

7,2

1

Síntese 4

Colisão Bidimensional

Gabriel Xavier Luz nºUSP 11223931
Giovani Melendes Salvador nºUSP 11223952
Universidade de São Paulo



Conteúdo

1	Introdução	3
2	Descrição Experimental	4
3	Dados Experimentais	6
4	Resultados	11
5	Discussão	15
6	Conclusão	24

1 Introdução

Durante esse experimento iremos analisar a colisão bidimensional de dois corpos, o que é frequente no nosso cotidiano. O objetivo deste trabalho é observar e justificar se houve uma colisão elástica entre os corpos, para isso o experimento foi realizado de tal forma que os corpos estão isolados para que nenhuma força resultante externa atua sobre o sistema. Este tipo de colisão é caracterizada pela conservação da energia total do sistema (que neste caso seria somente a energia cinética) da seguinte maneira:

$$K_{total,i} = K_{total,f} \quad (1)$$

Uma colisão elástica deve manter a energia final e inicial iguais, deve conservar o momento linear e a soma vetorial dos momentos lineares dos corpos deve ser igual ao momento linear do centro de massa.

Outro fator importante para este experimento seria a análise em diferentes referenciais para o estudo de algumas propriedades úteis como a do centro de massa do sistema, por exemplo. Com diferentes referenciais podemos descrever de uma maneira mais fácil se houve ou não uma colisão elástica, esses referenciais se relacionam da seguinte maneira:

$$v = v_{cm} + v' \quad (2)$$

Onde v seria o referencial do laboratório, v_{cm} seria o referencial do centro de massa e v' o referencial em relação ao centro de massa.

Assim podemos analisar uma importante característica teórica que iremos explorar neste experimento. Essa seria a seguinte relação que se aplica para o momento antes e depois da colisão:

$$K_{total,i} = K'_{total,i} + K_{cm,i} \quad (3)$$

Além da conservação da energia do sistema, temos outras conservações como a do momento linear do sistema, essa conservação só ocorre com a ausência de forças externas, onde sua variação não ocorre com o tempo, logo o momento inicial seria igual ao final da mesma maneira que a energia. Porém, iremos analisar vetorialmente essa grandeza, uma vez que ela possui direção, módulo e sentido para cada corpo no instante inicial e final imediatamente antes e depois da colisão, já que o sentido do movimento dos corpos é diferente nesses instantes.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = 0$$

não precisa ser imediatamente

$$\rightarrow \vec{P}_{1,i} + \vec{P}_{2,i} = \vec{P}_{1,f} + \vec{P}_{2,f} \quad (4)$$

Portanto, neste experimento iremos discernir se houve ou não uma colisão elástica analisando diferentes casos, como o momento de maneira vetorial e a energia cinética pelo seu

módulo.

É importante definir que Uma colisão elástica deve manter a energia final e inicial iguais, deve conservar o momento linear e a soma vetorial dos momentos lineares dos corpos deve ser igual ao momento linear do centro de massa, caso não haja uma conservação total de energia ou momento linear, consideramos que haja uma certa porcentagem de elasticidade na colisão.

2 Descrição Experimental

Devido ao isolamento social causado pela pandemia do novo COVID-19, nos foi fornecido um vídeo onde mostra a efetuação do experimento em si e fornece, também, o acesso aos frames e a cronometragem do fenômeno observado.

Segundo o site que proveu os vídeos do experimento, os recursos usados foram:

- Câmera, utilizada para captar e gravar o experimento. característica?
- Mesa de Ar, Estruturada com ferro e suporte para uma placa de alumínio a qual permite que haja um fluxo de ar através. ?
- Adesivo quadriculado, usado como plano de fundo para possibilitar ~~se~~ sejam feitas medidas mais precisas do experimento. o quadriculado é de 2mm por 2mm. cm
- Placa de alumínio, colocada sobre a mesa de ar, possui furos que distam 1 cm entre si para possibilitarem a passagem de ar. O adesivo quadriculado foi colocado sobre a placa.
- Ventoinha, um ventilador potente o suficiente para fornecer um fluxo de ar para toda a placa de alumínio.
- Bateria portátil, usada para alimentar a iluminação do experimento, foi usada para tanto lâmpadas de LED.
- Conjunto de suportes para LED, suportes metálicos usados para o encaixe do sistema de iluminação.
- Lâmpadas do tipo LED de alta potência, utilizadas iluminar o experimento e assim melhorar a qualidade da filmagem.
- Discos de Acrílico, usados como corpos em movimento durante o experimento, possuem uma marcação do seu centro em preto para melhorar a visibilidade diante ao fundo quadriculado.
- Suporte circular, aro fixado acima do experimento, usado para fixar os suportes para o LED.
- Suporte da câmera, Uma carcaça de reator de lâmpada fluorescente reaproveitada para servir como suporte para fixação da câmera num nível acima do da mesa de ar para assim conseguir um ângulo bom do experimento.

A descrição da realização do experimento é a seguinte: eles acoplaram a câmera a um suporte anteriormente instalado sobre a mesa de ar e ligaram a ventoinha para que um colchão de ar se formasse sobre o tampo da mesa para reduzir o atrito dos discos com a superfície. Nesta situação os corpos de acrílico foram lançados de maneira a colidirem sem que rotacionassem consideravelmente durante o experimento, antes ou depois das colisões. Na mesa de ar foi acoplado alguns suportes auxiliares, para a fixação das lâmpadas LED para intensificar a iluminação ambiente, para assim otimizar a qualidade da gravação, uma vez que para ser gravado em 480 fps foi necessária uma luz intensa sobre o arranjo experimental.

eram subconjuntos do mesmo vídeo

Visando uma melhor análise dos dados, utilizamos 2 dos vídeos fornecidos como fontes de dados, eles foram o D4 e o D5, ambos divididos em 40 frames e com 2 discos se colidindo. Além disso, temos que a precisão do tempo neste experimento é ~~significativo~~, logo a sua incerteza será desconsiderada no decorrer dos cálculos.

Para a coleta das coordenadas a partir do vídeo, adotamos como ponto de origem um ponto no canto inferior esquerdo, a direção do eixo X é positivo para a direita e do eixo Y positiva para cima. Segue imagem para exemplificar:

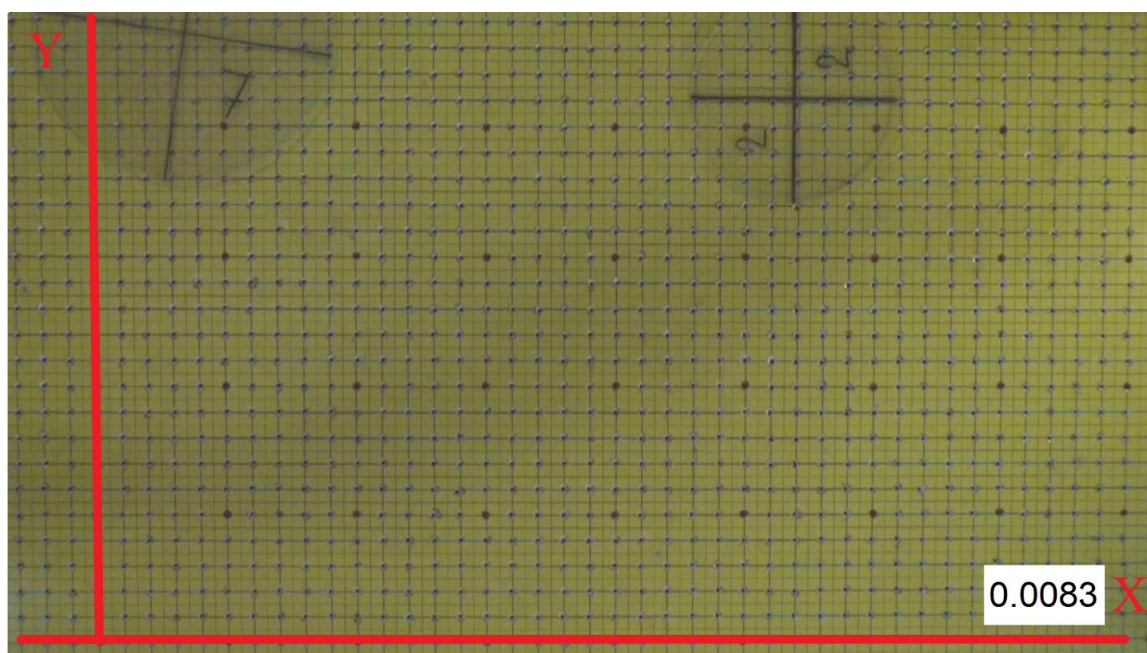


Figura 1: Demonstração dos eixos X e Y que consideramos.

