

# Síntese Forças Centrais - Experimento 5

Breno Pagotto Aguiar - nº USP: 11298553

Iago Santos Alves - nº USP: 11223701

Diurno - Turma 1 - Grupo 1

7,1

## Descrição Experimental:

O experimento tem como objetivo estudar o movimento gravitacional de um planeta, tendo como referencial o Sol. Os planetas que ao seu redor orbitam realizam a translação, a qual ocorre devido às suas forças centrais gravitacionais providas da interação com a estrela central. Dessa forma, será estudado o momento angular e a energia total do astro, relevando se ocorre a conservação dessas grandezas ao longo da órbita. Para analisar essas grandezas físicas, serão utilizados também os conceitos de posição, velocidade tangencial, momento linear, energia cinética e energia potencial.

O planeta estudado será Mercúrio, o qual possui um período de órbita (tempo total para completar uma volta completa em torno do Sol) de 73,05 dias (20% do período de órbita da Terra, considerado de 365,25 dias). É importante ressaltar que Mercúrio é o corpo mais próximo do Sol no Sistema Solar, logo seu raio orbital é o menor e, conseqüentemente, o seu período orbital é o menor.

velocidade depende da distância ao Sol?

## Análise de Dados:

Para compor o estudo almejado, as posições em "X", em "Y" e em "Z" de mercúrio com o passar do tempo foram retiradas do site da Nasa: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi#top>. Essas posições são dadas em quilômetros (km).

quais informações passou ao programa?

Para eliminar o eixo Z e trabalhar em um único plano, foram calculados novos valores para X e Y, que são as coordenadas do planeta sobrepostas no plano terrestre, isto é, o plano terra sol. Logo, são dados por:

$$x_{novo} = r \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} ; y_{novo} = r \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

As incertezas dos valores X, Y e Z foram calculadas a partir da consideração de 0,1% da medida. Já as incertezas X<sub>novo</sub> e Y<sub>novo</sub> foram obtidas a partir da diferença do maior valor de X<sub>novo</sub> e Y<sub>novo</sub> e o menor, como a seguir:

$$\sigma_{x_{novo}} = \frac{x_{novo}^+ - x_{novo}^-}{2}$$

$$x_{novo}^+ = \frac{f_1(+inc)}{f_2(-inc)} \quad x_{novo}^- = \frac{f_1(-inc)}{f_2(+inc)}$$

Sendo que r é:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Assim, também foi calculado o r<sub>novo</sub>:

$$r_{novo} = \sqrt{x_{novo}^2 + y_{novo}^2}$$

A sua incerteza é calculada a partir da dedução:

$$r_{novo} = \sqrt{(x_{novo}^2 + y_{novo}^2)}$$

$$\begin{aligned} x^2 = t & \Rightarrow |\sigma t| = |t \cdot 2 \cdot \sigma x/x| \\ y^2 = w & \Rightarrow |\sigma w| = |w \cdot 2 \cdot \sigma y/y| \end{aligned}$$

$$r_{novo} = \sqrt{(t+w)}$$

$$\gamma = t + w \Rightarrow \sigma \gamma = \sqrt{(\sigma t^2 + \sigma w^2)}$$

$$r_{novo} = \sqrt{\gamma}$$

$$|\sigma r| = |r \cdot 1/2 \cdot \sigma \gamma/\gamma|$$

não precisava calcular...  
Obviamente r<sub>novo</sub> = r...

Os valores obtidos encontram-se nas tabelas 1.1 e 1.2.

Além disso, a unidade trabalhada é a unidade astronômica (ua), a qual vale 149597870,7 km, tornando possível a conversão de km para ua. Com isso, é possível construir um gráfico X vs Y com todos os pontos obtidos. Nesse gráfico, foram adotados 10 intervalos de cinco posições consecutivas. Em cada conjunto, é **feito** o vetor que parte do primeiro ponto e termina no quinto ponto, logo, ele é o  $\Delta r$  (também nomeado de  $\mathbf{Dr}$  ou “delta r”, a variação de r), por isso utiliza-se a diferença entre as posições  $X_{\text{novo}}$  e  $Y_{\text{novo}}$  entre o quinto e o primeiro e logo em seguida a raiz da soma de ambos quadrados, como a seguir:

$$Dr = \frac{\sqrt{(X_{\text{novo},5} - X_{\text{novo},1})^2 + (Y_{\text{novo},5} - Y_{\text{novo},1})^2}}{149597870,7} \quad (1)$$

Nota-se que a divisão pelo número 149597870,7 ocorre para que haja a conversão da unidade km para “ua”.

A sua incerteza é dada por:

$$\sigma Dr = \sqrt{(\sigma r1)^2 + (\sigma r5)^2} \quad (1.1)$$

Utilizando o  $\mathbf{Dr}$ , calcula-se o módulo da velocidade do corpo. Essa é a velocidade tangencial, isto é, tangente à trajetória, e é dada pela razão entre  $\mathbf{Dr}$  e a variação de tempo. Como são tratados de 5 pontos, são 4 intervalos de tempo em questão. Ademais, os tempos fornecidos pelo site da Nasa encontram-se as datas como referência, pois o intervalo de tempo escolhido foi de 10 de junho de 2020 até 9 de abril de 2021. Portanto, o módulo da velocidade é dada por:

$$vel = \frac{Dr}{4.86400} \quad (2)$$

sendo: 1 dia = 24 horas  
1 hora = 60 minutos  
1 minuto = 60 segundos  
1 dia = 24.60.60 = 86400 segundos

Sua incerteza é dada por:

$$\frac{(\sigma vel)^2}{vel^2} = \frac{(\sigma Dr)^2}{Dr^2} \quad (2.1)$$

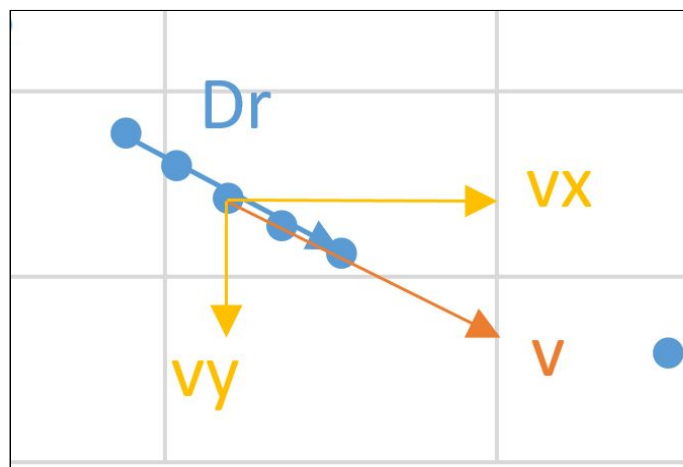
Como foram considerados apenas o primeiro e o quinto ponto na obtenção da velocidade, essa corresponde à velocidade média entre esses pontos. Logo, à velocidade no terceiro ponto (ponto médio ou ponto central). Dessa forma, no total foram computadas 10 vetores  $Dr$  e 10 vetores velocidades (todos para o terceiro ponto de cada um dos 10 conjuntos de 5 pontos cada).

Por fim, por ser uma tangente à trajetória, o ângulo entre a velocidade e o vetor posição do ponto central deve ser reto (90 graus), teoricamente. Todavia, serão feitos cálculos para analisar tal fato. Para isso, o ângulo é chamado de teta ( $\theta$ ) e é dado pelo seu cosseno:

velocidade é tangencial a trajetória

$$\cos\theta = \frac{X \cdot v_x + Y \cdot v_y}{r \cdot vel} \quad (3)$$

Nela,  $X$  representa a posição  $X_{novo}$ ,  $Y$  a posição  $Y_{novo}$ ,  $v_x$  a velocidade no terceiro ponto em relação ao eixo  $X$  e  $v_y$  a velocidade no terceiro ponto em relação ao eixo  $y$ , como mostra a figura abaixo.



**Figura 1:** demonstração das componentes do vetor velocidade tangencial

As velocidades em relação aos eixos  $X$  e  $Y$  foram dadas através das componentes de  $Dr$ :

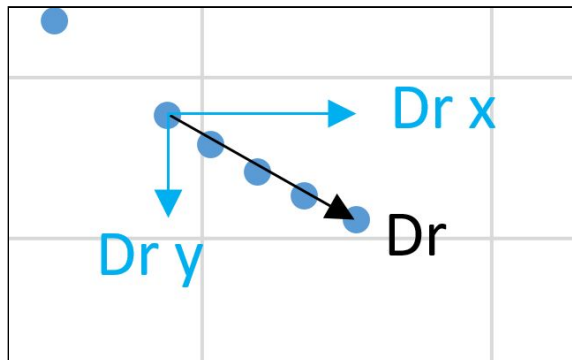


Figura 2: demonstração das componentes do vetor Dr

Logo:

$v_x = \frac{Dr_x}{4.86400}$	$v_y = \frac{Dr_y}{4.86400}$
------------------------------	------------------------------

Nota-se que nesse caso é utilizado o mesmo intervalo de tempo da velocidade final.

