

Gabriel Barbosa Candido

Gustavo Silva V Aguiar

Turma 1 - Grupo 2

1. RESUMO

O objetivo do experimento era averiguar a validade das leis físicas relacionadas à mecânica dos fluidos, tal qual a correção de Ladenburg e a Lei de Stokes. Para tanto, foi apresentado um experimento completo, baseado no lançamento de corpos em um meio fluido, a fim de verificar suas velocidades e a viscosidade do líquido. Ao fim do experimento pode-se concluir a validade ou não das leis e aproximações.

o que concluiu?

2. INTRODUÇÃO

Os estados da matéria, no mundo macroscópico, podem ser divididos em 2: os sólidos e os fluidos. Os fluidos incluem os gases e os líquidos, estes fluem até as regiões mais baixas possíveis nos recipientes enquanto aqueles se expandem até ocupar todo o recipiente, ambos independentemente das respectivas formas.

Neste experimento nos voltaremos ao estudo dos líquidos, mais especificamente, da viscosidade relativa a eles. Em mecânica, vimos que, de acordo com a equação de Bernoulli, se um fluido escoar em regime permanente através de um tubo horizontal, longo e estreito, com a seção reta constante, a pressão será constante ao longo do tubo. Isto é:

$$P + \rho gy + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante} \quad (1.1)$$

Na prática, porém, observa-se que há uma queda de pressão quando nos movemos ao longo do tubo, na direção do escoamento. Esta queda de pressão se deve à viscosidade do fluido. O tubo exerce uma resistência de arraste sobre o fluido que lhe está nas vizinhanças, e as camadas de fluido exercem uma força de arraste viscoso sobre as camadas adjacentes. A viscosidade, portanto, pode ser entendida como a resistência ao movimento de um fluido, que dificulta o seu escoamento.

índice de

Assim, o objetivo do experimento consiste em determinar a viscosidade de uma substância partindo de medidas das velocidades limites

de esferas em queda através de um recipiente preenchido por esta substância.

Para tanto, através da Lei de Stokes, que descreve o movimento de uma esfera de raio r em um volume infinito de fluido, cuja viscosidade é η , temos o seguinte diagrama de corpo livre:

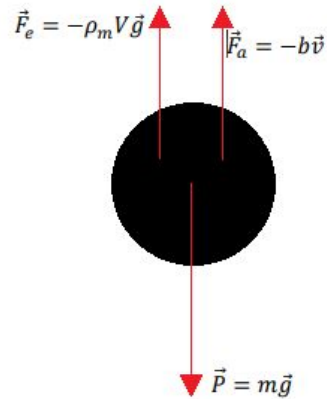


Figura 1

O sinal negativo, assim como toda força de atrito, significa a resistência à tendência do movimento. Onde F_e , F_a e P são, respectivamente, a força de empuxo, força de atrito e o peso. Observe, ainda, que a fórmula de Stokes diz que:

$$\vec{F}_{a,\infty} = -6\pi \eta r \vec{v} \quad (1.2)$$

Portanto, o coeficiente b , na figura 1, é:

$$b = -6\pi\eta r \quad (1.3)$$

Podemos escrever a equação de movimento de um corpo em queda num meio viscoso, através da Lei de Stokes, da seguinte forma:

$$F_r = mg - F_e - F_a = m^*g - bv \quad (1.4)$$

onde m^* é a massa aparente do corpo com o volume V e densidade ρ_c em um meio de densidade ρ_m , isto é:

$$m^* = (\rho_c - \rho_m)V \quad (1.5),$$

com $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ uma vez que trata-se de uma esfera .

A solução geral da equação (1.4) é a soma da solução da equação homogênea com a solução particular, isto é:

$$v(t) = \text{constante} = v_{\infty} = \frac{m^*g}{b} \quad (1.6) \text{ e } v = v_0 \exp\left(-\frac{b}{m}t\right) \quad (1.7)$$

A soma é, portanto:

$$v = v_0 \exp\left(-\frac{b}{m}t\right) + \frac{m^*g}{b} \quad (1.8)$$

Se $v(t=0) = 0$, então

$$v_0 = -\frac{m^*g}{b} \Rightarrow v = \frac{m^*g}{b} (1 - e^{-\frac{b}{m}t}) \quad (1.9)$$

Para tempos longos, isto é, no limite $t \rightarrow \infty$, essa expressão fica:

$$v_{\infty} = \frac{m^*g}{b} \quad (1.10)$$

Substituindo (1.3) e (1.5) na equação (1.10), temos:

$$v_{\infty} = \frac{(\rho_c - \rho_m)Vg}{6\pi\eta r} \Rightarrow v_{\infty} = \frac{(\rho_c - \rho_m)\frac{4}{3}\pi r^3 g}{6\pi\eta r} \quad (1.11)$$

Por fim, arrumando a equação e isolando η , obtemos:

$$\eta = \frac{2}{9}(\rho_c - \rho_m)\frac{r^2 g}{v_{\infty}} \quad (1.12)$$

Finalmente, a partir desta expressão procuramos atingir o nosso objetivo.

