

Giovanna Fleming - n°USP: 11321364 e Lucas Tessarotto Roque - n°USP: 11298302

5,8

## **Colisão Bidimensional**

**Universidade de São Paulo**

**Maio - 2020**

## 1. Descrição experimental

objetivos?

Nesta experiência, dois corpos deslizam quase sem atrito após um impulso inicial e colidem entre si. Os discos foram analisados a partir de dois referenciais: o referencial do laboratório e o referencial do centro de massa. Nesse experimento, foram observadas e analisadas as conservações de energia cinética e a quantidade de movimento linear.

O experimento é composto por uma mesa de ar que possui furos de 1 cm em 1 cm, dois puques de acrílico, que possuem marcas que nos mostram seus centros de massa (CM). Eles foram lançados na mesa de ar, onde escorregaram com pouco atrito e colidiram. Foram utilizadas as situações D1 e D2 para realizar o experimento, o d1 e d2? o pique 1 possui  $m=13 \pm 0,001\text{g}$  e o pique 2  $m=11 \pm 0,001\text{g}$ , o sentido adotado está na tinha mais precisão do que essa... figura (3) a seguir.

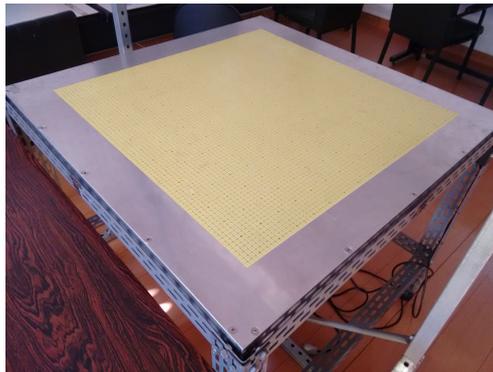


Figura 1. Imagem da mesa de ar.

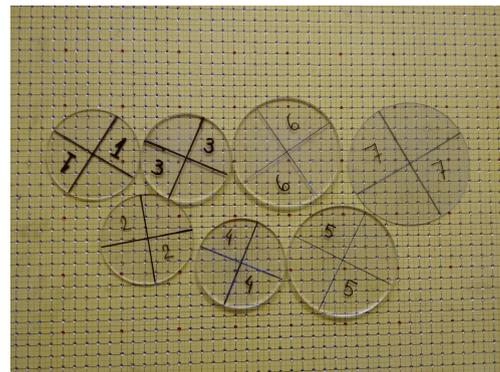


Figura 2. Discos com marcas para CM.

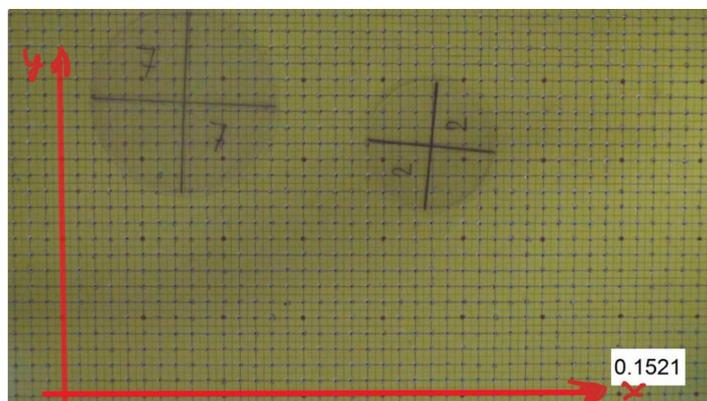


Figura 3. Eixos utilizados para obtenção dos dados.

## 2. Dados experimentais

câmera? video? imagens? como fez as medidas?