Para determinar a posição dos discos no experimento, usamos como ponto central a parte aonde as duas linhas desenhadas neles se encontram, consideramos lá como seu centro. Assim obtivemos pontos X e Y considerando o plano cartesiano. As incertezas dessas medidas foram de $0,2\text{cm}$ como orientado pelo professor.

Em busca de uma melhor análise consideramos a escala de que cada pontinho azul tenha entre si uma distância de 1cm e que cada ponto preto tenha 5cm de distância entre os outros.

Foi fornecido uma divisão do vídeo em 40 frames que mostram de maneira devagar o movimento e posição dos discos. Cada frames tinha um intervalo de $0,0125\text{s}$.

3 Dados Experimentais

Dado a descrição experimental feita anteriormente, conseguimos anotar a posição de cada corpo no referencial adotado, lembrando que a incerteza da posição de cada corpo, tanto no eixo x como no eixo y, nos foi fornecido como 0,2 centímetros. Com isso também retiramos a posição do centro de massa tanto em x como em y (que seria a mesma expressão) do sistema a cada quadro e sua incerteza.

$$X_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad (5)$$

$$\sigma_{X_{cm}} = \sqrt{\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \sigma_x\right)^2} \quad (6)$$

valor das massas?

$m7 = 13,353 \text{ g}$

$m2 = 11,988 \text{ g}$

inverteu as massas....

7

Tabela 1: Tabela referente ao vídeo D4 sobre o posicionamento em X e em Y de ambos os corpos e seus centros de massa durante os 40 frames analisados e suas respectivas incertezas.

Quadro	puque 1		puque 2		Centro de massa			
	X1 (cm)	Y1 (cm)	X2 (cm)	Y2 (cm)	XCM (cm)	inc XCM	YCM (cm)	inc YCM
1	3,5	23,5	27,0	21,0	15,9	0,1	22,2	0,1
2	3,8	23,1	26,5	20,6	15,8	0,1	21,8	0,1
3	4,2	22,6	26,0	20,2	15,7	0,1	21,3	0,1
4	4,6	22,2	25,8	19,8	15,8	0,1	20,9	0,1
5	5,0	21,8	25,5	19,3	15,8	0,1	20,5	0,1
6	5,2	21,4	25,0	18,9	15,6	0,1	20,1	0,1
7	5,6	21,0	24,8	18,4	15,7	0,1	19,6	0,1
8	6,0	20,5	24,5	18,0	15,7	0,1	19,2	0,1
9	6,4	20,0	24,0	17,5	15,7	0,1	18,7	0,1
10	6,8	19,8	23,8	17,0	15,8	0,1	18,3	0,1
11	7,0	19,1	23,5	16,5	15,7	0,1	17,7	0,1
12	7,4	18,8	23,0	16,0	15,6	0,1	17,3	0,1
13	7,8	18,2	22,8	15,5	15,7	0,1	16,8	0,1
14	8,1	18,0	22,2	15,2	15,5	0,1	16,5	0,1
15	8,5	17,5	22,0	14,8	15,6	0,1	16,1	0,1
16	8,9	17,0	21,8	14,2	15,7	0,1	15,5	0,1
17	9,2	16,5	21,2	13,8	15,5	0,1	15,1	0,1
18	9,6	16,0	21,0	13,2	15,6	0,1	14,5	0,1
19	10,0	15,6	20,5	12,8	15,5	0,1	14,1	0,1
20	10,4	15,1	20,2	12,3	15,6	0,1	13,6	0,1
21	10,8	14,8	20,0	12,0	15,6	0,1	13,3	0,1
22	10,5	14,5	20,2	11,2	15,6	0,1	12,8	0,1
23	10,4	14,2	20,5	10,7	15,7	0,1	12,4	0,1
24	10,2	14,0	20,8	10,1	15,8	0,1	11,9	0,1
25	10,1	13,5	21,0	9,5	15,8	0,1	11,4	0,1
26	10,0	13,3	21,2	8,8	15,9	0,1	10,9	0,1
27	9,9	13,0	21,5	8,2	16,0	0,1	10,5	0,1
28	9,8	12,7	21,8	7,5	16,1	0,1	10,0	0,1
29	9,5	12,3	22,0	7,0	16,1	0,1	9,5	0,1
30	9,4	12,0	22,1	6,5	16,1	0,1	9,1	0,1
31	9,2	11,8	22,4	5,8	16,2	0,1	8,6	0,1
32	9,1	11,4	22,6	5,2	16,2	0,1	8,1	0,1
33	9,0	11,0	22,8	4,5	16,3	0,1	7,6	0,1
34	8,9	10,8	23,0	4,0	16,3	0,1	7,2	0,1
35	8,8	10,5	23,3	3,3	16,4	0,1	6,7	0,1
36	8,5	10,2	23,5	2,6	16,4	0,1	6,2	0,1
37	8,4	9,9	23,8	2,0	16,5	0,1	5,7	0,1
38	8,2	9,5	24,0	1,5	16,5	0,1	5,3	0,1
39	8,1	9,2	24,3	0,8	16,6	0,1	4,8	0,1
40	8,0	9,0	24,5	0,2	16,7	0,1	4,4	0,1

Com os dados da posição de cada corpo nos quadros filmados, começamos a dar início a avaliação de outras grandezas físicas envolvidas como velocidade e momento dos corpos no intervalo de 12 quadros, portanto para um Δr_i pegamos o quadro de número 8 como inicial e número 20 como final no eixo y e no eixo x, no caso do intervalo final foi os quadros 34 e 22.

$$\Delta r_{x,i} = x_{20} - x_8$$

$$|\Delta \vec{r}_i| = \sqrt{\Delta r_{x,i}^2 + \Delta r_{y,i}^2} \quad (7)$$

Sua incerteza é dada por:

$$\sigma_{\Delta \vec{r}} = \frac{\sqrt{x\sigma_x^2 + y\sigma_y^2}}{|\Delta \vec{r}|} \quad \text{delta x e inc delta x} \quad (8)$$

O intervalo de tempo entre esses quadros foi de 0,15 segundos. Então, resumidamente, a velocidade e sua incerteza foram calculadas da seguinte maneira:

$$|\vec{v}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} \quad (9)$$

$$\sigma_{\vec{v}} = |\vec{v}| \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta \vec{r}}}{|\Delta \vec{r}|}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2} \quad (10)$$

Cosiderando que neste experimento Δt não possui incerteza apenas a incerteza do deslocamento é propagado. Além disso, conseguimos calcular o módulo do momento e sua incerteza para o corpo 1 e 2.

$$|\vec{p}| = m_i |\vec{v}| \quad (11)$$

$$\sigma_{\vec{p}} = |\vec{p}| \sqrt{\left(\frac{\sigma_{m_i}}{m_i}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\vec{v}}}{|\vec{v}|}\right)^2} \quad (12)$$

Tabela 2: Tabela referente ao vídeo D4 sobre as posições bidimensionais no eixo x e y, o módulo das posições bidimensionais, suas velocidades e o momento linear dos corpos antes e depois da colisão, junto também das suas respectivas incertezas.