3. DESCRIÇÃO EXPERIMENTAL

Devido às limitações impostas pelo Covid-19 o experimento de viscosidade foi realizado de forma virtual, isto é, as medidas não foram tomadas pelos estudantes. A maior parte dos dados **fora** cedida.

Porém, o experimento virtual manteve as bases teóricas já descritas e as realizou através de uma simulação. Entre os dados cedidos estavam as

propriedades físicas do fluido (temperatura e densidade), as medidas de diâmetro para cada grupo de esferas, também sua densidade, e as medidas do tubo que abrigava o fluido (comprimento e diâmetro).

I - Tabela de valores e incertezas usadas para a tomada de medidas no experimento:

| | Temp (C) | inc (C) | Dens.Oleo(g/cm ³) | inc (g/cm ³) | Dist (cm) | inc (cm) | Raio cil (cm) | inc |
|---------|----------|---------|--------------------------------|--------------------------|--------------|----------|---------------|-------|
| Aluno 1 | 22,8 | 0,1 | 0,883 | 0,001 | 65 | 0,2 | 2,516 | 0,007 |
| Aluno 2 | 26,8 | 0,1 | Dens.Corpo(g/cm ³) | inc (g/cm ³) | | | | |
| | | | 7,85 | 0,01 | | | | |
| | | | Inc Mic (cm) | 0,0005 | Inc cron (s) | 0,01 | | |

O intuito do experimento seria cronometrar o tempo, em segundos, que a bolinha demora para percorrer, assim descobrindo a velocidade limite do corpo dentro do fluido. Para isso, foi considerada uma distância de 65 cm, depois dos primeiros 10 cm para que, justamente, o corpo atingisse a velocidade limite. Enfim, o corpo manteria uma velocidade constante enquanto percorria a distância delimitada e com a medida do tempo poderia-se inferir tal velocidade.

como era o arranjo? Agora, conhecendo a velocidade e todas as grandezas necessárias, pode-se calcular o valor de η , através da fórmula (1.12).

correções?

4. DADOS

Levando em conta o procedimento realizado e as incertezas das medidas tem-se:

II - Tabela com os valores medidos por cada aluno e suas incertezas (sem as correções dos fatores C e Ct):

