

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

4,6



Experimento 3: Rolamento

Kaue de Sotti Silva

Matheus Dante Gonçalves

São Paulo

2020

## INTRODUÇÃO

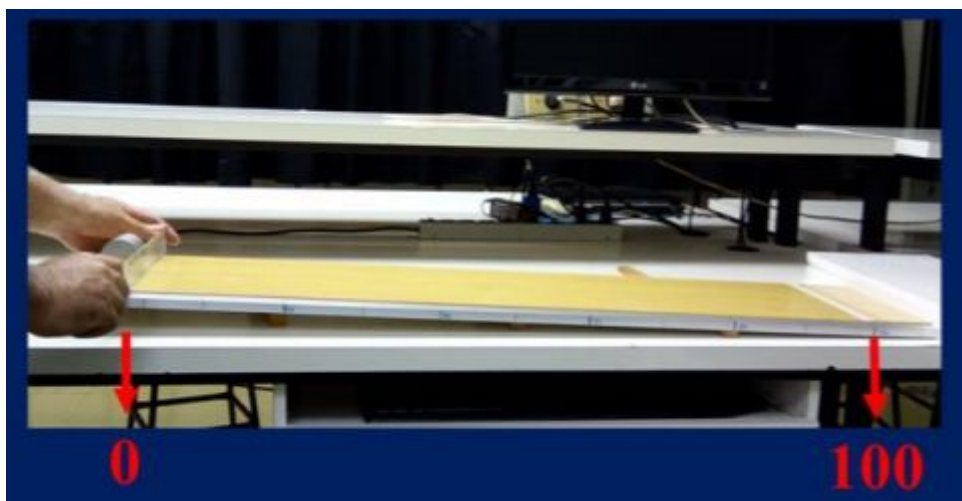
força de atrito

Ao abandonar um objeto cilíndrico em uma superfície inclinada, ~~a força peso exercida sobre o objeto~~, faz com que ele sofra um torque e, assim, um deslocamento ao longo da superfície ao mesmo tempo que rotaciona no próprio eixo. O objetivo do experimento é observar o tempo de rolamento (sem escorregamento) do cilindro e relacionar com a distribuição de massa dos objetos.

## ARRANJO EXPERIMENTAL E DESCRIÇÃO EXPERIMENTAL

O arranjo experimental construído para a realização do experimento consiste em uma tábua de madeira com marcações de distância para ser usada como plano, um bloco de madeira para causar a inclinação, e três cilindros de massas diferentes, dois feitos de latão, um oco e o outro maciço, ~~e um oco~~ feito de alumínio.

Abaixo segue uma imagem de como foi organizado o arranjo:



Arranjo experimental do experimento Rolamentos

A realização do experimento foi separada em duas partes para a medição. Na primeira parte, medimos com o auxílio de um cronômetro, o tempo que um cilindro leva para percorrer 1 m no plano inclinado 10 vezes, repetindo esta etapa até ter os dados dos três cilindros. Para garantir uma menor interferência de uma ~~possível deformação da tábua~~ foram retirados os dados com o apoio no lado direito e depois retirados no lado esquerdo e utilizando a equação(7), calculamos o tempo médio. A segunda parte do experimento consistiu na realização de medidas do tempo de se deslocar 1 metro no plano inclinado para cilindros de mesmo material (latão) com distribuições diferentes (um maciço e um oco).

horizontalidade da  
mesa

medidas de tempo  
para várias  
distâncias?

como obteve altura,  
compr plano, massa  
dos cilindros...