A incerteza de  $\cos\theta$  provém da dedução:

$$\cos\theta = \frac{x \cdot v_x + y \cdot v_y}{r \cdot vel}$$

$$a = x \cdot v_x \quad ; \quad b = y \cdot v_y$$

$$\sigma_a = \sqrt{a^2 \cdot \left[ \left( \frac{\sigma_x}{x} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{v_x}}{v_x} \right)^2 \right]}$$

$$\sigma_b = \sqrt{b^2 \cdot \left[ \left( \frac{\sigma_y}{y} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{v_y}}{v_y} \right)^2 \right]}$$

$$\cos\theta = \frac{a+b}{r \cdot vel} \quad / \quad \cos\theta_{max} = \frac{(a+\sigma_a) + (b+\sigma_b)}{(r-\sigma_r) \cdot (vel-\sigma_{vel})}$$

$$\cos\theta_{min} = \frac{(a-\sigma_a) + (b-\sigma_b)}{(r+\sigma_r) \cdot (vel+\sigma_{vel})}$$

$$\sigma_{\cos\theta} = \frac{|\cos\theta_{max} - \cos\theta_{min}|}{2}$$

nessa parte era para medir o ângulo...

Ademais, para medir a quantidade de movimento do planeta (**p**) no terceiro ponto de cada conjunto, foi utilizada a fórmula abaixo. Sua unidade é “kg.ua/s”.

$$p = m_{\text{plan}} \cdot \text{vel} \quad (4)$$

Nela, **p** representa o módulo do vetor momento linear, **m<sub>plan</sub>** a massa do planeta e **vel** o módulo do vetor velocidade. A incerteza de **p** é:

$$\frac{(\sigma p)^2}{p^2} = \frac{(\sigma m_{\text{plan}})^2}{m_{\text{plan}}^2} + \frac{(\sigma \text{vel})^2}{\text{vel}^2} \quad (4.1)$$

Com isso, foi possível obter o momento angular (**L**), dado por:

$$L = r \cdot p \cdot \text{sen}(\theta) \quad (5)$$

Sendo que **senθ** é o seno de θ, o mesmo ângulo da expressão (2), subentendido entre o vetor velocidade e o vetor r, ambos do terceiro ponto.

Sua incerteza é medida através de:

$$\frac{(\sigma L)^2}{L^2} = \frac{(\sigma r)^2}{r^2} + \frac{(\sigma p)^2}{p^2} + \frac{(\sigma \text{sen}(\theta))^2}{\text{sen}^2(\theta)} \quad (5.1)$$

A incerteza de **senθ** é dada por:

$$\sigma \text{sen}\theta = \cos\theta \cdot \sigma\theta \quad (5.2)$$

seria o erro da medida

Por outro lado, a incerteza de teta é calculada pelos seus valores máximo e mínimo, os quais provém do arco cosseno.

$$\sigma\theta = \frac{|\theta_{\text{máx}} - \theta_{\text{mín}}|}{2} \quad (5.3)$$

Ademais, foi feito o cálculo da energia cinética e da energia potencial com suas respectivas incertezas:

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m_{plan} \cdot vel^2 \quad (6)$$

$$\frac{(\sigma E_{cin})^2}{E_{cin}^2} = \frac{(\sigma m_{plan})^2}{m_{plan}^2} + \frac{(2 \cdot \sigma vel)^2}{vel^2} \quad (6.1)$$

$$E_{pot} = - \frac{G \cdot m_{plan} \cdot m_{Sol}}{r} \quad (7)$$

$$\frac{(\sigma E_{pot})^2}{E_{pot}^2} = \frac{(\sigma m_{plan})^2}{m_{plan}^2} + \frac{(\sigma m_{Sol})^2}{m_{Sol}^2} + \frac{(\sigma r)^2}{r^2} \quad (7.1)$$

É importante ressaltar que  $m_{Sol}$  corresponde à massa do Sol e  $G$  representa a constante de gravitação universal, a qual vale  $(6,674184 \pm 0,000001) \cdot 10^{-11}$   $m^3/kg \cdot s^2$ . Para transformá-la em  $ua^3/kg \cdot s^2$ , seu valor foi dividido pelo cubo de 149597870700 ua, de modo que esse resultado seja na unidade desejada. Portanto, a unidade da energia potencial será em  $kg \cdot ua^2/s^2$  também. Por fim, a energia total será a soma da cinética com a potencial e sua incerteza a raiz quadrada da soma do quadrado de cada incerteza:

$$E_{total} = E_{cin} + E_{pot} \quad (8)$$

$$\sigma E_{tot} = \sqrt{(\sigma E_{cin})^2 + (\sigma E_{pot})^2} \quad (8.1)$$

### Resultados Obtidos:

De todos os valores fornecidos pelo site da Nasa, foram escolhidos 50, isto é, 10 conjuntos de 5 pontos consecutivos. Esses valores foram anotados na tabela abaixo, juntamente com as medidas de r. Os conjuntos foram separados por cores alternadas entre amarelo e branco, para melhor identificação.

valores das massas?

Valores escolhidos									
t (s)	X (km)	Y (km)	Z (km)	r (km)	r (ua)	Xnovo (km)	Ynovo (km)	Xnovo (ua)	Ynovo (ua)
2459012,5	-4,67E+07	-4,83E+07	3,39E+05	6,72E+07	4,49E-01	-4,67E+07	-4,83E+07	-3,12E-01	-3,23E-01
2459013,5	-4,45E+07	-5,10E+07	-8,40E+04	6,77E+07	4,52E-01	-4,45E+07	-5,10E+07	-2,97E-01	-3,41E-01
2459014,5	-4,21E+07	-5,35E+07	-5,06E+05	6,81E+07	4,55E-01	-4,21E+07	-5,35E+07	-2,81E-01	-3,58E-01
2459015,5	-3,96E+07	-5,58E+07	-9,27E+05	6,84E+07	4,57E-01	-3,96E+07	-5,58E+07	-2,65E-01	-3,73E-01
2459016,5	-3,70E+07	-5,80E+07	-1,35E+06	6,88E+07	4,60E-01	-3,70E+07	-5,80E+07	-2,47E-01	-3,88E-01
2459021,5	-2,23E+07	-6,60E+07	-3,35E+06	6,97E+07	4,66E-01	-2,23E+07	-6,61E+07	-1,49E-01	-4,42E-01
2459022,5	-1,91E+07	-6,70E+07	-3,73E+06	6,98E+07	4,66E-01	-1,91E+07	-6,71E+07	-1,28E-01	-4,49E-01
2459023,5	-1,59E+07	-6,79E+07	-4,09E+06	6,99E+07	4,67E-01	-1,59E+07	-6,80E+07	-1,06E-01	-4,55E-01
2459024,5	-1,26E+07	-6,85E+07	-4,44E+06	6,98E+07	4,67E-01	-1,26E+07	-6,86E+07	-8,44E-02	-4,59E-01
2459025,5	-9,27E+06	-6,90E+07	-4,79E+06	6,98E+07	4,66E-01	-9,29E+06	-6,92E+07	-6,21E-02	-4,62E-01
2459030,5	7,50E+06	-6,81E+07	-6,26E+06	6,88E+07	4,60E-01	7,53E+06	-6,84E+07	5,03E-02	-4,57E-01
2459031,5	1,08E+07	-6,74E+07	-6,50E+06	6,86E+07	4,58E-01	1,08E+07	-6,77E+07	7,25E-02	-4,53E-01
2459032,5	1,41E+07	-6,64E+07	-6,72E+06	6,82E+07	4,56E-01	1,42E+07	-6,67E+07	9,47E-02	-2,46E-01
2459033,5	1,74E+07	-6,52E+07	-6,92E+06	6,78E+07	4,53E-01	1,75E+07	-6,55E+07	1,17E-01	-4,38E-01
2459034,5	2,06E+07	-6,38E+07	-7,10E+06	6,74E+07	4,51E-01	2,07E+07	-6,42E+07	1,38E-01	-4,29E-01
2459039,5	3,53E+07	-5,37E+07	-7,63E+06	6,47E+07	4,33E-01	3,55E+07	-5,41E+07	2,38E-01	-3,61E-01
2459040,5	3,79E+07	-5,11E+07	-7,65E+06	6,41E+07	4,28E-01	3,82E+07	-5,15E+07	2,55E-01	-3,44E-01
2459041,5	4,04E+07	-4,83E+07	-7,65E+06	6,34E+07	4,24E-01	4,07E+07	-4,87E+07	2,72E-01	-3,25E-01
2459042,5	4,27E+07	-4,53E+07	-7,62E+06	6,27E+07	4,19E-01	4,30E+07	-4,56E+07	2,88E-01	-3,05E-01
2459043,5	4,48E+07	-4,21E+07	-7,55E+06	6,19E+07	4,14E-01	4,51E+07	-4,24E+07	3,02E-01	-2,84E-01
2459048,5	5,24E+07	-2,38E+07	-6,75E+06	5,79E+07	3,87E-01	5,28E+07	-2,40E+07	3,53E-01	-1,60E-01
2459049,5	5,32E+07	-1,97E+07	-6,49E+06	5,71E+07	3,82E-01	5,35E+07	-1,98E+07	3,58E-01	-1,33E-01
2459050,5	5,37E+07	-1,55E+07	-6,19E+06	5,62E+07	3,76E-01	5,40E+07	-1,56E+07	3,61E-01	-1,04E-01
2459051,5	5,39E+07	-1,12E+07	-5,86E+06	5,54E+07	3,70E-01	5,42E+07	-1,13E+07	3,62E-01	-7,53E-02
2459052,5	5,38E+07	-6,90E+06	-5,50E+06	5,45E+07	3,64E-01	5,41E+07	-6,94E+06	3,61E-01	-4,64E-02
2459057,5	4,80E+07	1,49E+07	-3,19E+06	5,04E+07	3,37E-01	4,81E+07	1,49E+07	3,22E-01	9,98E-02
2459058,5	4,58E+07	1,90E+07	-2,65E+06	4,97E+07	3,32E-01	4,59E+07	1,90E+07	3,07E-01	1,27E-01
2459059,5	4,32E+07	2,30E+07	-2,08E+06	4,90E+07	3,27E-01	4,32E+07	2,30E+07	2,89E-01	1,54E-01
2459060,5	4,02E+07	2,68E+07	-1,50E+06	4,83E+07	3,23E-01	4,02E+07	2,68E+07	2,69E-01	1,79E-01
2459061,5	3,68E+07	3,03E+07	-8,99E+05	4,77E+07	3,19E-01	3,68E+07	3,03E+07	2,46E-01	2,03E-01



