



Marcio Martins Jacob    Gustavo de Lima Ribeiro  
10801127                    11223865  
Laboratório de Mecânica  
Nemitala Added

3,6

# Síntese sobre as colisões bidimensionais

Marcio Martins Jacob  
Gustavo de Lima Ribeiro

## Conteúdo

<b>1</b>	<b>Resumo da Síntese</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Introdução ao experimento</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Descrição experimental</b>	<b>3</b>
3.1	Arranjo experimental . . . . .	3
3.2	Métodos experimentais . . . . .	4
<b>4</b>	<b>Resultados de medições, cálculos e análise de dados</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Discussão final e conclusões</b>	<b>14</b>
<b>6</b>	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>14</b>

# 1 Resumo da Síntese

Dois puques de massas diferentes colidem em uma mesa de ar, o movimento é filmado e por meio da coleta das posições em cada quadro, foi investigado se há conservação do momento e da energia cinética. O movimento foi analisado a partir de um referencial fixo no laboratório e de outro fixo no centro de massa do sistema.

## 2 Introdução ao experimento

Neste experimento, dois puques ~~deslizam sobre um trilho de ar~~, praticamente sem atrito, após um impulso inicial, até que, em dado instante, eles colidem. Foram registradas as trajetórias dos corpos, assim, foram analisadas as posições dos corpos em função dos instantes em que ~~as fotografias~~ foram tiradas. A partir dos dados coletados, o objetivo principal do experimento é quantificar o momento linear dos corpos, a velocidade de cada corpo e do centro de massa, a energia cinética do sistema e de cada corpo. Além disso, foi realizada uma representação das velocidades vetoriais dos corpos, antes e depois da colisão, para tornar mais visual o efeito da colisão, tanto para a velocidade de cada corpo, quanto para a quantidade de movimento do sistema. Assim, foi possível analisar o princípio da conservação do momento e se houve conservação da energia cinética do sistema ou se ela foi dissipada de alguma ~~forma~~.

só pode dizer que são iguais se comprar os vetores...

## 3 Descrição experimental

### 3.1 Arranjo experimental

testar arranjo?

Os materiais utilizados no experimento, foram:

- Uma filmadora utilizada para registrar com precisão o experimento e fornecer as imagens que foram utilizadas para coletar dados.
- Uma placa de alumínio furada. **um furo?** **características?**
- Uma mesa de ar, uma mesa com uma estrutura de ferro com a placa de alumínio apoiada, sobre a qual injeta-se um fluxo de ar com o objetivo de reduzir o atrito entre os corpos lançados e a placa.
- Um adesivo quadriculado, colado em cima da placa de alumínio para servir de sistema de referências para coletar as posições dos corpos nas imagens geradas pela filmadora.
- Uma ventoinha para fornecer fluxo de ar para o tampo da mesa.
- Lampâdas de LED de alta potência, utilizadas a fim de melhorar a qualidade das imagens obtidas.
- Um conjunto de suportes para lâmpadas de LED, sobre o qual elas foram presas.
- Uma bateria portátil para fornecer energia ao sistema de iluminação do experimento, bem como para a ventoinha.
- Discos de acrílico que são os corpos lançados e analisados no experimento.
- Um suporte para a câmera ficar fixa durante a captura de imagens.

### 3.2 Métodos experimentais

Os dois puques foram lançados sobre o plano de alumínio e a filmadora registrou 32 quadros. Em dado instante os puques se colidiram e, por meio da coleta das posições dos corpos em cada quadro, foram calculadas as velocidades de cada puke e do centro de massa. A partir dos valores escalares da velocidade, é encontrado o valor da energia cinética de cada corpo e do sistema.

como?

Após isso, as velocidades serão tratadas vetorialmente, para efeito do cálculo da quantidade de movimento, de cada corpo e a total do sistema. Assim, os vetores foram representados em uma folha quadriculada, a efeito de visualizar sua direção e seu módulo por meio da escala adotada. Sabe-se que as velocidades dos corpos, tanto antes, quanto depois da colisão, são retilíneas, sendo assim, o sistema de referências pode ser adotado em qualquer ponto, pois a velocidade ( $\vec{v}$ ) pode ser calculada em função da posição inicial ( $\vec{r}_i$ ) e da posição final ( $\vec{r}_f$ ) por:

$$\vec{v} = \frac{1}{\Delta t} \cdot (\vec{r}_f - \vec{r}_i) \quad (1)$$

Dessa forma, é perceptível que a direção e o sentido da velocidade dependem unicamente da variação da posição, então, ao pegar duas posições quaisquer, antes da colisão, encontraremos a mesma direção para a velocidade, o mesmo é válido para os instantes após a colisão.

O princípio da conservação do momento linear foi utilizado na análise dos dados, é importante mostrar que, sendo o momento linear do puke ( $\vec{P}$ ) relacionado com a velocidade e a massa ( $m$ ) do corpo por:

$$\vec{P} = m\vec{v} \quad (2)$$

Sendo a massa uma constante positiva, o sentido e a direção da quantidade de movimento linear do corpo é igual ao sentido e a direção da velocidade do corpo. A fim de tornar a análise mais concisa, o movimento do corpo foi separado em duas instâncias: antes da colisão e depois da colisão. Disso, pode ser inferido que, para cada instância do movimento, o momento linear e a velocidade atuam numa direção fixa, até que a colisão altere essa direção para outra direção fixa, onde as duas grandezas ainda apresentam a mesma direção e sentido devido à equação (2).

momento total do sistema?

