

Giovanna Fleming - n°USP: 11321364 e Lucas Tessarotto Roque - n°USP: 11298302

6,1

Rolamento

Universidade de São Paulo

Maio - 2020

1. Descrição experimental

O objetivo deste experimento foi determinar os tempos de queda de cilindros, que rolam sem escorregamento em um plano inclinado e relacioná-los com a distribuição de massa dos objetos, além de mostrar a homogeneidade da distribuição de massa dos diferentes objetos. Para checar tal homogeneidade, foi usado um parâmetro adimensional que depende da distribuição de massa, K . Para cilindros maciços, o valor esperado é $K = 3/2$ e, para cilindros ocos, o valor esperado $K = 2$. casca cilíndrica

No experimento, foram utilizados três cilindros diferentes, um cilindro de alumínio maciço e dois de latão, um maciço e outro oco, que rolaram, sem escorregar, sobre uma tábua inclinada de $1,2 \pm 0,01$ m de comprimento, $0,039 \pm 0,0002$ m de altura média e de $\text{sen } \alpha = 0,032 \pm 0,0003$. como determinou?

Na primeira parte do experimento, foram anotadas as massas dos cilindros e seus diâmetros, com suas incertezas e, com isso, foi calculado o momento de inércia e sua incerteza, para cada cilindro. Com o valor do comprimento da tábua, e através de várias medições feitas da altura, visando diminuir a incerteza, foi obtido o valor do seno do ângulo. Além disso, foi cronometrado dez vezes o tempo de rolamento de cada cilindro para 1 metro, quando ele desce rolando para a esquerda e para a direita, para checar se havia diferença na altura dos dois lados. Após isso, foi calculado o tempo médio de cada cilindro. o que mudava?

Na segunda parte, foi variada a distância X que os cilindros percorreram, sendo $X = 1\text{m}$, $X = 0,8\text{m}$, $X = 0,6\text{m}$ e $X = 0,4\text{m}$ (cada um com $\sigma = \pm 0,005\text{m}$). Com isso, foi cronometrado dez vezes o tempo de rolamento, para cada uma dessas distâncias, com os ~~três cilindros~~ e, depois, foi obtido o ajuste de reta utilizando o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). pq essa incerteza?

equipamentos?

2. Dados experimentais

+análise

Abaixo, é apresentado as tabelas e gráficos obtidos no experimento na etapa 1.

Cilindro	massa	σm (kg)	Diâm (m)	σD (m)	I (kg.m ²)	σI (kg.m ²)
Al maciço (C1)	0,2657	0,0001	0,05	0,00005	0,00008	0,0000003
Latão oco (C2)	0,2651	0,0001	0,05	0,00005	0,0002	0,0000002
Latão maciço (C3)	0,8298	0,0001	0,05	0,00005	0,0003	0,0000003

Tabela 1: massas, diâmetros e momentos de inércia de cada cilindro. e suas respectivas incertezas.

Esquerdo										
Cilindro	t1(1)	t1(2)	t1(3)	t1(4)	t1(5)	t1(6)	t1(d7)	t1(8)	t1(9)	t1(10)
C1	3,16	3,25	3,22	3,22	3,23	3,15	3,23	3,26	3,25	3,22
C2	3,53	3,48	3,51	3,51	3,46	3,5	3,49	3,49	3,53	3,47
C3	3,12	3,17	3,22	3,23	3,26	3,15	3,16	3,19	3,2	3,21

Tabela 2: tempos medidos para uma distância de $1 \pm 0,005$ m, no lado esquerdo da rampa.

incerteza instr

Direito										
Cilindro	t2(1)	t2(2)	t2(3)	t2(4)	t2(5)	t2(6)	t2(7)	t2(8)	t2(9)	t2(10)
C1	3,37	3,22	3,29	3,35	3,29	3,34	3,27	3,3	3,32	3,26
C2	3,53	3,5	3,46	3,53	3,56	3,46	3,46	3,46	3,52	3,57
C3	3,19	3,21	3,16	3,12	3,15	3,26	3,23	3,23	3,22	3,25

Tabela 3: tempos medidos para uma distância de $1 \pm 0,005$ m, no lado direito da rampa.