2459066,5	1,57E+07	4,33E+07	2,09E+06	4,61E+07	3,08E-01	1,57E+07	4,33E+07	1,05E-01	2,90E-01
2459067,5	1,08E+07	4,46E+07	2,65E+06	4,60E+07	3,07E-01	1,08E+07	4,47E+07	7,23E-02	2,99E-01
2459068,5	5,86E+06	4,56E+07	3,18E+06	4,61E+07	3,08E-01	5,87E+06	4,57E+07	3,93E-02	3,06E-01
2459069,5	8,17E+05	4,60E+07	3,68E+06	4,62E+07	3,09E-01	8,20E+05	4,61E+07	5,48E-03	3,08E-01
2459070,5	-4,23E+06	4,60E+07	4,15E+06	4,64E+07	3,10E-01	-4,25E+06	4,62E+07	-2,84E-02	3,09E-01
2459075,5	-2,79E+07	3,95E+07	5,79E+06	4,87E+07	3,26E-01	-2,81E+07	3,98E+07	-1,88E-01	2,66E-01
2459076,5	-3,21E+07	3,71E+07	5,98E+06	4,94E+07	3,30E-01	-3,23E+07	3,74E+07	-2,16E-01	2,50E-01
2459077,5	-3,60E+07	3,43E+07	6,11E+06	5,01E+07	3,35E-01	-3,63E+07	3,46E+07	-2,42E-01	2,31E-01
2459078,5	-3,96E+07	3,13E+07	6,20E+06	5,09E+07	3,40E-01	-3,99E+07	3,15E+07	-2,67E-01	2,11E-01
2459079,5	-4,29E+07	2,81E+07	6,24E+06	5,17E+07	3,45E-01	-4,32E+07	2,83E+07	-2,89E-01	1,89E-01
2459084,5	-5,48E+07	9,51E+06	5,81E+06	5,59E+07	3,74E-01	-5,51E+07	9,56E+06	-3,68E-01	6,39E-02
2459085,5	-5,63E+07	5,52E+06	5,61E+06	5,68E+07	3,80E-01	-5,66E+07	5,55E+06	-3,78E-01	3,71E-02
2459086,5	-5,74E+07	1,50E+06	5,39E+06	5,77E+07	3,86E-01	-5,77E+07	1,51E+06	-3,85E-01	1,01E-02
2459087,5	-5,83E+07	-2,53E+06	5,14E+06	5,86E+07	3,92E-01	-5,85E+07	-2,54E+06	-3,91E-01	-1,70E-02
2459088,5	-5,88E+07	-6,54E+06	4,86E+06	5,94E+07	3,97E-01	-5,90E+07	-6,56E+06	-3,94E-01	-4,39E-02
2459093,5	-5,76E+07	-2,58E+07	3,17E+06	6,32E+07	4,22E-01	-5,77E+07	-2,58E+07	-3,86E-01	-1,73E-01
2459094,5	-5,66E+07	-2,94E+07	2,79E+06	6,38E+07	4,27E-01	-5,67E+07	-2,94E+07	-3,79E-01	-1,97E-01
2459095,5	-5,54E+07	-3,29E+07	2,39E+06	6,45E+07	4,31E-01	-5,54E+07	-3,29E+07	-3,71E-01	-2,20E-01
2459096,5	-5,41E+07	-3,63E+07	1,99E+06	6,52E+07	4,36E-01	-5,41E+07	-3,63E+07	-3,62E-01	-2,43E-01
2459097,5	-5,25E+07	-3,95E+07	1,58E+06	6,57E+07	4,39E-01	-5,25E+07	-3,95E+07	-3,51E-01	-2,64E-01

**Tabela 1: valores escolhidos**

A seguir estão as tabelas que contêm os valores de incerteza de X, Y, Z, r, X<sub>novo</sub>, Y<sub>novo</sub> e r<sub>novo</sub>.

incertezas com 1 significativo...

tempo (s)	inc X (km)	inc Y (km)	inc Z (km)	inc X <sub>novo</sub> (km)	inc Y <sub>novo</sub> (km)
2459012,5	4,67E+04	4,83E+04	3,39E+02	1,40E+05	1,45E+05
2459013,5	4,45E+04	5,10E+04	8,40E+01	1,34E+05	1,53E+05
2459014,5	4,21E+04	5,35E+04	5,06E+02	1,26E+05	1,61E+05
2459015,5	3,96E+04	5,58E+04	9,27E+02	1,19E+05	1,67E+05
2459016,5	3,70E+04	5,80E+04	1,35E+03	1,11E+05	1,74E+05
2459021,5	2,23E+04	6,60E+04	3,35E+03	6,70E+04	1,98E+05
2459022,5	1,91E+04	6,70E+04	3,73E+03	5,74E+04	2,01E+05
2459023,5	1,59E+04	6,79E+04	4,09E+03	4,78E+04	2,04E+05
2459024,5	1,26E+04	6,85E+04	4,44E+03	3,79E+04	2,06E+05
2459025,5	9,27E+03	6,90E+04	4,79E+03	2,79E+04	2,07E+05
2459030,5	7,50E+03	6,81E+04	6,26E+03	2,26E+04	2,05E+05

é ruim separar medidas e incertezas em tabelas diferentes...

