

Síntese Experimento 5 - Forças Centrais

1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste experimento é averiguar as leis de conservação da energia mecânica e do momento angular.

Para tanto **fora** analisado o movimento de órbita de um planeta do sistema solar, no caso Vênus. A partir dos dados obtidos através da interface web HORIZONS (<https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi#top>), fornecidos pela NASA.

Para a escolha dos dados que melhor se adequassem aos estudos, arbitrariamente optou-se por um período de 7 meses terrestres, que cobririam a órbita completa do planeta delegado, com um *step* de 2 dias. Com os dados em mãos foi possível fazer uma análise das grandezas de interesse do “experimento”.

2. DADOS

Esta análise foi feita apenas para valores específicos. Valores médios dentro do universo de uma variação de tempo de 8 dias (ΔT), ou seja, 5 coordenadas. Dentro do intervalo de 5 pontos fez-se o estudo do ponto médio.

I - Tabela com as coordenadas usadas e seus respectivos tempos e incertezas:

T1	T2	X (km)	sig X	Y (km)	sig Y	Z (km)	sig Z
2458861,5	A.D, 2020-Jan-13 00:00:00,0000	9,95E+07	9,95E+05	4,28E+07	4,28E+05	-5,15E+06	5,15E+04
2458881,5	A.D, 2020-Feb-02 00:00:00,0000	6,15E+07	6,15E+05	8,88E+07	8,88E+05	-2,33E+06	2,33E+04
2458891,5	A.D, 2020-Feb-12 00:00:00,0000	3,44E+07	3,44E+05	1,02E+08	1,02E+06	-5,85E+05	5,85E+03
2458911,5	A.D, 2020-Mar-03 00:00:00,0000	-2,54E+07	2,54E+05	1,04E+08	1,04E+06	2,90E+06	2,90E+04
2458931,5	A.D, 2020-Mar-23 00:00:00,0000	-7,74E+07	7,74E+05	7,44E+07	7,44E+05	5,49E+06	5,49E+04
2458951,5	A.D, 2020-Apr-12 00:00:00,0000	-1,05E+08	1,05E+06	2,12E+07	2,12E+05	6,37E+06	6,37E+04
2458971,5	A.D, 2020-May-02 00:00:00,0000	-1,01E+08	1,01E+06	-3,86E+07	3,86E+05	5,28E+06	5,28E+04
2458991,5	A.D, 2020-May-22 00:00:00,0000	-6,51E+07	6,51E+05	-8,66E+07	8,66E+05	2,57E+06	2,57E+04
2459011,5	A.D, 2020-Jun-11 00:00:00,0000	-9,78E+06	9,78E+04	-1,08E+08	1,08E+06	-9,21E+05	9,21E+03
2459031,5	A.D, 2020-Jul-01 00:00:00,0000	4,85E+07	4,85E+05	-9,74E+07	9,74E+05	-4,14E+06	4,14E+04
2459051,5	A.D, 2020-Jul-21 00:00:00,0000	9,23E+07	9,23E+05	-5,74E+07	5,74E+05	-6,12E+06	6,12E+04
2459071,5	A.D, 2020-Aug-10 00:00:00,0000	1,09E+08	1,09E+06	-2,73E+05	2,73E+03	-6,27E+06	6,27E+04

incertezas com 1 sig...

Para as incertezas em X, Y e Z, usou-se uma incerteza relativa de 1%, isto é, multiplicou-se o valor absoluto das coordenadas por 0,01.

deveria ser 0,001...

essas são coordenadas para calcular raio médio. E para DR?