## QUESTÕES TEÓRICAS

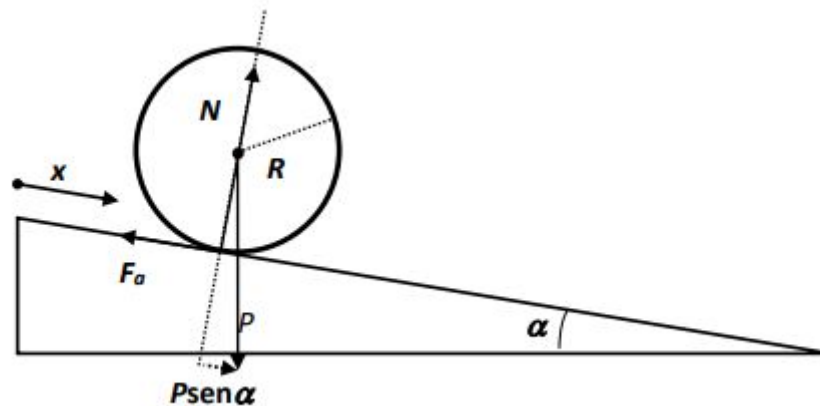


Figura 1

Um cilindro descendo um plano inclinado de ângulo  $\alpha$ , com os eixos X orientado de forma paralela ao plano inclinado com sentido positivo para a direita e o eixo Y perpendicular ao plano inclinado. Podemos analisar que o torque resultante no cilindro acontece devido a ação de duas forças: ~~a sua força peso (P)~~ no sentido do movimento e devido uma força de atrito  $F_a$  contrária ao movimento. Sabemos que o torque e a força resultante de um corpo neste caso pode ser escrito como:

$$\mathcal{T} = F_r R = I \frac{d\phi}{dt} \quad (1)$$

$$F_r = M \frac{d^2 x}{dt^2} = Mg \cdot \text{sen}(\alpha) - F_a \quad (2)$$

Sabemos que a condição de não escorregamento de um corpo é:

$$\frac{dx}{dt} = R \frac{d\phi}{dt} \quad (3)$$

O momento de inércia de um cilindro é:

$$I = \frac{1}{2} M (R^2 + r^2) \quad (4)$$

Sendo R o seu raio e r o raio “do buraco” entre o centro de massa e a parede interna do cilindro. Para um cilindro maciço  $r=0$  e no caso de um cilindro oco (casca esférica)  $r=R$ .

Relacionando as quatro fórmulas, é possível chegar na seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{g \cdot \text{sen} \alpha}{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R}\right)^2} \quad (5)$$

Chamando  $\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \cdot (r/R)^2$  de K, podemos deduzir que para um cilindro maciço,  $r=0$ , portanto  $K=3/2$ . Para um cilindro oco,  $r=R$ , portanto  $K=2$ .

A derivada segunda da equação do deslocamento é a aceleração. Usando a equação horária do movimento uniformemente variado, substituindo a por (5) e isolando t, concluímos:

$$t = \sqrt{\frac{2Kx}{g \cdot \sin \alpha}} \quad \boxed{\text{x é distância percorrida...}} \quad (6)$$

Visando diminuir a incerteza ou desvio de valores muito grandes, usamos a equação 7, para calcular uma média entre os valores nos dois tipos de inclinação.

$$t = \sqrt{\frac{2t_1^2 t_2^2}{t_1^2 + t_2^2}} \quad \boxed{\text{dedução?}} \quad (7)$$

## ANÁLISE DE DADOS

**incertezas dos instrumentos?**

Antes de começar as medições de tempo, medimos e obtemos informações sobre o sistema do qual estamos trabalhando.

Os valores significativos sobre os cilindros para a realização do experimento estão expressos na tabela abaixo:

**Tabela 1**

	massa(g)	inc m(g)	Diâm(m)	inc D(m)	I(gm <sup>2</sup> )	inc I(gm <sup>2</sup> )
Al maciço	0,2657	0,0001	0,05000	0,00005	0,0000830	0,0000007
Latão oco	0,2651	0,0001	0,05000	0,00005	0,0001657	0,0000007
Latão maciço	0,8298	0,0001	0,05000	0,00005	0,000259	0,000002

Além dos valores da tabela 1, também foi medido com o auxílio de um paquímetro, o comprimento do bloco de madeira usado para causar a inclinação do plano. Esses valores foram medidos 5 vezes, visando diminuir a incerteza e fazendo um tratamento estatístico, chegamos aos valores expressos na tabela abaixo:

**Tabela 2**

h1(m)	h2(m)	h3(m)	h4(m)	h5(m)	h médio (m)	inc h(m)
0,03950	0,03895	0,03851	0,03851	0,03800	0,0385	0,0003

Ao realizar o método experimental descrito anteriormente, obtemos os dados expressos da tabela 3, abaixo:

**Tabela 3**

Esquerdo		t1(1) (s)	t1(2) (s)	t1(3) (s)	t1(4) (s)	t1(5) (s)	t1(6) (s)	t1(7) (s)	t1(8) (s)	t1(9) (s)	t1(10) (s)	t1 médio(s)	inc t1(s)
	Alumínio Maciço		3,32	3,20	3,23	3,19	3,21	3,38	3,16	3,13	3,30	3,04	3,22
Latão oco		3,23	3,53	3,32	3,41	3,28	3,26	3,33	3,20	3,33	3,57	3,35	0,04