2459031,5	1,08E+04	6,74E+04	6,50E+03	3,25E+04	2,03E+05
2459032,5	1,41E+04	6,64E+04	6,72E+03	4,25E+04	2,00E+05
2459033,5	1,74E+04	6,52E+04	6,92E+03	5,25E+04	1,97E+05
2459034,5	2,06E+04	6,38E+04	7,10E+03	6,21E+04	1,92E+05
2459039,5	3,53E+04	5,37E+04	7,63E+03	1,07E+05	1,62E+05
2459040,5	3,79E+04	5,11E+04	7,65E+03	1,15E+05	1,54E+05
2459041,5	4,04E+04	4,83E+04	7,65E+03	1,22E+05	1,46E+05
2459042,5	4,27E+04	4,53E+04	7,62E+03	1,29E+05	1,37E+05
2459043,5	4,48E+04	4,21E+04	7,55E+03	1,35E+05	1,27E+05
2459048,5	5,24E+04	2,38E+04	6,75E+03	1,58E+05	7,19E+04
2459049,5	5,32E+04	1,97E+04	6,49E+03	1,61E+05	5,95E+04
2459050,5	5,37E+04	1,55E+04	6,19E+03	1,62E+05	4,68E+04
2459051,5	5,39E+04	1,12E+04	5,86E+03	1,63E+05	3,38E+04
2459052,5	5,38E+04	6,90E+03	5,50E+03	1,62E+05	2,08E+04
2459057,5	4,80E+04	1,49E+04	3,19E+03	1,44E+05	4,48E+04
2459058,5	4,58E+04	1,90E+04	2,65E+03	1,38E+05	5,71E+04
2459059,5	4,32E+04	2,30E+04	2,08E+03	1,30E+05	6,91E+04
2459060,5	4,02E+04	2,68E+04	1,50E+03	1,21E+05	8,04E+04
2459061,5	3,68E+04	3,03E+04	8,99E+02	1,10E+05	9,09E+04
2459066,5	1,57E+04	4,33E+04	2,09E+03	4,71E+04	1,30E+05
2459067,5	1,08E+04	4,46E+04	2,65E+03	3,25E+04	1,34E+05
2459068,5	5,86E+03	4,56E+04	3,18E+03	1,76E+04	1,37E+05
2459069,5	8,17E+02	4,60E+04	3,68E+03	2,46E+03	1,38E+05
2459070,5	4,23E+03	4,60E+04	4,15E+03	1,27E+04	1,39E+05
2459075,5	2,79E+04	3,95E+04	5,79E+03	8,43E+04	1,19E+05
2459076,5	3,21E+04	3,71E+04	5,98E+03	9,70E+04	1,12E+05
2459077,5	3,60E+04	3,43E+04	6,11E+03	1,09E+05	1,04E+05
2459078,5	3,96E+04	3,13E+04	6,20E+03	1,20E+05	9,46E+04
2459079,5	4,29E+04	2,81E+04	6,24E+03	1,30E+05	8,49E+04
2459084,5	5,48E+04	9,51E+03	5,81E+03	1,65E+05	2,87E+04
2459085,5	5,63E+04	5,52E+03	5,61E+03	1,70E+05	1,66E+04
2459086,5	5,74E+04	1,50E+03	5,39E+03	1,73E+05	4,52E+03
2459087,5	5,83E+04	2,53E+03	5,14E+03	1,76E+05	7,62E+03
2459088,5	5,88E+04	6,54E+03	4,86E+03	1,77E+05	1,97E+04
2459093,5	5,76E+04	2,58E+04	3,17E+03	1,73E+05	7,75E+04
2459094,5	5,66E+04	2,94E+04	2,79E+03	1,70E+05	8,83E+04
2459095,5	5,54E+04	3,29E+04	2,39E+03	1,66E+05	9,88E+04
2459096,5	5,41E+04	3,63E+04	1,99E+03	1,62E+05	1,09E+05
2459097,5	5,25E+04	3,95E+04	1,58E+03	1,58E+05	1,19E+05

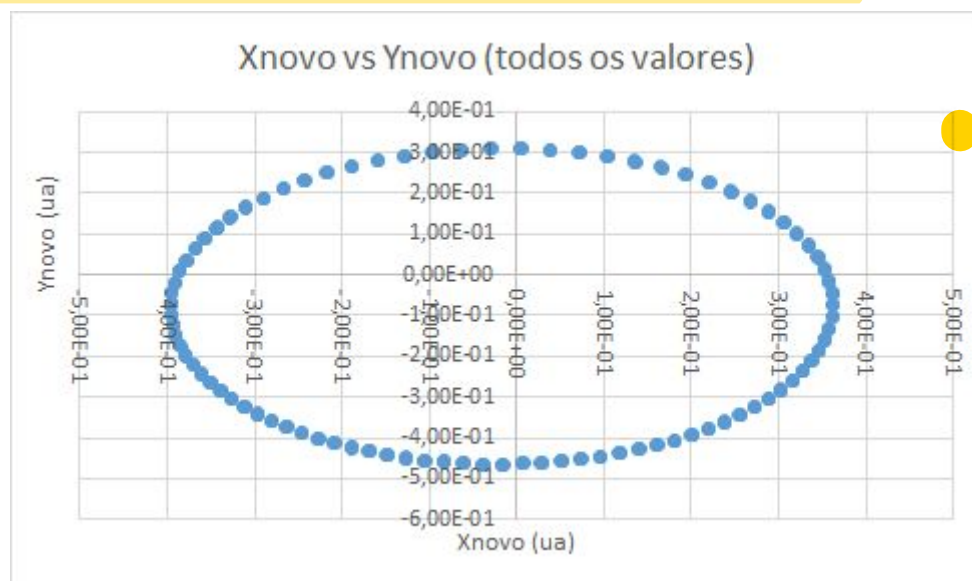
**Tabela 1.1: incerteza**

<b>tempo (s)</b>	<b>T (Xnovo<sup>2</sup>)</b>	<b>W (Ynovo<sup>2</sup>)</b>	<b>γ (T+W)</b>	<b>inc T</b>	<b>inc W</b>	<b>inc γ</b>	<b>inc r novo (km)</b>
2459012,5	2,18E+15	2,33E+15	4,51E+15	4,36E+12	1,40E+13	1,47E+13	1,09E+05
2459013,5	1,98E+15	2,60E+15	4,58E+15	3,96E+12	1,56E+13	1,61E+13	1,19E+05
2459014,5	1,77E+15	2,86E+15	4,63E+15	3,54E+12	1,72E+13	1,75E+13	1,29E+05
2459015,5	1,57E+15	3,11E+15	4,68E+15	3,14E+12	1,87E+13	1,89E+13	1,38E+05
2459016,5	1,37E+15	3,37E+15	4,73E+15	2,74E+12	2,02E+13	2,04E+13	1,48E+05
2459021,5	4,98E+14	4,37E+15	4,86E+15	9,96E+11	2,62E+13	2,62E+13	1,88E+05
2459022,5	3,66E+14	4,50E+15	4,87E+15	7,31E+11	2,70E+13	2,70E+13	1,94E+05
2459023,5	2,54E+14	4,63E+15	4,88E+15	5,06E+11	2,78E+13	2,78E+13	1,99E+05
2459024,5	1,59E+14	4,71E+15	4,87E+15	3,18E+11	2,83E+13	2,83E+13	2,03E+05
2459025,5	8,63E+13	4,78E+15	4,87E+15	1,72E+11	2,87E+13	2,87E+13	2,06E+05
2459030,5	5,67E+13	4,68E+15	4,73E+15	1,13E+11	2,81E+13	2,81E+13	2,04E+05
2459031,5	1,18E+14	4,58E+15	4,70E+15	2,34E+11	2,75E+13	2,75E+13	2,01E+05
2459032,5	2,01E+14	4,45E+15	4,65E+15	4,00E+11	2,67E+13	2,67E+13	1,96E+05
2459033,5	3,06E+14	4,30E+15	4,60E+15	6,09E+11	2,58E+13	2,58E+13	1,90E+05
2459034,5	4,29E+14	4,12E+15	4,55E+15	8,53E+11	2,47E+13	2,47E+13	1,83E+05
2459039,5	1,26E+15	2,92E+15	4,19E+15	2,51E+12	1,75E+13	1,77E+13	1,37E+05
2459040,5	1,46E+15	2,65E+15	4,11E+15	2,89E+12	1,59E+13	1,62E+13	1,26E+05
2459041,5	1,66E+15	2,37E+15	4,02E+15	3,29E+12	1,42E+13	1,46E+13	1,15E+05
2459042,5	1,85E+15	2,08E+15	3,93E+15	3,67E+12	1,25E+13	1,30E+13	1,04E+05
2459043,5	2,04E+15	1,80E+15	3,84E+15	4,04E+12	1,08E+13	1,15E+13	9,31E+04
2459048,5	2,78E+15	5,74E+14	3,36E+15	5,53E+12	3,45E+12	6,51E+12	5,62E+04
2459049,5	2,87E+15	3,93E+14	3,26E+15	5,70E+12	2,36E+12	6,17E+12	5,40E+04
2459050,5	2,92E+15	2,43E+14	3,16E+15	5,80E+12	1,46E+12	5,98E+12	5,32E+04
2459051,5	2,94E+15	1,27E+14	3,06E+15	5,84E+12	7,61E+11	5,89E+12	5,32E+04
2459052,5	2,92E+15	4,81E+13	2,97E+15	5,82E+12	2,89E+11	5,83E+12	5,34E+04
2459057,5	2,31E+15	2,23E+14	2,54E+15	4,62E+12	1,34E+12	4,81E+12	4,77E+04
2459058,5	2,10E+15	3,62E+14	2,47E+15	4,20E+12	2,17E+12	4,73E+12	4,76E+04
2459059,5	1,87E+15	5,30E+14	2,40E+15	3,74E+12	3,18E+12	4,91E+12	5,01E+04
2459060,5	1,62E+15	7,19E+14	2,34E+15	3,23E+12	4,31E+12	5,39E+12	5,58E+04
2459061,5	1,35E+15	9,18E+14	2,27E+15	2,71E+12	5,51E+12	6,14E+12	6,44E+04
2459066,5	2,47E+14	1,88E+15	2,13E+15	4,93E+11	1,13E+13	1,13E+13	1,22E+05
2459067,5	1,17E+14	2,00E+15	2,11E+15	2,34E+11	1,20E+13	1,20E+13	1,30E+05
2459068,5	3,45E+13	2,09E+15	2,12E+15	6,88E+10	1,25E+13	1,25E+13	1,36E+05
2459069,5	6,72E+11	2,13E+15	2,13E+15	1,34E+09	1,28E+13	1,28E+13	1,38E+05
2459070,5	1,80E+13	2,13E+15	2,15E+15	3,59E+10	1,28E+13	1,28E+13	1,38E+05
2459075,5	7,90E+14	1,58E+15	2,37E+15	1,57E+12	9,50E+12	9,62E+12	9,88E+04

