0,00	0,04	20,94	1,00		
0,06		29	1	1,64	0,00	0,06	28,92	1,00		
0,07		37	2	0,64	0,00	0,02	8,65	0,23		
0,1		48	3	0,54	0,00	0,01	5,33	0,11		
				S_{xy}	S_x^2	S_x	S_y	S_1		
				23,40	0,04	4,24	2686,76	615,14		

Tabela 10: MMQ da velocidade corrigida em função do quadrado do raio.

Assim que obtido a equação de reta, foi feito um gráfico visando conferir a linearidade da função.

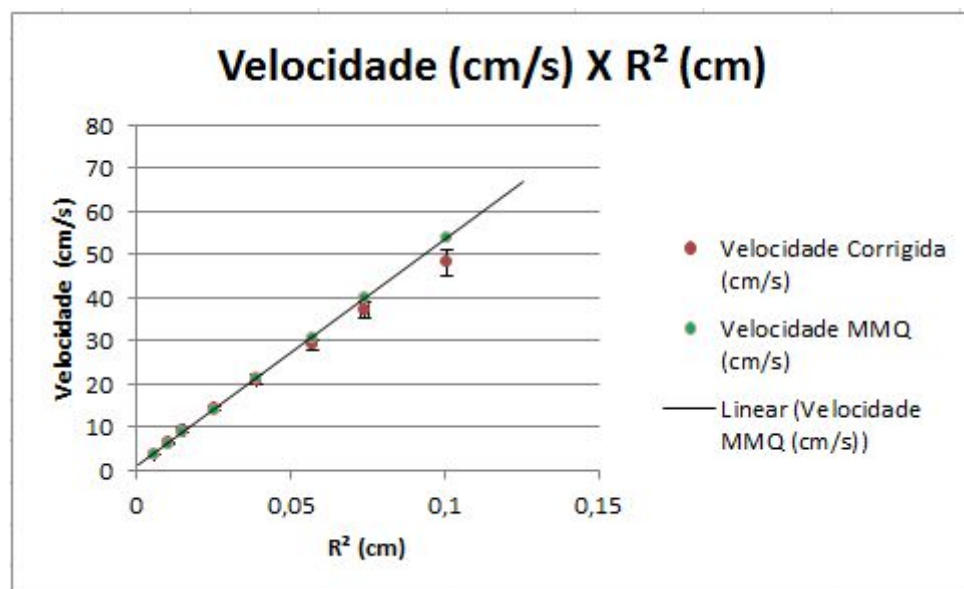


Gráfico 5: Velocidades corrigidas em vermelho e os pontos ajustados por MMQ em verde.

Observe que os pontos são compatíveis por toda reta, confirmando a tese que a velocidade e o raio ao quadrado da esfera são diretamente proporcionais. Uma vez que comprovado a linearidade da velocidade em função do raio² e isolando a velocidade na equação (11), é possível calcular a viscosidade do fluido por meio do coeficiente angular.

Abaixo está o cálculo da viscosidade obtido por meio do coeficiente angular:

gráfico de resíduos...

Por meio da equação (11), temos:

$$\tau = \frac{2}{9} \cdot (\rho_c - \rho_m) \cdot \frac{g}{\eta} \cdot r^2$$

E pelo método de MQM, temos que:

$$\tau = a \cdot r^2 + b$$

sendo $a \gg b$, consideramos que $b \approx 0$

∴ concluímos que:

$$a = \frac{2}{9} \cdot (\rho_c - \rho_m) \cdot \frac{g}{\eta} \quad \text{Uma vez que todos esses parâmetros são constantes}$$

Isolando a viscosidade, chegamos a:

$$\eta = \frac{2}{9} \cdot (\rho_c - \rho_m) \cdot \frac{g}{a} \quad (16)$$

sendo $\rho_c = 7,85 \text{ g/cm}^3$; $\rho_m = 0,883 \text{ g/cm}^3$; $g = 978,64 \text{ cm/s}^2$ e $a = 527$

Substituindo os valores em (16), temos que $\eta = 2,87 \text{ P}$

E sua incerteza é:

$$\sigma_\eta = \eta \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\rho_m}}{\rho_m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2} \quad (17)$$

sendo $\sigma_{\rho_m} = 0,001 \text{ g/cm}^3$; $\sigma_g = 0,01 \text{ g/s}^2$ e $\sigma_a = 10$

Substituindo os dados em (17), temos que $\sigma_\eta = \pm 0,07 \text{ P}$

∴ A viscosidade do fluido é $2,87 \pm 0,07 \text{ P}$

Figura 6: Cálculo da viscosidade do fluido por meio do coeficiente angular.

mistura de dados com temperaturas diferentes...