## 4 Resultados de medições, ~~cálculos~~ e análise de dados

Por meio da análise dos quadros sucessivos do movimento dos puques, coleta-se a posição para cada instante em relação a um referencial fixo no laboratório. Os quadros são intervalados de 0,0125 segundos um do outro. A partir da posição encontrada de cada puke, pode-se calcular a posição do centro de massa, do sistema composto pelos dois puques, por meio da relação:

$$x_{cm} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

$$y_{cm} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

Sendo a posição em relação ao eixo horizontal ( $x$ ) e a posição em relação ao eixo vertical ( $y$ ), e os puques 1 e 2, com suas respectivas massas e posições. Os puques utilizados no experimento foram os puques 4 e 5 do laboratório, cujas massas estão abaixo:

	massa (g)	inc (g)
$m_4$	23,585	0,004
$m_5$	36,776	0,004

0,001g...

Tabela 1: Massas dos puques 4 e 5

Para a coleta das posições, foram utilizados dois conjuntos de imagens diferentes (C4 e C5) que mostram o mesmo movimento, porém, por frames diferentes, sendo assim:

C4	puque 5		puque 4		Centro de massa			
	X1 (cm)	Y1 (cm)	X2 (cm)	Y2 (cm)	XCM (cm)	inc XCM	YCM (cm)	inc YCM
1	10,5	23,5	30,5	22,4	22,7	0,2	22,8	0,2
2	10,8	22,8	30,1	21,6	22,6	0,2	22,1	0,2
3	11,2	22,1	29,6	21,0	22,4	0,2	21,4	0,2
4	11,5	21,7	29,2	20,4	22,3	0,2	20,9	0,2
5	11,9	21,0	29,0	19,9	22,3	0,2	20,3	0,2
6	12,1	20,5	28,6	19,2	22,2	0,2	19,7	0,2
7	12,5	20,0	28,2	18,6	22,1	0,2	19,1	0,2
8	12,9	19,2	27,9	17,9	22,0	0,2	18,4	0,2
9	13,2	18,8	27,5	17,4	21,9	0,2	17,9	0,2
10	13,6	18,2	27,1	16,6	21,8	0,2	17,2	0,2
11	14,0	17,6	26,8	16,0	21,8	0,2	16,6	0,2
12	14,2	17,0	26,4	15,4	21,6	0,2	16,0	0,2
13	14,6	16,5	26,0	14,9	21,5	0,2	15,5	0,2
14	15,0	16,0	25,6	14,4	21,5	0,2	15,0	0,2
15	15,4	15,4	25,4	13,6	21,5	0,2	14,3	0,2
16	15,8	14,9	24,9	13,0	21,3	0,2	13,7	0,2
17	15,9	14,2	24,9	12,2	21,4	0,2	13,0	0,2
18	15,6	13,9	25,4	11,6	21,6	0,2	12,5	0,2
19	15,5	13,2	25,9	11,0	21,8	0,2	11,9	0,2
20	15,4	12,9	26,2	10,2	22,0	0,2	11,3	0,2
21	15,2	12,2	26,6	9,5	22,1	0,2	10,6	0,2
22	15,0	11,9	27,0	8,9	22,3	0,2	10,1	0,2
23	14,9	11,2	27,5	8,0	22,6	0,2	9,3	0,2
24	14,8	10,9	27,9	7,4	22,8	0,2	8,8	0,2
25	14,6	10,4	28,2	6,5	22,9	0,2	8,0	0,2
26	14,5	9,9	28,5	6,0	23,0	0,2	7,5	0,2
27	14,2	9,2	29,0	5,0	23,2	0,2	6,6	0,2
28	14,1	8,9	29,2	4,5	23,3	0,2	6,2	0,2
29	14,0	8,4	29,7	3,9	23,6	0,2	5,7	0,2
30	13,9	8,0	30,0	3,0	23,7	0,2	5,0	0,2
31	13,8	7,5	30,5	2,2	24,0	0,2	4,3	0,2
32	13,6	6,9	30,9	1,8	24,1	0,2	3,8	0,2
33	13,5	6,4	31,5	1,0	24,5	0,2	3,1	0,2
34	13,4	5,9	31,9	0,1	24,7	0,2	2,4	0,2

trocou as massas...

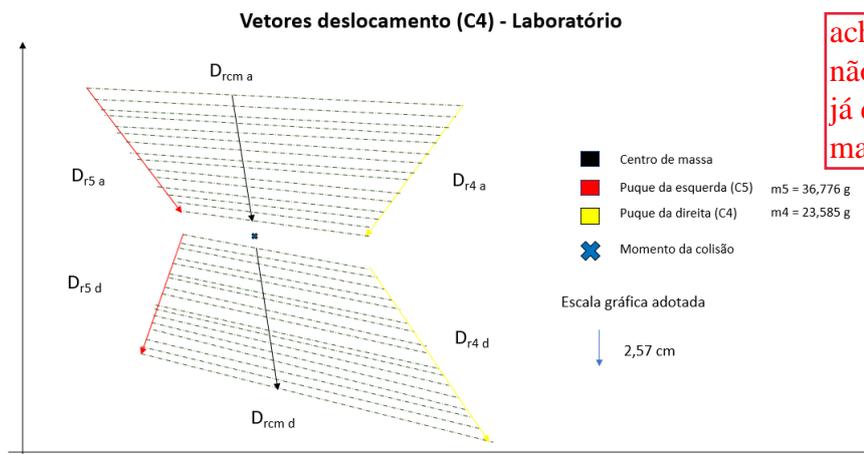
incerteza maior ...