2459076,5	1,05E+15	1,40E+15	2,44E+15	2,08E+12	8,38E+12	8,63E+12	8,74E+04
2459077,5	1,32E+15	1,19E+15	2,51E+15	2,61E+12	7,17E+12	7,63E+12	7,61E+04
2459078,5	1,59E+15	9,94E+14	2,59E+15	3,16E+12	5,97E+12	6,75E+12	6,64E+04
2459079,5	1,87E+15	8,01E+14	2,67E+15	3,71E+12	4,81E+12	6,07E+12	5,88E+04
2459084,5	3,04E+15	9,14E+13	3,13E+15	6,04E+12	5,49E+11	6,06E+12	5,42E+04
2459085,5	3,20E+15	3,08E+13	3,23E+15	6,37E+12	1,85E+11	6,37E+12	5,61E+04
2459086,5	3,32E+15	2,27E+12	3,33E+15	6,62E+12	1,36E+10	6,62E+12	5,74E+04
2459087,5	3,43E+15	6,45E+12	3,43E+15	6,82E+12	3,87E+10	6,82E+12	5,82E+04
2459088,5	3,48E+15	4,31E+13	3,52E+15	6,94E+12	2,58E+11	6,94E+12	5,85E+04
2459093,5	3,33E+15	6,67E+14	3,99E+15	6,64E+12	4,00E+12	7,76E+12	6,14E+04
2459094,5	3,21E+15	8,86E+14	4,08E+15	6,41E+12	5,20E+12	8,25E+12	6,46E+04
2459095,5	3,07E+15	1,08E+15	4,16E+15	6,14E+12	6,50E+12	8,95E+12	6,94E+04
2459096,5	2,93E+15	1,32E+15	4,25E+15	5,86E+12	7,91E+12	9,84E+12	7,55E+04
2459097,5	2,76E+15	1,56E+15	4,32E+15	5,51E+12	9,37E+12	1,09E+13	8,27E+04

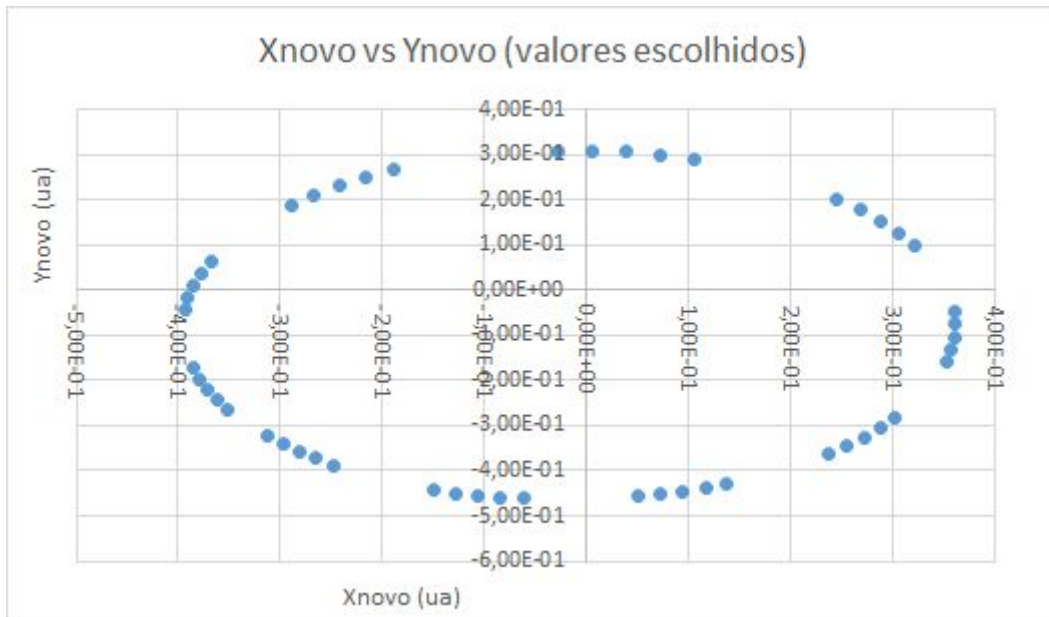
**Tabela 1.2:** incertezas

Devido à imperfeição do gráfico Xnovo vs Ynovo, o formato da trajetória de Mercúrio ficou prejudicado: para que seja ajustado às linhas de grade do PowerPoint, tem-se a aparência de uma trajetória circular (Figura 5), porém fisicamente ela é elíptica. Os gráficos a seguir exemplificam tal fato.

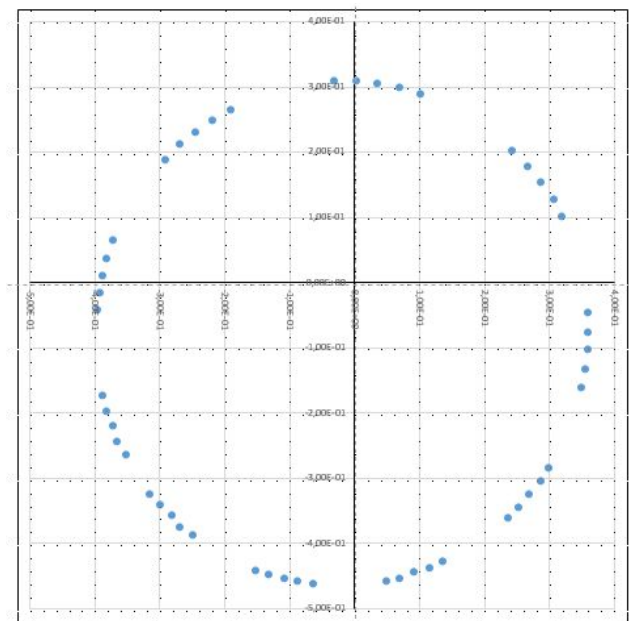


escala tem que ser a mesma...  
o que vale é a figura 5...

**Figura 3:** gráfico de Xnovo por Ynovo a partir de todos os valores fornecidos pelo site da Nasa



**Figura 4:** gráfico de Xnovo por Ynovo dos valores escolhidos pelo grupo



**Figura 5:** gráfico Xnovo por Ynovo ajustado para o PowerPoint (unidades em ua)

É importante ressaltar que esses gráficos das Figuras 3, 4 e 5 foram construído com a unidade ua.

Com isso, foram calculados os módulos das velocidades para cada conjunto através da expressão (2). Vale retomar que essa velocidade corresponde à velocidade média dos cinco pontos, logo, do ponto central (terceiro ponto). A tabela a seguir indica os resultados para: o módulo do vetor  $D_r$  (utilizado no cálculo do módulo da velocidade), o módulo do vetor velocidade e valor teórico para o ângulo formado entre os vetores  $r$  do terceiro ponto e velocidade.

Além disso, para economizar espaço e melhor interpretação, foram retiradas as linhas dos demais pontos dos conjuntos, restando apenas os pontos centrais, os quais foram designados pelos seus conjuntos, como indica a tabela abaixo.