| | Aluno 1 | | | | | | | | Aluno 2 | | | | | | | |
|------------------------|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | esfera 1 | esfera 2 | esfera 3 | esfera 4 | esfera 5 | esfera 6 | esfera 7 | esfera 8 | esfera 1 | esfera 2 | esfera 3 | esfera 4 | esfera 5 | esfera 6 | esfera 7 | esfera 8 |
| | diâmetro (cm) | | | | | | | | diâmetro (cm) | | | | | | | |
| d1 | 0,153 | 0,1981 | 0,2492 | 0,318 | 0,3975 | 0,4756 | 0,5495 | 0,6348 | 0,15 | 0,198 | 0,2489 | 0,3179 | 0,396 | 0,4758 | 0,549 | 0,6346 |
| d2 | 0,15 | 0,1977 | 0,2501 | 0,3172 | 0,3959 | 0,476 | 0,5509 | 0,634 | 0,15 | 0,1989 | 0,2378 | 0,317 | 0,3959 | 0,476 | 0,5506 | 0,636 |
| d3 | 0,149 | 0,1991 | 0,2485 | 0,316 | 0,395 | 0,4771 | 0,549 | 0,6355 | 0,151 | 0,2005 | 0,2491 | 0,3159 | 0,3947 | 0,4771 | 0,5489 | 0,635 |
| d4 | 0,149 | 0,2 | 0,251 | 0,3168 | 0,3961 | 0,476 | 0,55 | 0,6375 | 0,1515 | 0,2 | 0,25 | 0,3189 | 0,3951 | 0,4748 | 0,55 | 0,6371 |
| Diam médio | 0,15 | 0,198725 | 0,2497 | 0,317 | 0,396125 | 0,476175 | 0,54985 | 0,63545 | 0,1506 | 0,1994 | 0,246 | 0,3174 | 0,3954 | 0,4759 | 0,5496 | 0,6357 |
| Desvio padrão | 0,001652 | 0,001034 | 0,001086 | 0,000833 | 0,001034 | 0,000645 | 0,00081 | 0,001498 | 0,00075 | 0,001121 | 0,005786 | 0,001279 | 0,000629 | 0,000943 | 0,000818 | 0,001118 |
| Incerteza final | 0,0008 | 0,0005 | 0,0005 | 0,0004 | 0,0005 | 0,0003 | 0,0004 | 0,0007 | 0,0006 | 0,0008 | 0,003 | 0,0008 | 0,0006 | 0,0007 | 0,0006 | 0,0007 |
| | Tempo de queda (s) | | | | | | | | Tempo de queda (s) | | | | | | | |
| t1 | 22,1 | 12,7 | 8,6 | 5,3 | 3,87 | 2,94 | 2,1 | 1,551 | 30,33 | 18,49 | 11,92 | 7,82 | 5,14 | 2,88 | 2,67 | 2,07 |
| t2 | 22,8 | 13,4 | 8,65 | 5,26 | 3,97 | 2,91 | 2,12 | 1,552 | 26,7 | 18,13 | 11,9 | 7,25 | 5,58 | 3,29 | 2,68 | 1,94 |
| t3 | 22,4 | 12,7 | 8,57 | 5,24 | 3,82 | 2,9 | 2,19 | 1,575 | 25,87 | 17,79 | 11,59 | 7,42 | 5,62 | 3,07 | 3,11 | 2,07 |
| t4 | 22,3 | 12,8 | 8,66 | 5,66 | 3,99 | 2,97 | 2,14 | 1,564 | 26,21 | 17,6 | 12,82 | 7,57 | 5,96 | 2,91 | 2,63 | 2 |
| t5 | 22,1 | 12,8 | 8,6 | 5,35 | 3,87 | 2,97 | 2,2 | 1,583 | 29,33 | 17,55 | 13,19 | 8,46 | 5,61 | 3,51 | 2,93 | 1,95 |
| Tempo médio | 22,3 | 12,9 | 8,62 | 5,36 | 3,9 | 2,94 | 2,15 | 1,565 | 27,7 | 17,9 | 12,3 | 7,7 | 5,6 | 3,1 | 2,8 | 2,01 |
| Desvio padrão | 0,307752 | 0,315547 | 0,038601 | 0,171321 | 0,073132 | 0,033786 | 0,043781 | 0,014053 | 2,00886 | 0,395247 | 0,683689 | 0,471625 | 0,291753 | 0,266683 | 0,208038 | 0,06269 |
| Incerteza final | 0,1 | 0,1 | 0,02 | 0,08 | 0,03 | 0,02 | 0,02 | 0,006 | 0,9 | 0,2 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,03 |
| | Sem correção | | | | | | | | | | | | | | | |
| raio ² (cm) | 0,0056 | 0,00987 | 0,01559 | 0,02512 | 0,0392 | 0,05669 | 0,0756 | 0,1009 | 0,00567 | 0,00994 | 0,0152 | 0,0252 | 0,0391 | 0,0566 | 0,0755 | 0,1010 |
| inc (cm) | 0,0001 | 0,00005 | 0,00007 | 0,00007 | 0,0001 | 0,00008 | 0,0001 | 0,0002 | 0,00005 | 0,00007 | 0,0004 | 0,0001 | 0,0001 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0002 |
| Veloc (cm/s) | 2,91 | 5,04 | 7,54 | 12,1 | 16,6 | 22,1 | 30,2 | 41,5 | 2,35 | 3,63 | 5,3 | 8,4 | 11,6 | 20,8 | 23,2 | 32,4 |
| inc (cm/s) | 0,02 | 0,06 | 0,03 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,08 | 0,04 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,8 | 0,8 | 0,5 |
| eta (cgs) | 2,94 | 2,97 | 3,13 | 3,14 | 3,57 | 3,88 | 3,79 | 3,68 | 3,7 | 4,15 | 4,3 | 4,5 | 5,1 | 4,1 | 4,9 | 4,72 |
| inc (cgs) | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,05 | 0,03 | 0,02 | 0,04 | 0,02 | 0,1 | 0,04 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,2 | 0,2 | 0,07 |

As incertezas do diâmetro da esfera e do tempo de queda foram calculadas da seguinte forma:

$$\sigma_d = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2 + (\sigma_{inst.})^2} \quad \text{e} \quad \sigma_t = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2 + (\sigma_{inst.})^2} \quad (3.1)$$

sendo σ o desvio padrão das medidas e, portanto, os primeiros termos a incerteza estatística.

A incerteza da velocidade, no que lhe diz respeito, foi calculada a partir da seguinte equação:

$$\sigma_v = v \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2} \quad (3.2)$$

sendo x a distância e σ_x a incerteza desta.

