

Síntese Colisões Bidimensionais

Experimento 4

7,6

Breno Pagotto Aguiar - nº USP: 11298553

Iago Santos Alves - nº USP: 11223701

Turma 1 - Grupo 1

Resumo:

As colisões estão presentes constantemente em nosso cotidiano, aplicando-se tanto ao choque entre moléculas de ar quanto à dinâmica das bolas de bilhar e de um chute em uma bola de futebol, por exemplo. Nesse experimento, o objetivo será estudar tal dinâmica nomeada por colisão bidimensional, isto é, em duas dimensões (vertical e horizontal ou “x” e “y”). Para tal, será abordado o conceito de energia cinética, trabalhando com ambos os corpos envolvidos na colisão e com o centro de massa provocado por eles.

Estudar o que na dinâmica?

Descrição experimental:

Será estudado o movimento de colisão de dois puques (discos), os quais possuem massa definida. Todo o experimento foi fornecido pelo site *Mecânica Experimental com Imagens (Laboratório Virtual de Mecânica)*.

Os puques foram posicionados sobre uma mesa de ar que contém um plano quadriculado (cada quadrado possui 1 cm de lado), de modo que o atrito seja muito pequeno e possa ser desconsiderado, o que facilita os cálculos. Toda a trajetória dos corpos é acompanhada por uma câmera filmadora que capta imagens em determinados instantes de tempo e que está posicionada acima do arranjo dos corpos (uma simulação do movimento corresponde à Figura 2). Com as imagens fornecidas, será possível identificar as posições dos objetos ao longo do tempo, podendo, assim, determinar a energia cinética. Para determinar essas posições, foi adotado um sistema de eixos, isto é, um referencial, o qual corresponde à Figura 1 abaixo.

só?

imagens, video?

Além disso, devido ao posicionamento totalmente horizontal dos corpos e à nivelção da mesa, a força peso deles é compensada pela força normal, evitando assim, que hajam forças externas agindo sobre eles e, a única força de interação são aquelas provocadas pelo choque. Por fim, como a resultante das forças externas é nula, a quantidade de movimento linear total do sistema se conserva durante a colisão, teoricamente. Assim, será analisado se tal fenômeno ocorre.

Logo, o experimento fez questão ao registro das posições dos puques, bem como das suas velocidades, de suas quantidade de movimento linear e de suas energias cinéticas, antes e depois da colisão (desconsiderando o ponto mais próximo ao choque), tendo

pq?

como referencial o laboratório onde foi montado o experimento e o centro de massa do sistema. Como serão trabalhadas grandezas vetoriais, serão construídos gráficos para descrever os vetores velocidade e momento linear. Esses gráficos serão feitos no programa Microsoft PowerPoint, no qual é possível construir os vetores necessários. ~~Dessa forma, os vetores serão ajustados para que seus módulos correspondam aos valores teóricos encontrados.~~ No fim, com os vetores de momento linear, será possível verificar se houve a conservação dessa grandeza. total?

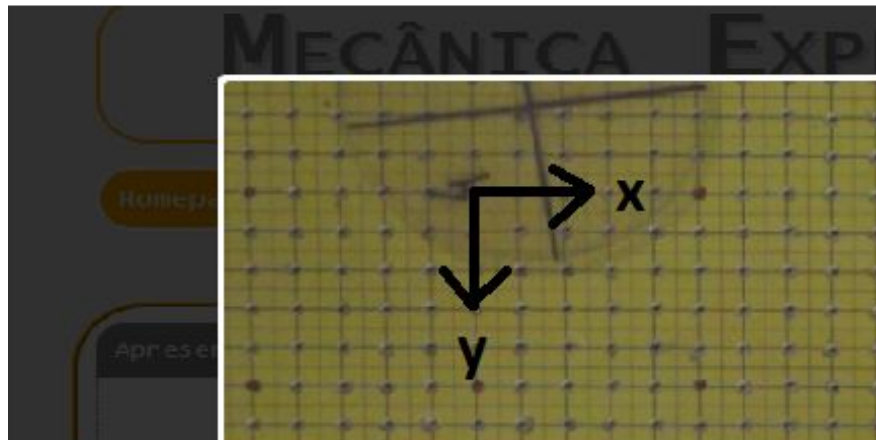


Figura 1: sistema referencial adotado pelo grupo para determinar as posições dos puques ao longo do tempo

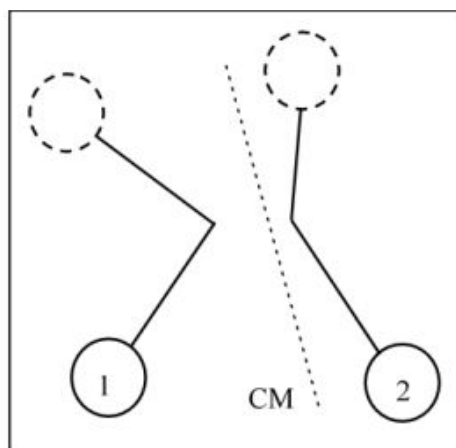


Figura 2: simulação da trajetória dos puques

Análise de Dados:

dois conjuntos
diferentes da mesma
colisão...

Cada um dos integrantes do grupo tomou nota de um conjunto de dados (duas situações diferentes de colisões entre os mesmos corpos). Assim, os conjuntos analisados foram o **A1** e o **A2**.

Foi fornecida a massa dos puques, bem como suas incertezas. Com isso, utilizou-se a soma delas para a massa total, e a soma quadrática para sua incerteza, resultado depositado na Tabela 1 a seguir com os valores.

raiz

	massa (gramas)	inc massa (g)
puque 1 (disco 4)	23,585	0,001
puque 2 (disco 2)	11,988	0,001
puque 1 + puque 2	35,573	0,001

Tabela 1: massa e incertezas

Como também foram fornecidos todos os valores de tempo dos quadros, esses foram numerados de 1 até 36 e o foi utilizado apenas o **intervalo de tempo entre dois quadros**, o qual foi o mesmo e corresponde à **0,0125 segundos**.

Além disso, a leitura da medida das posições dos puques possui uma incerteza devido à ~~falha do olho humano e, portanto,~~ à imprecisão na leitura exata. Dessa forma, foi adotada uma incerteza de **0,2 cm**.

Utilizou-se o símbolo de derivada (linha) para diferenciar o “antes” do “depois”, isto é, as grandezas que possuem a linha acompanhada, tratam-se de “depois da colisão”, enquanto aquelas que não apresentam o símbolo representam “antes da colisão”. Por exemplo, usou-se v_1 para indicar a velocidade do puque 1 antes do choque e, v'_1 para indicar a velocidade do mesmo puque depois do choque.

Tendo o laboratório como referencial, todas as posições dos discos foram anotadas na Tabela 2. As velocidades deles foram calculadas através da Fórmula 1, juntamente com as suas incertezas na Fórmula 2. Da mesma forma, os momentos lineares foram dados pela Fórmula 3 e, suas incertezas pela Fórmula 4. A energia cinética deles foi dada pela Fórmula 5 e sua incerteza pela Fórmula 6.