Tabela 2: Posição dos puques conjunto C4

C5	puque 5		puque 4		Centro de massa			
	Quadro	X1 (cm)	Y1 (cm)	X2 (cm)	Y2 (cm)	XCM (cm)	inc XCM	YCM (cm)
1	5,5	23,2	25,3	22,1	17,6	0,2	22,5	0,2
2	5,9	22,9	25,0	21,8	17,5	0,2	22,2	0,2
3	6,1	22,1	24,6	20,9	17,4	0,2	21,4	0,2
4	6,6	21,6	24,2	20,3	17,3	0,2	20,8	0,2
5	6,9	21,0	24,0	19,9	17,3	0,2	20,3	0,2
6	7,2	20,5	23,6	19,1	17,2	0,2	19,6	0,2
7	7,6	20,0	23,1	18,6	17,0	0,2	19,1	0,2
8	8,0	19,3	22,8	18,0	17,0	0,2	18,5	0,2
9	8,3	18,8	22,4	17,4	16,9	0,2	17,9	0,2
10	8,7	18,2	22,0	16,7	16,8	0,2	17,3	0,2
11	9,0	17,6	21,6	16,0	16,7	0,2	16,6	0,2
12	9,3	17,0	21,4	15,4	16,7	0,2	16,0	0,2
13	9,6	16,6	21,0	14,7	16,5	0,2	15,4	0,2
14	10,0	16,0	20,6	14,2	16,5	0,2	14,9	0,2
15	10,4	15,4	20,2	13,7	16,4	0,2	14,4	0,2
16	10,7	14,8	19,9	13,0	16,3	0,2	13,7	0,2
17	10,8	14,3	20,1	12,1	16,5	0,2	13,0	0,2
18	10,6	13,8	20,4	11,6	16,6	0,2	12,5	0,2
19	10,5	13,3	20,8	10,9	16,8	0,2	11,8	0,2
20	10,3	12,8	21,2	10,1	16,9	0,2	11,2	0,2
21	10,2	12,2	21,6	9,4	17,1	0,2	10,5	0,2
22	10,0	12,0	22,0	8,7	17,3	0,2	10,0	0,2
23	9,8	11,4	22,4	7,9	17,5	0,2	9,3	0,2
24	9,7	10,8	22,9	7,2	17,7	0,2	8,6	0,2
25	9,6	10,4	23,2	6,6	17,9	0,2	8,1	0,2
26	9,4	9,8	23,7	5,8	18,1	0,2	7,4	0,2
27	9,3	9,2	24,0	5,0	18,3	0,2	6,6	0,2
28	9,2	8,8	24,4	4,3	18,5	0,2	6,1	0,2
29	9,1	8,2	24,9	3,7	18,7	0,2	5,5	0,2
30	8,9	7,9	25,3	2,9	18,9	0,2	4,9	0,2
31	8,8	7,4	25,7	2,1	19,1	0,2	4,2	0,2
32	8,6	6,8	26,0	1,5	19,2	0,2	3,6	0,2
33	8,5	6,4	26,4	0,8	19,4	0,2	3,0	0,2
34	8,3	5,8	26,8	0,1	19,6	0,2	2,3	0,2

Tabela 3: Posição dos puques conjunto C5

O cálculo da posição do centro de massa (CM) foi facilitado ao traçar uma reta entre as posições instantâneas dos puques, dessa forma, o CM estará sobre a reta e a posição será reduzida a uma única variável, no eixo traçado entre os corpos. A partir das posições dos corpos e do CM do sistema, pode-se encontrar os vetores deslocamento dos puques, antes e depois da colisão:



acho que seus dados não ficariam assim, já que trocou as massas...

onde estão os cálculos de  $dr$ ? ou o gráfico com os pontos e vetores?