Uma vez obtido o valor nominal da viscosidade, podemos calcular a média das viscosidades experimentais obtidas na tabela (8), para que seja possível comparar a viscosidade para cada uma das oito esferas com base na viscosidade descoberta na figura (6) por meio do teste de compatibilidade Z, que é dado por:

$$Z = \frac{|x-y|}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}} \quad (18)$$

Para calcular a viscosidade média experimental de cada esfera, foi feito a média ponderada entre o resultado obtido dos dois alunos, sendo o peso de cada medida, o inverso do quadrado da incerteza. Com isto, os valores obtidos foram:

	Esfera 1	Esfera 2	Esfera 3	Esfera 4	Esfera 5	Esfera 6	Esfera 7	Esfera 8
Viscosidade experimental (P)	2,36	2,34	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,5
Incerteza final	0,07	0,07	0,1	0,09	0,1	0,2	0,2	0,2

Tabela 11: A viscosidade experimental média de cada esfera. A incerteza da viscosidade média foi calculada como a raiz($incal^2 + incal^2$).

média ponderada com cada aluno...

Realizando o teste Z, por meio da equação (18) entre os valores da tabela (10) e a viscosidade obtida na figura (6), temos:

	Esfera 1	Esfera 2	Esfera 3	Esfera 4	Esfera 5	Esfera 6	Esfera 7	Esfera 8
Teste Z	6,0	6,1	3,9	4,6	3,3	2,3	1,2	1,9

Tabela 12: Teste Z entre as medidas experimentais e o valor obtido por meio do coeficiente angular. Duas medida com valor de teste Z entre 0 e 1 é dita como muito compatível; entre 1 e 2 compatível; entre 2 e 3 pouco compatível e acima de três não são compatíveis.

Analisando a tabela (11) é possível observar que as medidas passam a ser mais compatíveis com o aumento do raio da esfera, entretanto cinco das oito medidas não são compatíveis (ver gráfico 6), evidenciando que apenas a correção do efeito das paredes do cilindro e da temperatura não são suficientes.

incertezas maiores....

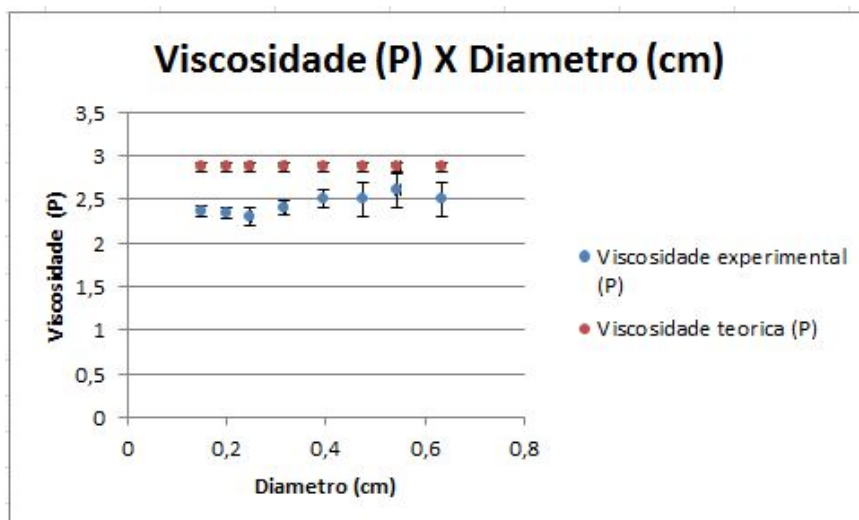


Gráfico 6: Viscosidade experimental e teórica em função do Diâmetro.

Conclusão

Ao observar os gráficos (4) e (5) e comparar o resultado das tabelas (5) e (7), podemos concluir que apenas a correção do efeito da parede do tubo no movimento é o suficiente para corrigir a velocidade, fazendo com que seja linear e diretamente proporcional ao quadrado do raio.

Uma vez corrigida a velocidade da esfera e recalculado a viscosidade do fluido para cada esfera, ainda era necessário realizar a correção da temperatura, uma vez que cada aluno obteve as medidas em temperaturas ambientes diferentes (ver tabela (1)), para facilitar a discussão, os dois conjuntos de dados foram normalizados para 25° C. Feita a correção da temperatura (ver tabela 8) e calculada a média ponderada das medidas de cada esfera, como dito anteriormente, foi constatado que as viscosidades para cada esfera divergiram um pouco.

Ao calcular a viscosidade do fluido por meio do coeficiente angular do gráfico (5) (ver figura (6)) e comparar com a viscosidade experimental final por meio de um teste Z (ver tabela (11)), concluímos que apenas a correção da velocidade e da temperatura não são suficientes para calcular a viscosidade do fluido, uma vez que tinha que ser o mesmo valor para os oito tipos de esfera e constatamos que apenas três das oito medidas são compatíveis com a viscosidade teórica.

Acreditamos que seria necessário fazer uma terceira correção no resultado, levando em consideração o movimento de rotação da esfera em torno do próprio eixo, fazendo com que perca velocidade e por consequência, a viscosidade obtida ser menor.

referências?