Cilindro	Esquerdo		Direito		Total	
	t1 médio (s)	$\sigma t1$ (s)	t2 médio (s)	$\sigma t2$ (s)	t médio (s)	σt (s)
C1	3,22	0,01	3,30	0,01	3,3	0,04
C2	3,49	0,01	3,50	0,01	3,5	0,04
C3	3,19	0,01	3,20	0,02	3,2	0,04

Tabela 4: tempo médios e suas incertezas calculados a partir das tabelas 2 e 3.

incompatível

Abaixo, é apresentado os dados obtidos na parte 2 do experimento.

Latão Maciço										
Distância (m)	t(1)	t(2)	t(3)	t(4)	t(5)	t(6)	t(7)	t(8)	t(9)	t(10)
1	3,26	3,28	3,26	3,23	3,28	3,25	3,22	3,3	3,32	3,23
0,8	2,82	2,9	2,83	2,79	2,85	2,73	2,86	2,85	2,93	2,85
0,6	2,42	2,42	2,5	2,45	2,42	2,5	2,45	2,43	2,42	2,47
0,4	1,95	2,03	2,05	1,99	2,03	1,96	2,03	1,97	2,07	2,06

Tabela 5: tempo medidos (s) do trajeto percorrido, para o cilindro de latão maciço, em função de distâncias diferentes. Cada distância com a incerteza de 0,005m.

Latão Oco										
Distância (m)	t(1)	t(2)	t(3)	t(4)	t(5)	t(6)	t(7)	t(8)	t(9)	t(10)
1	3,52	3,48	3,66	3,53	3,56	3,6	3,5	3,49	3,52	3,43
0,8	3,2	3,09	3,09	3,1	3,23	3,06	3,19	3,18	3,08	3,15
0,6	2,82	2,63	2,63	2,68	2,89	2,76	2,85	2,6	2,7	2,77
0,4	2,25	2,22	2,22	2,27	2,15	2,19	2,12	2,22	2,25	2,12

Tabela 6: tempo medidos (s) do trajeto percorrido, para o cilindro de latão oco, em função de distâncias diferentes. Cada distância com a incerteza de 0,005m.

Distância a	Latão Maciço				Latão Oco			
	t1 médio (s)	σ t1 (s)	t1 ² (s)	σ t1 ² (s)	t2 médio (s)	σ t2 (s)	t2 ² (s)	σ t2 ² (s)
1	3,3	0,01	10,7	0,02	3,5	0,02	12,5	0,04
0,8	2,8	0,02	8,1	0,03	3,1	0,02	9,8	0,04
0,6	2,5	0,01	5,9	0,02	2,7	0,03	7,5	0,06
0,4	2,0	0,01	4,1	0,03	2,2	0,02	4,8	0,03

Tabela 7: valores dos tempos médios para cada distância e valores do tempo ao quadrado, tudo com suas respectivas incertezas.

Abaixo, são apresentados os gráficos ajustados por MMQ e seus resíduos.