Por fim, a incerteza de η levou mais trabalho para ser calculada. Tendo como ponto de partida a equação

$$\sigma_{\eta} = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho_c}\right)^2 \sigma_{\rho_c}^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \rho_m}\right)^2 \sigma_{\rho_m}^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial r}\right)^2 \sigma_r^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial g}\right)^2 \sigma_g^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial v}\right)^2 \sigma_v^2} \quad (3.3)$$

calculamos as derivadas parciais de todos os parâmetros e obtivemos os seguintes resultados:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \rho_c} = \frac{2 r^2 g}{9 v} \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \rho_m} = -\frac{2 r^2 g}{9 v} \quad (3.5)$$

poderia ter facilitado se definisse (ρ_c - rho liq) = uma variável...

$$\frac{\partial \eta}{\partial r} = \frac{2}{9} (\rho_c - \rho_m) \frac{2 r g}{v} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial g} = \frac{2}{9} (\rho_c - \rho_m) \frac{r^2}{v} \quad (3.7)$$

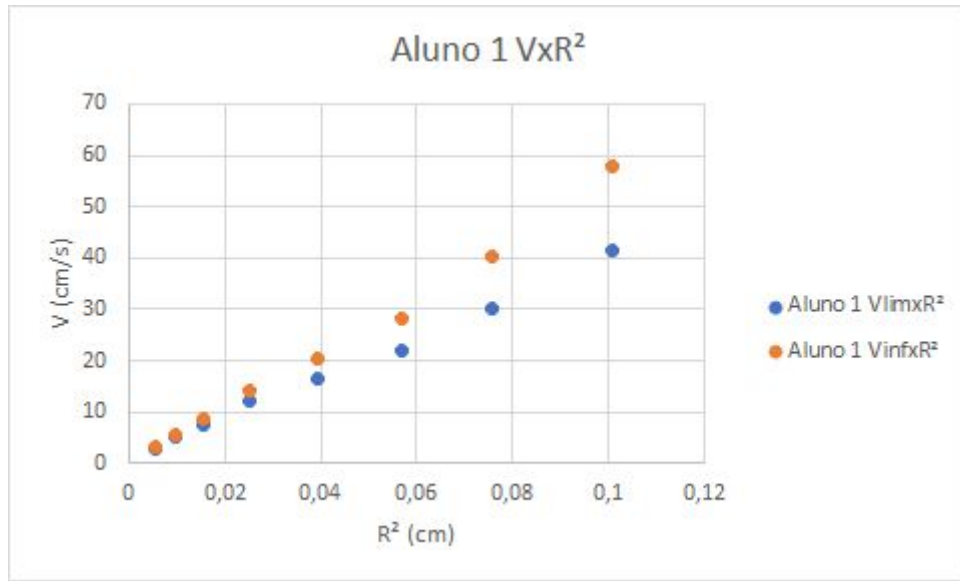
$$\frac{\partial \eta}{\partial v} = \frac{2}{9} (\rho_c - \rho_m) (-1) \frac{r^2 g}{v} = -\frac{2}{9} (\rho_c - \rho_m) \frac{r^2 g}{v} \quad (3.8)$$

A partir daí, e tendo todos os resultados necessários, a incerteza de η foi calculada de acordo com a equação (3.3).

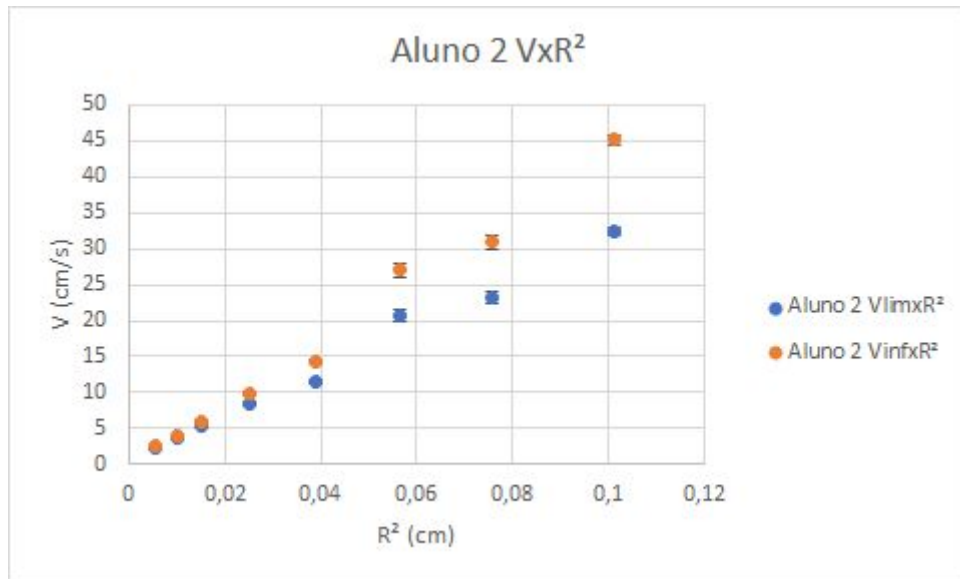
o fator de normalização era um por aluno.... Dependia só da temperatura