Tratando-se do centro de massa do sistema, as posições em X e em Y foram dadas a partir da Fórmula 7. As incertezas dessas posições foram dadas através de propagação de incerteza, resultando na Fórmula 8. A sua velocidade antes e depois do choque foi dada através da Fórmula 9, junto com sua incerteza pela Fórmula 10. Além disso, utilizou-se a Fórmula 11 para encontrar o momento linear e a Fórmula 12 para a sua incerteza. Por fim, a Fórmula 13 fornece a energia cinética do centro de massa e, a Fórmula 14, a sua incerteza. A Fórmula 15 foi usada para calcular as velocidades dos puques ainda em relação ao centro de massa, enquanto que a Fórmula 16 foi utilizada para o momento linear com o mesmo referencial.

Esse jeito de apresentar as fórmulas não é muito eficiente...

Fórmulas:

$v_1 = \frac{Dr_1}{\Delta t}$	$v_2 = \frac{Dr_2}{\Delta t}$
$v'_1 = \frac{Dr'_1}{\Delta t}$	$v'_2 = \frac{Dr'_2}{\Delta t}$

Fórmula 1: cálculo das velocidades dos corpos

$\frac{\sigma v_1}{v_1} = \frac{\sigma \Delta Dr_1}{\Delta Dr_1}$	$\frac{\sigma v_2}{v_2} = \frac{\sigma \Delta Dr_2}{\Delta Dr_2}$
$\frac{\sigma v'_1}{v'_1} = \frac{\sigma \Delta Dr'_1}{\Delta Dr'_1}$	$\frac{\sigma v'_2}{v'_2} = \frac{\sigma \Delta Dr'_2}{\Delta Dr'_2}$

erro em dt?

Fórmula 2: cálculo da incerteza da velocidade dos corpos

$P_1 = m_1.v_1$	$P_2 = m_2.v_2$
$P'_1 = m_1.v'_1$	$P'_2 = m_2.v'_2$

Fórmula 3: cálculo dos momentos lineares dos corpos

$\frac{(\sigma P_1)^2}{P_1^2} = \frac{(\sigma m)^2}{m_1^2} + \frac{(\sigma v_1)^2}{v_1^2}$	$\frac{(\sigma P_2)^2}{P_2^2} = \frac{(\sigma m)^2}{m_2^2} + \frac{(\sigma v_2)^2}{v_2^2}$
$\frac{(\sigma P'_1)^2}{P'^2_1} = \frac{(\sigma m)^2}{m_1^2} + \frac{(\sigma v'_1)^2}{v'^2_1}$	$\frac{(\sigma P'_2)^2}{P'^2_2} = \frac{(\sigma m)^2}{m_2^2} + \frac{(\sigma v'_2)^2}{v'^2_2}$

Fórmula 4: cálculo da incerteza dos momentos lineares dos corpos

$E_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2$	$E_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2$
$E'_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v'^2_1$	$E'_2 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v'^2_2$

Fórmula 5: cálculo da energia cinética dos corpos

$\frac{(\sigma E_1)^2}{E_1^2} = \frac{(\sigma m)^2}{m_1^2} + \frac{(2 \cdot \sigma v_1)^2}{v_1^2}$	$\frac{(\sigma E_2)^2}{E_2^2} = \frac{(\sigma m)^2}{m_2^2} + \frac{(2 \cdot \sigma v_2)^2}{v_2^2}$
$\frac{(\sigma E'_1)^2}{E'^2_1} = \frac{(\sigma m)^2}{m_1^2} + \frac{(2 \cdot \sigma v'_1)^2}{v'^2_1}$	$\frac{(\sigma E'_2)^2}{E'^2_2} = \frac{(\sigma m)^2}{m_2^2} + \frac{(2 \cdot \sigma v'_2)^2}{v'^2_2}$

Fórmula 6: cálculo da incerteza da energia cinética dos corpos

faltam definição dos parâmetros usados..

$X_{CM} = \frac{\sum_i m_i X_i}{\sum_i m_i}$	$Y_{CM} = \frac{\sum_i m_i Y_i}{\sum_i m_i}$
--	--

Fórmula 7: cálculo das posições do centro de massa

$$\sigma_{x_{cm}}^2 = \left[\left(\frac{m_1 \cdot X_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \cdot \left[\left(\frac{\sigma_m}{m_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{X_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m_1 + m_2} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + \left[\left(\frac{\sigma_m \cdot X_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \cdot \left[\left(\frac{\sigma_m}{m_2} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{X_2} \right)^2 + \left(\frac{-\sigma_m}{m_1 + m_2} \right)^2 \right] \right] \right]$$

$$\sigma_{y_{cm}}^2 = \left[\left(\frac{m_1 \cdot y_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \cdot \left[\left(\frac{\sigma_m}{m_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{y_1} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m_1 + m_2} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + \left[\left(\frac{\sigma_m \cdot y_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \cdot \left[\left(\frac{\sigma_m}{m_2} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_d}{y_2} \right)^2 + \left(\frac{-\sigma_m}{m_1 + m_2} \right)^2 \right] \right] \right]$$

Fórmula 8: cálculo da incerteza da posição do centro de massa

$v_{CM} = \frac{\Delta D r_{CM}}{\Delta t}$	$v'_{CM} = \frac{\Delta D r'_{CM}}{\Delta t}$
---	---

Fórmula 9: cálculo da velocidade do centro de massa

$\frac{\sigma v_{CM}}{v_{CM}} = \frac{\sigma \Delta D r_{CM}}{\Delta D r_{CM}}$	$\frac{\sigma v'_{CM}}{v'_{CM}} = \frac{\sigma \Delta D r'_{CM}}{\Delta D r'_{CM}}$
---	---

Fórmula 10: cálculo da incerteza da velocidade do centro de massa

$P_{CM} = (m_1 + m_2) \cdot (v_{CM})$
$P'_{CM} = (m_1 + m_2) \cdot (v'_{CM})$

Fórmula 11: cálculo do momento linear do centro de massa

$\frac{(\sigma P_{CM})^2}{P_{CM}^2} = \frac{(\sigma m)^2}{(m_1 + m_2)^2} + \frac{(\sigma v_{CM})^2}{v_{CM}^2}$
$\frac{(\sigma P'_{CM})^2}{P'_{CM}^2} = \frac{(\sigma m)^2}{(m_1 + m_2)^2} + \frac{(\sigma v'_{CM})^2}{v'_{CM}^2}$

Fórmula 12: cálculo da incerteza do momento linear do centro de massa

$E_{CM} = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v_{CM}^2$	$E'_{CM} = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v'_{CM}{}^2$
---	---

Fórmula 13: cálculo da energia cinética do centro de massa

$\frac{(\sigma E_{CM})^2}{E_{CM}^2} = \frac{(\sigma m)^2}{(m_1 + m_2)^2} + \frac{(2 \cdot \sigma v_{CM})^2}{v_{CM}^2}$	$\frac{(\sigma E'_{CM})^2}{E'_{CM}{}^2} = \frac{(\sigma m)^2}{(m_1 + m_2)^2} + \frac{(2 \cdot \sigma v'_{CM})^2}{v'_{CM}{}^2}$
--	--

Fórmula 14: cálculo da incerteza da energia cinética do centro de massa

$v_1^* = \frac{\Delta D r_1^*}{\Delta t}$	$v_2^* = \frac{\Delta D r_2^*}{\Delta t}$
$v'_1{}^* = \frac{\Delta D r'_1{}^*}{\Delta t}$	$v'_2{}^* = \frac{\Delta D r'_2{}^*}{\Delta t}$

Fórmula 15: cálculo da velocidade dos corpos em relação ao centro de massa

$P_1^* = m_1 \cdot v_1^*$	$P_2^* = m_2 \cdot v_2^*$
$P'_1{}^* = m_1 \cdot v'_1{}^*$	$P'_2{}^* = m_2 \cdot v'_2{}^*$

Fórmula 16: cálculo do momento linear em relação ao centro de massa

Resultados Obtidos:

Como foram analisados dois conjuntos, esses serão divididos a seguir para melhor interpretação. Assim, primeiro será abordado o conjunto A1 e posteriormente o A2.