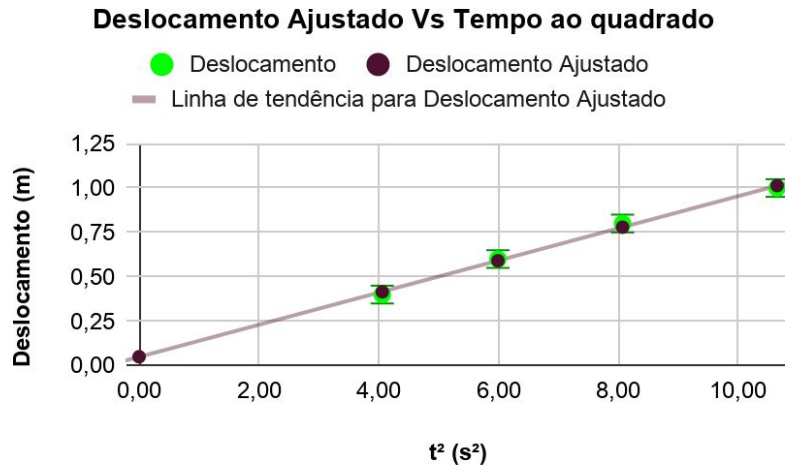


Gráfico 1: distância percorrida em função de t^2 do cilindro de latão maciço.

escala ruim

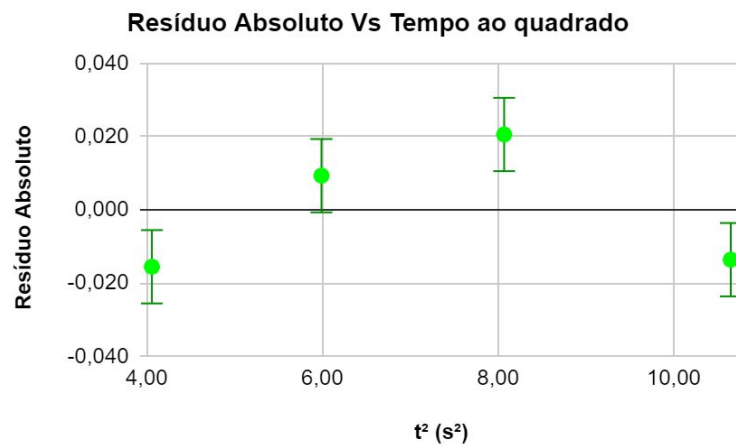


Gráfico 2: resíduo absoluto em função de t^2 do cilindro de latão maciço.

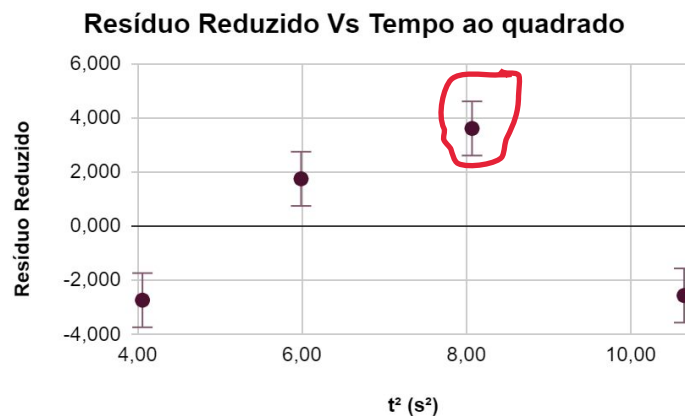


Gráfico 3: resíduo reduzido em função de t^2 do cilindro de latão maciço.

valores dos ajustes?
devem ser
apresentados aqui...

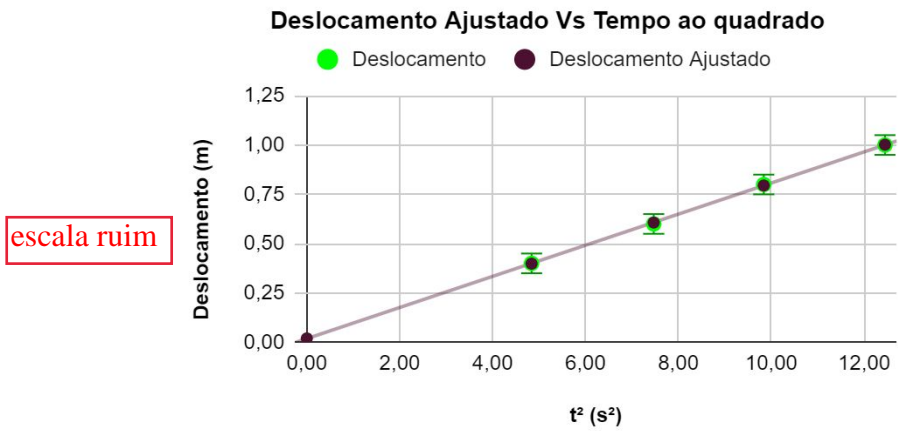


Gráfico 4: distância percorrida em função de t^2 do cilindro de latão oco.