Figura 1: Vetor deslocamento conjunto C4

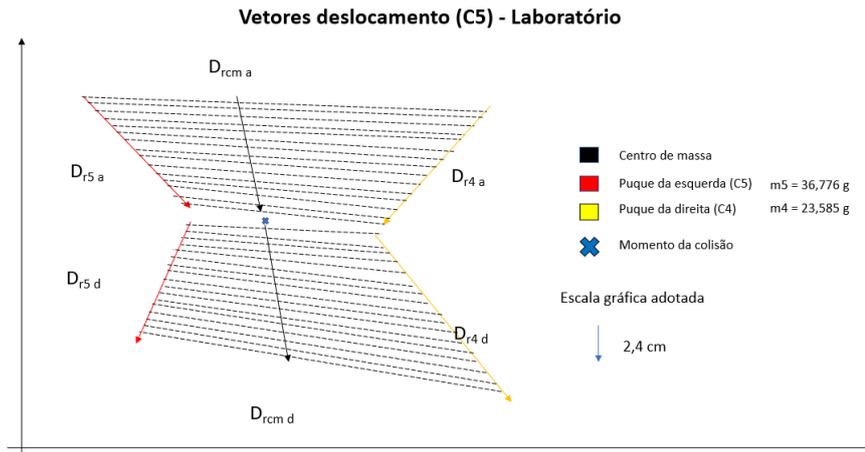
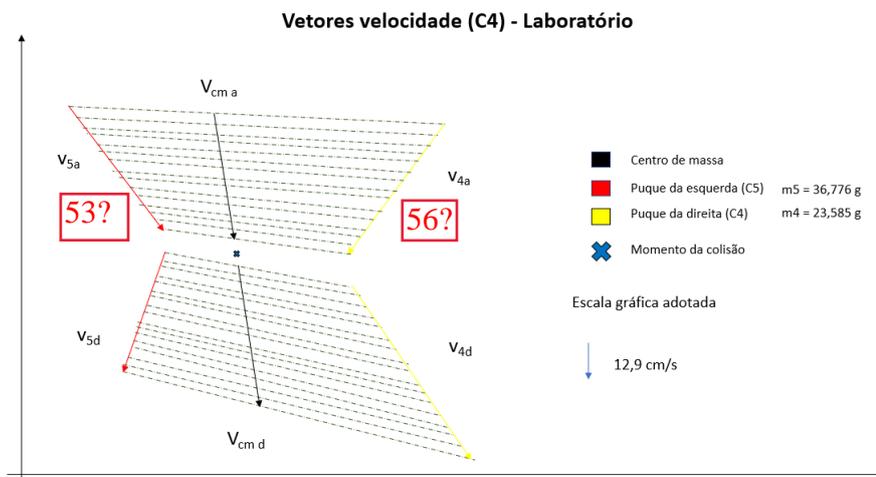


Figura 2: Vetor deslocamento conjunto C5

Sabendo a direção e sentido do vetor deslocamento, sabe-se a direção e sentido da velocidade, bem como seu módulo, dado que, o intervalo de tempo entre os quadros é conhecido, dessa forma:



calculou para qual intervalo de tempo?

Figura 3: Vetor velocidade conjunto C4

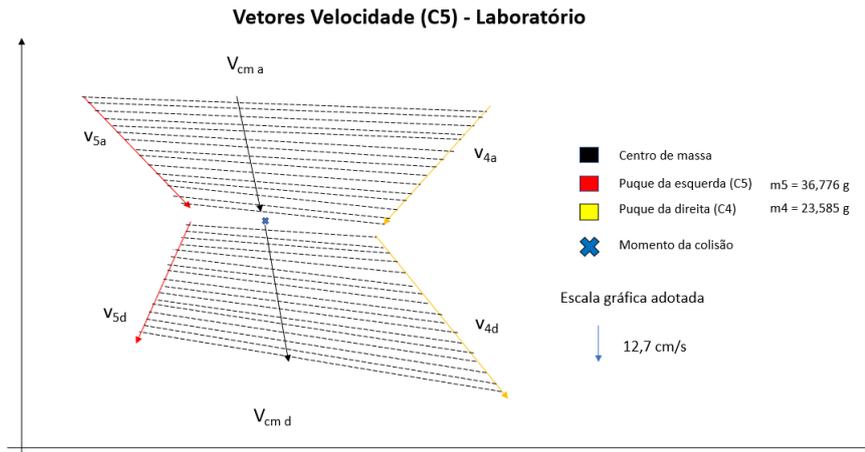


Figura 4: Vetor velocidade conjunto C5

Como visto na fórmula (2), a quantidade de movimento tem a mesma direção e sentido da velocidade, dessa forma, é possível encontrar os momentos lineares de cada corpo, bem como o do CM:

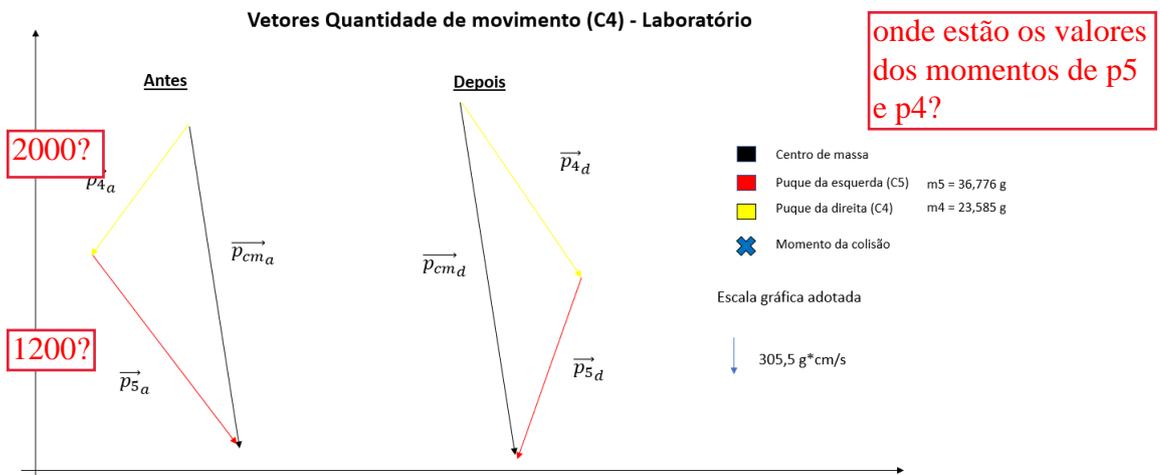


Figura 5: Vetor quantidade de movimento conjunto C4

vetores não batem com cálculo...