Quadro	puque 1		puque 2		Centro de massa			
	X1 (cm)	Y1 (cm)	X2 (cm)	Y2 (cm)	XCM (cm)	inc XCM	YCM (cm)	inc YCM
1	3,4	23,8	27,0	21,4	14,6	0,1	23	0,1
2	3,8	23,3	26,6	20,9	14,6	0,1	22	0,1
3	4,0	22,9	26,2	20,5	14,5	0,1	22	0,1
4	4,4	22,5	26,0	20,0	14,6	0,1	21	0,1
5	4,8	22,0	25,6	19,5	14,6	0,1	21	0,1
6	5,0	21,6	25,2	19,0	14,6	0,1	20	0,1
7	5,5	21,2	24,9	18,6	14,7	0,1	20	0,1
8	5,9	20,8	24,6	18,1	14,7	0,1	20	0,1
9	6,1	20,3	24,2	17,8	14,7	0,1	19	0,1
10	6,5	19,9	24,0	17,2	14,8	0,1	19	0,1
11	6,9	19,4	23,7	16,9	14,8	0,1	18	0,1
12	7,2	19,0	23,3	16,3	14,8	0,1	18	0,1
13	7,6	18,5	23,0	15,9	14,9	0,1	17	0,1
14	8,0	18,0	22,6	15,4	14,9	0,1	17	0,1
15	8,4	17,6	22,2	15,0	14,9	0,1	16	0,1
16	8,8	17,2	21,9	14,6	15,0	0,1	16	0,1
17	9,0	16,9	21,5	14,0	14,9	0,1	16	0,1
18	9,5	16,3	21,1	13,5	15,0	0,1	15	0,1
19	9,9	16,0	20,9	13,0	15,1	0,1	15	0,1
20	10,2	15,4	20,5	12,7	15,1	0,1	14	0,1
21	10,6	15,0	20,1	12,1	15,1	0,1	14	0,1
22	10,6	14,6	20,1	11,6	15,1	0,1	13	0,1
23	10,5	14,3	20,4	11,0	15,2	0,1	13	0,1
24	10,3	14,1	20,6	10,4	15,2	0,1	12	0,1
25	10,1	13,8	20,9	9,8	15,2	0,1	12	0,1
26	10,0	13,4	21,0	9,2	15,2	0,1	11	0,1
27	9,9	13,1	21,3	8,6	15,3	0,1	11	0,1
28	9,8	12,9	21,6	8,0	15,4	0,1	11	0,1
29	9,6	12,5	21,8	7,4	15,4	0,1	10	0,1
30	9,4	12,1	22,0	6,7	15,4	0,1	10	0,1
31	9,3	11,9	22,2	6,0	15,4	0,1	9	0,1
32	9,2	11,6	22,5	5,5	15,5	0,1	9	0,1
33	9,0	11,2	22,8	4,9	15,5	0,1	8	0,1
34	8,9	11,0	22,9	4,2	15,5	0,1	8	0,1
35	8,8	10,6	23,2	3,6	15,6	0,1	7	0,1
36	8,6	10,3	23,4	3,0	15,6	0,1	7	0,1

dava para escrever com mais uma casa...

**Tabela 1.1:** posições tiradas a partir da leitura das imagens da situação D1. A incertezas das leituras de posições do puque foram de  $\pm 0,2$ . A faixa no quadro 21, representa o momento da colisão.

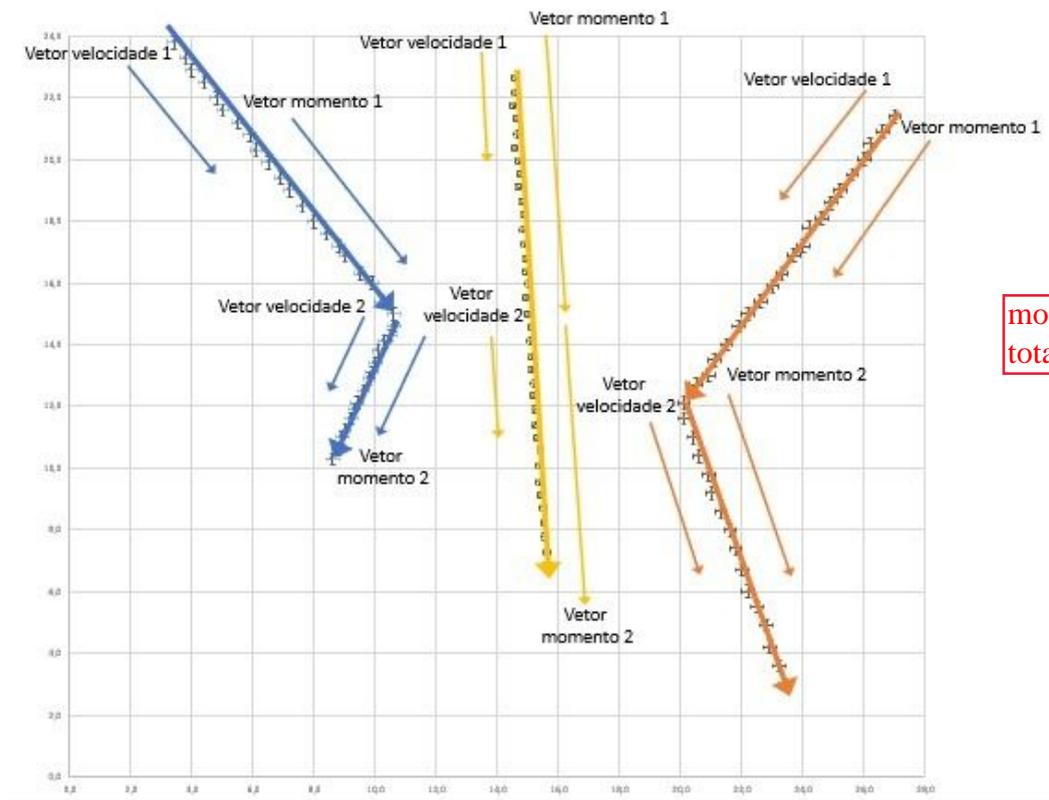
unidade?