II - Tabela com as distâncias r , em Km, e as coordenadas projetadas no plano xy , denominadas X_{novo} e Y_{novo} , com suas incertezas:

r (km)	sig r	X_{novo} (km)	Sig X_{novo}	Y_{novo} (km)	sig Y_{novo}
108432287	928373	9,96E+07	2,99E+06	4,29E+07	8,57E+03
108029691	809380	6,15E+07	1,85E+06	8,88E+07	1,78E+04
107840812	974601	3,44E+07	1,03E+06	1,02E+08	2,04E+04
107561223	1016515	-2,54E+07	1,97E+05	1,05E+08	1,86E+04
107480811	758627	-7,75E+07	8,34E+05	7,45E+07	5,71E+02
107624863	1031650	-1,06E+08	2,99E+06	2,12E+07	3,90E+03
107947955	949005	-1,01E+08	2,50E+06	-3,86E+07	5,73E+03
108349780	794567	-6,51E+07	2,90E+05	-8,66E+07	4,80E+03
108708237	1078248	-9,78E+06	9,46E+04	-1,08E+08	2,13E+04
108916259	897754	4,86E+07	1,46E+06	-9,75E+07	1,95E+04
108911934	839391	9,25E+07	2,77E+06	-5,75E+07	1,15E+04
108695919	1083347	1,09E+08	3,26E+06	-2,73E+05	5,47E+01

inc com 1 sig

coerente.

Para calcular as incertezas de r , usou-se a propagação de incertezas de X, Y e Z , obtendo a seguinte equação:

$$\sigma_r = \sqrt{\left(\frac{x \sigma_x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2 + \left(\frac{y \sigma_y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2 + \left(\frac{z \sigma_z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2} \quad (2.1)$$

Por sua vez, para o cálculo das incertezas das coordenadas projetadas no plano xy , isto é, X_{novo} e Y_{novo} , calculamos o valor máximo e mínimo de cada um e estabelecemos como sua incerteza a metade da diferença entre eles. Ou seja:

$$\sigma_{X_{novo}} = \left(\frac{\text{Máximo}}{\sqrt{(x - \sigma_x)^2 + (y - \sigma_y)^2}} - \frac{\text{Mínimo}}{\sqrt{(x + \sigma_x)^2 + (y + \sigma_y)^2}} \right) / 2 \quad (2.2)$$

Para Y_{novo} , obtivemos a incerteza de forma análoga.

III - Tabela com as distâncias em relação a x e a y , a composição destas distâncias e a diferença delas no plano projetado, bem como suas incertezas:

	r (10^7 km)				r (10^7 km)		dr (10^7 km)		
	r_x	sig	r_y	sig	r (107 km)	sig	dr_x	dr_y	
Step(segundos)	691200	10,0	0,3	4,286	0,001	10,8	0,3	-0,97	2,21
Massa (kg)	4,87E+24	6,2	0,2	8,881	0,002	10,8	0,1	-2,00	1,36
Constante Gravitacional (6,67E-11	3,4	0,1	10,219	0,002	10,78	0,06	-2,30	0,76
Massa do Sol (Kg)	1,99E+30	-2,54	0,02	10,451	0,002	10,76	0,04	-2,36	-0,58
		-7,75	0,08	7,4475	0,0001	10,75	0,06	-1,69	-1,75
		-10,6	0,3	2,1217	0,0004	10,8	0,3	-0,49	-2,38
		-10,1	0,3	-3,864	0,001	10,8	0,2	0,85	-2,27
		-6,51	0,03	-8,6581	0,0005	10,83	0,01	1,92	-1,46
		-0,978	0,009	-10,827	0,002	10,87	0,01	2,39	-0,23
		4,9	0,1	-9,749	0,002	10,89	0,05	2,15	1,07
		9,2	0,3	-5,752	0,001	10,9	0,2	1,27	2,04
		10,9	0,3	-0,02733	0,00001	10,9	0,3	-0,01	2,41

onde estão os valores que geraram ?

As incertezas foram obtidas de forma muito similar as da tabela II, a partir da equação (2.1).