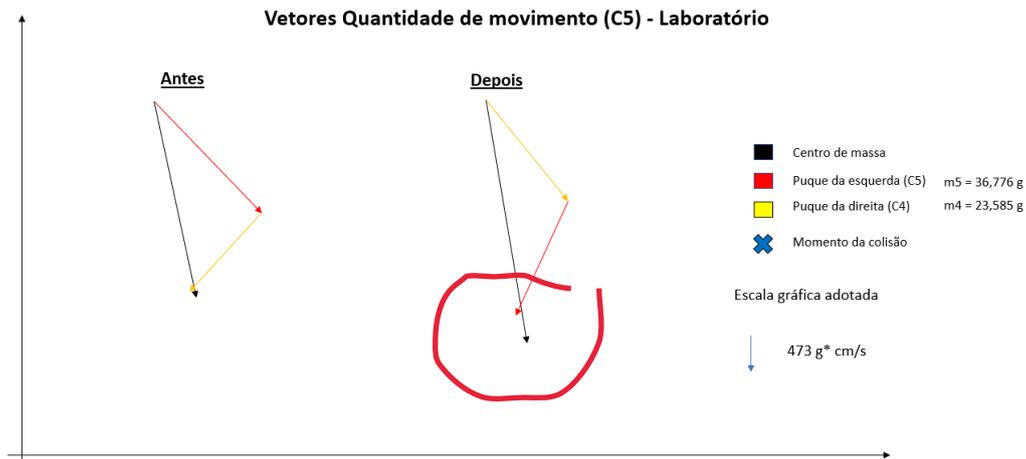
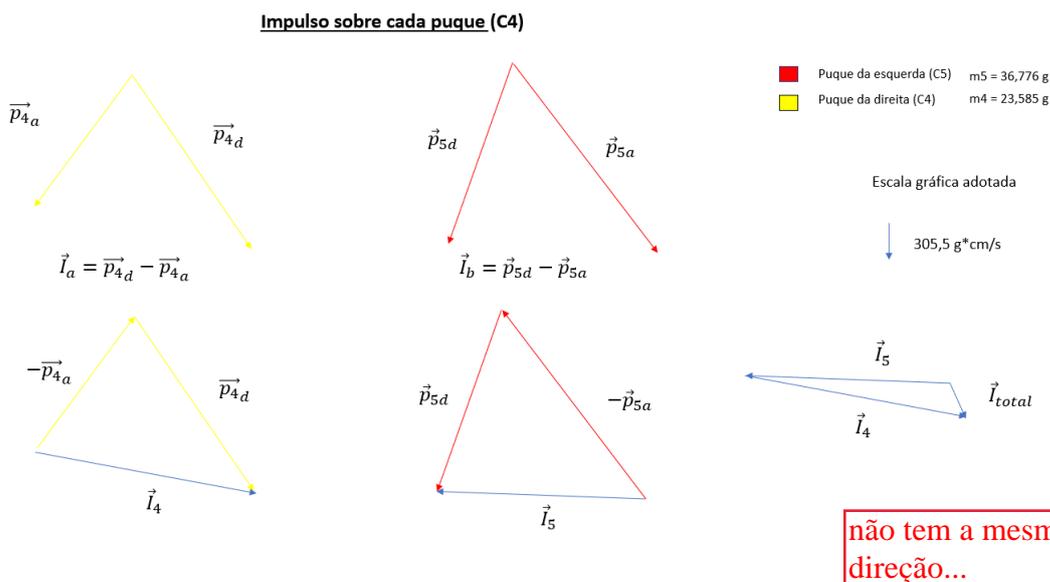


Figura 6: Vetor quantidade de movimento conjunto C5 deveria estar na discussão...

Pode-se notar, graficamente, que a quantidade de movimento do CM é, aproximadamente, igual à soma das quantidades de movimento dos puques. É possível visualizar, também, que o momento total do sistema, ou momento do CM, aumenta depois da colisão, dessa forma, a quantidade de movimento não se conserva e pode-se indagar sobre a colisão ter liberado energia que estava armazenada no sistema de alguma forma. Essa indagação é melhor desenvolvida com os dados da energia cinética do sistema antes e depois da colisão, que serão apresentados posteriormente.

Pelo teorema do impulso é conhecido que:  $\vec{I} = \Delta\vec{P} = \vec{P}_f - \vec{P}_i$ , dessa maneira, ao fazer a subtração vetorial do momento final ( $\vec{P}_f$ ) pelo momento inicial ( $\vec{P}_i$ ), encontra-se a variação da quantidade de movimento total, que é, também, o impulso. A subtração vetorial está apresentada abaixo:



não tem a mesma direção...