Referencial do laboratório					Centro de massa	
	Dr1 (cm)	n intervalos	Dr2 (cm)	n intervalos	Drcm (cm)	n intervalos
antes	10,8 ± 0,1	19	10,9 ± 0,1	19	8,6 ± 0,1	19
depois	4,7 ± 0,1	14	9,2 ± 0,1	14	6,4 ± 0,1	14
	v1 (cm/s)		v2 (cm/s)		vcm (cm/s)	
antes	45,5 ± 0,4		45,7 ± 0,4		36 ± 0,5	
depois	27,1 ± 0,6		52,6 ± 0,6		36,3 ± 0,4	
	P1 (g cm/s)		P2 (g cm/s)		Pcm(g cm/s)	
antes	608 ± 6		548 ± 5		913 ± 13	
depois	362 ± 8		631 ± 8		920 ± 11	

**Tabela 1.2:** vetor direção, velocidade e momento linear antes e depois da colisão dos dois discos e do CM, observados no referencial do laboratório. Foram feitas com base nos dados da tabela 1.1.

Referencial do Laboratório				Centro de massa
	Energias			
	E1 (cgs)	E2 (cgs)	Etot (cgs)	Ecm (cgs)
antes	13825 ± 181	12533 ± 163	26358 ± 244	16448 ± 343
depois	4903 ± 146	16607 ± 280	21510 ± 316	16706 ± 277

**Tabela 1.3:** energia de cada disco, total e do centro de massa, observada no referencial do laboratório. Foram feitas com base nas tabelas 1.1 e 1.2.



momento linear total?

Gráfico 1: Representação vetorial do conjunto D1 da posição de cada partícula, das velocidades, dos movimentos lineares no referencial do laboratório e no referencial do centro de massa.

		Distância puque 1 - CM	Distância puque 2 - CM	Velocidad e puque 1 - CM	Velocidad e puque 2 - CM	Momento puque 1 - CM	Momento puque 2 - CM
	Nº de quadro	Dr1*(cm)	Dr2*(cm)	v1*(cm/s)	v2*(cm/s)	P1* (g cm/s)	P2* (g cm/s)
antes	1	-2,9 ± 0,2	7,5 ± 0,2				
	20	-2,2 ± 0,2	3,5 ± 0,2	3 ± 0,7	-17,1 ± 0,7	40 ± 15	-205 ± 14
depois	22	-2 ± 0,1	3,2 ± 0,1				
	36	-3,6 ± 0,1	6,6 ± 0,1	-9,3 ± 0,7	19,4 ± 0,8	-124 ± 13	232 ± 13
	E1* (cgs)	E2* (cgs)	Etot (cgs)	<div style="border: 1px solid red; padding: 5px; display: inline-block;">coerente...</div>			
antes	61 ± 27	1744 ± 139	1805 ± 371				
depois	574 ± 88	2244 ± 176	2818 ± 340				

Tabela 1.4: vetor deslocamento, velocidade, momento linear e energia de cada disco no referencial do centro de massa, antes e depois da colisão.