<b>Conjunto</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>tempo (s)</b>	2459014,5	2459023,5	2459032,5	2459041,5	2459050,5
<b>Conjunto</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>tempo (s)</b>	2459059,5	2459068,5	2459077,5	2459086,5	2459095,5

**Tabela 2:** designação do tempo dos pontos centrais de cada conjunto

1 sig na incerteza

<b>Conjunto</b>	<b>r (ua)</b>	<b><math>\sigma r</math> (ua)</b>	<b>Dr (ua)</b>	<b><math>\sigma Dr</math> (ua)</b>	<b>vel (ua/s)</b>	<b><math>\sigma vel</math> (ua/s)</b>
<b>1</b>	0,4551	0,0009	0,0917	0,0012	2,654E-07	3,6E-09
<b>2</b>	0,4670	0,0013	0,0895	0,0019	2,591E-07	5,4E-09
<b>3</b>	0,4560	0,0013	0,0925	0,0018	2,678E-07	5,3E-09
<b>4</b>	0,4240	0,0011	0,1009	0,0011	2,920E-07	3,2E-09
<b>5</b>	0,3759	0,0004	0,1142	0,0005	3,303E-07	1,5E-09
<b>6</b>	0,3274	0,0003	0,1275	0,0005	3,690E-07	1,6E-09
<b>7</b>	0,3081	0,0009	0,1348	0,0012	3,900E-07	3,6E-09
<b>8</b>	0,3349	0,0005	0,1269	0,0008	3,671E-07	2,2E-09
<b>9</b>	0,3855	0,0004	0,1109	0,0005	3,209E-07	1,5E-09
<b>10</b>	0,4310	0,0005	0,0977	0,0007	2,828E-07	2,0E-09

**Tabela 3:** valores obtidos

tempo?

era para medir...

Conjunto	$\cos\theta$	$\theta$ (rad)	$\sigma\theta$ (rad)	$\theta$ ( $^\circ$ )	$\sigma\theta$ ( $^\circ$ )
1	0,119	1,451	0,009	83,1	0,5
2	0,003	1,568	0,007	89,9	0,4
3	-0,101	1,672	0,005	95,8	0,3
4	-0,185	1,757	0,004	100,7	0,2
5	-0,202	1,775	0,003	101,7	0,2
6	-0,144	1,715	0,003	98,3	0,2
7	0,014	1,557	0,005	89,2	0,3
8	0,160	1,410	0,006	80,8	0,3
9	0,210	1,360	0,003	77,9	0,1
10	0,174	1,395	0,006	80,0	0,3

**Tabela 3.1:** valores teóricos para teta a partir do cosseno

Conjunto	$\cos\theta_{\text{máx}}$	$\cos\theta_{\text{mín}}$	$\sigma \cos\theta$
1	1,28E-01	1,11E-01	8,91E-03
2	9,70E-03	-4,31E-03	7,01E-03
3	-9,62E-02	-1,05E-01	4,50E-03
4	-1,81E-01	-1,89E-01	4,00E-03
5	-2,00E-01	-2,05E-01	2,57E-03
6	-1,41E-01	-1,46E-01	2,87E-03
7	1,86E-02	8,55E-03	5,05E-03
8	1,65E-01	1,54E-01	5,64E-03
9	2,12E-01	2,07E-01	2,53E-03
10	1,80E-01	1,69E-01	5,97E-03

**Tabela 3.2:** valores de cosseno máximo e mínimo e a incerteza

Tanto a tabela 3.2 quanto a tabela 3.3 indicam os valores máximo e mínimo, utilizados para calcular a incerteza.

Conjunto	$\theta_{\text{máx}}$	$\theta_{\text{mín}}$	$\sigma_{\theta}$
1	1,442	1,460	0,009
2	1,561	1,575	0,007
3	1,667	1,676	0,004
4	1,753	1,761	0,004
5	1,772	1,777	0,003
6	1,712	1,718	0,003
7	1,552	1,562	0,005
8	1,405	1,416	0,006
9	1,357	1,362	0,002
10	1,389	1,401	0,006

**Tabela 3.3:** valores de teta máximo e mínimo e sua incerteza

Da mesma forma, foram feitos os cálculos da quantidade de movimento, do momento angular, da energia cinética, da energia potencial e, por fim, da energia total, resultados apresentados na tabela abaixo.

Conjunto	$p$ (kg.ua/s)	$\sigma p$ (kg.ua/s)	$L$ (kg.ua <sup>2</sup> /s)	$\sigma L$ (kg.ua <sup>2</sup> /s)
1	8,76E+16	1,9E+15	3,96E+16	9E+14
2	8,55E+16	2,3E+15	3,99E+16	1,1E+15
3	8,84E+16	2,3E+15	4,01E+16	1,0E+15
4	9,64E+16	1,9E+15	4,02E+16	8E+14
5	1,09E+16	1,9E+15	4,1E+16	7E+14
6	1,22E+16	2,1E+15	3,95E+16	7E+14
7	1,29E+17	2,4E+15	3,97E+16	8E+14
8	1,21E+17	2,1E+15	4,01E+16	7E+14
9	1,06E+17	1,8E+15	3,99E+16	7E+14
10	9,33E+16	1,7E+15	3,96E+16	7E+14