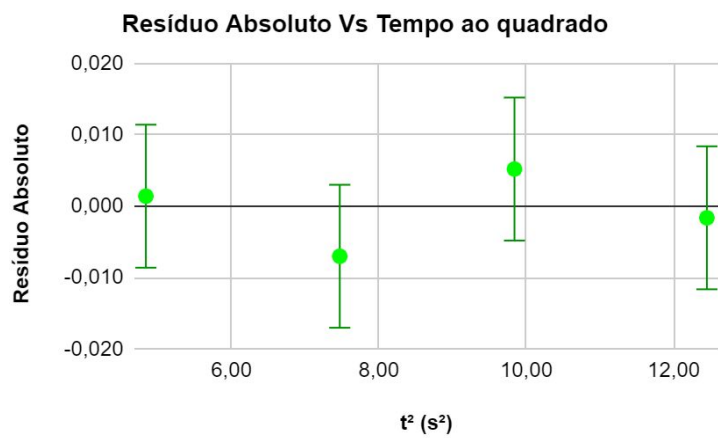


Gráfico 5: resíduo absoluto em função de t^2 do cilindro de latão oco.

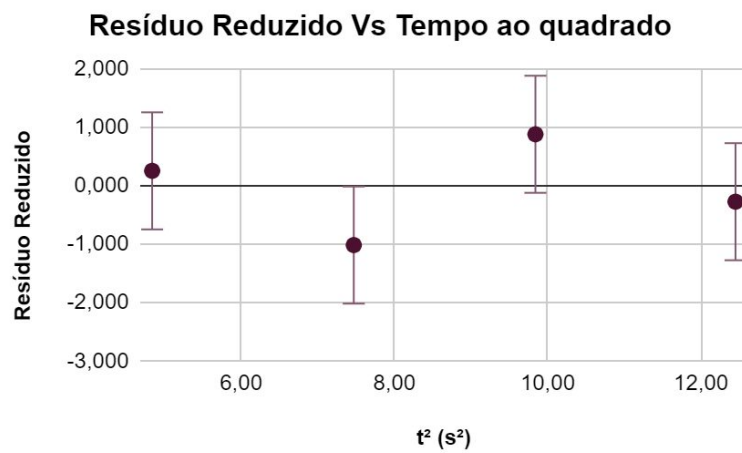


Gráfico 6: resíduo reduzido em função de t^2 do cilindro de latão oco.

3. Análise de dados

O momento de inércia dos cilindros, apresentado na tabela 1, foi calculado através da fórmula (1) para o cilindros maciços e (2) para cilindros ocos. Para o cálculo da incerteza do momento de inércia, foi feita a propagação da incerteza das fórmulas (1) e (2), assim, foram obtidas as expressões (3) e (4).

que valor usou para r mínimo?

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \quad \text{e} \quad I = \frac{1}{2}M(R^2 - r^2). \quad (1) \text{ e } (2)$$

$$\sigma I = \sqrt{R^4 \sigma_m^2 + 4m^2 R^2 \left(\frac{\sigma_D}{2}\right)^2} \quad \text{e} \quad \sigma I = \frac{\sqrt{(R^4 \sigma_m^2 + 4m^2 R^2 \left(\frac{\sigma_D}{2}\right)^2)}}{2} \quad (3) \text{ e } (4)$$

O t_1 e t_2 médio, apresentados na tabela 4, é a média dos dez medições de tempo das tabelas 2 e 3. Além disso, para calcular a incerteza σt_1 e σt_2 foi feito o desvio padrão dividido por $\sqrt{10}$. Para encontrar o t médio, foi usada a fórmula abaixo e a expressão (5) e a incerteza de t foi obtida pela derivada parcial da expressão (5).