	puque 1		puque 2		Centro de massa			
Quadro	X1 (cm)	Y1 (cm)	X2 (cm)	Y2 (cm)	XCM (cm)	inc XCM	YCM (cm)	inc YCM
1	5,4	23,7	29,0	21,3	16,6	0,1	22,6	0,1
2	5,8	23,3	28,7	20,9	16,6	0,1	22,2	0,1
3	6,1	22,9	28,2	20,4	16,6	0,1	21,7	0,1
4	6,5	22,4	28,0	20,0	16,7	0,1	21,3	0,1
5	6,9	22,0	27,6	19,5	16,7	0,1	20,8	0,1
6	7,1	21,5	27,1	19,0	16,6	0,1	20,3	0,1
7	7,6	21,1	26,9	18,6	16,7	0,1	19,9	0,1
8	7,9	20,8	26,6	18,0	16,7	0,1	19,5	0,1
9	8,2	20,2	26,3	17,6	16,8	0,1	19,0	0,1
10	8,6	19,8	26,0	17,1	16,8	0,1	18,5	0,1
11	9,0	19,4	25,6	16,8	16,9	0,1	18,2	0,1
12	9,2	18,9	25,1	16,2	16,7	0,1	17,6	0,1
13	9,7	18,5	24,9	15,8	16,9	0,1	17,2	0,1
14	10,0	18,0	24,5	15,4	16,9	0,1	16,8	0,1
15	10,4	17,6	24,1	14,9	16,9	0,1	16,3	0,1
16	10,9	17,1	23,9	14,4	17,0	0,1	15,8	0,1
17	11,1	16,8	23,5	14,0	17,0	0,1	15,5	0,1
18	11,5	16,2	23,0	13,5	16,9	0,1	14,9	0,1
19	11,9	15,9	22,8	13,0	17,1	0,1	14,5	0,1
20	12,2	15,4	22,4	12,7	17,0	0,1	14,1	0,1
21	12,7	15,0	22,0	12,1	17,1	0,1	13,6	0,1
22	12,6	14,7	22,1	11,5	17,1	0,1	13,2	0,1
23	12,4	14,3	22,5	11,0	17,2	0,1	12,7	0,1
24	12,2	14,0	22,7	10,3	17,2	0,1	12,2	0,1
25	12,1	13,8	22,9	9,8	17,2	0,1	11,9	0,1
26	12,0	13,4	23,1	9,0	17,3	0,1	11,3	0,1
27	11,9	13,0	23,3	8,5	17,3	0,1	10,9	0,1
28	11,8	12,8	23,8	7,9	17,5	0,1	10,5	0,1
29	11,6	12,4	23,9	7,2	17,4	0,1	9,9	0,1
30	11,5	12,1	24,0	6,7	17,4	0,1	9,5	0,1
31	11,3	11,9	24,2	6,0	17,4	0,1	9,1	0,1
32	11,2	11,6	24,6	5,4	17,5	0,1	8,7	0,1
33	11,0	11,2	24,9	4,9	17,6	0,1	8,2	0,1
34	10,9	11,0	25,0	4,1	17,6	0,1	7,7	0,1
35	10,8	10,7	25,2	3,7	17,6	0,1	7,4	0,1
36	10,6	10,4	25,4	3,0	17,6	0,1	6,9	0,1

**Tabela 2.1:** posições tiradas a partir da leitura das imagens da situação D2. A incertezas das leituras de posições do puque foram de  $\pm 0,2$ . A faixa no quadro 21, representa o momento da colisão.

Referencial do Laboratório					Centro de Massa	
	Dr1 (cm)	n intervalos	Dr2 (cm)	n intervalos	Drcm (cm)	n intervalos
antes	10,7 ± 0,1	19	10,8 ± 0,1	20	8,5 ± 0,1	19
depois	4,7 ± 0,1	14	9,1 ± 0,1	15	6,3 ± 0,1	14
	v1 (cm/s)		v2 (cm/s)		vcm (cm/s)	
antes	45,2 ± 0,4		43,4 ± 0,4		35,6 ± 0,5	
depois	27,1 ± 0,6		48,6 ± 0,6		36 ± 0,4	
	P1 (g cm/s)		P2 (g cm/s)		Pcm(g cm/s)	
antes	603 ± 6		520 ± 5		902 ± 14	
depois	362 ± 8		583 ± 7		913 ± 11	

**Tabela 2.2:** vetor direção, velocidade e momento linear antes e depois da colisão dos dois discos e do CM, observados no referencial do laboratório. Foram feitas com base nos dados da tabela 2.1.