VI - Tabela com os valores de η e sua incerteza, após normalizar o valor para 25°C:

| | | Normalizado para 25°C | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|--|-----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|------------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| | | Aluno 1 | | | | | | | Aluno 2 | | | | | | | | |
| Fator correção | | 1,045229 | 1,060855 | 1,031704 | 1,065703 | 0,977567 | 0,938414 | 1,001711 | 1,079538 | 0,838479 | 0,75858021 | 0,741593 | 0,7398577 | 0,685937 | 0,881393 | 0,768393 | 0,841719 |
| eta cor 2 (cgs) | | 2,61 | 2,53 | 2,68 | 2,51 | 2,98 | 3,24 | 2,84 | 2,45 | 4,05 | 4,95 | 5,18 | 5,21 | 6,06 | 3,67 | 4,83 | 4,02 |
| inc (cgs) | | 0,02 | 0,03 | 0,01 | 0,04 | 0,03 | 0,02 | 0,03 | 0,02 | 0,09 | 0,03 | 0,07 | 0,08 | 0,07 | 0,11 | 0,1 | 0,04 |

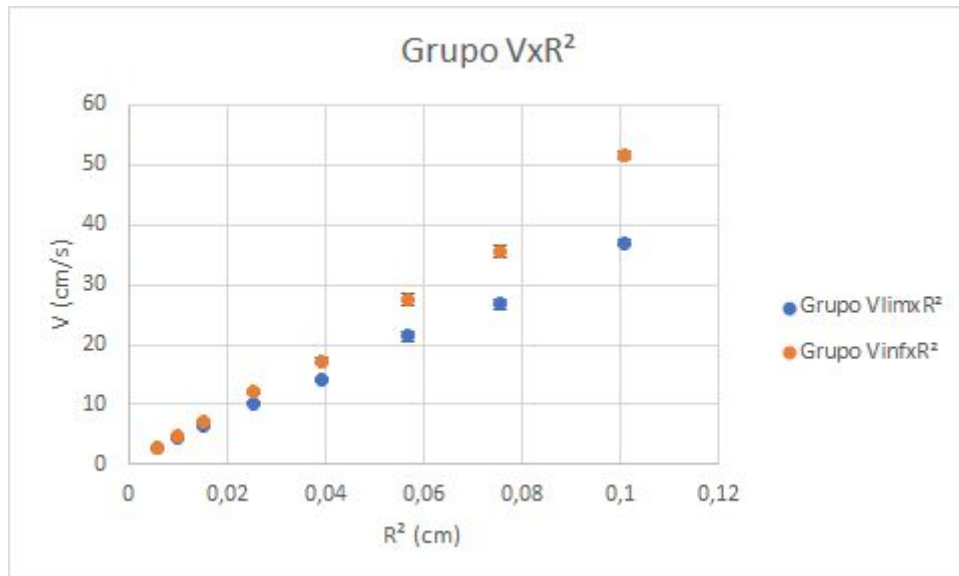


(3.9) - Gráfico dos valores de V, tanto limite quanto teórica, em função de R^2

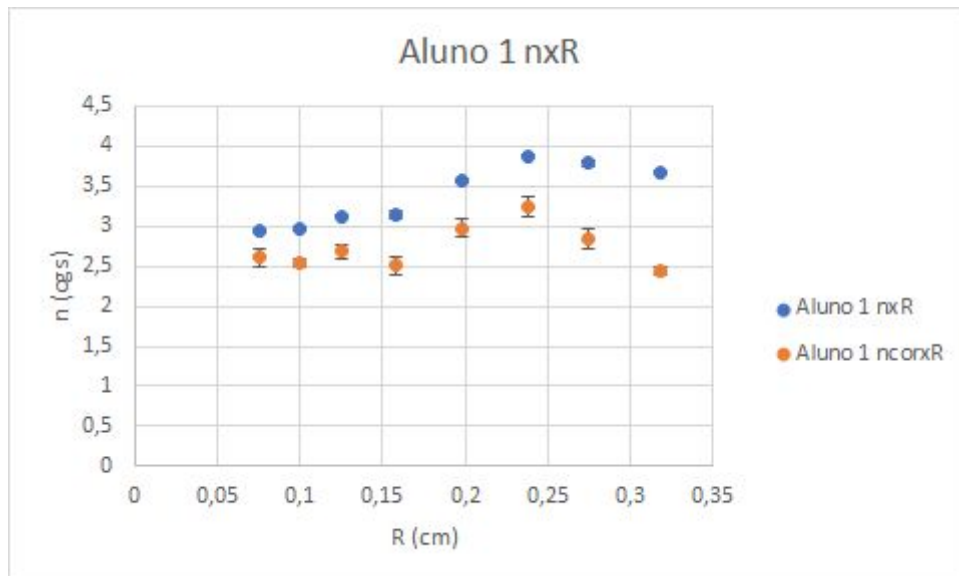


(3.10) - Gráfico dos valores de V, tanto limite quanto teórica, em função de R^2

era para ser um gráfico antes da correção com dados dos alunos e do grupo e outro depois da correção só com os dados dos alunos