	Dr1 (cm)	inc	n intervalos	Dr2 (cm)	inc	n intervalos
antes	(4,4;-5,4)= 6,97	0,20	12	(-4,3;-5,7)= 7,14	0,20	12
depois	(-1,6;3,7)= 4,03	0,20	12	(2,8;-7,2)= 7,73	0,20	12
	v1 (cm/s)	inc		v2 (cm/s)	inc	
antes	46,4	1,3		47,6	1,3	
depois	26,9	1,3		51,5	1,3	
	P1 (g cm/s)	inc		P2 (g cm/s)	inc	
antes	557	16		636	18	
depois	322	16		688	18	

inc com 1 sig...

E para finalizar a primeira etapa do conjunto D4 repetimos as operações olhando para o centro de massa dessa vez, portanto a única expressão que mudaria seria a do momento do centro de massa ficando:

$$|\vec{P}| = (m_1 + m_2) |\vec{v}_{cm}|$$

Tabela 3: Tabela referente ao vídeo D4 sobre as posições bidimensionais no eixo x e y, o módulo da posição bidimensionais, suas velocidades e o momento linear do centro de massa antes e depois da colisão, junto também das suas respectivas incertezas.

	Drcm (cm)	inc	n intervalos
antes	(-0,2;-5,6)=5,6	0,1	12
depois	(0,7;-5,5)=5,6	0,1	12
	vcm (cm/s)	inc	
antes	37,3	0,9	
depois	37,3	0,9	
	Pcm(g cm/s)	inc	
antes	946	48	
depois	946	48	

inc incompatíveis.

Em seguida, repetimos todas as operações para o outro conjunto de dados, obtendo o deslocamento, velocidade e momento do conjunto D5 inteiro.

Tabela 4: Tabela referente ao vídeo D5 sobre o posicionamento em X e em Y de ambos os corpos e seus centros de massa durante os 40 frames analisados e suas respectivas incertezas.

Quadro	puque 1		puque 2		Centro de massa			
	X1 (cm)	Y1 (cm)	X2 (cm)	Y2 (cm)	XCM (cm)	inc XCM	YCM (cm)	inc YCM
1	3,6	23,5	27,8	21,1	16,4	0,1	22,2	0,1
2	3,9	23,0	27,3	20,6	16,2	0,1	21,7	0,1
3	4,3	22,6	26,0	20,1	15,7	0,1	21,3	0,1
4	4,7	22,1	25,8	19,7	15,8	0,1	20,8	0,1
5	5,0	21,8	25,4	19,1	15,7	0,1	20,4	0,1
6	5,3	21,3	25,0	18,9	15,7	0,1	20,0	0,1
7	5,7	20,9	24,7	18,3	15,7	0,1	19,5	0,1
8	6,0	20,4	24,4	17,9	15,7	0,1	19,1	0,1
9	6,3	20,0	24,1	17,3	15,7	0,1	18,6	0,1
10	6,7	19,6	23,9	17,0	15,8	0,1	18,2	0,1
11	7,1	19,0	23,4	16,5	15,7	0,1	17,7	0,1
12	7,4	18,7	23,0	16,0	15,6	0,1	17,3	0,1
13	7,9	18,2	22,8	15,6	15,8	0,1	16,8	0,1
14	8,2	17,8	22,3	15,0	15,6	0,1	16,3	0,1
15	8,6	17,3	22,0	14,8	15,7	0,1	16,0	0,1
16	8,9	17,0	21,7	14,1	15,6	0,1	15,5	0,1
17	9,3	16,4	21,3	13,8	15,6	0,1	15,0	0,1
18	9,7	16,0	21,0	13,1	15,7	0,1	14,5	0,1
19	10,1	15,6	20,8	12,9	15,7	0,1	14,2	0,1
20	10,4	15,1	20,3	12,3	15,6	0,1	13,6	0,1
21	10,8	14,8	20,1	11,9	15,7	0,1	13,3	0,1
22	10,6	14,3	20,3	11,1	15,7	0,1	12,6	0,1
23	10,3	14,2	20,6	10,7	15,7	0,1	12,4	0,1
24	10,2	13,9	20,9	10,0	15,8	0,1	11,8	0,1
25	10,1	13,5	21,0	9,4	15,8	0,1	11,3	0,1
26	9,9	13,2	21,2	8,8	15,9	0,1	10,9	0,1
27	9,8	13,0	21,3	8,1	15,9	0,1	10,4	0,1
28	9,7	12,6	21,7	7,6	16,0	0,1	10,0	0,1
29	9,5	12,3	21,9	6,9	16,0	0,1	9,5	0,1
30	9,3	12,0	22,2	6,2	16,1	0,1	8,9	0,1
31	9,2	11,7	22,3	5,8	16,1	0,1	8,6	0,1
32	9,1	11,3	22,7	5,0	16,3	0,1	8,0	0,1
33	9,0	11,0	22,9	4,4	16,3	0,1	7,5	0,1
34	8,9	10,8	23,1	3,9	16,4	0,1	7,2	0,1
35	8,7	10,3	23,2	3,1	16,3	0,1	6,5	0,1
36	8,6	10,1	23,6	2,7	16,5	0,1	6,2	0,1
37	8,4	9,8	23,8	1,9	16,5	0,1	5,6	0,1
38	8,3	9,5	23,9	1,3	16,5	0,1	5,2	0,1
39	8,2	9,2	24,1	0,8	16,6	0,1	4,8	0,1
40	8,0	8,9	24,3	0,1	16,6	0,1	4,3	0,1

Tabela 5: Tabela referente ao vídeo D5 sobre as posições bidimensionais no eixo x e y, o módulo das posições bidimensionais, suas velocidades e o momento linear dos corpos antes e depois da colisão, junto também das suas respectivas incertezas.

	Dr1 (cm)	inc	n intervalos	Dr2 (cm)	inc	n intervalos
antes	(4,4;-5,3)= 6,89	0,20	12	(-4,1;-5,6)= 6,94	0,20	12
depois	(-1,7;-3,5)= 3,89	0,20	12	(2,8;-7,2)= 7,73	0,20	12
	v1 (cm/s)	inc		v2 (cm/s)	inc	
antes	45,9	1,3		46,3	1,3	
depois	25,9	1,3		51,5	1,3	
	P1 (g cm/s)	inc		P2 (g cm/s)	inc	
antes	550	16		618	18	
depois	311	16		688	18	

Tabela 6: Tabela referente ao vídeo D5 sobre as posições bidimensionais no eixo x e y, o módulo da posição bidimensionais, suas velocidades e o momento linear do centro de massa antes e depois da colisão, junto também das suas respectivas incertezas.

	Drcm (cm)	inc	n intervalos
antes	(-0,1;-5,5)=5,46	0,14	12
depois	(0,7;-5,4)=5,49	0,14	12
	vcm (cm/s)	inc	
antes	36,4	0,9	
depois	36,6	0,9	
	Pcm(g cm/s)	inc	
antes	922	48	
depois	928	48	

4 Resultados

Visto os dados anteriores obtidos, começaremos a calcular os resultados para uma futura análise da condição de elasticidade da colisão.