Referencial do Laboratório				Centro de massa
	Energias			Ecm (cgs)
	E1 (cgs)	E2 (cgs)	Etot (cgs)	
antes	13627 ± 180	11271 ± 147	24898 ± 232	16056 ± 341
depois	4903 ± 146	14175 ± 245	19078 ± 285	16459 ± 277

**Tabela 2.3:** energia de cada disco, total e do centro de massa, observada no referencial do laboratório. Foram feitas com base nas tabelas 2.1 e 2.2.

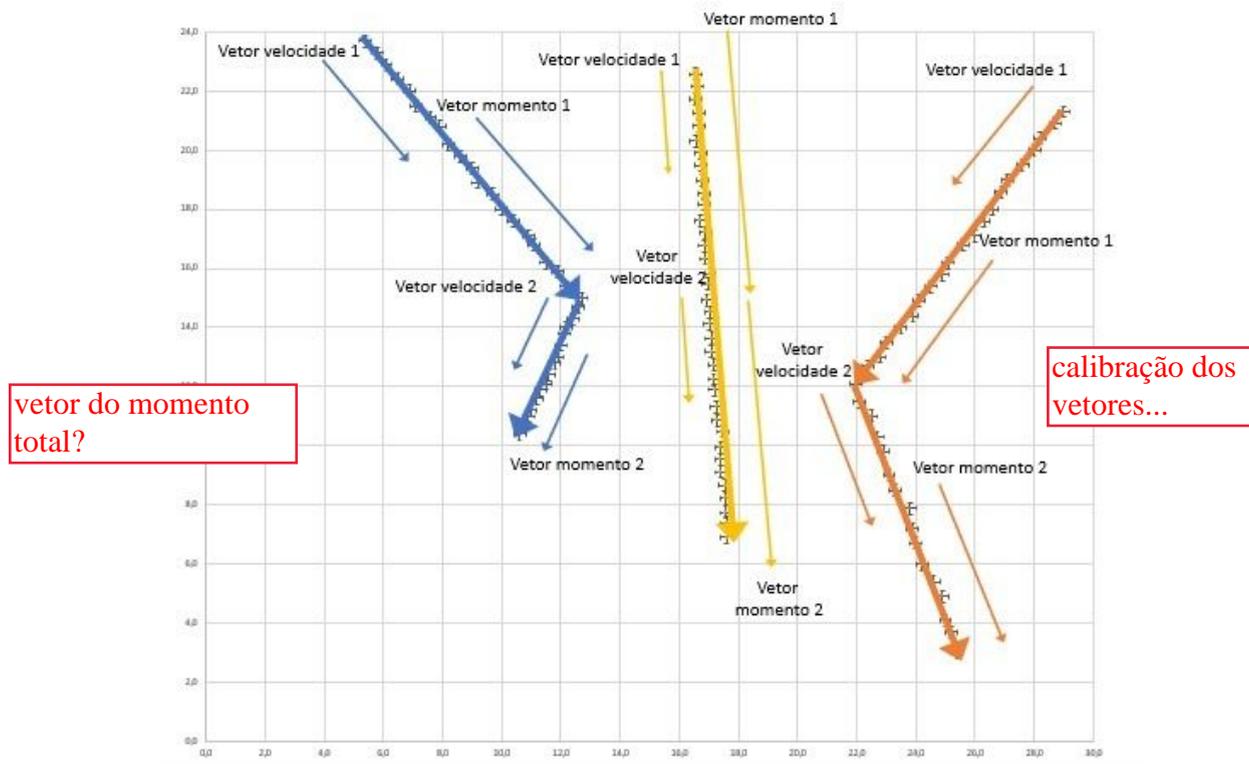


Gráfico 2: Representação vetorial do conjunto D2 da posição de cada partícula, das velocidades, dos movimentos lineares no referencial do laboratório e no referencial do centro de massa.