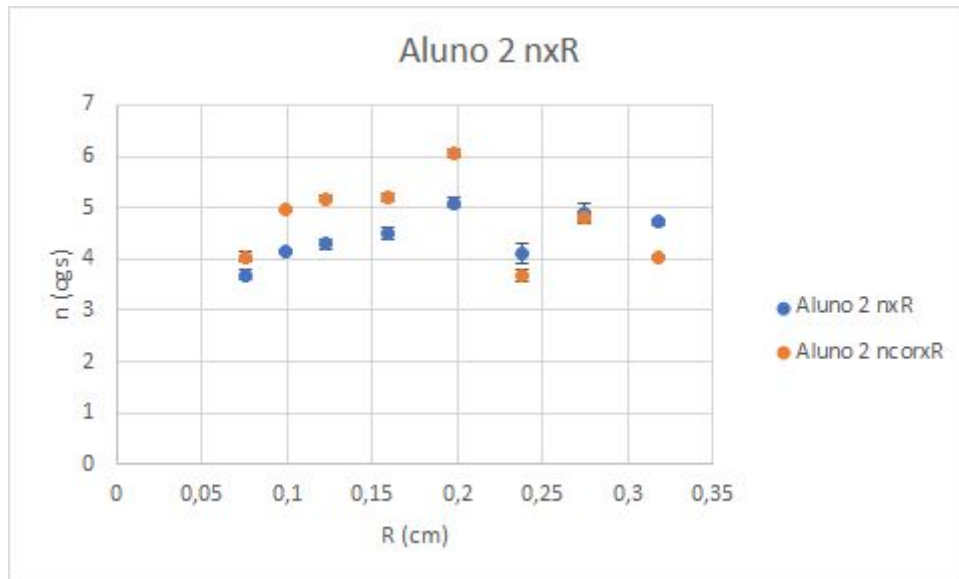


(3.11) - Gráfico dos valores de V, tanto limite quanto teórica, em função de R²

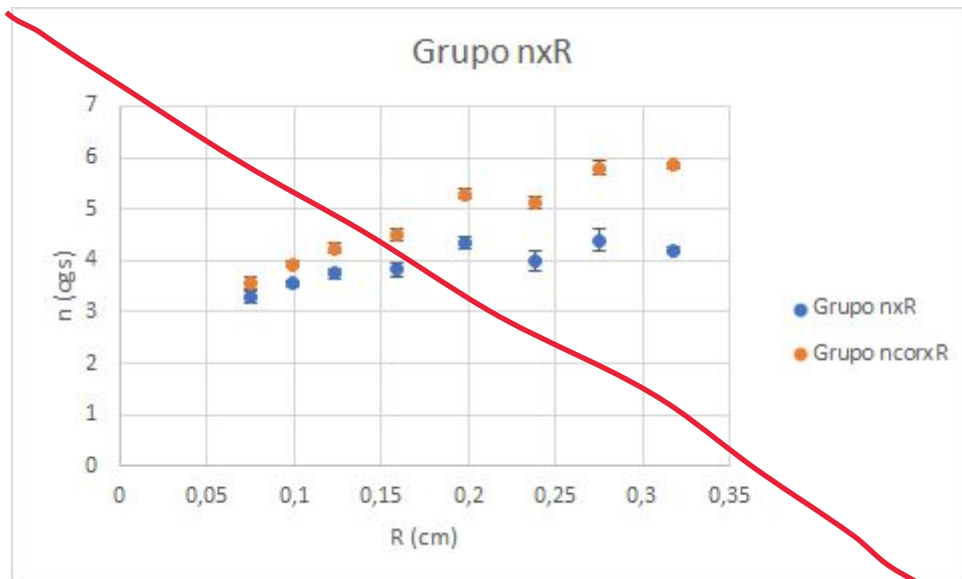


(3.12) - Gráfico de η medido e corrigido/normalizado