Conjunto A1

Todas as posições foram anotadas na Tabela 2, considerando que a incerteza dessa distância medida é **0,2 cm**.

Além disso, o número que acompanha as letras “X” e o “Y” na segunda linha da tabela correspondem ao puque. Por exemplo, “X1” representa a posição em X do puque 1 (disco número 4), “Y2” representa a posição em Y do puque 2 (disco número 2). Por fim, “XCM” representa a posição em X do centro de massa.

Quadro	Puque 1 (disco 4)		Puque 2 (disco 2)		Centro de massa			
	X1 (cm)	Y1 (cm)	X2 (cm)	Y2 (cm)	XCM (cm)	inc XCM	YCM (cm)	inc YCM
1	1,2	-2,2	21,7	-2,5	8,1	0,1	-2,3	0,1
2	1,6	-1,8	21,3	-2,0	8,2	0,1	-1,9	0,1
3	2,0	-1,2	21,0	-1,4	8,4	0,1	-1,3	0,1
4	2,4	-0,6	20,6	-0,8	8,5	0,1	-0,7	0,1
5	3,0	0,0	20,2	-0,2	8,8	0,1	-0,1	0,1
6	3,3	0,5	19,9	0,4	8,9	0,1	0,6	0,1
7	3,6	1,0	19,6	0,9	9,0	0,1	1,0	0,1
8	4,1	1,6	19,2	1,5	9,2	0,1	1,6	0,1
9	4,6	2,2	18,9	2,1	9,4	0,1	2,2	0,1
10	5,0	2,8	18,6	2,7	9,6	0,1	2,8	0,1
11	5,4	3,3	18,2	3,3	9,7	0,1	3,3	0,1
12	5,8	3,9	17,8	3,8	9,8	0,1	3,9	0,1
13	6,2	4,4	17,5	4,4	10,0	0,1	4,4	0,1
14	6,7	5,0	17,1	5,0	10,2	0,1	5,0	0,1
15	7,1	5,6	16,7	5,6	10,3	0,1	5,6	0,1

16	7,6	6,2	16,4	6,2	10,6	0,1	6,2	0,1
17	8,0	6,7	16,1	6,7	10,7	0,1	6,7	0,1
18	8,0	7,2	16,6	7,3	10,9	0,1	7,2	0,1
19	7,9	7,8	17,2	7,9	11,0	0,1	7,8	0,1
20	7,8	8,3	17,9	8,5	11,2	0,1	8,4	0,1
21	7,7	8,9	18,5	9,1	11,3	0,1	9,0	0,1
22	7,6	9,4	19,2	9,7	11,5	0,1	9,5	0,1
23	7,5	10,0	19,8	10,2	11,6	0,1	10,1	0,1
24	7,4	10,5	20,4	10,8	11,8	0,1	10,6	0,1
25	7,3	11,1	21,0	11,3	11,9	0,1	11,2	0,1
26	7,2	11,7	21,6	11,9	12,1	0,1	11,8	0,1
27	7,1	12,2	22,3	12,5	12,2	0,1	12,3	0,1
28	7,1	12,8	22,9	13,1	12,4	0,1	12,9	0,1
29	7,0	13,3	23,6	13,6	12,6	0,1	13,4	0,1
30	6,9	13,9	24,2	14,2	12,7	0,1	14,0	0,1
31	6,8	14,4	24,8	14,8	12,9	0,1	14,5	0,1
32	6,7	15,0	25,4	15,4	13,0	0,1	15,1	0,1
33	6,6	15,6	26,0	16,0	13,1	0,1	15,7	0,1
34	6,6	16,2	26,7	16,6	13,4	0,1	16,3	0,1
35	6,5	16,7	27,3	17,2	13,5	0,1	16,9	0,1
36	6,4	17,2	27,9	17,8	13,6	0,1	17,4	0,1

Tabela 2: posições dos corpos e do centro de massa

Esses valores proporcionaram a construção de um gráfico através do programa Microsoft Excel, o qual relaciona as posições para os puques e para o centro de massa. Essa construção corresponde ao Gráficos 1 apresentado. Com ele, foi possível construir os vetores no Microsoft PowerPoint.

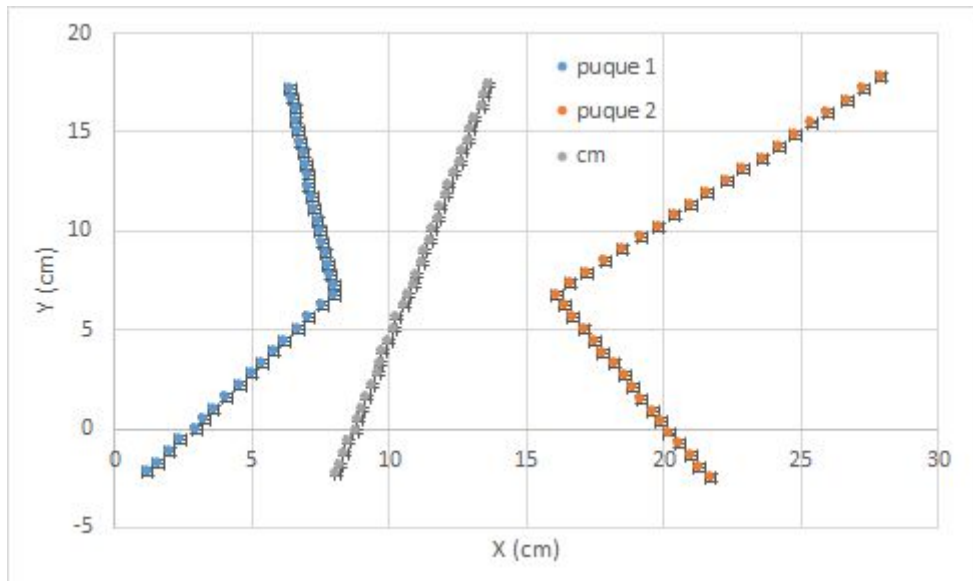


Gráfico 1: gráfico de posição X pela posição Y para o puque 1, o puque 2 e o centro de massa (“cm”)

~~Foram medidas~~ as velocidades e as quantidades de movimento, sabendo que são vetores com módulo, direção e sentido obtendo assim o ângulo que o vetor faz com a horizontal para a direita e os módulos, valores indicados na Tabela 3, e calculados através das Fórmulas 1, 2, 5 e 6. Para tal, foram utilizadas as distâncias percorrida pelo puque até o momento do choque (desconsiderando o intervalo mais próximo ao impacto) e o número de intervalos entre os quadros (por exemplo, para 16 quadros percorridos, têm-se 15 intervalos). Todos esses valores encontram-se na Tabela 3.