Podemos então calcular a energia do sistema, que será importante para entendermos se ela se conservou ou não após a colisão. Para tanto devemos considerar que como o atrito foi reduzido até ser desprezível, a única energia no sistema é a cinética. Então a equação da energia (K) é :

$$K_i = \frac{1}{2} m_i \vec{v}^2 \quad (13)$$

Para calcularmos a incerteza da energia do dos corpos e da energia total utilizamos as seguintes equações abaixo:

$$\sigma_E = E \sqrt{\left(\frac{\sigma_{m_i}}{m_i}\right)^2 + \left(2 \frac{\sigma_{\vec{v}}}{|\vec{v}|}\right)^2} \quad (14)$$

$$\sigma_{E_{total}} = \sqrt{\sigma_{E_1}^2 + \sigma_{E_2}^2} \quad (15)$$

A seguir está a tabela com os valores e suas incertezas das energias dos corpos e da energia total relacionada ao vídeo D4:

Tabela 7: Tabela referente ao vídeo D4 sobre as energias de ambos os corpos e da energia total do sistema, antes e depois da colisão, junto das suas respectivas incertezas.

		E1 (cgs)	inc	E2 (cgs)	inc	Etot (cgs)	inc
D4	antes	12926	74	15127	847	28053	1126
	depois	4329	430	17709	916	22038	1012

Visando contemplar melhor o experimento, analisaremos também a energia do centro de massa do sistema, e para isso utilizaremos a equação a seguir:

$$K_{cm} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\bar{v}_{cm}^2 \quad (16)$$

Após expormos a equação da energia do centro de massa colocaremos abaixo a tabela com seus valores e incertezas relacionados ao vídeo D4:

Tabela 8: Tabela referente ao vídeo D4 sobre a energia do centro de massa e sua incerteza, antes e depois da colisão.

		Ecm (cgs)	inc
D4	antes	17660	449
	depois	17660	449

A seguir teremos as tabelas das energias dos corpos, energia total e energia do centro de massa relacionadas ao vídeo D5. Deixo registrado que utilizamos as mesmas equações para a energia de D4 em D5.

Tabela 9: Tabela referente ao vídeo D5 sobre as energias de ambos os corpos e da energia total do sistema, antes e depois da colisão, junto das suas respectivas incertezas.

		E1 (cgs)	inc	E2 (cgs)	inc	Etot (cgs)	inc
D5	antes	12641	734	14294	824	26934	1103
	depois	4033	415	17709	917	21742	1006

Tabela 10: Tabela referente ao vídeo D5 sobre a energia do centro de massa e sua incerteza, antes e depois da colisão.

		Ecm (cgs)	inc
D5	antes	16788	434
	depois	16973	436

Outra informação importante que iremos extrair seria no referencial em relação ao centro

velocidade das
partículas no ref cm

de massa, que nós dá uma boa ideia do que tá acontecendo entre os corpos e o CM, assim usaremos a equação 2 para calcular a variação da posição r' em cada quadro.

Para pegarmos o módulo de sua variação primeiro calculamos seu valor em quadros específicos no instante inicial antes da colisão (que seria o quadro de número 8) e o instante final antes da colisão (quadro de número 20) sempre usando o módulo do valor do CM e do referencial do laboratório no quadro em questão. Após a colisão os quadros usados seriam os quadros 34 (final) e 22 (inicial).

$$|r'_{8,antes}| = \sqrt{(x_8 - x_{cm,8})^2 + (y_8 - y_{cm,8})^2} \quad (17)$$

Sua incerteza é dada por:

$$\sigma_{|r'|} = \sqrt{\sigma_{cm}^2 + \sigma_{x,y}^2} \quad (18)$$

Tabela 11: Tabela referente ao vídeo D4 do módulo da distância dos corpos relativa ao centro de massa e suas incertezas nos quadros de início e fim de antes e depois da colisão.

		núm quadro	distância puque 1 - CM		distância puque 2 - CM	
			Dr1*(cm)	inc	Dr2*(cm)	inc
D4	antes	8	9,8	0,2	8,8	0,2
		20	5,4	0,2	4,8	0,2
	depois	22	5,4	0,2	4,8	0,2
		34	8,2	0,2	7,4	0,2

Considerando que estamos analisando outro referencial, calculamos então sua velocidade e o momento linear. Utilizamos para ambos as mesmas equações que mostramos anteriormente (equação 9 e 11). Suas incertezas foram também calculadas da mesma maneira do que calculamos anteriormente (equação 10 e 12). Então explicitamos a seguir a tabela com os valores e incertezas da velocidade e momento linear de r' relacionado a ambos os corpos. Isso tudo referente ao vídeo D4.

Tabela 12: Tabela referente ao vídeo D4 sobre a velocidade e o momento linear dos corpos com relação ao centro de massa e suas incertezas, relacionados a antes e depois da colisão.

		v1*(cm/s)	inc	v2*(cm/s)	inc
		P1*(g cm/s)	inc	P2*(g cm/s)	inc
D4	antes	-29,8	1,6	-26,7	1,6
	depois	19,0	1,6	17,1	1,6
	antes	-357	20	-357	22
	depois	228	20	228	22

incompatível...

Tabela 13: Tabela referente ao vídeo D4 sobre a energia dos corpos e a energia total, ambos referentes ao centro de massa, junto a suas incertezas. Relacionados a antes e depois da colisão.

D4		E1* (cgs)	inc	E2* (cgs)	inc		Etot (cgs)	inc
	antes		5314	292	4771	292	antes	10085
depois		2163	186	1942	186	depois	4106	263

Para o conjunto de dados D5, repetimos todos os procedimentos no novo referencial.

Tabela 14: Tabela referente ao vídeo D5 do módulo da distância dos corpos relativa ao centro de massa e suas incertezas nos quadros de início e fim de antes e depois da colisão.

			distância puque 1 - CM		distância puque 2 - CM	
		núm quadro	Dr1*(cm)	inc	Dr2*(cm)	inc
D5	antes	8	9,8	0,2	8,8	0,2
		20	5,4	0,2	4,9	0,2
	depois	22	5,4	0,2	4,8	0,2
		34	8,3	0,2	7,5	0,2

Tabela 15: Tabela referente ao vídeo D5 sobre a velocidade e o momento linear dos corpos com relação ao centro de massa e suas incertezas, relacionados a antes e depois da colisão.

		v1*(cm/s)	inc	v2*(cm/s)	inc
D5	antes	-29,1	1,6	-26,1	1,6
	depois	19,6	1,6	17,6	1,6
		P1*(g cm/s)	inc	P2*(g cm/s)	inc
	antes	-349	20	-349	22
	depois	235	20	235	22

aqui está certo

Tabela 16: Tabela referente ao vídeo D5 sobre a energia dos corpos e a energia total, ambos referentes ao centro de massa, junto a suas incertezas. Relacionados a antes e depois da colisão.

	E1* (cgs)	inc	E2* (cgs)	inc		Etot (cgs)	inc
antes	5072	570	4554	570	antes	9626	806
depois	2298	383	2063	383	depois	4361	542

Abaixo explicitamos os gráficos plotados encontrados a partir da posição dos pontos X e Y dos corpos e do centro de massa, ambos foram retirados dos vídeos D4 e D5 respectivamente. Utilizaremos esses gráficos para uma futura discussão do comportamento dos vetores.