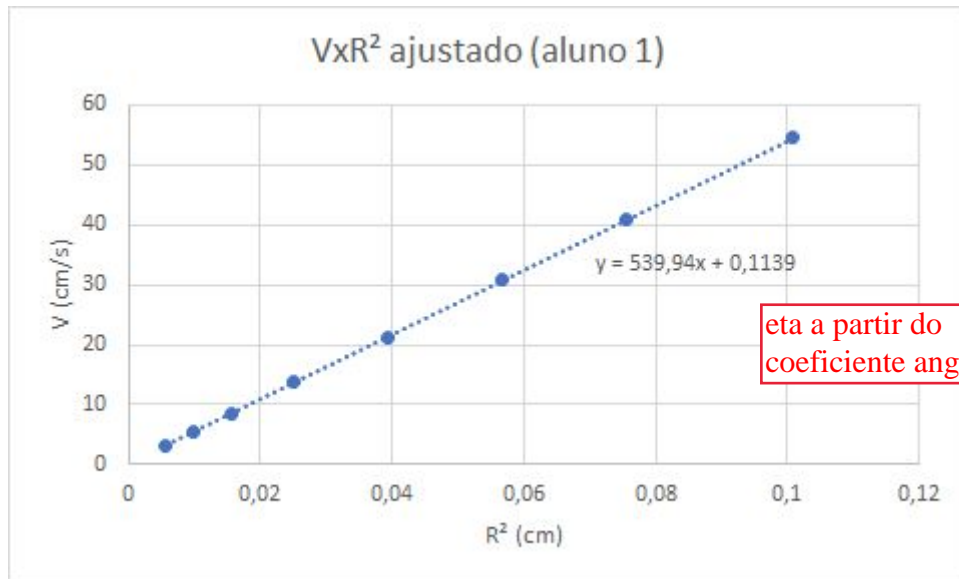




(3.13) - Gráfico de η medido e corrigido/normalizado



(3.14) - Gráfico de η medido e corrigido/normalizado

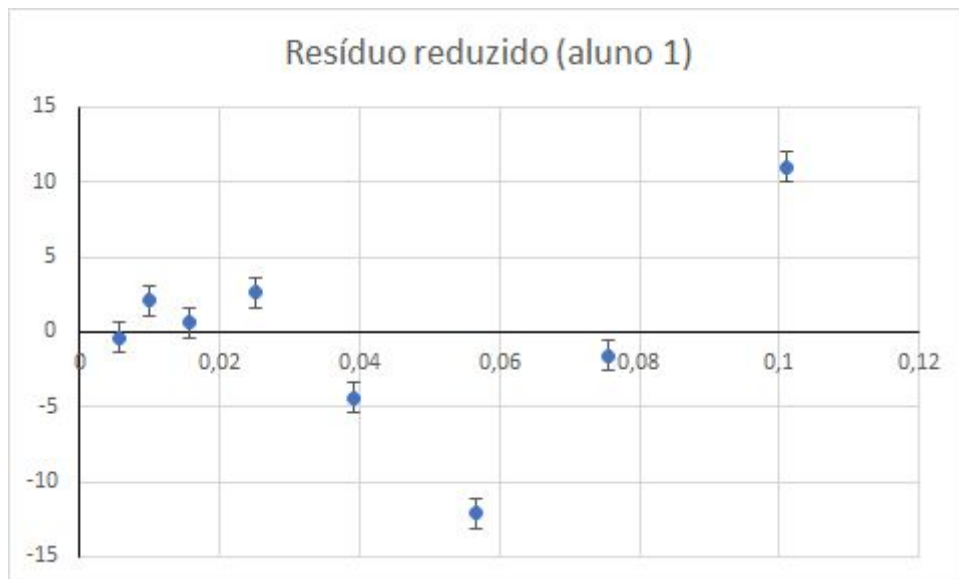


incertezas?