Puque 1	Dr (cm)	inc Dr (cm)	ângulo de Dr com a horizontal	nº intervalos
	mediu ou calculou?			
antes (Dr1)	10,6	0,2	52°	15
depois (Dr'1)	10,1	0,2	99°	18
	v (cm/s)	inc v (cm/s)	ângulo de v com a horizontal	
antes (v1)	56	1	52°	
depois (v'1)	45	1	99°	
	P (g.cm/s)	inc P (g.cm/s)	ângulo de P com a horizontal	
antes (P1)	1328	25	52°	
depois (P'1)	1062	21	99°	

1 sig...

incertezas nos angulos?

Puque 2	 Dr (cm)	inc Dr (cm)	ângulo de Dr com a horizontal	nº intervalos
antes (Dr₂)	10,2	0,2	121°	15
depois (Dr'₂)	15,4	0,2	43°	18
	 v (cm/s)	inc v (cm/s)	ângulo de v com a horizontal	
antes (v₂)	54	1	121°	
depois (v'₂)	69	1	43°	
	 P (g.cm/s)	inc P (g.cm/s)	ângulo de P com a horizontal	
antes (P₂)	651	13	121°	
depois (P'₂)	822	11	43°	

Centro de massa	 Dr (cm)	inc Dr (cm)	ângulo de Dr com a horizontal	nº intervalos
antes (Dr_{CM})	8,86	0,2	74°	15
depois (Dr'_{CM})	10,55	0,2	75°	18
	 v (cm/s)	inc v (cm/s)	ângulo de v com a horizontal	
antes (v_{CM})	47	1	74°	
depois (v'_{CM})	47	1	75°	
	 P (g.cm/s)	inc P (g.cm/s)	ângulo de P com a horizontal	
antes (P_{CM})	1681	38	74°	
depois (P'_{CM})	1668	32	75°	

Tabela 3: tabela que contém as distâncias percorridas, as velocidades e os momentos lineares dos corpos e do centro de massa

Com os valores teóricos e o gráfico, foi possível desenvolver os respectivos vetores, encontrados na Figura 3. Na grade utilizada, cada quadriculado corresponde à um valor de 2 cm, assim foi preciso fazer uma conversão (escala) para trabalhar com as grandezas. Dessa forma, cada **1 cm na grade equivale à 5 cm/s (para a velocidade) e 500 g.cm/s (para a quantidade de movimento)**.

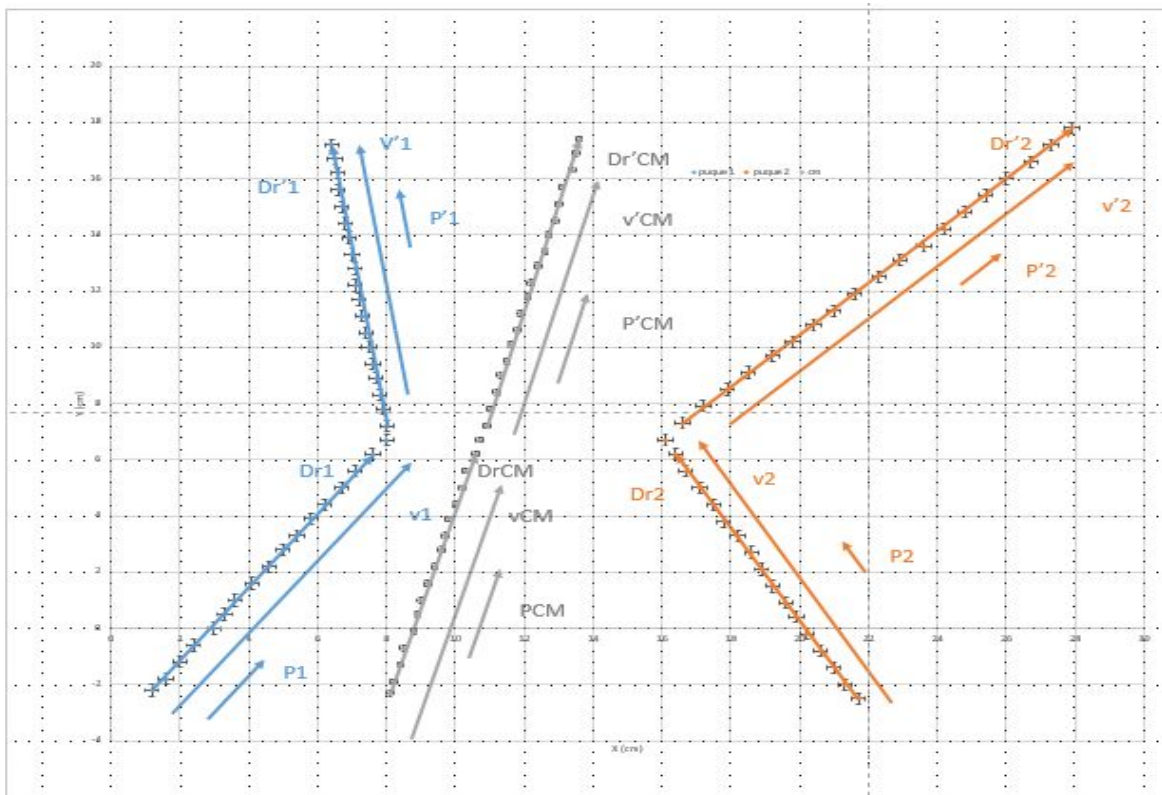
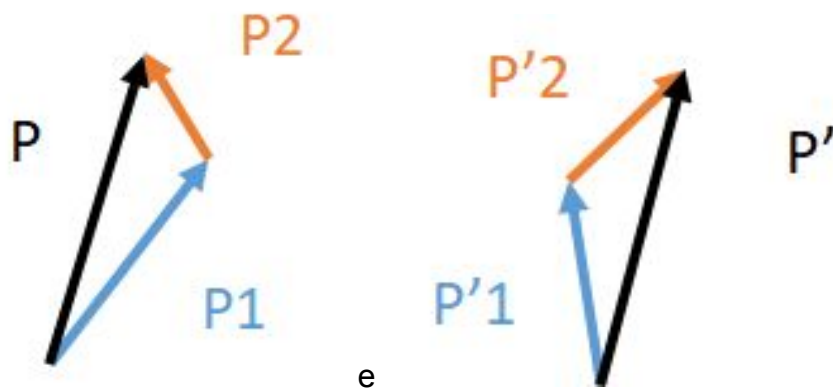


Figura 3: vetores de distância, velocidade e momento linear para os puques e para o centro de massa

Tendo os vetores, foi possível analisar a quantidade de movimento antes do choque e após o choque, sendo assim:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 \quad \text{e} \quad \mathbf{P}' = \mathbf{P}'_1 + \mathbf{P}'_2$$

Sendo “**P**” o vetor antes da colisão e “**P’**” o vetor após a colisão. Obteve-se, portanto:



medida no
powerpoint também
tem incerteza...

Ainda pelo programa PowerPoint, calculou-se o módulo de ambos os vetores, resultado em: $|\mathbf{P}| = 1700 \text{ g.cm/s}$ e $|\mathbf{P}'| = 1650 \text{ g.cm/s}$. Dessa forma, é possível concluir que houve a conservação da quantidade de movimento quando consideradas as incertezas adquiridas na Tabela 3.