	Latão maciço	2,98	2,93	3,07	2,94	2,98	2,93	2,96	3,05	2,98	3,14	3,00	0,02
<b>Direito</b>		<b>t2(1)</b> (s)	<b>t2(2)</b> ) (s)	<b>t2(3)</b> (s)	<b>t2(4)</b> (s)	<b>t2(5)</b> (s)	<b>t2(6)</b> (s)	<b>t2(7)</b> (s)	<b>t2(8)</b> (s)	<b>t2(9)</b> ) (s)	<b>t2(10)</b> (s)	<b>t2 médio(s)</b>	<b>inc t2(s)</b>
	Al maciço	3,12	3,25	3,26	3,15	3,36	2,93	3,20	3,08	3,15	3,13	3,15	0,04
	Latão oco	3,56	3,43	3,64	3,31	3,27	3,34	3,29	3,85	3,32	3,72	3,39	0,07
	Latão maciço	3,10	2,83	3,08	2,98	3,09	3,05	3,04	3,11	3,01	2,93	3,05	0,03

Usando a equação (7), expressa anteriormente, é possível obter um valor de tempo médio para o tempo que o cilindro leva para descer o plano, sendo uma relação entre os tempos medidos, visando diminuir alguma diferença causada por irregularidades da mesa. Os valores estão expressos na tabela 4, abaixo:

**Tabela 4**

<b>Tempo médio</b>		<b>t(s)</b>	<b>inc t(s)</b>
	Al maciço	3,18	<del>0,06</del>
Latão oco	3,37	<del>0,08</del>	
Latão maciço	3,02	<del>0,04</del>	

incerteza do instrumento?

O valor de incerteza do tempo acima foi calculado a partir da divisão entre o desvio padrão das dez medidas de tempo e a raiz do número de medidas coletadas.

Isolando K, na equação (6), é possível estimar um valor para o mesmo, com o objetivo de ver se bate com o valor teórico demonstrado acima, de K=1,5 para um cilindro maciço e K=2 para um cilindro oco.

**Tabela 5**

	<b>K</b>	<b>inc K</b>
Al maciço	1,6	0,1
Latão oco	1,8	0,1
Latão maciço	1,43	0,04

discussão. Fator Z?

Observando a tabela, é possível concluir que o valor de K do cilindro de Alumínio maciço é compatível com o valor teórico, no entanto os valores do Latão oco e Latão maciço não são, apesar de próximos.

Para a segunda parte do experimento explicado anteriormente, foram obtidos os seguintes resultados:

**Tabela 6**

latão maciço	Distância + inc	t(1)	t(2)	t(3)	t(4)	t(5)	t(6)	t(7)	t(8)	t(9)	t(10)
	0,400 ± 0,005	1,94	1,74	1,77	1,84	1,76	1,85	1,65	1,71	1,70	1,83
	0,600 ± 0,005	2,24	2,26	2,44	2,10	2,08	1,80	2,39	2,10	2,26	2,33
	0,800 ± 0,005	2,46	2,75	2,73	2,55	2,23	2,62	2,49	2,61	2,97	2,26
	1,000 ± 0,005	2,74	3,00	2,88	2,94	2,82	2,52	2,85	2,39	2,91	3,02

como avaliou incerteza dist?