Tem-se que,

incerteza instrumental

$$X = X_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$$

$$a = \frac{g \cdot \text{sen} \alpha}{K}$$

onde $X_0 = 0$ e $v = 0$, então

$$\text{sen} \alpha = \frac{K \cdot X}{2gt^2}$$

Porém, $K \cdot X / 2g$ é uma constante, que foi chamado de c . Foi feito isso para t_1 e t_2 .

$$\text{sen} \alpha = \frac{c}{t^2} \quad (I)$$

Foi feito isso para t_1 e t_2 , e considerado que a inclinação do plano tem em conta o desnível de ângulo β causado pela mesa. Com isso, tem-se que,

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{c}{t_1^2} \quad \sin(\alpha + \beta) = \frac{c}{t_2^2} \quad \text{(II) e (III)}$$

Com um sistema de (I), (II) e (III) tem-se,

$$2\sin\alpha \cdot \cos\beta = \frac{(t_1^2 + t_2^2)}{(t_1^2 \cdot t_2^2)} \quad \text{(IV)}$$

Aproximando β para 0, sendo cosseno de 0 é igual a 1 e substituindo (I) em (IV), foi obtida a expressão (5).

$$t = \sqrt{\frac{2t_1^2 t_2^2}{t_1^2 + t_2^2}} \quad \text{(5)}$$

$$\sigma_t = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{t_1^2 + t_2^2}{2t_1^2 t_2^2}} \left(\left(\frac{4t_1^4 t_2^4}{t_1^2 + t_2^2}\right) \sigma_{t_1^2}\right) + \left(\left(\frac{4t_1^4 t_2^4}{t_1^2 + t_2^2}\right)^2 \sigma_{t_2^2}\right)\right)} \quad \text{(6)}$$

Na tabela 7, t_1 e t_2 médio é a média dos dez medições de tempo, apresentados nas tabelas 5 e 6. Além disso, para o cálculo da incerteza de σ_{t_1} e σ_{t_2} , foi feito o desvio padrão dividido por $\sqrt{10}$. Para t_1^2 e t_2^2 médio, basta elevar os valores de t_1 e t_2 ao quadrado, foi feito isso também para as incertezas de $\sigma_{t_1^2}$ e $\sigma_{t_2^2}$.

Os gráficos 1 e 4 foram construídos pelo MMQ, onde foi feito o ajuste de reta do deslocamento dos cilindros. Foram obtidos os seguintes coeficientes a e b :

	Coeficientes			
	a	$inc\ a$	b	$inc\ b$
Latão maciço	0,09	0,001	0,05	0,009
Latão oco	0,08	0,001	0,02	0,009

Para o cálculo do valor do parâmetro de K , foram utilizadas duas maneiras: a primeira é dada pela expressão (7). Para o cálculo da incerteza, foi feita a propagação da expressão (7), com isso, foi obtida a fórmula (8) da incerteza de K . Não foram utilizadas as incertezas do comprimento L e da altura h , porque elas já estão dentro da incerteza do seno - fórmula (9).

$$K = \frac{g \operatorname{sen} \alpha \, t^2}{2X} \quad (7)$$

$$\sigma K = \sqrt{\left(\left(\frac{2\sigma t}{t} \right)^2 + \left(\frac{\sigma \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} \right)^2 \right) K^2} \quad (8)$$

$$\sigma_{\operatorname{sen} \alpha} = \sqrt{\operatorname{sen}^2 \alpha \left(\frac{\sigma h}{h} \right)^2 + \left(\frac{-\sigma L}{L} \right)^2} \quad (9)$$

Pela expressão (7) e (8), foram obtidos os seguintes valores de K:

	Al maciço	latão oco	latão maciço
K	1,7	1,9	1,6
Inc.	0,04	0,05	0,04

A segunda maneira, foi utilizando o MMQ. Para isso, foi utilizada a fórmula (10). Para o cálculo da incerteza, foi feita a propagação da expressão (10), com isso, foi obtida a fórmula (11) para o cálculo da incerteza de K.

$$X = \frac{g \operatorname{sen} \alpha \, t^2}{2K} \quad \Rightarrow \quad X = at^2 + b \quad \Rightarrow \quad a = \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{2K} \quad \Rightarrow \quad K = \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{2a} \quad (10)$$

$$\sigma K = \sqrt{\left(\left(\frac{\sigma \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} \right)^2 + \left(\left(\frac{-1}{a} \right)^2 \sigma_a^2 \right) \right) K^2} \quad (11)$$

Onde g é o módulo da aceleração da gravidade (foi utilizada o valor de $g = 9,784 \, \text{m/s}^2$, obtido pelo Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas - IAG), $\operatorname{sen} \alpha = 0,032 \pm 0,0003$ é o seno do ângulo entre o chão e plataforma e a é o valor obtido pelo MMQ. Logo, foram obtidos os seguintes valores de K:

MMQ		
K latão maciço	Inc	Xo

não divida tabela...

1,73	0,03	0,05
K latão oco	Inc	Xo
1,99	0,03	0,02

Após a obtenção dos valores de K realizado pelos dois métodos, foi possível realizar o teste de compatibilidade Z dos Ks obtidos pelas duas maneiras, com o K teórico. Para realizar o teste Z , foi utilizada a expressão (12).

$$Z = \frac{|a - b|}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}} \quad (12)$$

Com isso, foi observado que o nível de compatibilidade entre os K do latão maciço é de 3σ e do latão oco de 2σ , obtidos nos dois métodos. Contudo, foi notado que, para o latão maciço, o K do MMQ e o teórico não foram compatíveis, porém, com K calculado por (7) e o K teórico, foi obtida uma compatibilidade de 3σ . No latão oco, foi notada uma compatibilidade de 1σ entre o K do MMQ e o teórico e 2σ entre o K calculado com (7) e o teórico.

comparação entre
coeficientes ?