Isso também é comprovado pelo próprio cálculo do momento linear do centro de massa antes e depois da colisão:

$$\mathbf{PCM} = 1681 \pm 38 \text{ g.cm/s} \text{ e } \mathbf{P'CM} = 1668 \pm 32 \text{ g.cm/s}$$

discussão

Percebe-se que as quantidades de movimento lineares de cada puques somadas igualam-se a quantidade de movimento do centro de massa e os valores estão em um conjunto onde ambos são englobados, o que significa que houve a conservação nesse conjunto **A1** analisado.

A próxima análise foi a da energia cinética dos corpos e do centro de massa. Os resultados encontram nas Tabelas 4 e 5.

	E1 (g.cm/s)	inc E1 (g.cm/s)	E2 (g.cm/s)	inc E2 (g.cm/s)
antes	37407	1412	17694	695
depois	23890	943	28172	730

Tabela 4: valores para energia cinética e dos puques e suas incertezas

1 sig..

	Ettotal (g.cm/s)	inc Et (g.cm/s)	Ecm (g.cm/s)	inc Ecm (g.cm/s)
antes	55101	1573	39715	1793
depois	52062	1193	39114	1483

Tabela 5: valores para energia cinética total dos dois discos e, do centro de massa

A energia cinética total dos dois puques na Tabela 5 foi calculada através da soma das energias cinéticas de cada puque. Isto é:

$$(\mathbf{E_{total}}) = (\mathbf{E1}) + (\mathbf{E2})$$

A sua incerteza é dada da mesma forma, utilizando-se as incertezas de cada energia.

$$(\sigma_{Et})^2 = (\sigma_{E1})^2 + (\sigma_{E2})^2$$

Por fim, pode-se concluir que houve conservação da energia cinética total pois os valores se correlacionam em 2 sigmas. A variação entre os resultados deve-se à imperfeição do experimento em relação à tomada de dados e a desconsideração do atrito, o qual ainda existe, embora seja muito pequeno.

Tendo o centro de massa como referencial, foram analisados os deslocados dos puques, suas velocidades e seus momentos lineares, cujos resultados encontram-se nas Tabelas 6 e 7.

Puque 1 - CM		mediu ou calculou		
nº quadro		$ Dr ^*$ (cm)	inc Dr^* (cm)	Ângulo
1	Antes ($Dr1^*$)	6,9	0,3	179°
16		3,0	0,3	0°
1 - 16	$\Delta Dr1^*$	3,9	0,4	-2°
18	Depois ($Dr'1^*$)	2,9	0,3	0°
36		7,2	0,3	182°
18 - 36	$\Delta Dr'1^*$	4,3	0,4	3°
		$ v ^*$ (cm/s)	inc v^* (cm/s)	
	antes ($v1^*$)	21	2	-2°
	depois ($v'1^*$)	19	2	3°
		$ P ^*$ (g.cm/s)	inc P^* (g.cm/s)	
	antes ($P1^*$)	491	50	-2°
	depois ($P'1^*$)	451	42	3°

Tabela 6: valores dos vetores velocidade e momento linear para o puque 1 em relação ao centro de massa

Puque 2 - CM				
nº quadro		$ Dr ^*$ (cm)	inc Dr^* (cm)	Ângulo
1	Antes ($Dr2^*$)	13,6	0,3	-0,5°
16		5,8	0,3	0°
1 - 16	$\Delta Dr2^*$	7,8	0,4	179°
18	Depois ($Dr'2^*$)	5,7	0,3	1°
36		14,3	0,3	1,5°
18 - 36	$\Delta Dr'2^*$	8,6	0,4	182°
		$ v ^*$ (cm/s)	inc v^* (cm/s)	
	antes ($v2^*$)	42	2	179°
	depois ($v'2^*$)	38	2	182°
		$ P ^*$ (g.cm/s)	inc P^* (g.cm/s)	
	antes ($P2^*$)	499	26	179°
	depois ($P'2^*$)	458	21	182°

Tabela 7: valores dos vetores velocidade e momento linear para o puque 2 em relação ao centro de massa

Com esses valores teóricos encontrados, também foi possível construir vetores para a velocidade e o momento linear no Microsoft PowerPoint, os quais encontram-se a seguir na Figura 4.

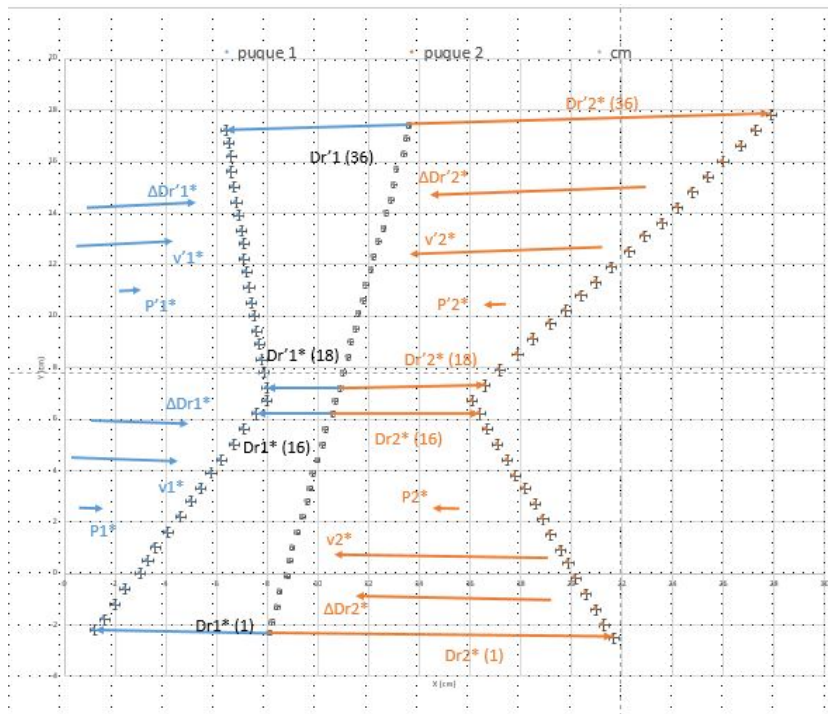
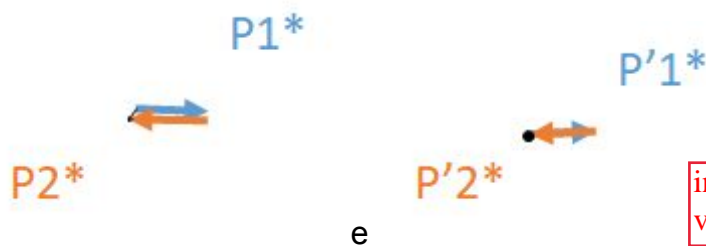


Figura 4: vetores velocidade, deslocamento e momento linear dos puques em relação ao centro de massa, onde seus módulos são encontrados nas Tabelas 6 e 7



Nota-se que antes da colisão a quantidade de movimento do centro de massa não é nula, essa flutuação ocorre provavelmente devido à má leitura dos dados pelo olho nu. Esse movimento linear está representado pelo vetor negro (lado esquerdo da figura), o qual parte de $P1^*$ e chega à $P2^*$.

Já após a colisão nota-se que a soma vetorial é igual a um vetor nulo, provando assim que, para um observador fixo no referencial do centro de massa, os dois puques se aproximam antes da colisão e depois se afastam em trajetórias retilíneas.

discussão...

Foi medida a energia cinética dos corpos para analisar a sua conservação, resultados anotados na Tabela 8 a seguir.