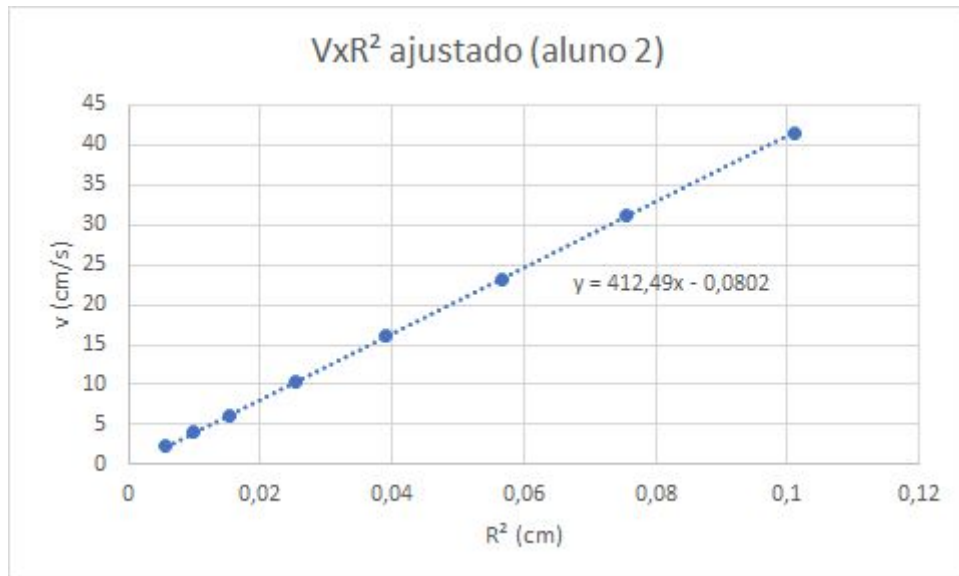
eta a partir do coeficiente angular?

(3.15) - Gráfico de V por R² ajustado por MMQ

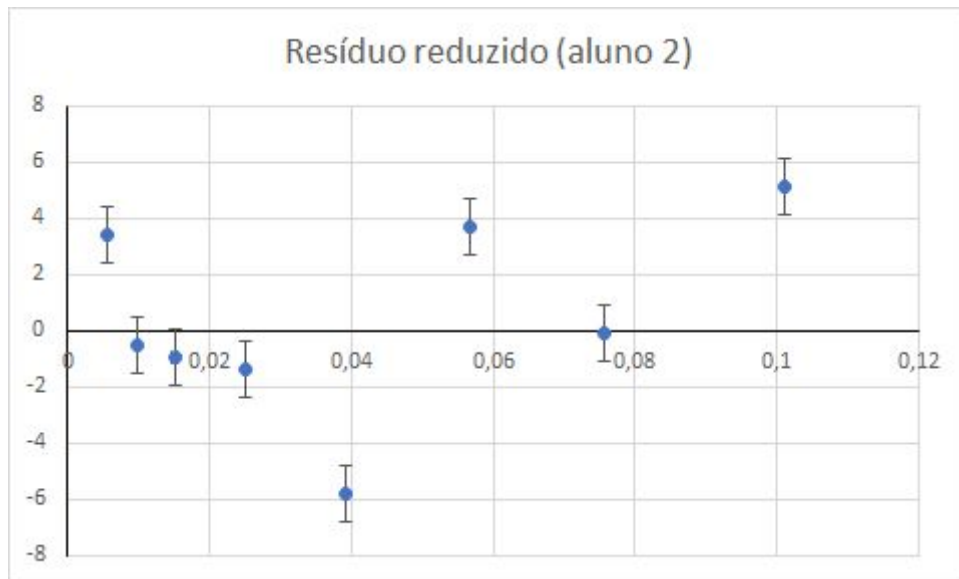
média ponderada de eta?



(3.16) - Gráfico de resíduo reduzido do ajuste por MMQ



(3.17) - Gráfico de V por R² ajustado por MMQ



(3.18) - Gráfico de resíduo reduzido do ajuste por MMQ

5. DISCUSSÃO

Tendo em vista os dados apresentados, pode-se concluir algumas coisas. Os gráficos de VxR² apresentam um crescimento linear, pois V é diretamente dependente de R² em (3.9), (3.10) e (3.11). E, também que em cada um dos ajustes pelo MMQ pelo menos dois pontos não se adequam a correção, levando em conta (3.16) e (3.18).

como concluiu isso?

parece que inverteram as temperaturas...

Tratando-se de η , de acordo com a tabela VI verifica-se uma incongruência entre os resultados obtidos pelo aluno 1 e pelo aluno 2. Uma vez que os fluidos estavam em temperaturas distintas, o η , por sua vez, também possuía valores diferentes. E, mesmo com fator de correção de Ladenburg, normalizando para a temperatura de 25°C, verificou-se uma incompatibilidade entre os resultados. como concluiu?

Acredita-se que o fator fora inadequado aos dados devido a uma falha técnica durante o experimento virtual. Durante o desenvolvimento da tarefa, em sua primeira metade, houveram perdas de frames, o que complicou a tomada de medidas de tempo. E, apesar da tentativa de contornar este problema, - acreditando que havia sido, de fato, contornado - esta é a hipótese que melhor explica as diferenças teóricas e práticas.

Finalmente, pode-se concluir que a correção de Ladenburg não foi suficiente e adequada para os valores de η , tão pouco para os valores da velocidade. Não verificou-se uma adequação da correção e nem sua suficiência.

conclusão?