		Distância puque 1 - CM	Distância puque 2 - CM	Velocidad e puque 1 - CM	Velocidad e puque 2 - CM	Momento puque 1 - CM	Momento puque 2 - CM
	Nº quadro	Dr1*(cm)	Dr2*(cm)	v1*(cm/s)	v2*(cm/s)	P1*(kg m/s)	P2*(kg m/s)
antes	1	-3,7 ± 0,2	8 ± 0,2				
	20	-2,5 ± 0,2	3,6 ± 0,2	5,1 ± 0,7	-18,4 ± 0,7	68 ± 15	-220 ± 14
depois	22	-2,2 ± 0,1	3,3 ± 0,1				
	36	-4,1 ± 0,1	6,7 ± 0,1	-10,4 ± 0,7	19,1 ± 0,7	-139 ± 13	229 ± 13
	<b>E1* (cgs)</b>	<b>E2* (cgs)</b>	<b>Etot (cgs)</b>				
antes	174 ± 46	2021 ± <u>147</u>	2194 ± <u>374</u>				
depois	728 ± 100	2193 ± <u>168</u>	2921 ± <u>339</u>				

Tabela 2.4: vetor deslocamento, velocidade, momento linear e energia de cada disco no referencial do centro de massa, antes e depois da colisão.

mistura  
procedimento com  
análise..

### 3. Análise de dados

Nesse experimento, foi tomado duas vezes os dados através das imagens disponibilizadas no site Mecânica Experimental com Imagens da USP, de duas situações diferentes. O experimento foi dividido em duas partes. Na primeira etapa, o objetivo foi obter os vetores de velocidade e verificar a conservação do momento linear (P) para os dois discos e para o centro de massa no referencial do laboratório. Para isso, foi necessário encontrar o valor do módulo do vetor deslocamento ( $D_r$ ) de cada pucue através da tabela 1.2 e 2.2 antes e depois da colisão. Foi observado que o momento da colisão foi o quadro 21, para as duas situações (D1 e D2). Para o cálculo de  $D_r$ , foi utilizada a expressão (1) e para sua incerteza a fórmula (2).

$$D_r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \quad (1)$$

$$\sigma_{D_r} = \frac{\sqrt{(2 \cdot \Delta x \cdot \sigma_x)^2 + (2 \cdot \Delta y \cdot \sigma_y)^2}}{2 \cdot D_r} \quad (2)$$

Depois do cálculo de  $D_r$ , foi possível calcular  $v$  utilizando a expressão (3), onde, 0,0125s corresponde ao intervalo de tempo de dois quadros em segundos e  $n$  é o intervalo de quadros antes e depois do choque. Sua incerteza foi calculada pela expressão (4).

$$v = \frac{D_r}{0,0125 \cdot n} \quad (3)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{D_r}}{D_r}\right)^2} \cdot v \quad (4)$$

A partir dos resultados obtidos nas tabelas 1.2 e 2.2, pode-se notar que os módulos das velocidades (antes e depois da colisão) não foram iguais, já que, no pucue 1, a velocidade diminuiu e, a do pucue 2, aumentou. Isso pode ter acontecido,

depende de onde foi  
o ponto de colisão...

por causa da mesa de ar, que, apesar de minimizar a influência do atrito, ela não anulou o atrito completamente.

Em seguida, depois dos valores da velocidade, foi possível calcular o valor do momento linear, utilizando a expressão (5) e a incerteza, utilizando a fórmula (6).

$$P = m.v \quad (5)$$

$$\sigma_P = \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_v}{v}\right)^2} . P$$

o que se conserva é o momento linear total...

Já que o momento linear depende diretamente da velocidade, foi visto que a quantidade de movimento no pique 1 e no pique 2, não se conservou. Isso se deve ao fato de haver forças externas agindo no sistema, já que forças internas não são capazes de alterar a quantidade movimento, e, como observado na análise da velocidade, foi por causa da influência da força de atrito.

discussão errada.

Além disso, foi analisada a soma dos momentos lineares antes e depois de cada pique em comparação com a quantidade de movimento no centro de massa. Para os dois conjuntos, foi notado que não há compatibilidade entre a soma de cada pique e a do centro de massa antes da colisão. Além disso, depois da colisão, foi observada compatibilidade de  $2\sigma$ , somente para o conjunto D2.