	E1* (g.cm/s)	inc E1* (g.cm/s)	E2* (g.cm/s)	inc E2* (g.cm/s)	Ettotal (g.cm/s)	inc Ettotal (g.cm/s)
antes	5102	1047	10373	1064	55190	2333
depois	4307	801	8757	815	52178	1872

Tabela 8: valores para energia cinética dos corpos em relação ao centro de massa

Para calcular a energia total da Tabela 8, foi considerada a soma abaixo:

$$\mathbf{Ettotal = E1* + E2* + Ecm}$$

Sendo o “Ecm” a energia cinética do centro de massa encontrada na Tabela 5. Portanto, foi possível concluir que as energias totais calculadas e encontradas nas Tabelas 5 e 8 correlacionam-se pois não há forças externas no sistema, assim os valores são semelhantes, isto é, são compatíveis em 1 sigma, ocorrendo a sua conservação.

Conjunto A2

A seguir seguem os dados relacionados ao conjunto A2 do experimento.

Quadro	Puque 1 (disco 4)		Puque 2 (disco 2)		Centro de massa			
	X1 (cm)	Y1 (cm)	X2 (cm)	Y2 (cm)	XCM (cm)	inc XCM	YCM (cm)	inc YCM
1	1,2	-2,3	21,7	-2,4	8,1	0,1	-2,3	0,1
2	1,7	-1,7	21,3	-1,8	8,3	0,1	-1,7	0,1
3	2,1	-1,1	20,9	-1,3	8,4	0,1	-1,2	0,1
4	2,5	-0,5	20,6	-0,8	8,6	0,1	-0,6	0,1
5	3,0	0,0	20,2	-0,1	8,8	0,1	0,0	0,1
6	3,3	0,6	19,9	0,4	8,9	0,1	0,5	0,1
7	3,8	1,2	19,5	1,0	9,1	0,1	1,1	0,1
8	4,2	1,7	19,2	1,6	9,3	0,1	1,7	0,1
9	4,7	2,3	18,8	2,2	9,5	0,1	2,2	0,1
10	5,1	2,8	18,5	2,8	9,6	0,1	2,8	0,1
11	5,5	3,4	18,2	3,3	9,8	0,1	3,4	0,1
12	5,9	4,0	17,8	3,9	9,9	0,1	4,0	0,1
13	6,3	4,5	17,4	4,5	10,0	0,1	4,5	0,1
14	6,8	5,1	17,0	5,1	10,2	0,1	5,1	0,1
15	7,2	5,6	16,7	5,6	10,4	0,1	5,6	0,1
16	7,6	6,3	16,3	6,3	10,5	0,1	6,3	0,1
17	8,0	6,8	16,1	6,8	10,7	0,1	6,8	0,1
18	7,9	7,3	16,8	7,3	10,9	0,1	7,3	0,1
19	7,8	7,9	17,3	8,0	11,0	0,1	7,9	0,1
20	7,8	8,3	18,0	8,6	11,2	0,1	8,4	0,1
21	7,8	9,0	18,6	9,1	11,4	0,1	9,0	0,1
22	7,6	9,5	19,2	9,8	11,5	0,1	9,6	0,1

23	7,5	10,1	19,9	10,3	11,7	0,1	10,2	0,1
24	7,4	10,7	20,5	10,9	11,8	0,1	10,8	0,1
25	7,3	11,1	21,1	11,5	12,0	0,1	11,2	0,1
26	7,3	11,8	21,8	12,0	12,1	0,1	11,8	0,1
27	7,2	12,3	22,4	12,6	12,3	0,1	12,4	0,1
28	7,1	12,9	23,0	13,2	12,5	0,1	13,0	0,1
29	7,0	13,3	23,7	13,8	12,6	0,1	13,5	0,1
30	6,9	14,0	24,3	14,4	12,7	0,1	14,1	0,1
31	6,8	14,5	25,0	15,0	12,9	0,1	14,7	0,1
32	6,8	15,0	25,6	15,5	13,1	0,1	15,2	0,1
33	6,7	15,7	26,2	16,1	13,3	0,1	15,8	0,1
34	6,6	16,2	26,8	16,7	13,4	0,1	16,4	0,1
35	6,5	16,8	27,5	17,3	13,6	0,1	16,9	0,1
36	6,4	17,3	28,1	17,9	13,7	0,1	17,5	0,1

Tabela 9: valores das posições dos puques e do centro de massa

Com as posições, construiu-se um gráfico relacionando-as:

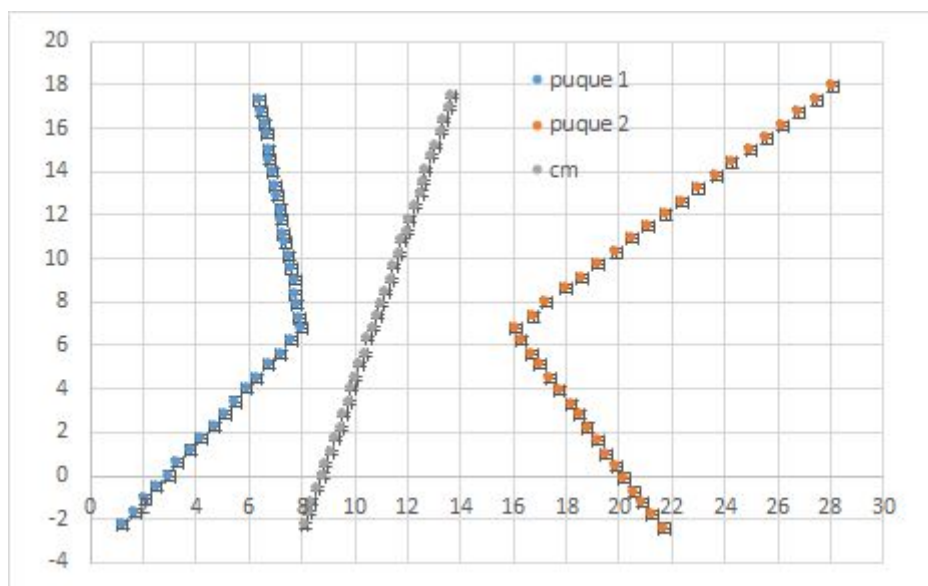


Gráfico 2: gráfico que relaciona as posições X e Y dos puques e do centro de massa

Foram medidas as velocidades e as quantidades de movimento, sabendo que são vetores com módulo, direção e sentido obtendo assim o ângulo que o vetor faz com a horizontal para a direita e os módulos. Para tal, foram utilizadas as distâncias percorrida pelo puque até o momento do choque (desconsiderando o intervalo mais próximo ao impacto) e o número de intervalos entre os quadros (por exemplo, para 16 quadros percorridos, têm-se 15 intervalos). Todos esses valores encontram-se na Tabela 10.