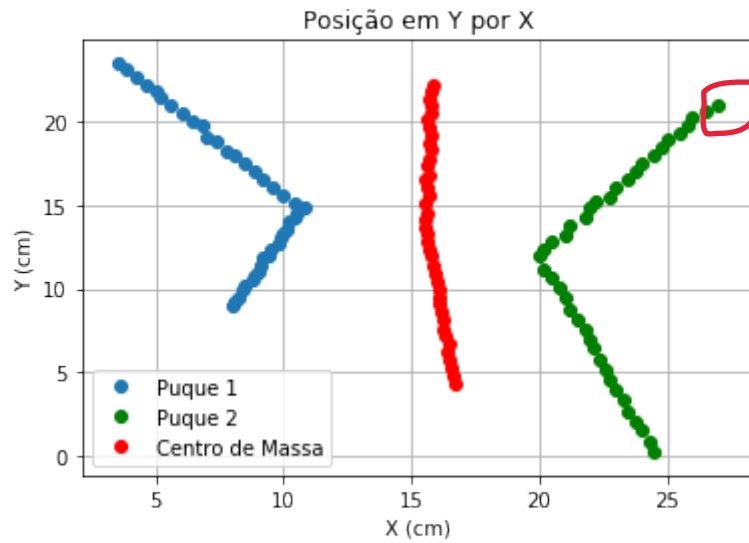


Figura 2: Gráfico referente a posição em x e y dos corpos e do centro de massa do vídeo D4.

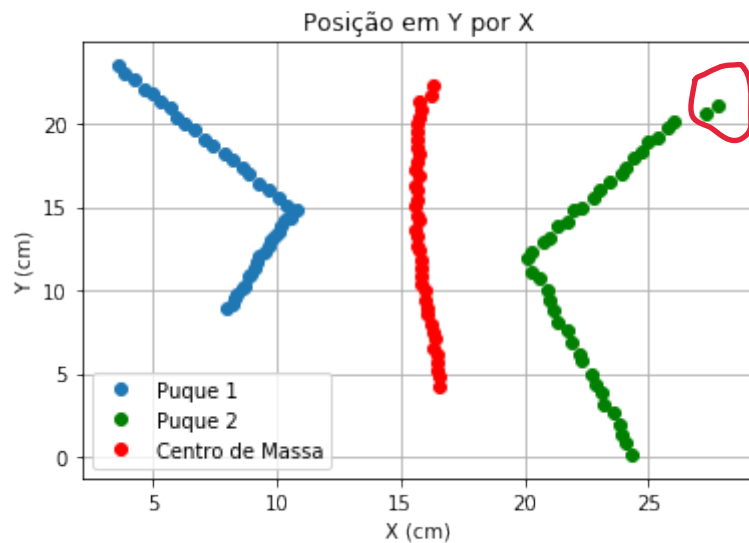


Figura 3: Gráfico referente a posição em x e y dos corpos e do centro de massa do vídeo D5.

5 Discussão

Tendo em vista todos os dados já expostos nesta síntese, e com o intuito de investigar se houve uma colisão elástica ou não, usaremos as teorias com o experimento em si, iremos discutir alguns temas centrais como se houve conservação da energia cinética do sistema em cada referencial, como se houve também a conservação do momento do sistema a partir das somas vetoriais, discutiremos também como foi o impulso de um puque sobre o outro, além de um estudo do que houve no centro de massa antes e depois da colisão.

Para a realização da comparação de qualquer dado deste experimento realizamos um teste z de seus valores com suas respectivas incertezas. Temos que a energia cinética inicial e final, no caso dos dados retirados do vídeo D4 (tabela 7), não se conservaram, uma vez que o teste forneceu um $z = 3,97$, assim como os dados do D5 (tabela 9) que nos forneceram um $z = 3,47$. Assim, podemos dizer que houve uma certa perda de energia nesta colisão por meio de coisas como atrito, que por mais que seja diminuído ainda não sumiu por completo, realizando trabalho. É possível também que a energia cinética de translação tenha se convertida ou dissipada em uma deformação nos corpos, e uma pequena rotação ou vibração após a colisão dividindo a energia.

ou trocou o valor das massas....

Porém, se olharmos agora no caso do centro de massa tanto do primeiro quanto segundo vídeo (tabelas 8 e 10) temos $z = 0$ e $z = 0,3$, com isso, a partir da energia, pensamos em uma colisão que tem um pouco de elasticidade por conta de não haver perdido toda a energia do sistema, mas não é 100% elástica.

Agora iremos analisar se equação 3 nos fornece uma afirmação verdadeira experimentalmente, para isso somamos o valor de K'_{total} (tabelas 13 e 16) com a energia do centro de massa, vista anteriormente, e comparamos com valores obtidos da energia cinética total das tabelas 7 e 9, por fim calculamos a sua incerteza para a realização do teste de z (necessário para qualquer comparação), com os valores da seguinte maneira:

$$\sigma_{K'_{total,i} + K_{cm,i}} = \sqrt{\sigma_{K'_{total,i}}^2 + \sigma_{K_{cm,i}}^2} \quad (19)$$

vc não somou a energia do cm com a energia das partículas no cm...

Assim podemos tabelar tudo para ficar de uma maneira mais visível.

Tabela 17: tabela referente aos vídeos D4 e D5 de antes e depois da colisão, sobre a soma da energia total referente ao centro de massa com a energia do centro de massa junto da incerteza dessa soma, com uma comparação pelo teste Z entre essa soma e a energia total das tabelas 7 e 9.

Situações	Instantes	Etot'+Ecm (cgs)	inc	Teste z
D4	antes	27745	610	0,24
	depois	21765	521	0,24
D5	antes	26413	915	0,36
	depois	21333	696	0,33

Com isso podemos ver que a equação teórica é validada experimentalmente por conta do teste z . Comparando o valor da energia total com a soma da tabela em cada sistema, obtivemos um valor de $z < 1$, logo é compatível em 1σ .

Continuando a discussão, iremos ver a questão vetorial do momento linear deste experimento. Para isso construímos em uma folha de papel A4 os vetores dos momentos para fazer uma soma vetorial, logo podemos analisar através dela se o momento se conserva e se é igual ao momento do centro de massa do sistema.

A direção e sentido desses vetores foram obtidas a partir do gráfico 2 e 3 colocado em uma escala correta no aplicativo PowerPoint e feito os vetores em cima de cada ponto plotado, descrevendo uma reta. Seus módulos foram retirados a partir das tabelas fornecidas anteriormente. Em seguida adotamos uma escala para construir os vetores da velocidade de 1cm equivalendo a

5cm/s enquanto que para o momento linear essa escala seria 1cm equivale a 100gcm/s. A partir da soma dos vetores do momento inicial dos dois corpos e do momento final conseguimos identificar se houve conservação do momento neste experimento (caso a soma for igual ao momento do centro de massa). Portanto, primeiro iremos apresentar os vetores velocidade do sistema antes e depois do instante da colisão.

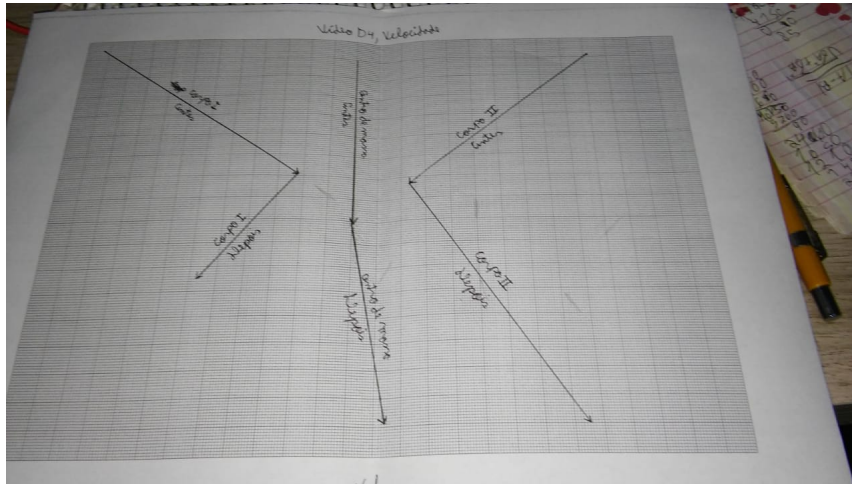


Figura 4: diagrama referente a velocidade vetorial do corpo 1, centro de massa e corpo 2 do vídeo D4