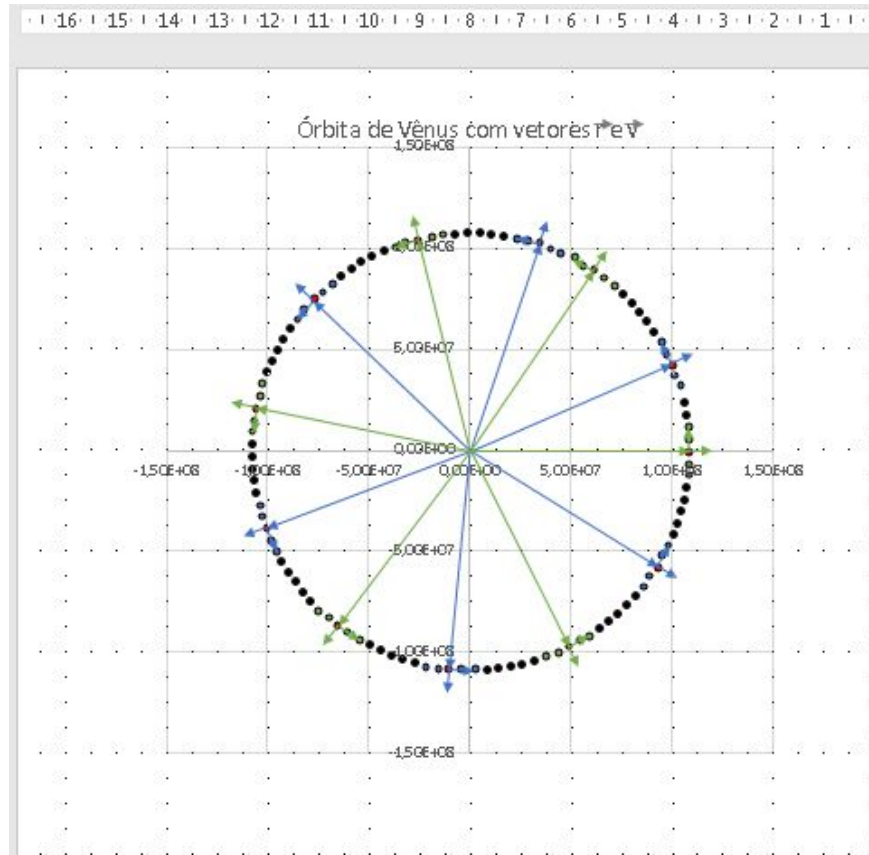
IV - Tabela com velocidades médias, ângulos entre o vetor velocidade e posição, em graus e radianos, e o seno deste:

v (km/s)		v (10 ⁷ km/s)		Theta (°)		Thetha (rad)		sen theta	
	sig				sig				sig
34,9	0,9	-0,000001400	0,000003196	93	1	1,62	0,02	0,9986	0,0009
35,0	0,3	-0,000002887	0,000001971	94	1	1,64	0,02	0,998	0,001
35,0	0,2	-0,000003314	0,000001099	93	1	1,62	0,02	0,9986	0,0009
35,1	0,1	-0,000003411	-0,000000841	94	1	1,64	0,02	0,998	0,001
35,2	0,2	-0,000002441	-0,000002538	93	1	1,62	0,02	0,9986	0,0009
35	1	-0,000000708	-0,000003448	93	1	1,62	0,02	0,9986	0,0009
35,1	0,8	0,000001234	0,000003281	92	1	1,61	0,02	0,9994	0,0006
34,86	0,03	0,000002772	-0,000002115	94	1	1,64	0,02	0,998	0,001
34,73	0,03	0,000003457	-0,000000330	92	1	1,61	0,02	0,9994	0,0006
34,7	0,2	0,000003110	0,000001542	92	1	1,61	0,02	0,9994	0,0006
34,8	0,7	0,000001831	0,000002956	93	1	1,62	0,02	0,9986	0,0009
35	1	-0,000000009	0,000003485	96	1	1,68	0,02	0,995	0,002

Para o cálculo da velocidade média, uma vez que se tenha a diferença de posição e o intervalo de tempo, pode-se estabelecer a velocidade média do corpo. Neste caso, fez-se a velocidade média em relação a x, a velocidade média em relação a y e, por fim, a composição destas. E, para as incertezas, usou-se a equação com a raiz da soma dos quadrados das incertezas relativas e, por fim, multiplicou-se pelo valor da velocidade em si. Com isso:

$$\frac{\sigma_v}{v} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta r}}{\Delta r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2} \quad (2.3)$$

Para o ângulo, por sua vez, inserimos o gráfico da órbita de Vênus no PowerPoint e, com isso, estabelecemos uma proporção de $2\text{cm}:5 \times 10^7\text{Km}$ e, com as ferramentas da plataforma, calculamos os ângulos entre o vetor r e o vetor v , como mostra a imagem a seguir:



calib vel?