Puque 1	 Dr (cm)	inc Dr (cm)	ângulo de Dr com a horizontal	nº intervalos
antes (Dr1)	10,6	0,2	53°	15
depois (Dr'1)	10,1	0,2	98°	18
	 v (cm/s)	inc v (cm/s)	ângulo de v com a horizontal	
antes (v1)	57	1	53°	
depois (v'1)	45	1	98°	
	 P (g.cm/s)	inc P (g.cm/s)	ângulo de P com a horizontal	
antes (P1)	1338	25	53°	
depois (P'1)	1060	21	98°	

Puque 2	 Dr (cm)	inc Dr (cm)	ângulo de Dr com a horizontal	nº intervalos
antes (Dr2)	10,2	0,2	122°	15
depois (Dr'2)	15,5	0,2	43°	18
	 v (cm/s)	inc v (cm/s)	ângulo de v com a horizontal	
antes (v2)	54	1	122°	
depois (v'2)	69	1	43°	
	 P (g.cm/s)	inc P (g.cm/s)	ângulo de P com a horizontal	
antes (P2)	652	12	122°	
depois (P'2)	827	16	43°	

Centro de massa	 Dr (cm)	inc Dr (cm)	ângulo de Dr com a horizontal	nº intervalos
antes (DrCM)	8,9	0,2	74°	15
depois (Dr'CM)	10,6	0,2	75°	18
	 v (cm/s)	inc v (cm/s)	ângulo de v com a horizontal	
antes (vCM)	48	1	74°	
depois (v'CM)	47	1	75°	
	 P (g.cm/s)	inc P (g.cm/s)	ângulo de P com a horizontal	
antes (PCM)	1694	38	74°	
depois (P'CM)	1672	32	75°	

Tabela 10: tabela que contém as distâncias percorridas, as velocidades e os momentos lineares dos corpos e do centro de massa

Com esses valores teóricos obtidos, foram construídos vetores, os quais encontram na Figura 5. Na grade utilizada, cada quadriculado corresponde a um valor de 2 cm, assim foi preciso fazer uma conversão (escala) para trabalhar com as grandezas. Dessa forma, cada 1 cm na grade equivale a 5 cm/s (para a velocidade) e 500 g.cm/s (para a quantidade de movimento).

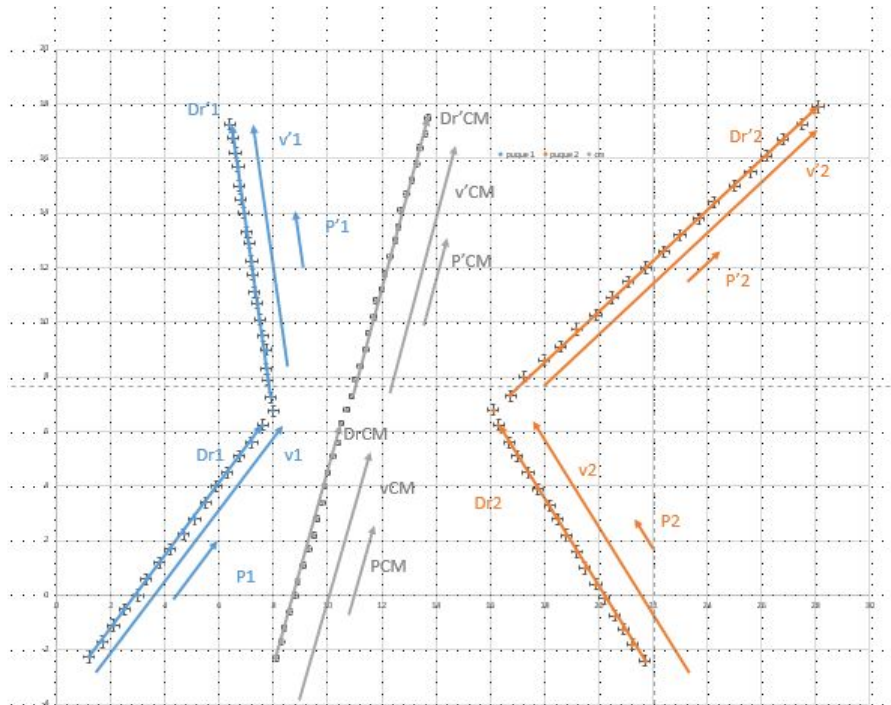
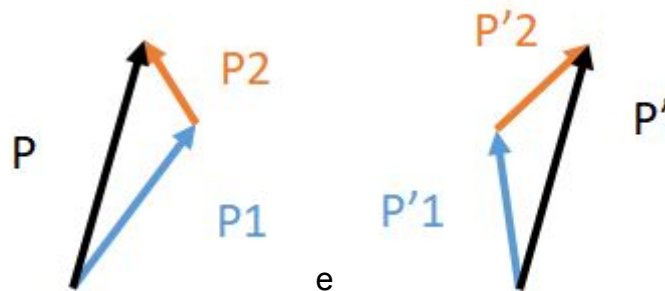


Figura 5: vetores deslocamento, velocidade e momento linear dos puques e do centro de massa

Analisando os vetores de quantidade de movimento, tem-se:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 \text{ e } \mathbf{P}' = \mathbf{P}'_1 + \mathbf{P}'_2$$

Sendo \mathbf{P} o vetor antes da colisão e \mathbf{P}' o vetor depois da colisão. Logo:



Calculou-se o módulo de ambos os vetores através do mesmo programa, resultando em: $|\mathbf{P}| \approx 1700 \text{ g.cm/s}$ e $|\mathbf{P}'| \approx 1700 \text{ g.cm/s}$. Dessa forma, é possível concluir que ocorre a conservação da quantidade de movimento dos discos, uma vez que o módulo dos vetores são iguais. O sinal de “aproximadamente igual a” decorre da falta de precisão do programa ao medir o tamanho do vetor, o que interfere no resultado final. Todavia, continua sendo possível concluir que houve a conservação dessa grandeza.

Isso também é comprovado pelo momento do centro de massa: $|\mathbf{PCM}| = 1694 \pm 38 \text{ g.cm/s}$ e $|\mathbf{P'CM}| = 1673 \pm 32 \text{ g.cm/s}$.

A análise seguinte corresponde à da energia cinética dos corpos e do centro de massa.

	E1 (g.cm/s)	inc E1 (g.cm/s)	E2 (g.cm/s)	inc E2 (g.cm/s)
antes	37974	1428	17728	666
depois	23818	943	28556	1074

Tabela 11: valores para energia cinética e dos puques e suas incertezas

	Ettotal (g.cm/s)	inc Et (g.cm/s)	Ecm (g.cm/s)	inc Ecm (g.cm/s)
antes	55703	1576	40333	1813
depois	52374	1429	39308	1483

Tabela 12: valores para energia cinética total e do centro de massa e suas incertezas

Com os resultados obtidos, é possível concluir que ocorre a conservação da energia total do sistema pois os valores relacionam-se entre si em 2 sigmas. A variação entre os resultados deve-se à imperfeição do experimento em relação à tomada de dados e a desconsideração do atrito, o qual ainda existe, embora seja muito pequeno.

discussão

Posteriormente, foi adotado o centro de massa como referencial para os puques, obtendo os resultados anotados nas Tabelas 13 e 14.