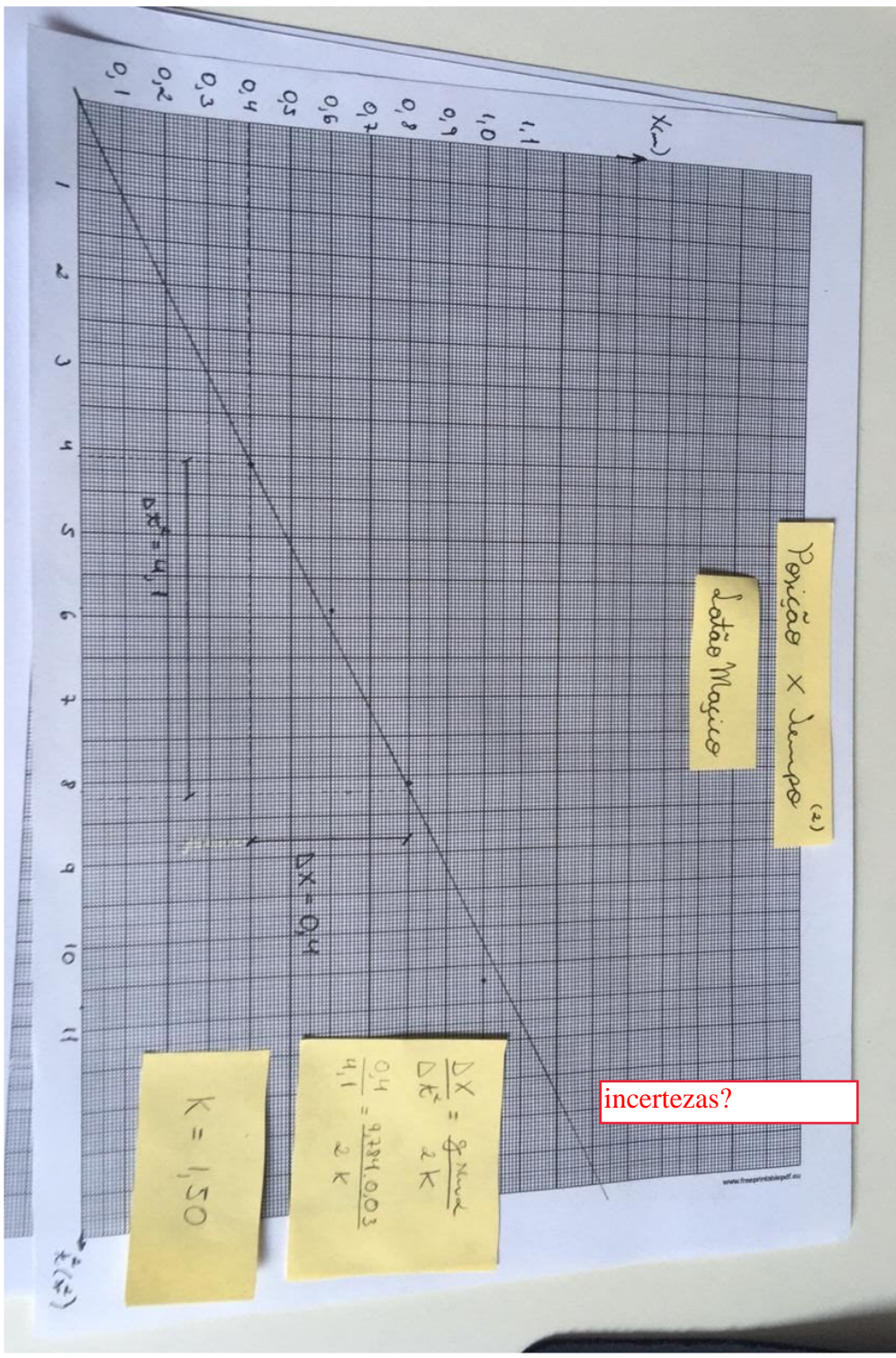
4. Discussão e conclusão

Este experimento se mostrou válido, pois foi atingido, parcialmente, nosso objetivo de verificar a homogeneidade da massa dos cilindros, já que, através dos dados obtidos da expressão (7) e do MMQ, chegou-se a valores de K próximos ao valor teórico. Contudo, pelo teste Z, foi visto que não existe compatibilidade entre o K do MMQ e o teórico para o cilindro de latão maciço, que provavelmente ocorreu algum erro na obtenção dos dados. Mas, quando calculado a compatibilidade entres os outros K dos outros cilindros, foi visto que há compatibilidade entre eles.

Também, foi possível concluir que, a distribuição de massa dos cilindros influencia no tempo de rolamento sobre a rampa, já que o cilindro com o menor K (o de latão maciço) percorreu o trajeto mais rápido do que o cilindro com o maior valor de K (latão oco).

Contudo, foi observada uma dificuldade em cronometrar o percurso do objeto, já que era difícil observar a marcação da distância que era analisada no momento. Portanto, isso pode ter afetado na precisão dos resultados obtidos no experimento. Esse problema poderia ser contornado, se fosse colocada uma barreira ao final do trajeto que se desejasse cronometrar, permitindo assim, que o cilindro parasse o seu movimento no momento que batesse na barreira, fazendo, então, que o experimento fosse mais preciso.

incertezas razoáveis?
Método razoável?



incertezas?