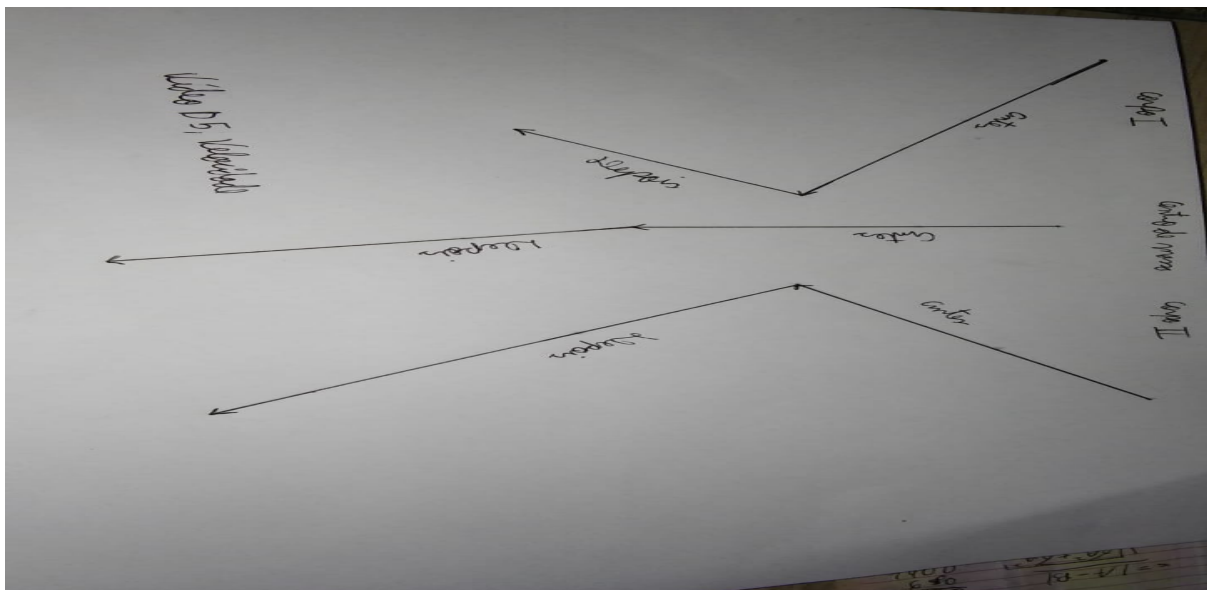


Figura 5: diagrama referente a velocidade vetorial do corpo 1, centro de massa e corpo 2 do vídeo D5

A primeira informação que podemos tirar com estes vetores, é que a velocidade do centro de massa se conserva no módulo (o que também pode ser visto a partir da tabela ?? e ??), porém sua direção muda. A equação do momento dada na introdução ~~no~~ mostra que o vetor do momento é o mesmo que o da velocidade só mudando seu módulo (que seria multiplicado pelo valor da massa), por consequência a sua direção varia também após a colisão e assim

conseguimos uma conclusão prévia de que o vetor momento do centro de massa antes e depois da colisão é diferente.

Em seguida demonstraremos como ficaram o vetor do momento em cada situação: D4 e D5.

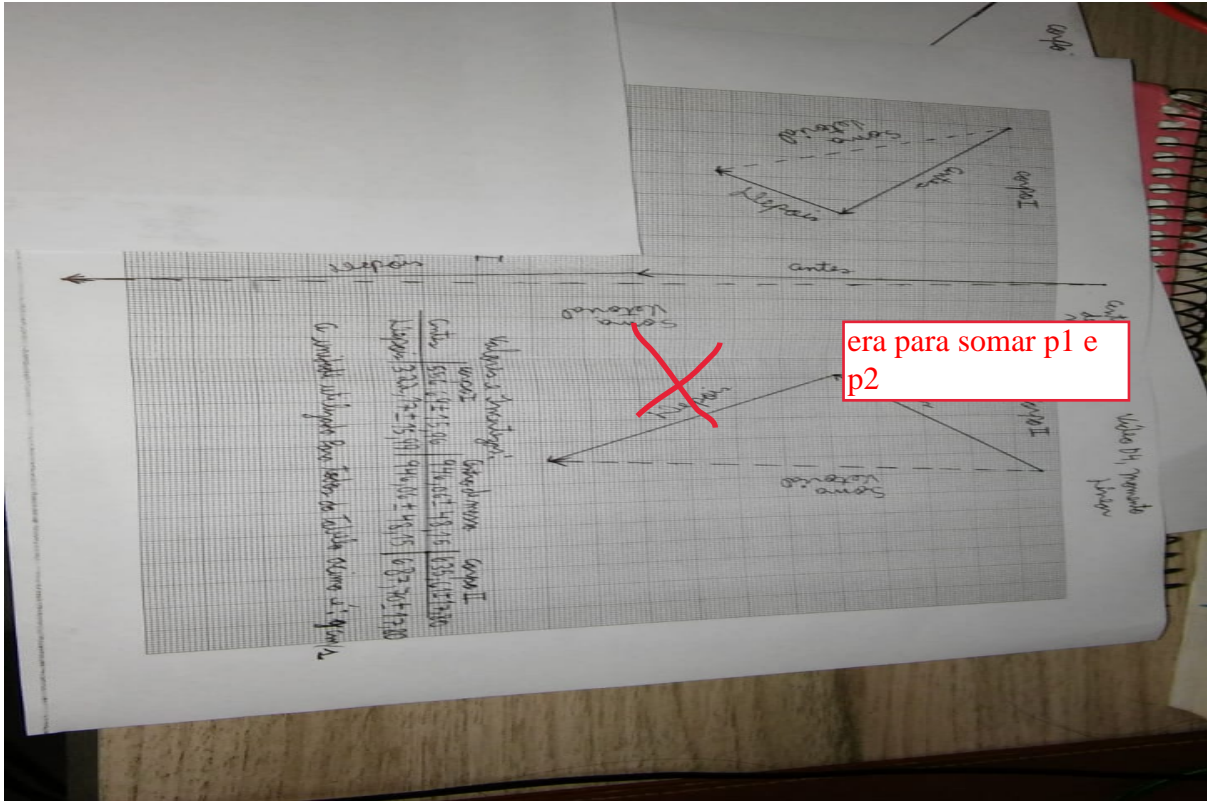


Figura 6: Diagrama referente ao video D4 sobre o momento linear vetorial do corpo 1, centro de massa e corpo 2, junto da soma vetorial do antes e depois de cada um e uma tabela dos valores usados e suas incertezas (iguais aos das tabelas 2 e 3).