Puque 1 - CM				
nº quadro		$ Dr ^*$ (cm)	inc Dr^* (cm)	Ângulo
1	Antes ($Dr1^*$)	6,9	0,3	179°
16		2,9	0,3	181°
1 - 16	$\Delta Dr1^*$	4,0	0,4	-2°
18	Depois ($Dr'1^*$)	3,0	0,3	181°
36		7,3	0,3	182°
18 - 36	$\Delta Dr'1^*$	4,3	0,4	183°
		$ v ^*$ (cm/s)	inc v^* (cm/s)	
	antes ($v1^*$)	21	2	-2°
	depois ($v'1^*$)	19	2	183°
		$ P ^*$ (g.cm/s)	inc P^* (g.cm/s)	
	antes ($P1^*$)	503	52	-2°
	depois ($P'1^*$)	451	42	183°

Tabela 13: valores dos vetores velocidade e momento linear para o puque 1 em relação ao centro de massa

Puque 2 - CM				
nº quadro		$ Dr ^*$ (cm)	inc Dr^* (cm)	Ângulo
1	Antes (Dr^{2*})	13,6	0,3	-0,5°
16		5,8	0,3	-1°
1 - 16	ΔDr^{2*}	7,8	0,4	0°
18	Depois (Dr'^{2*})	5,9	0,3	0°
36		14,4	0,3	1,5°
18 - 36	$\Delta Dr'^{2*}$	8,5	0,4	3°
		$ v ^*$ (cm/s)	inc v^* (cm/s)	
	antes (v^{2*})	42	2	0°
	depois (v'^{2*})	38	2	3°
		$ P ^*$ (g.cm/s)	inc P^* (g.cm/s)	
	antes (P^{2*})	499	26	0°
	depois (P'^{2*})	453	21	3°

Tabela 14: valores dos vetores velocidade e momento linear para o puque 2 em relação ao centro de massa

Tendo esses valores teóricos adquiridos, também foi executável a construção dos vetores para as grandezas trabalhadas (deslocamento, velocidade e momento linear). Os vetores encontram-se na Figura 6 a seguir.

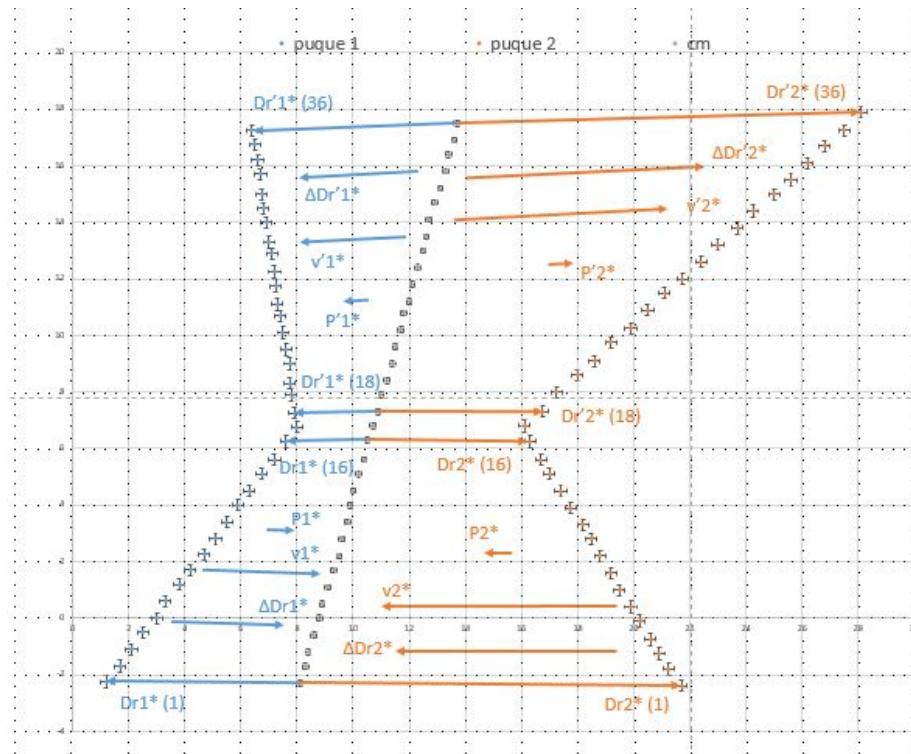
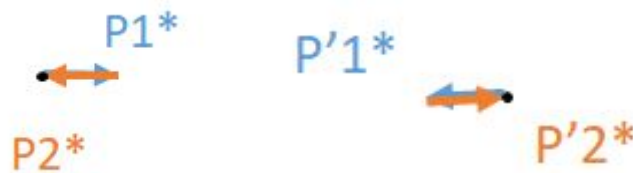


Figura 6: vetores deslocamento, velocidade e quantidade de movimento dos puques em relação ao centro de massa

Tendo os vetores de quantidade de movimento, foi analisada a quantidade de movimento do centro de massa antes e após o choque. Logo:



e

Nota-se que o ponto negro bate exatamente com a soma vetorial dos momentos lineares de antes e de depois da colisão. Dessa forma, a quantidade de movimento vetorial total é nula (zero vetorial) no centro de massa antes e depois da colisão. Isso prova que, para um observador fixo no referencial do centro de massa, os dois puques se aproximam antes da colisão e depois se afastam em trajetórias retílineas.

discussão

Por fim, foi analisada a energia cinética:

	E1* (g.cm/s)	inc E1* (g.cm/s)	E2* (g.cm/s)	inc E2* (g.cm/s)	Ettotal (g.cm/s)	inc Ettotal (g.cm/s)
antes	5365	1101	10373	1064	56071	2373
depois	4307	<u>801</u>	8555	<u>796</u>	52170	<u>1864</u>

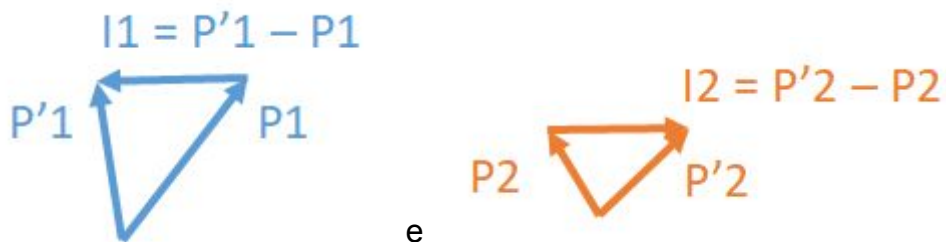
Tabela 15: valores para energia cinética dos corpos em relação ao centro de massa

Portanto, pode-se concluir que tanto para um observador com referencial centro de massa como para o laboratório o experimento é válido pois as energias cinética com suas determinadas incertezas se correlacionam em um valor semelhante.

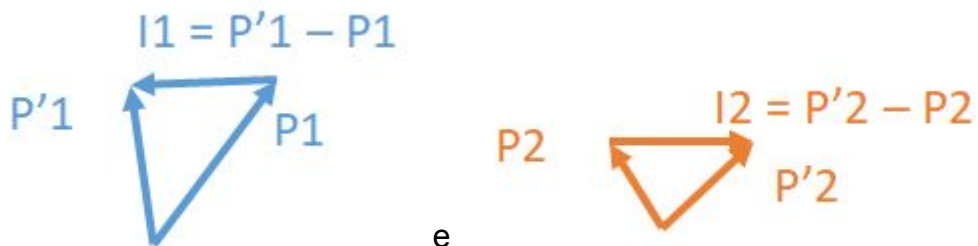
Discussões:

Os impulsos dos puques foram analisados, gerando os vetores a seguir:

A1:



A2:



Os impulsos revelam a força exercida nos puques pela colisão, impulsionando-os à uma trajetória retilínea onde se afastam, mostrando assim uma colisão elástica pois há conservação da energia mecânica total, isto é, da energia cinética (considerando que não há energia potencial no experimento).

Esses impulsos são iguais?