**Tabela 4:** resultados obtidos para momento linear e angular

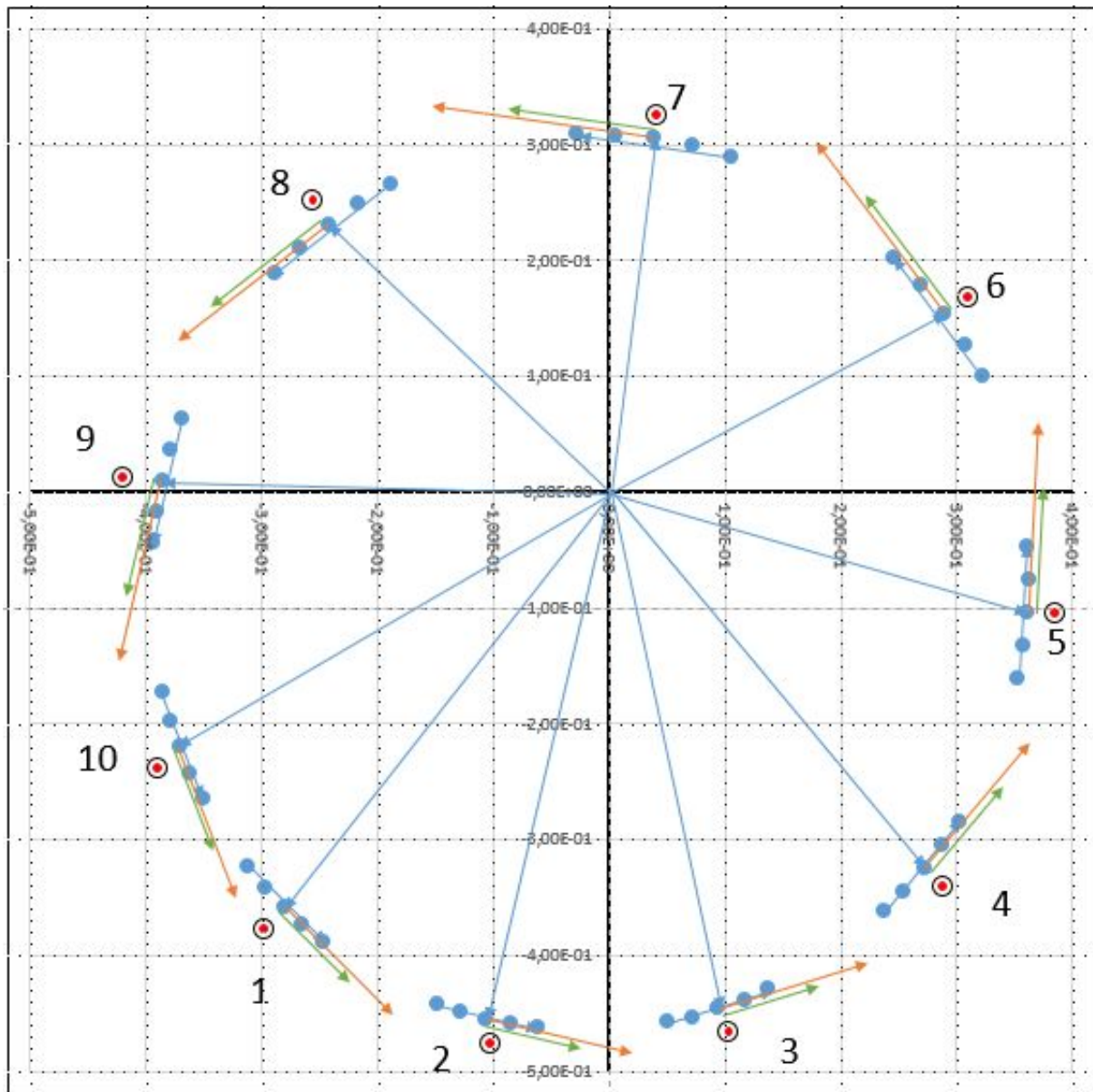


Conjunto	$E_{cin}$ (kg.ua <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$\sigma E_{cin}$ (kg.ua <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$E_{pot}$ (kg.ua <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$\sigma E_{pot}$ (kg.ua <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$E_{total}$ (kg.ua <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )	$\sigma E_{total}$ (kg.ua <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> )
1	1,162E+10	3,7E+08	-2,876E+10	5,2E+08	-1,714E+10	6,4E+08
2	1,108E+10	5,0E+08	-2,803E+10	5,1E+08	-1,695E+10	7,1E+08
3	1,184E+10	5,1E+08	-2,871E+10	5,3E+08	-1,687E+10	7,3E+08
4	1,407E+10	3,9E+08	-3,087E+10	5,6E+08	-1,680E+10	6,8E+08
5	1,801E+10	3,4E+08	-3,482E+10	6,3E+08	-1,681E+10	7,2E+08
6	2,247E+10	4,2E+08	-3,997E+10	7,2E+08	-1,751E+10	8,4E+08
7	2,511E+10	6,2E+08	-4,249E+10	7,8E+08	-1,738E+10	1,0E+09
8	2,224E+10	4,6E+08	-3,909E+10	7,1E+08	-1,685E+10	8,5E+08
9	1,699E+10	3,3E+08	-3,395E+10	6,2E+08	-1,696E+10	7,0E+08
10	1,320E+10	2,9E+08	-3,037E+10	5,5E+08	-1,71E+10	6,2E+08

**Tabela 5:** resultados obtidos para energias cinética, potencial e total

Uma vez que se possuem todos os valores, foram construídos os seus respectivos vetores no software Microsoft PowerPoint, o qual está dividido em quadrados de 2 centímetros de lado. Nele, os vetores em azul representam  $\mathbf{r}$  (os que partem da origem do sistema de coordenadas) e  $\mathbf{Dr}$  (parte do primeiro e chega ao quinto ponto). Os vetores em laranja representam à velocidade ( $\mathbf{vel}$ ), em verde o momento linear ( $\mathbf{p}$ ) e os pontos em vermelho o momento angular ( $\mathbf{L}$ ), uma vez que ele é perpendicular aos vetores  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{p}$ , ele fura o plano do gráfico (o ponto significa que ele sai do plano).

Além disso, para cada grandeza foi adotada uma calibração para os módulos. Sendo assim, para  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{Dr}$  cada centímetro no PowerPoint equivale à 0,05 ua. Para  $\mathbf{vel}$ , cada cm vale 1,00E-07 ua/s. Para  $\mathbf{p}$ , cada cm equivale à 5,00E+16 kg.ua/s. Por fim, para  $\mathbf{L}$ , não foi adotada uma escala, pois não é possível construir seus vetores perpendiculares ao plano, então eles foram demonstrados por um ponto.



**Figura 6:** gráfico final com os vetores

Através desses vetores, foi possível encontrar o ângulo entre  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{Dr}$ . Como o vetor  $\mathbf{vel}$  possui a mesma direção e o mesmo sentido de  $\mathbf{Dr}$ , seus ângulos são iguais, é possível trabalhar diretamente com o ângulo entre  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{vel}$ . Esses resultados encontram-se na tabela a seguir.

não precisava...

Conjunto	ângulo de r (°)	ângulo de Dr e vel (°)	ângulo entre r e vel (°)	ângulo entre r e vel (rad)
1	232	315	83	1,449
2	257	347	90	1,571
3	282	17	95	1,658
4	310	50	100	1,745
5	344	87	103	1,798
6	28	127	99	1,728
7	83	172	89	1,553
8	137	218	81	1,414
9	179	257	78	1,361
10	210	291	81	1,414

Tabela 6: ângulos encontrados a partir dos vetores

Foi adotada uma incerteza dos ângulos de  $1^\circ = 0,017$  rad, pela boa precisão nas medições.

Dessa forma, é possível comparar esses resultados com os valores da Tabela 3.1, a qual apresenta valores teóricos. Essa comparação é feita através do Teste Z de Compatibilidade:

**Critério para compatibilidade**

Comparação entre  $(a \pm \sigma_a)$  e  $(b \pm \sigma_b)$

$$Z = \frac{|a-b|}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}$$

$Z \leq 1$ , compatíveis ao nível de  $1\sigma$   
 $1 \leq Z \leq 2$ , compatíveis ao nível de  $2\sigma$   
 $2 \leq Z \leq 3$ , compatíveis ao nível de  $3\sigma$   
 $Z > 3$ , discrepantes

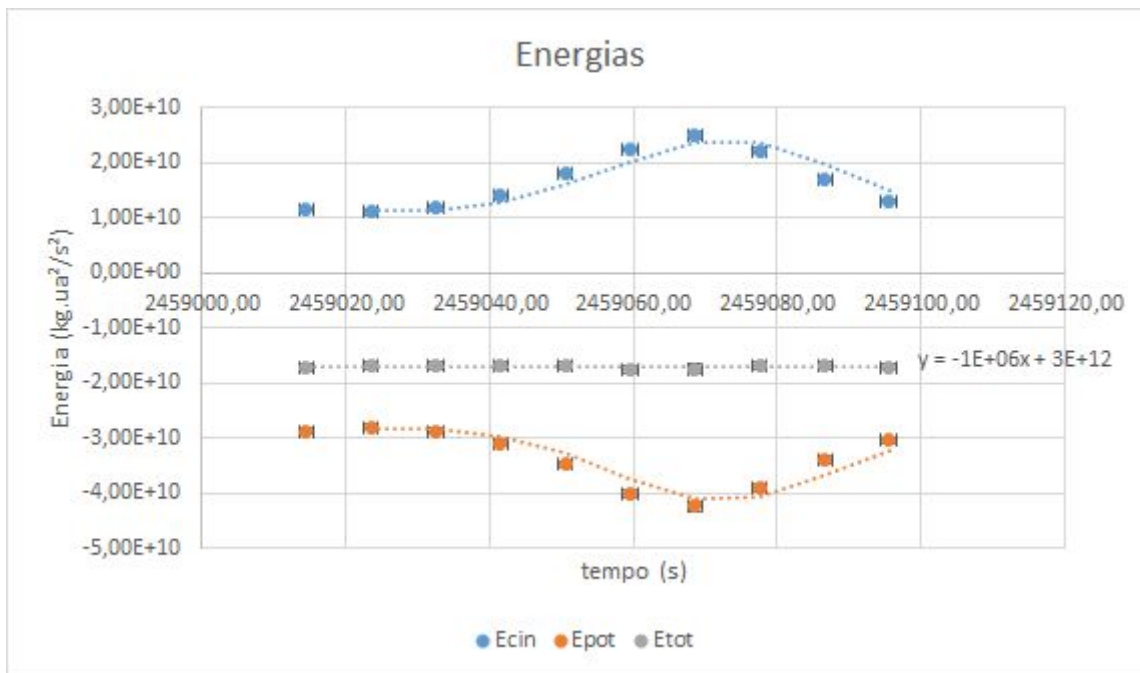
Figura 7: teste de compatibilidade

Conjunto	ângulo entre r e vel (°)	$\sigma$ ângulo entre r e vel (°)	ângulo Teórico (°)	$\sigma$ ângulo Teórico (°)	Z
1	83	1	83,1	0,5	0,089
2	90	1	89,9	0,4	0,093
3	95	1	95,8	0,3	0,766
4	100	1	100,7	0,2	0,686
5	103	1	101,7	0,2	1,275
6	99	1	98,3	0,2	0,686
7	89	1	89,2	0,3	0,192
8	81	1	80,8	0,3	0,192
9	78	1	77,9	0,1	0,100
10	81	1	80,0	0,3	0,958