(2.4)

Como a plataforma limitou a rotação do vetor de 1 em 1 grau, definimos a incerteza do ângulo como sendo 1 grau, portanto.

V - Tabela com quantidade de movimento, momento angular e energias (cinética, potencial e total):

P (kgm/s)		L (kgm ² /s)		E _{cin} (J)		E _{pot} (J)		E _{mec} (J)	
	sig		sig		sig		sig		sig
1,70E+29	4,31E+27	1,84E+33	6,60E+31	2,96E+33	1,50E+32	-5,96E+33	1,51E+32	-3,00E+33	2,13E+32
1,70E+29	1,63E+27	1,83E+33	2,50E+31	2,98E+33	5,71E+31	-5,98E+33	5,74E+31	-3,01E+33	8,10E+31
1,70E+29	8,69E+26	1,84E+33	1,33E+31	2,98E+33	3,04E+31	-5,99E+33	3,06E+31	-3,01E+33	4,31E+31
1,71E+29	6,79E+26	1,83E+33	1,05E+31	3,00E+33	2,39E+31	-6,01E+33	2,39E+31	-3,01E+33	3,38E+31
1,71E+29	9,65E+26	1,84E+33	1,47E+31	3,02E+33	3,40E+31	-6,01E+33	3,38E+31	-3,00E+33	4,80E+31
1,71E+29	4,68E+27	1,84E+33	7,11E+31	3,02E+33	1,65E+32	-6,01E+33	1,64E+32	-2,99E+33	2,32E+32
1,71E+29	3,69E+27	1,84E+33	5,63E+31	2,99E+33	1,29E+32	-5,99E+33	1,29E+32	-3,00E+33	1,83E+32
1,70E+29	1,51E+26	1,83E+33	3,22E+30	2,96E+33	5,27E+30	-5,97E+33	5,32E+30	-3,01E+33	7,49E+30
1,69E+29	1,50E+26	1,84E+33	2,56E+30	2,94E+33	5,21E+30	-5,95E+33	5,29E+30	-3,01E+33	7,42E+30
1,69E+29	7,72E+26	1,84E+33	1,19E+31	2,93E+33	2,68E+31	-5,93E+33	2,71E+31	-3,00E+33	3,81E+31
1,69E+29	3,64E+27	1,84E+33	5,60E+31	2,94E+33	1,27E+32	-5,93E+33	1,28E+32	-2,99E+33	1,80E+32
1,70E+29	5,09E+27	1,83E+33	7,79E+31	2,96E+33	1,77E+32	-5,95E+33	1,78E+32	-2,99E+33	2,52E+32

$r = 10,8 \text{ e}+11 \text{ m}???$

misturou km com m...

tem algo errado na fórmula

Uma vez que temos a velocidade e a massa do corpo estudado, fica fácil a determinação da quantidade de movimento do mesmo. E sua incerteza determinada de acordo com a equação a seguir:

$$\frac{\sigma_P}{P} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2} \quad (2.5)$$

O mesmo serve para o momento angular, já que acabamos de obter os valores para a quantidade de movimento. Vale sublinhar, porém, que para obter a incerteza do seno utilizamos a seguinte equação:

$$\sigma_{\text{sen}\theta} = \cos\theta \sigma_{\theta} \text{ radianos} \quad (2.6)$$

Tudo feito, a incerteza do momento angular fica:

$$\frac{\sigma_L}{L} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_P}{P}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\text{sen}\theta}}{\text{sen}\theta}\right)^2} \quad (2.7)$$

Finalmente, para as energias, usou-se a raiz da soma dos quadrados das incertezas relativas, ressaltando que para a incerteza da massa ficou estabelecido como sendo 1 no último algarismo significativo, isto é, como o dado da massa foi fornecido como $48,685 \times 10^{23}$ sua incerteza fica sendo $0,001 \times 10^{23}$.

$$\frac{\sigma_{E_{cin}}}{E_{cin}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(2 \frac{\sigma_v}{v}\right)^2} \quad (2.8)$$

Analogamente, definimos a incerteza da energia potencial, lembrando que a incerteza da massa do Sol é $0,0001 \times 10^{30}$.