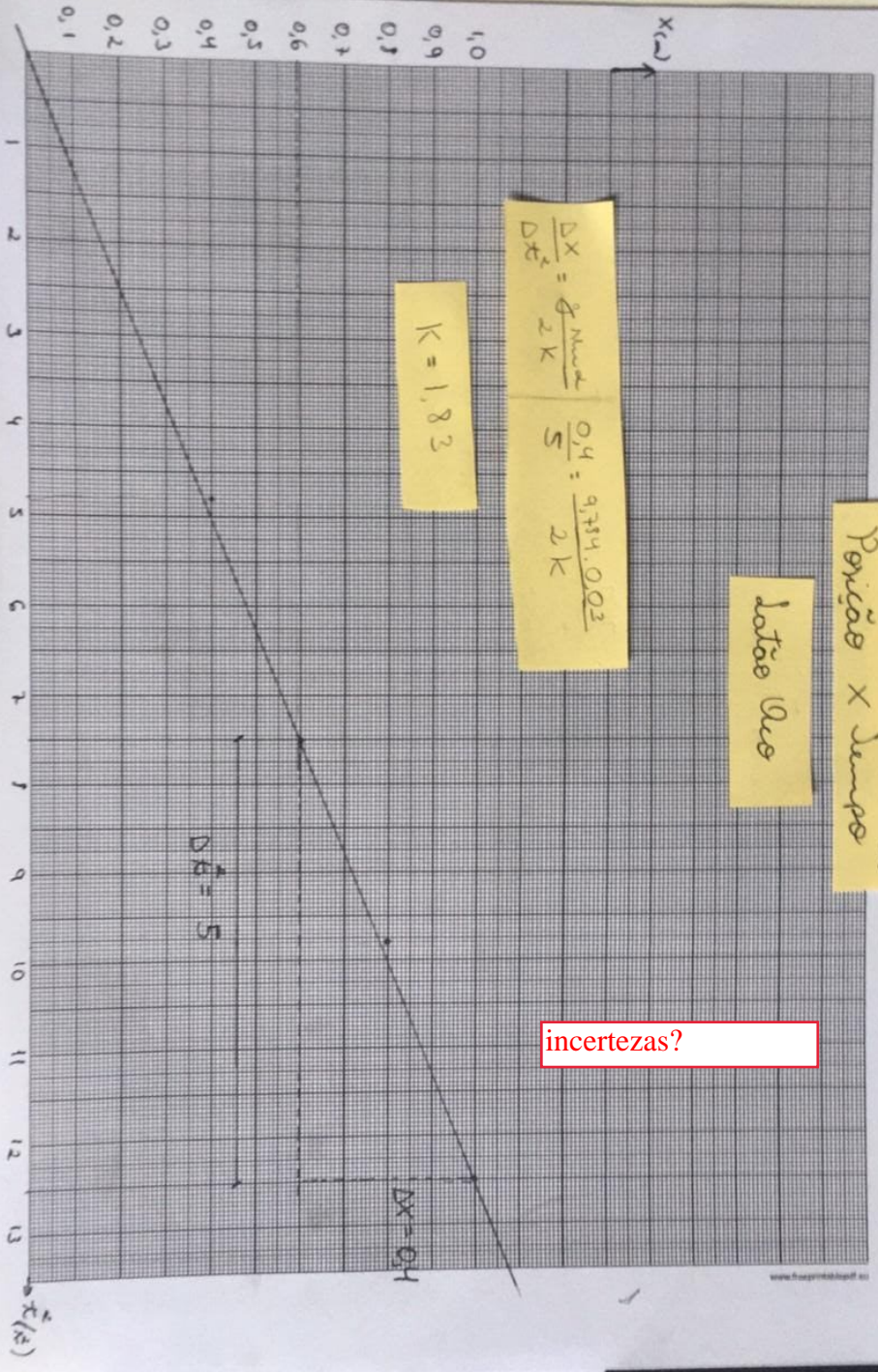
x0?

Posição X tempo (2)

lotão 100

$$\frac{\Delta X}{\Delta t^2} = \frac{g_{\text{Medida}}}{2K} \quad \frac{0,4}{5} = \frac{9,784 \cdot 0,02}{2K}$$

$$K = 1,82$$



incertezas?