Figura 7: Vetor impulso conjunto C4

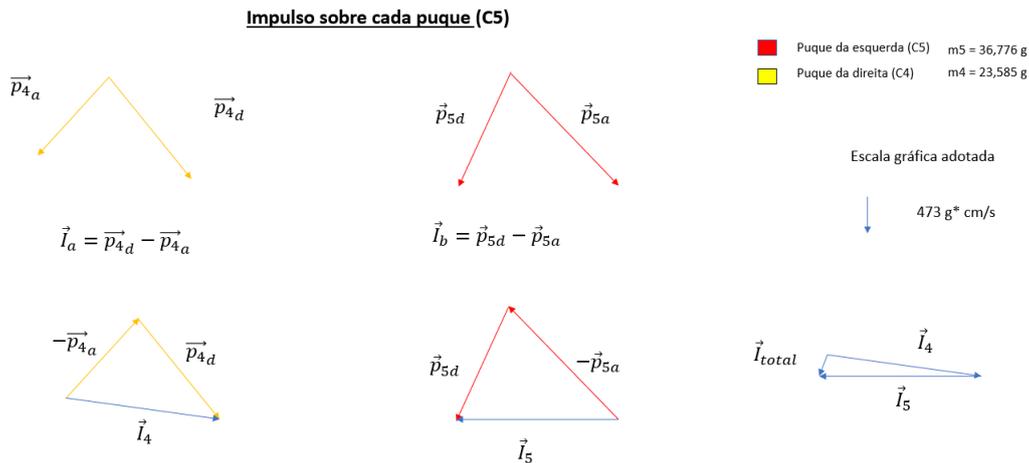


Figura 8: Vetor impulso conjunto C5

É notável que um impulso age sobre os corpos, cujo módulo, sentido e direção estão representados acima. Assim, como  $\vec{I} \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{P}_f \neq \vec{P}_i$ , dessa forma, o momento não se conserva. Os impulsos estão em sentidos opostos, o impulso do puque 4 está orientado para a direita, enquanto que o do puque 5 está orientado para a esquerda, porém, não na mesma direção, assim, quando ocorre a subtração vetorial, há um impulso remanescente, que é o impulso total agindo sobre o sistema.

Por meio dos dados encontrados e apresentados, pode-se, também, calcular a energia cinética do sistema, por meio da relação:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad (5)$$

Com isso, chega-se aos seguintes resultados:

	$E_4$ (cgs)	$\sigma E_4$	$E_5$ (cgs)	$\sigma E_5$	$E_{total}$ (cgs)	$\sigma E_{total}$
<b>antes</b>	53165	699	39918	485	93082	851
<b>depois</b>	27721	1577	45116	550	72837	1670

como calculou inc...

Tabela 4: Energia cinética do conjunto C4

inc com 1 sig....

	$E_4$ (cgs)	$\sigma E_4$	$E_5$ (cgs)	$\sigma E_5$	$E_{total}$ (cgs)	$\sigma E_{total}$
<b>antes</b>	51049	766	37558	535	88607	934
<b>depois</b>	31853	1165	51065	478	82917	1259

Tabela 5: Energia cinética do conjunto C5

~~Pode-se perceber que, a energia cinética, de cada corpo, e do sistema, não se conserva, e que o puque 4 perde energia, enquanto o 5 ganha energia. Porém, a perda do puque 4 é maior, pois o sistema em si perde energia, como é visível na  $E_{total}$ .~~

Agora, o movimento é analisado por meio de um referencial no centro de massa do sistema, dessa forma, os vetores deslocamento dos puques pelo centro de massa:

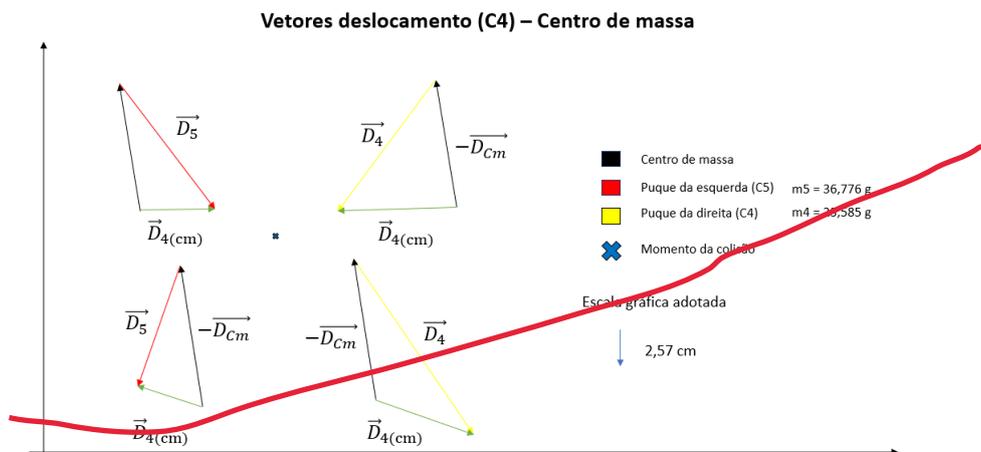


Figura 9: Vetor deslocamento (referencial no CM) conjunto C4

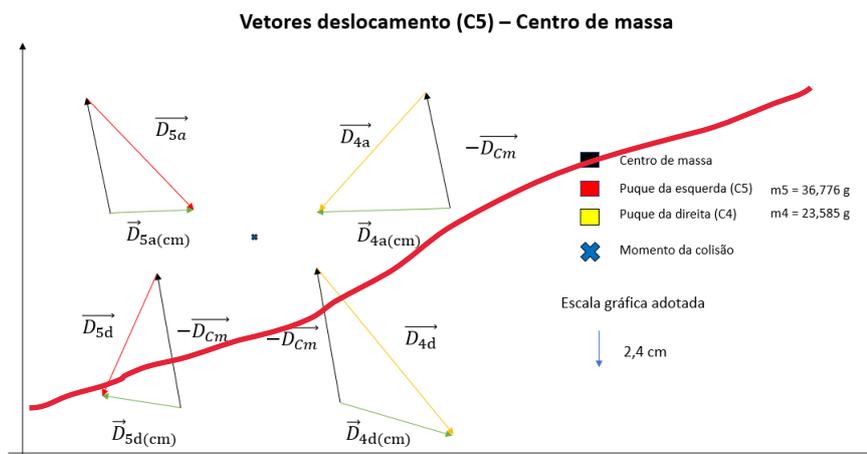


Figura 10: Vetor deslocamento (referencial no CM) conjunto C5

Assim, pode-se encontrar os vetores velocidade em relação ao CM:

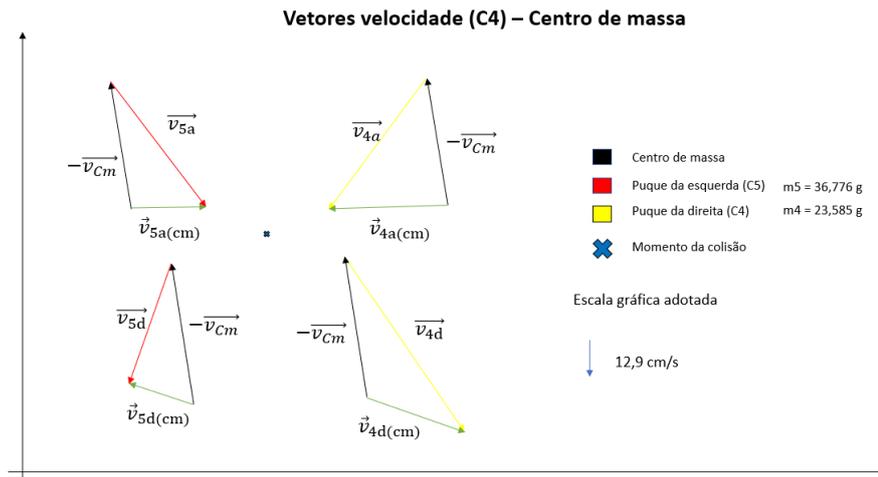


Figura 11: Vetor velocidade (referencial no CM) conjunto C4

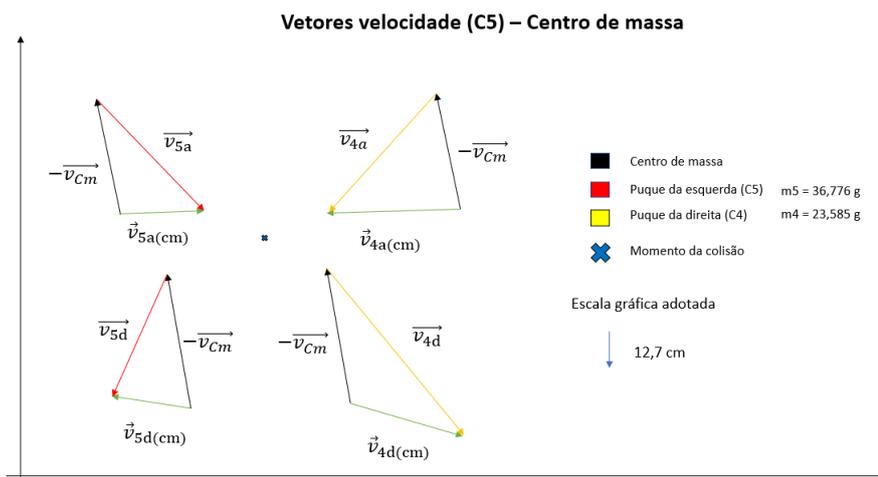


Figura 12: Vetor velocidade (referencial no CM) conjunto C5

É perceptível que a velocidade do centro de massa se mantém constante durante o movimento. E pode-se elaborar os vetores quantidade de movimento dos piques em relação ao CM:

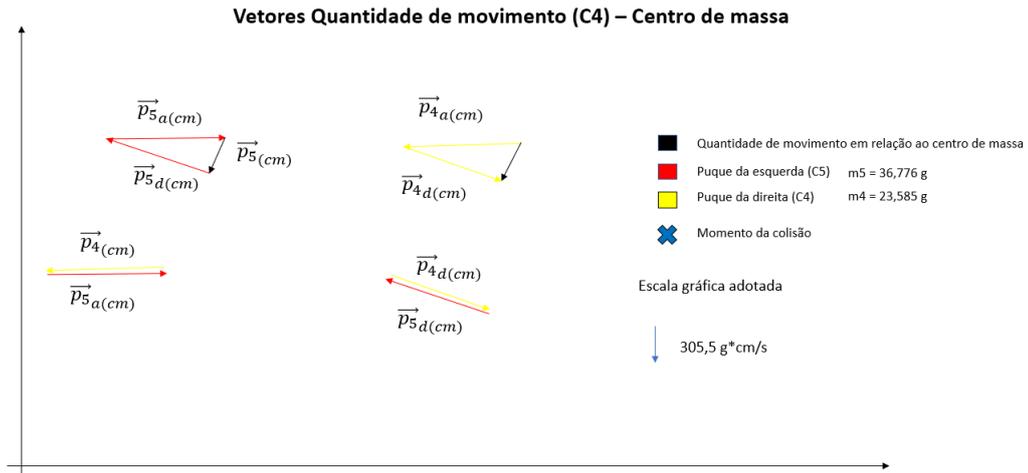


Figura 13: Vetor quantidade de movimento (referencial no CM) conjunto C4

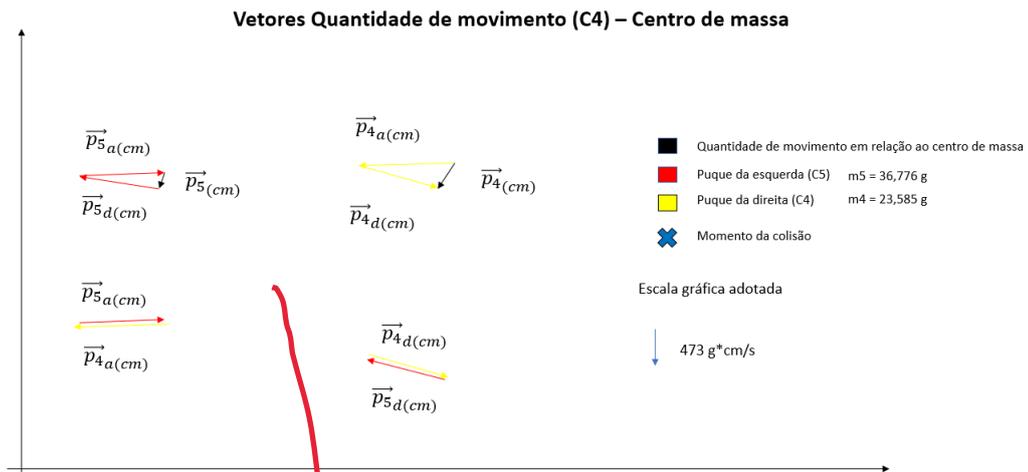


Figura 14: Vetor quantidade de movimento (referencial no CM) conjunto C5

É importante notar que a quantidade de movimento dos piques em relação ao CM é igual em direção, módulo e sentido. E caso sejam somadas, tanto antes, quanto depois da colisão, o resultado é nulo. E, também, pode-se encontrar o valor da energia cinética dos corpos e do sistema em relação ao CM por meio da fórmula (5):

	$E_4^*$ (cgs)	$\sigma E_4$	$E_5^*$ (cgs)	$\sigma E_5$	$E_{total}$ (cgs)	$\sigma E_{total}$
<b>antes</b>	3471	390	1474	204	4945	1321
<b>depois</b>	18416	2223	6007	651	24423	3281

Tabela 6: Energia cinética (referencial no CM) do conjunto C4

	$E_4^*$ (cgs)	$\sigma E_4$	$E_5^*$ (cgs)	$\sigma E_5$	$E_{total}$ (cgs)	$\sigma E_{total}$
<b>antes</b>	1490	293	1120	205	2610	1436
<b>depois</b>	17970	1501	3973	371	21944	2274

Tabela 7: Energia cinética (referencial no CM) do conjunto C5

É notável que a energia do sistema em relação ao CM cresce significativamente, dessa forma, a indagação sobre a não conservação do momento por conta da liberação de energia na colisão ganha mais força. Pois foi provado que há um impulso atuando sobre o sistema e que após a colisão, a energia cinética em relação ao CM aumenta drasticamente.

## 5 Discussão final e conclusões

As previsões iniciais eram de que o momento ia se conservar, porém os dados divergem da ideia. Pois há um claro ganho de energia após a colisão, e há um impulso atuando no sistema. É conclusivo que a energia cinética também não se conserva, não atendendo, assim, o que era esperado, dado que o arranjo da mesa de ar foi utilizado a fim da energia não ser significativamente dissipada por atrito entre o puque e a mesa. Como a conservação do momento é um princípio quando não há forças externas agindo sobre o sistema, é possível afirmar ou que a mesa de ar não foi suficiente para reduzir a ação das forças externas, ou que a incerteza foi subestimada e, por isso, não houve a conservação do momento. Quanto a energia cinética, ela não se conservou e isso é natural, ela foi transformada em outras formas de energia, como energia sonora que ocorre nas colisões, ou térmica devido ao atrito dos puques com o ar.

inverteu massas....

## 6 Referências bibliográficas

J. H. Vuolo, Fundamentos da teoria dos erros