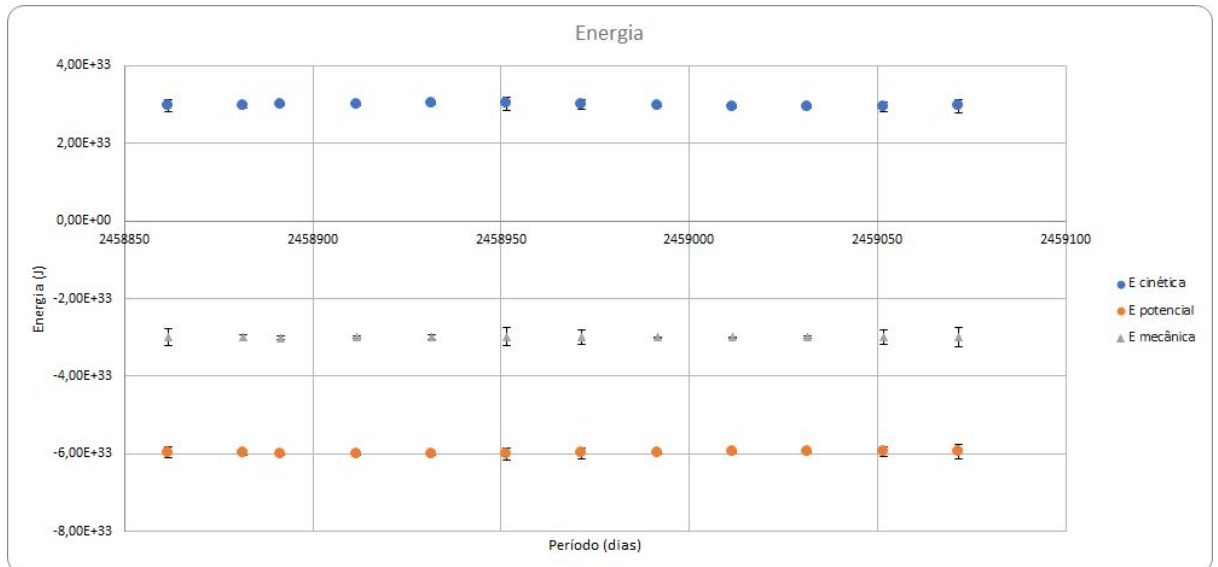
$$\frac{\sigma_{E_{pot}}}{E_{pot}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{m1}}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m2}}{m_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2} \quad (2.9)$$

Assim sendo, a incerteza da energia mecânica será dada por:

$$\sigma_{Emec} = \sqrt{\sigma_{Ecin}^2 + \sigma_{Epot}^2}$$

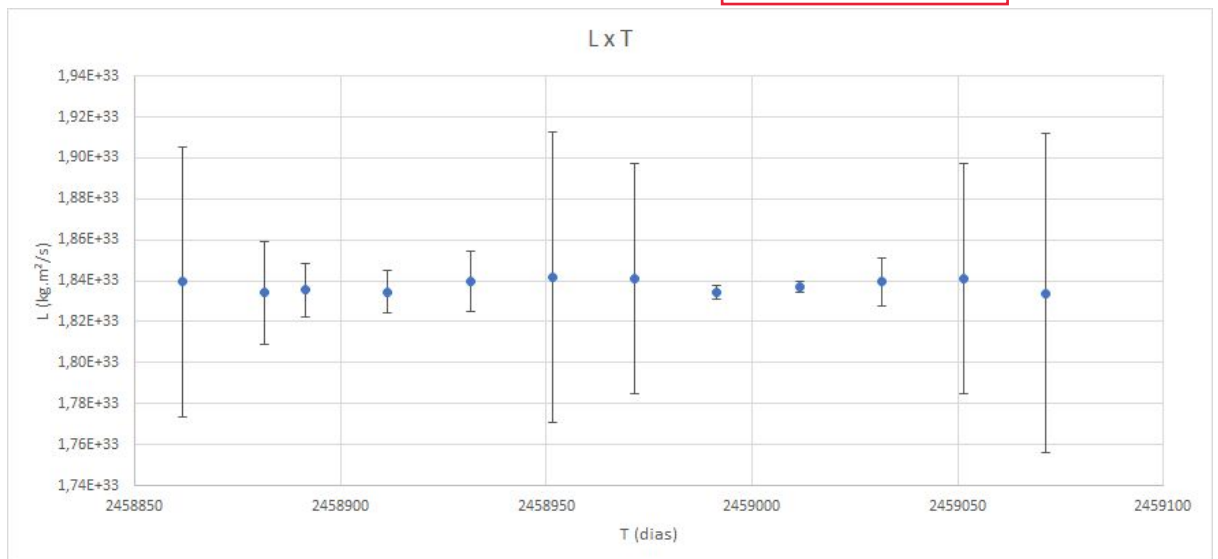
(2.10)

Haja visto que o valor da grandeza é definido pela somatória das energias cinética e potencial.

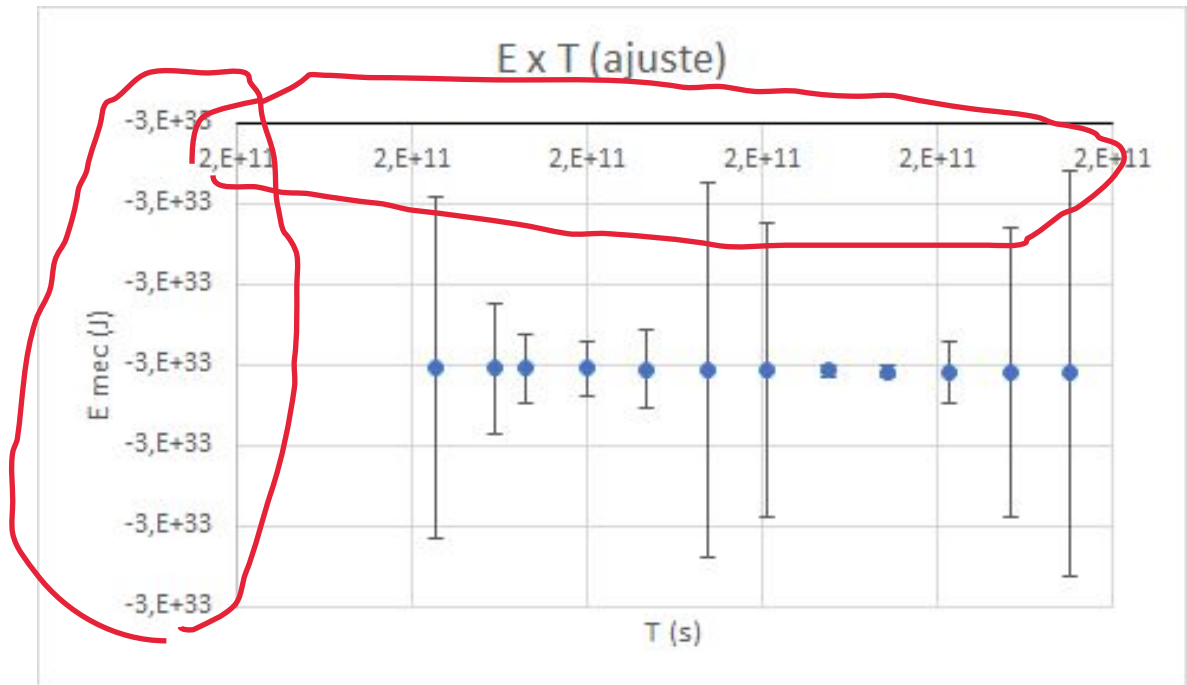


(2.11) - Gráfico de energia em função do tempo.

diferença entre alunos?