Para os cálculos no centro de massa, foi utilizado a expressão (7) e, a partir dela, usado os valores de  $X_{cm}$  e  $Y_{cm}$  para encontrar  $D_{cm}$ ,  $V_{cm}$  e  $P_{cm}$ .

$$r_{cm} = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

Foi observado, que a velocidade e o momento linear no centro de massa, foram praticamente constantes. Foi aplicado o teste Z de compatibilidade, expressão (8), foi obtido  $\sigma_1$  de compatibilidade no centro de massa. Contudo, para os dois piques não houve compatibilidade.

comparou direção?

$$Z = \frac{|a - b|}{\sqrt{\sigma a^2 + \sigma b^2}} \quad (8)$$

Na segunda parte deste experimento, foi obtido e verificado a conservação de energia cinética em relação ao laboratório e em relação ao centro de massa.

Para o cálculo da energia, foi utilizada a fórmula (9) e para a sua incerteza, a expressão (10).

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (9)$$

$$\sigma E = \sqrt{\left(\frac{\sigma m}{m}\right)^2 + Z \cdot \left(\frac{\sigma v}{v}\right)^2} \cdot E \quad (10)$$

Pelos resultados obtidos, foi visto que, as energias totais antes e após a colisão, no referencial do laboratório, não foram compatíveis, ou seja, não se conservaram. Porém, as energias totais, no referencial do centro de massa, foram compatíveis, ou seja, se conservaram. Foram realizados testes de compatibilidade Z para os dois referenciais, para o centro de massa, foi obtido uma compatibilidade de  $1 \sigma$ .

Além disso, foram obtidos os módulos dos vetores direção, velocidade e quantidade de movimento em relação ao centro de massa (tabelas 1.4 e 2.4). Para a obtenção do módulo dos vetores direção, em relação ao centro de massa, foi usada a expressão (11) e para sua incerteza, a fórmula (12).

vc não somou a energia das partículas no cm...

$$\Delta r^* = r_{\text{final}}^* - r_{\text{inicial}}^* \quad (11)$$

$$\sigma r^* = \sqrt{(\sigma D r^2 + \sigma D r_{\text{cm}}^2)} \quad (12)$$

Depois, foi utilizada a expressão (13) para o cálculo da velocidade em relação ao centro de massa de cada pique. Para a sua incerteza, foi usada a fórmula (14).

$$v^* = \frac{\Delta r^*}{\Delta n \cdot 0,0125} \quad (13)$$

$$\sigma v^* = \sqrt{(\sigma v^2 + \sigma v_{cm}^2)} \quad (14)$$

Após a análise dos resultados obtidos, foi notado que não houve a conservação da velocidade, em relação ao centro de massa.

Depois do cálculo da velocidade, foi possível calcular a quantidade de movimento em relação ao centro de massa, para isso, foi utilizada a fórmula (15). Para a incerteza, foi usada a expressão (16).

~~$$P^* = mv^* \quad (15)$$~~

~~$$\sigma P^* = \sqrt{(\sigma P^2 + \sigma P_{cm}^2)} \quad (16)$$~~

Após a análise dos resultados, foi observado que a quantidade de movimento em relação ao centro de massa, antes e depois da colisão, para cada puque, não se conservou.

Também, foi calculada a energia no referencial do centro de massa. Foi observado, que a energia total antes e depois da colisão, não se conservou. Teoricamente, a soma das energias no referencial do centro de massa deveria ser igual a energia mecânica no referencial do laboratório. Contudo, isso não foi observado, já que a energia no referencial do centro de massa, é consideravelmente menor nos dois conjuntos observados.

#### 4. Discussão e conclusão

Os dados experimentais estão parcialmente de acordo com a previsão teórica, já que, de início, foi pensado que a quantidade de movimento total e a energia total, antes de depois da colisão, do sistema, seriam conservados. Contudo, isso foi

observado somente para o centro de massa. Logo, a colisão analisada é uma colisão parcialmente elástica, já que a quantidade de movimento linear se conservou parcialmente. A explicação desse resultado, pode ser atribuída ao fato da mesa de ar não anular o atrito, mas sim reduzi-lo.

Os vetores da velocidade estão de acordo com o esperado de antes da colisão os vetores se encontram e após a colisão se afastarem, eles possuem o mesmo sentido e direção dos vetores da posição e quantidade de movimento, como foi mostrado nos gráficos 1 e 2.

momento se  
cancelam no cm?  
impulso?

## 5. Bibliografia

<http://fep.if.usp.br/~fisfoto/>