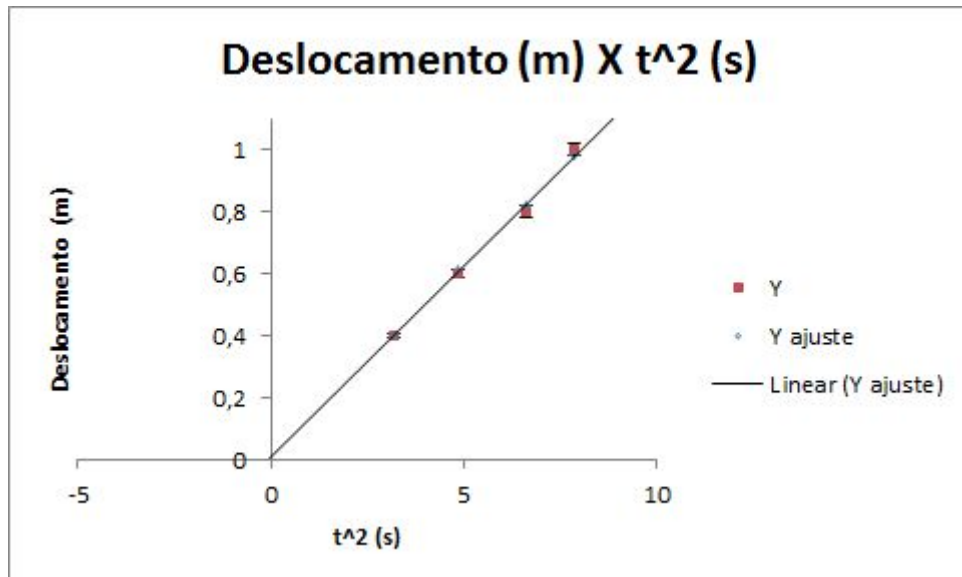
t médio	inc t	t <sup>2</sup>	inc t <sup>2</sup>
1,78	0,03	3,2	0,1
2,20	0,06	4,8	<del>0,1</del>
2,57	0,07	6,6	<del>0,1</del>
2,81	0,06	7,9	<del>0,1</del>

**Tabela 7**

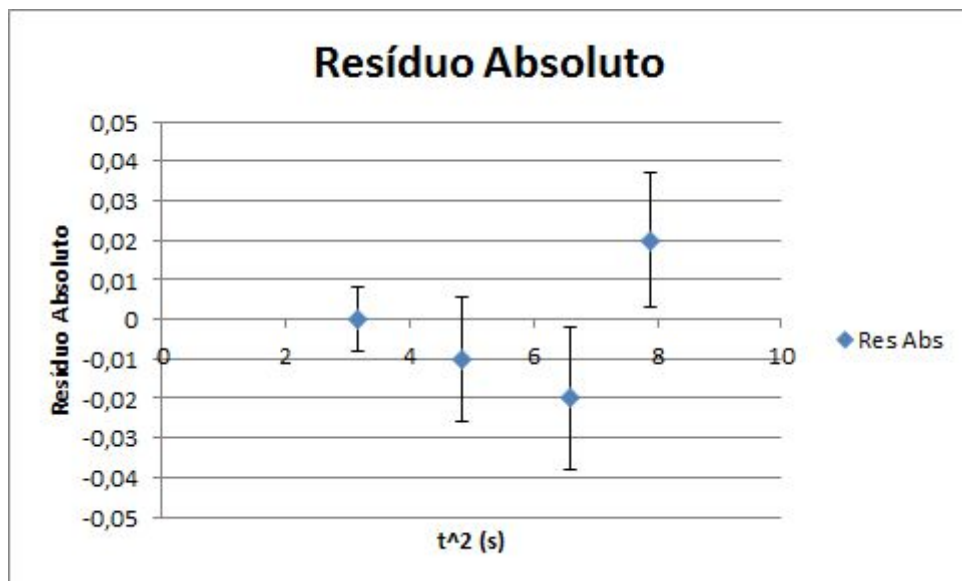
latão oco	Distância + inc	t(1)	t(2)	t(3)	t(4)	t(5)	t(6)	t(7)	t(8)	t(9)	t(10)
	0,400 ± 0,005	1,89	1,90	2,05	1,79	2,16	2,02	1,93	1,98	1,90	2,06
	0,600 ± 0,005	2,46	2,40	2,75	2,48	2,49	2,63	2,36	2,58	2,31	2,67
	0,800 ± 0,005	2,90	2,83	2,96	2,80	2,80	2,73	2,59	3,04	2,89	2,76
	1,000 ± 0,005	3,15	3,11	3,43	3,17	3,13	3,36	3,34	3,50	3,21	3,40

t médio	inc t	t <sup>2</sup>	inc t <sup>2</sup>
1,97	0,03	3,9	0,1
2,51	0,04	6,3	0,1
2,83	0,04	8,0	0,1
3,28	0,04	10,8	0,1

De forma a enriquecer a discussão, segue abaixo os gráficos construídos a partir do método MMQ de latão maciço:

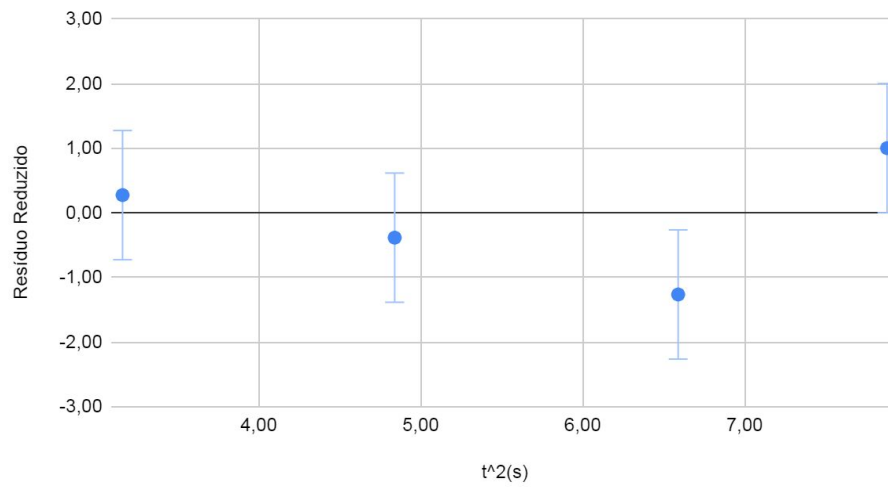


**Gráfico 1**



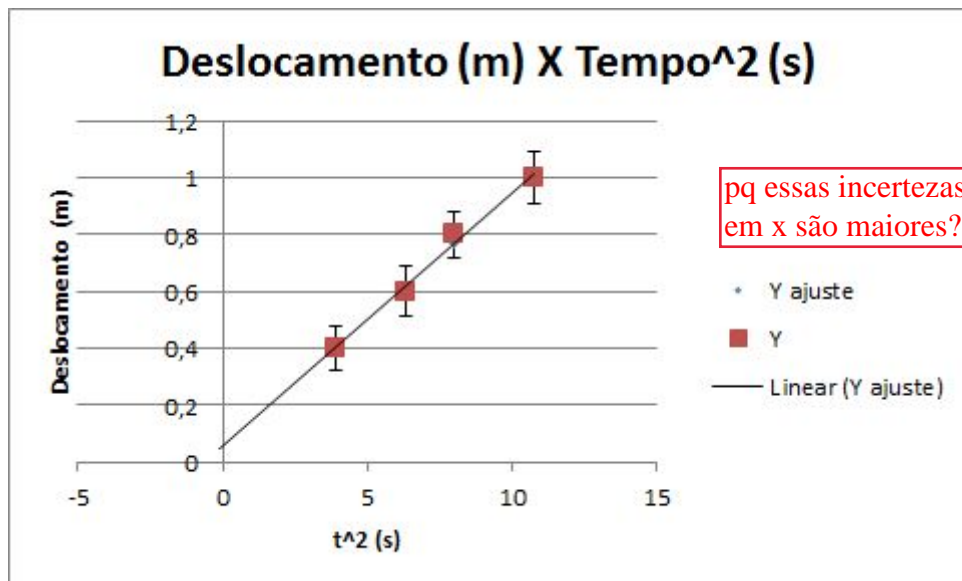
**Gráfico 2**

Res Reduzido versus  $t^2$



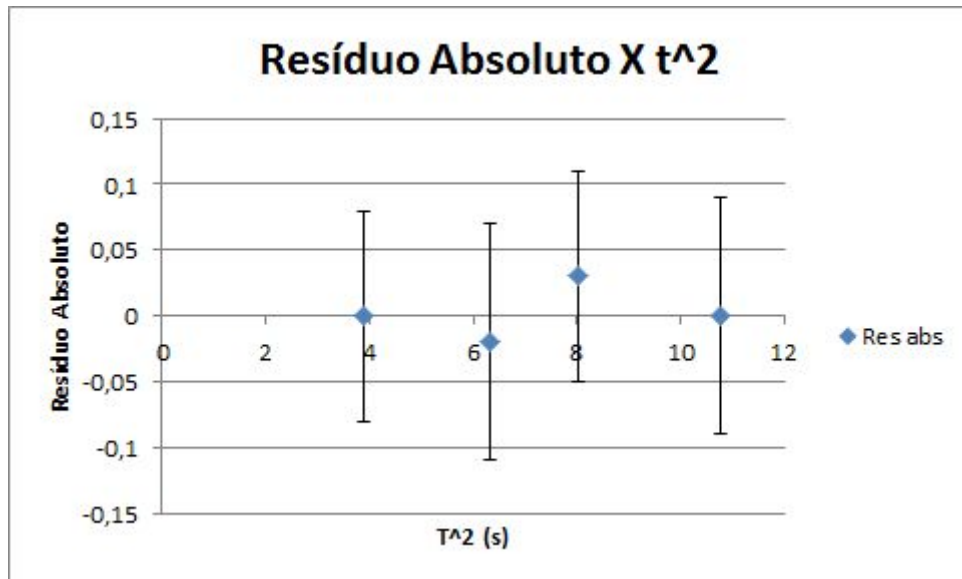
**Gráfico 3**

Os gráficos abaixo são referentes ao cilindro de latão oco:

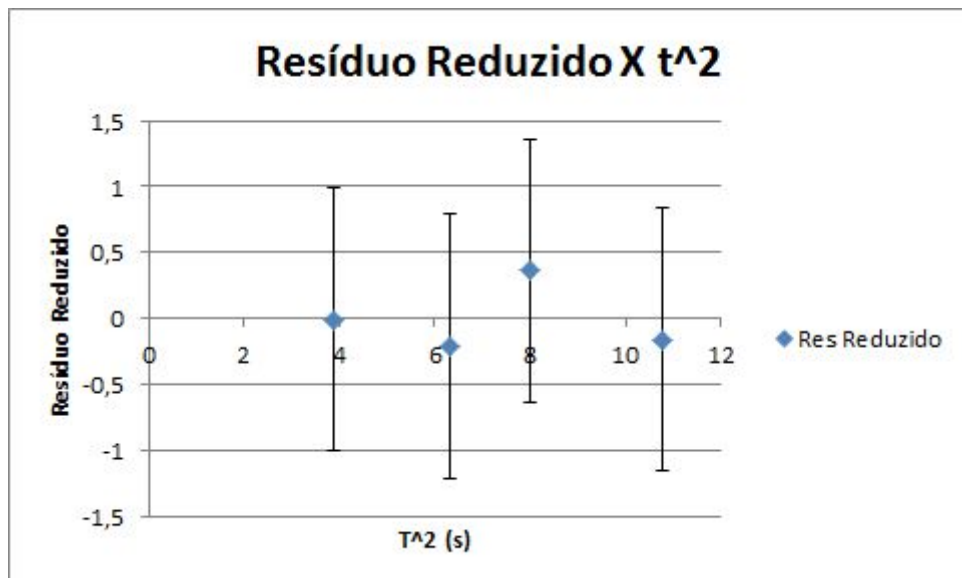


**Gráfico 4**





**Gráfico 5**



**Gráfico 6**

Para calcularmos K, usando o método do MMQ temos que pensar que o coeficiente da reta (a) é igual a uma constante:  $g \cdot \sin(\alpha) / 2 \cdot K$

Isolando o fator K e efetuando os cálculos obtemos:

**Tabela 8**

	a	g	sen alfa	k	inc k
Latão maciço	0,124	9,784	0,0321	1,27	0,02

	a	g	sen alfa	k	inc k
Latão Oco	0,09	9,784	0,0321	1,7	0,1

incertezas coeficientes?  
coeficiente linear?

Assim, podemos concluir que o valor de K, pode ser calculado de duas formas diferentes, onde em ambos, os valores se ~~mantêm próximos~~ mas não compatíveis em um caso como mostrado pelo teste de compatibilidade Z. No latão oco, os resultados são compatíveis à nível de  $1\sigma$ , já os resultados apresentados sobre o latão maciço não são compatíveis, ~~entretanto ambas as formas de se obter o resultado são coerentes com a realidade~~, observada no procedimento experimental.

**Tabela 9**

	K exp	inc K exp	k mmq	inc k mmq	Teste Z
Latão oco	1,8	0,1	1,7	0,1	0,7
Latão maciço	1,43	0,04	1,27	0,02	3,6

## CONCLUSÃO

Após a realização do experimento e a obtenção e análise dos dados, podemos observar que existe uma relação entre a distribuição de massa e o tempo de rolamento sem escorregamento dos cilindros, onde, quanto maior é o valor de K do objeto, é oferecida uma maior resistência contra o rolamento, fazendo com que o tempo de queda do objeto seja maior. Além disso podemos concluir que o valor de K referente aos cilindros, pode ser calculado de dois métodos distintos (experimentalmente e por MMQ), mantendo-se coerência com a realidade em ambos os resultados.

método incertezas  
razoáveis???