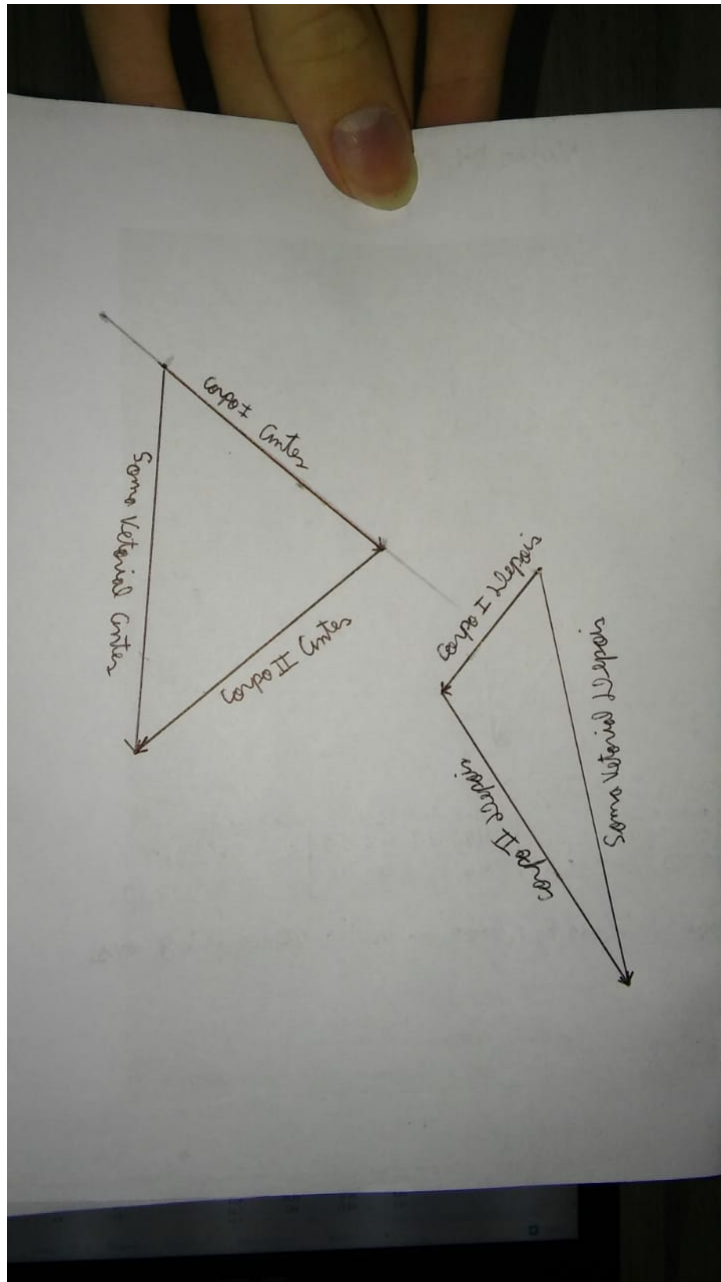


Figura 7: Diagrama referente ao vídeo D4 sobre a soma vetorial entre os momentos lineares de antes e depois dos corpos 1 e 2.

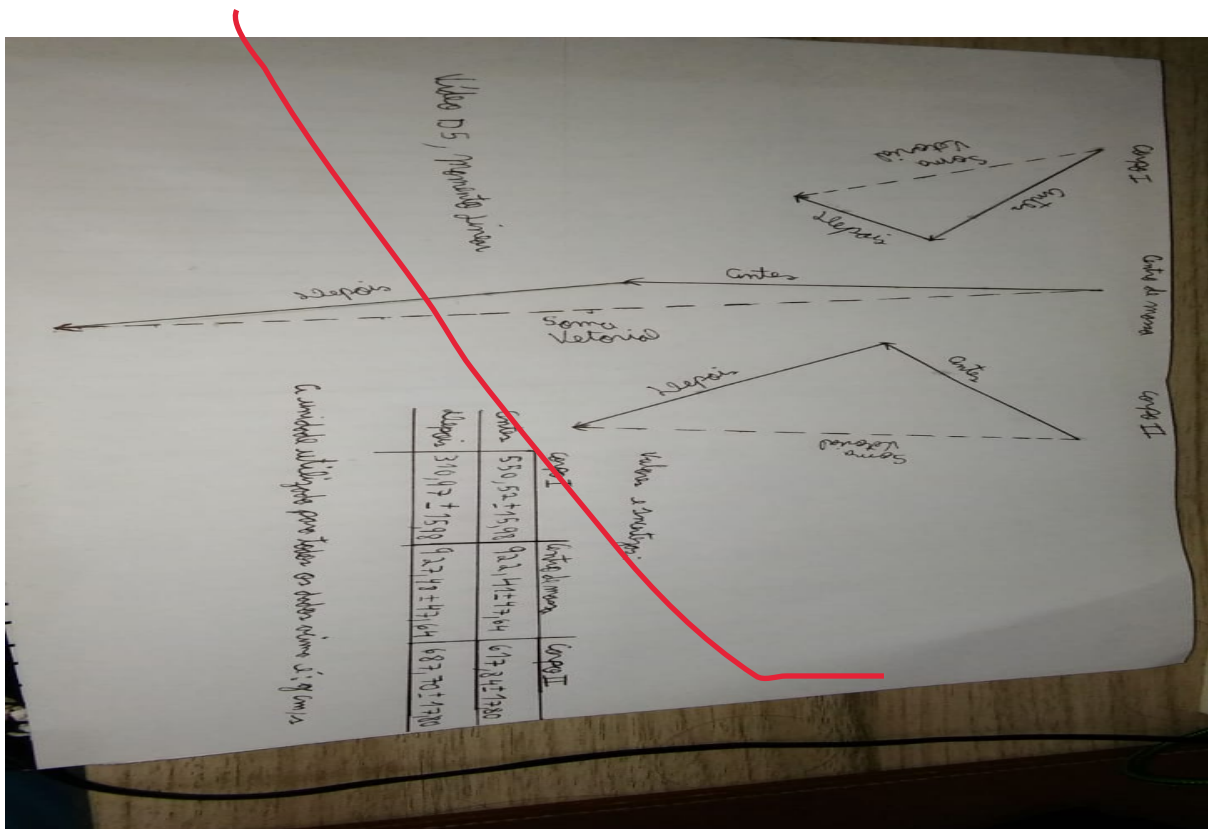


Figura 8: Diagrama referente ao vídeo D5 sobre o momento linear vetorial do corpo 1, centro de massa e corpo 2, junto da soma vetorial do antes e depois de cada um e uma tabela dos valores usados e suas incertezas (iguais aos das tabelas 2 e 3).

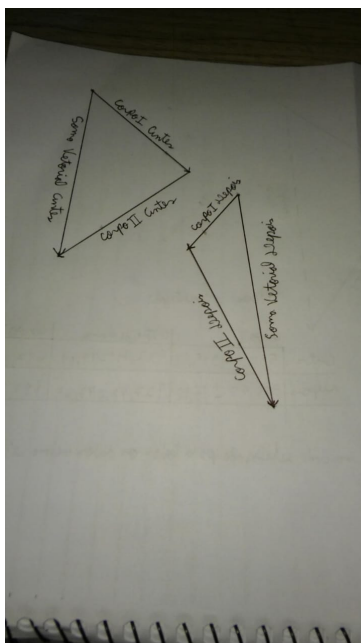


Figura 9: Diagrama referente ao vídeo D5 sobre a soma vetorial entre os momentos lineares de antes e depois dos corpos 1 e 2.

Como pode ser visto nas imagens, a soma do momento antes de cada corpo resulta em um vetor que possui direção semelhante ao momento do centro de massa e sentido igual, a incerteza dessa soma foi calculado exatamente igual a equação 19. Para validarmos isso pelo módulo repetiremos o teste z igual anteriormente.

Tabela 18: tabela referente a soma dos momentos lineares dos dois vídeos, D4 e D5, antes e depois da colisão e suas incerteza, junto do momento linear do centro de massa, sua incerteza e uma comparação pelo teste Z entre elas

Situação	instantes	P1+P2 (gcm/s)	inc	Pcm (gcm/s)	inc	teste
D4	antes	1192	24	946	48	4,6
	depois	1010	24	946	48	1,2
D5	antes	1168	24	922	48	4,6
	depois	999	24	927	48	1,3

não é para somar módulos... é para medir o vetor...

Após observar os valores obtidos no teste Z da tabela acima, vemos que tanto na situação do vídeo D4 quanto no D5, o valor de $Z > 2.9$ antes da colisão o que indica que é maior do que 3σ , ou seja incompatível, e depois da colisão o $Z > 1$ e $Z < 2$ logo é compatível em 2σ .