(2.12) - Gráfico de L em função de T.

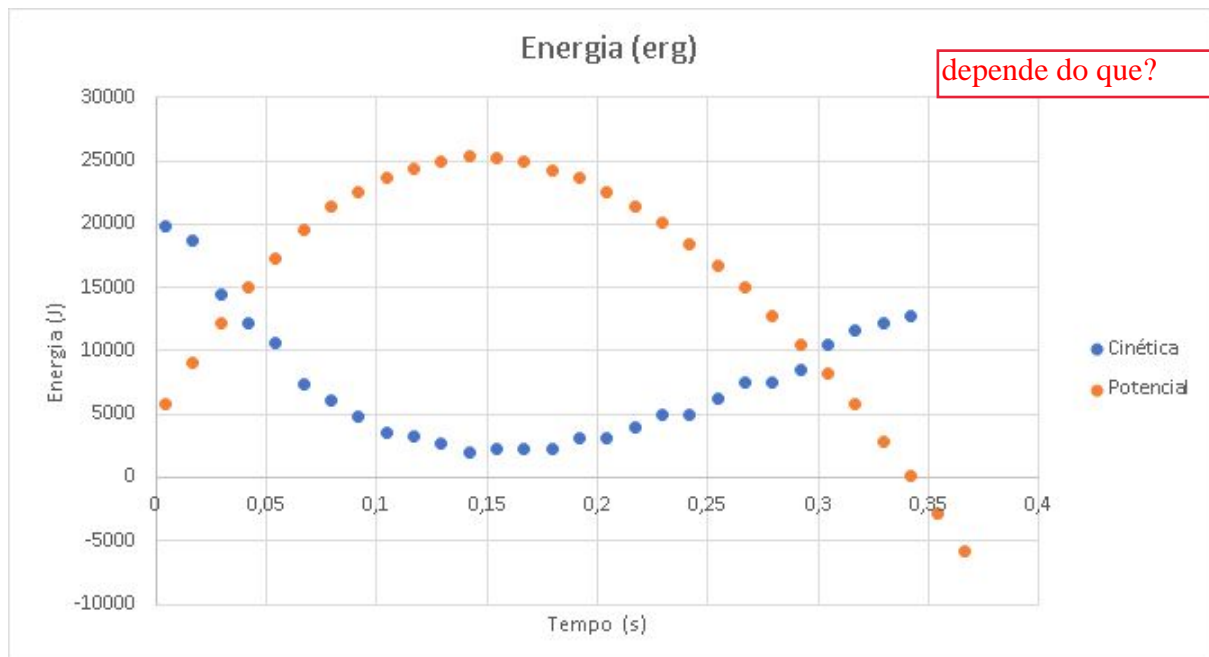


(2.13) - Gráfico de $E \times T$, ajustado através do MMQ.

coeficientes ?

3. DISCUSSÃO

Levando em consideração o que foi supracitado, podemos considerar que a lei de conservação da energia mecânica mostrou-se válida. Ou seja, a partir da leitura dos gráficos (2.11) e (2.13), e também considerando as incertezas obtidas, é fácil concluir que o objetivo fora alcançado em relação aos estudos de energia. Entretanto, nossas expectativas iniciais não foram cumpridas, esperávamos que o gráfico fosse da seguinte forma:



(3.1) - Gráfico de um experimento anterior da matéria de Mecânica.

cálculo com vetores?
 Comparação coeficientes? alunos diferentes?
 Média com valores calculados?

Ou seja, algo mais *expressivo*. Porém, os dados do experimento atual confirmam a lei de qualquer forma.

Por segundo, fazendo a análise da conservação do momento angular, podemos concluir que esta grandeza também se conserva, como visto no gráfico (2.12) e nos dados obtidos. Portanto, confirma-se também a conservação do momento angular.

como demonstra experimentalmente
que a conservação foi atingida?