**Tabela 7:** teste de compatibilidade entre os ângulos obtido e teórico

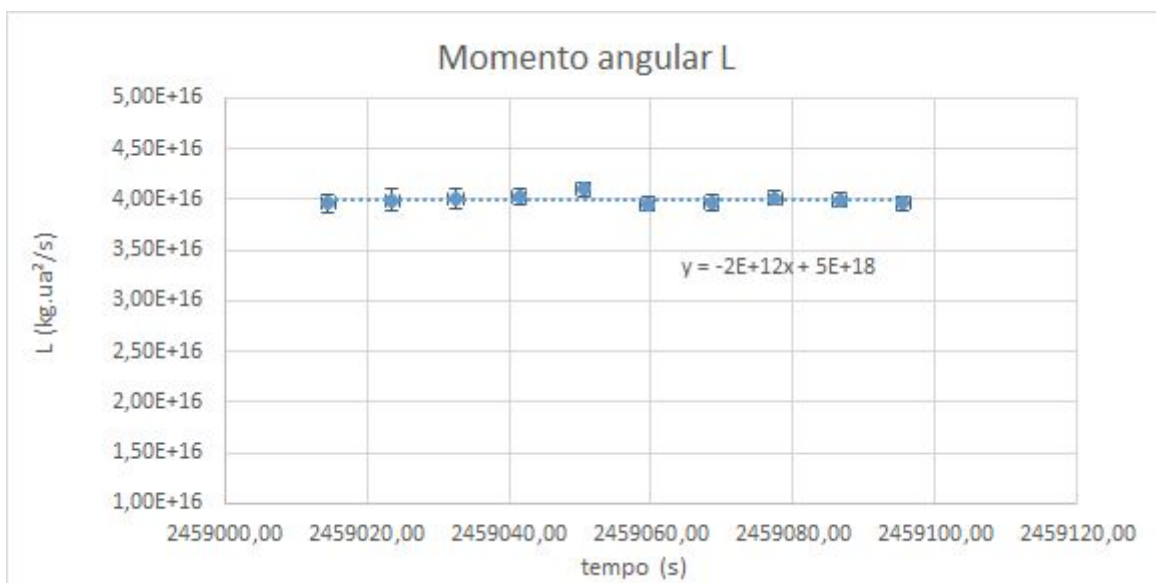
Portanto, nota-se que para todos os conjuntos, exceto o conjunto 5, há uma compatibilidade de 1 sigma entre o teórico e o obtido. No quinto conjunto, a compatibilidade é de 2 sigmas. Entretanto, pode-se afirmar que em todos os conjuntos os valores são compatíveis entre si.

A seguir tem-se o gráfico de energias, que mostra as relações entre elas com a energia cinética variando com o inverso da potencial e à total se mantendo constante, pois não há agentes externos ao sistema atuando.



**Figura 8:** gráfico das energias cinética, potencial e total

Foram feitos também os gráficos de momento angular e energia total isolados para determinar uma equação de reta que disponha à função das grandezas, os valores foram comparados com o MMQ (método dos mínimos quadrados).



**Figura 9:** gráfico de momento angular em função do tempo

Nota-se que o gráfico possui uma pequena variação angular, o que não condiz com os valores esperados pois o ideal seria uma função constante. Entretanto, os valores obtidos através do MMQ são:

a	b
-1,78E+12	4,42E+18
$\sigma_a$	$\sigma_b$
1,01E+13	2,48E+19

1 sig....

Pode-se concluir que os valores estão correlacionados e também próximos ao teórico, isto é, uma angulação pequena próxima à zero.

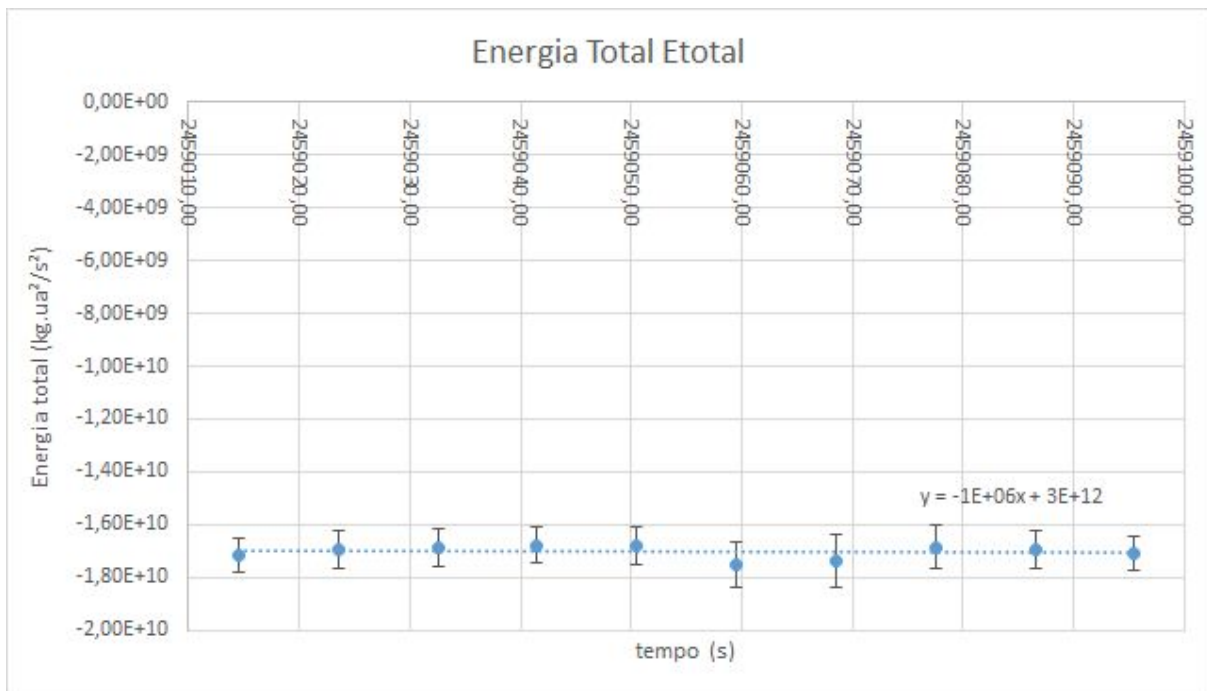


Figura 10: gráfico de energia total em função do tempo

No gráfico de energia mecânica total tem-se um coeficiente angular da reta traçada por meio do gráfico no Excel muito pequeno em relação às grandezas trabalhadas, porém teoricamente deveria ser zero. Pelo método dos mínimos quadrados, obtém-se:

a	b
-1,50E+06	3,67E+12
$\sigma_a$	$\sigma_b$
8,29E+06	2,04E+13

não vi seu ajuste...

Os valores obtidos pelos diferentes métodos, pelo gráfico e MMQ, se correlacionam e são condizentes entre si, porém não ao valor teórico. Uma possível explicação para isso é à baixa angulação porém como temos um tempo elevado e

não começando do zero. Portanto, tem-se uma grande flutuação no valor  $b$  que é onde a função cruza com a origem do tempo.

cálculo com versores?

### Discussão:

Esse experimento tem como objetivo o estudo das grandezas físicas relacionadas no movimento gravitacional que um planeta realiza em torno do Sol. O planeta em questão foi Mercúrio, o mais próximo da estrela central no Sistema Solar.

Para tal, foram escolhidos 10 conjuntos, cada um contendo 5 pontos consecutivos da trajetória do planeta, tratando-se de um plano feito com novos valores de  $X$  e  $Y$ . Em cada conjunto, foi trabalhado com a média dos cinco pontos, ou seja, com o ponto médio (terceiro ponto).

Quando analisado o momento angular ( $L$ ) do corpo, nota-se que os valores seguem uma constância, isto é, são muito próximos entre si, de modo que pode-se afirmar que ocorre a conservação dessa grandeza durante toda a trajetória, isso é explicado pelo fato de que a derivada do movimento angular em relação ao tempo é igual ao torque que atua no sistema. ~~Entretanto, o torque é igual ao produto vetorial entre a força gravitacional e o raio e, ambos são perpendiculares.~~ Logo, tem-se que o módulo do torque é igual a zero, não obtendo, assim, variação na quantidade de movimento angular. Ademais, as incertezas dos valores fazem com que os números acolham-se entre si, ou seja, há a união dos conjuntos de dados.

Além disso, ao tratar-se da energia total ( $E_{total}$ ) ou energia mecânica, cujos dados encontram-se na Tabela 5, percebe-se que também ocorre a conservação de seu valor ao longo de toda a trajetória, pois o sistema não tem forças externas atuando. Da mesma forma, as incertezas desses valores provocam a união dos conjuntos de dados obtidos, o que comprova a conservação da energia total, fato que era almejado.

Logo, conclui-se que ocorreu o sucesso do experimento e o alcance de seu objetivo. Houve tanto a conservação do momento angular quanto da energia total do planeta Mercúrio, com base nos dados coletados.

poderia ter tirado um valor único de  $L$  e  $E_{mec}$  dos dados?

incertezas foram compatíveis.

comparação entre alunos?