Outra informação útil para esse experimento, é de que a colisão possui uma certa elasticidade somente na direção do eixo x, uma vez que pelos vetores, vemos uma mudança na direção do eixo X enquanto que no eixo y eles continuam indo para baixo. Outra maneira de se ver isso é a partir da soma dos vetores dos momentos do centro de massa, onde sua resultante é um vetor com componentes quase inteiramente no eixo y.

Logo, podemos dizer que existe uma conservação, que não é uma conservação total como

visto anteriormente no caso de que houve perda de energia, do momento nas componentes do eixo x. não era necessário....

A partir de um simulador [2], construímos com os dados dos nossos objetos como: posição, massa e velocidade inicial de cada corpo, os diagramas dos momentos em um caso que houve uma colisão 100% elástica para demonstrar como o vetor resultante da soma dos momentos seria exatamente o mesmo antes e depois da colisão, conservando somente no eixo x (a componente que deu 0), o que não foi possível ver no nosso caso, mostrando que não houve uma conservação perfeita.

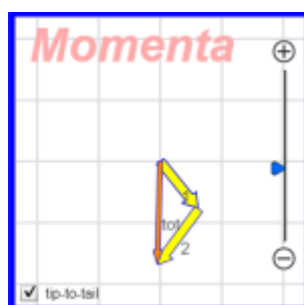


Figura 10: Diagrama retirado do site de auxílio sobre a soma vetorial dos momentos lineares dos corpos 1 e 2 antes de uma colisão totalmente elástica.



Figura 11: Diagrama retirado do site de auxílio sobre a soma vetorial dos momentos lineares dos corpos 1 e 2 depois de uma colisão totalmente elástica.

Além disso, podemos discernir que houve um impulso no momento da colisão que durou muito pouco tempo, onde o corpo 1 que estava vindo da direita para esquerda impulsionou o corpo 2 que estava no sentido oposto, fazendo os dois corpos mudarem para o oposto do sentido inicial do movimento, isso após a colisão.

Por fim, iremos ver se o momento total do movimento em relação ao centro de massa é zero nos dois corpos. Para essa análise devemos olhar a tabela 12 e 15 e os seguintes gráficos que mostram como o centro de massa observa os corpos se movimentando, na teoria deveria ser somente no eixo x que é por onde se aproximam do centro de massa.

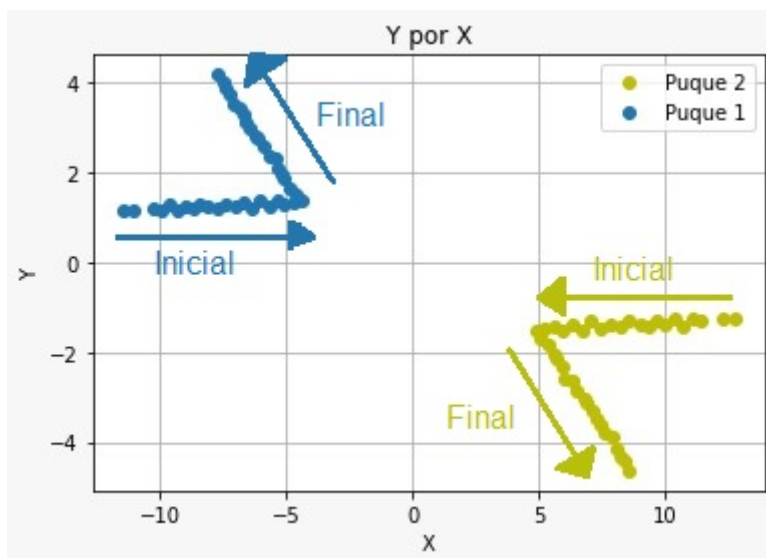


Figura 12: Gráfico referente ao vídeo D4 sobre o movimento dos corpos a partir do centro de massa como referencial, baseado no eixo X e Y.

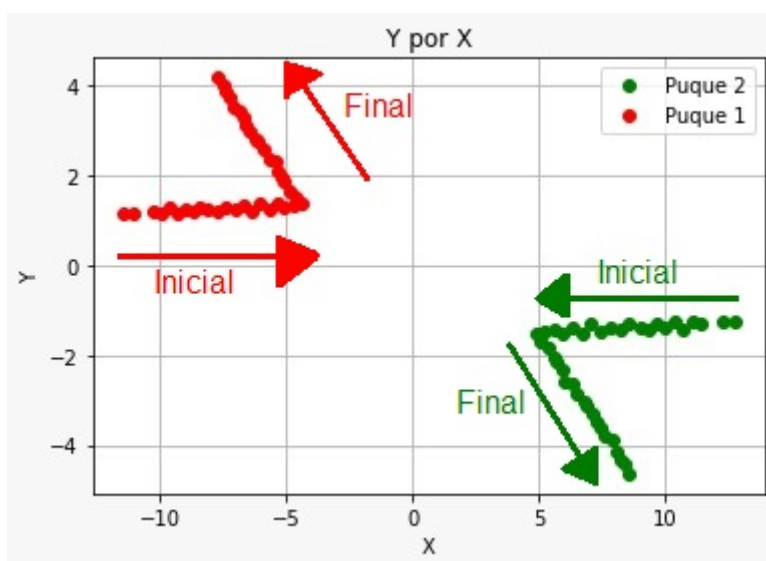


Figura 13: Gráfico referente ao vídeo D5 sobre o movimento dos corpos a partir do centro de massa como referencial, baseado no eixo X e Y.

Pelos gráficos podemos já presumir que se construirmos os vetores do momento em cada situação a partir do gráfico, como anteriormente, suas somas dos momentos totais seria algo perto do vetor nulo, porém se olharmos para as tabelas citadas anteriormente, vemos que a diferença entre a soma dos módulos P'_1 e P'_2 resulta em algo longe de 0 também. Portanto dessa maneira conseguimos ver novamente que existe uma certa elasticidade neste experimento, porém ela não é 100% elástica.

momento no cm se
cancelam?
impulso?

6 Conclusão

Com o objetivo de analisar se a colisão dos vídeos D4 e D5 são elásticas, e observar a eficácia de uma fórmula teórica a partir dos dados experimentais.

Debatemos acima a confirmação de que a equação 3 é válida a partir de nossos dados teóricos. Na tabela 17 observamos uma compatibilidade de 1σ entre o dados analisados, assim podemos dizer que a equação teórica é válida.

Com as observações feitas anteriormente, podemos concluir que houve uma dissipação de energia, a partir de alguma das formas descritas na discussão, resultando na não conservação total da energia cinética, como os nossos dados mostraram, e isso é uma das provas de que a colisão não foi completamente elástica.

Vimos também que houve uma conservação do momento no eixo X do sistema, mostrada pelo diagrama de momentos, porém houve uma certa perda de momento do corpo após a colisão, uma vez que a soma dos momentos iniciais não é igual ao final, e como a variação do momento não é igual, existe a confirmação da ação de forças externas no sistema, que possivelmente seria um pequeno atrito, mostrando que a colisão não foi totalmente elástica.

Entretanto podemos observar uma relação de compatibilidade entre a soma dos momentos dos corpos e do centro de massa após a colisão (observado na tabela 18), onde a compatibilidade é de 2σ , assim podemos concluir que a colisão não é totalmente elástica, nem inelástica, mas sim teve alguma porcentagem de elasticidade envolvida.

Referências

- [1] HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Fundamentos de Física. 10. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2016. 327 p.
- [2] UNIVERSITY OF COLORADO BOULDER. Collision Lab. Disponível em: https://phet.colorado.edu/sims/collision-lab/collision-lab_en.html. Acesso em: 24 maio 2020.