

### Síntese Experimento 3 - Rolamento

#### 1. INTRODUÇÃO

Neste experimento é considerado um objeto cilíndrico de massa uniformemente distribuída em torno do eixo e que é posto a se deslocar em direção perpendicular a este, em um plano inclinado. Uma vez que haja atrito do cilindro com o plano, haverá um torque externo em relação ao Centro de Massa do cilindro e, conseqüentemente, ele rola e não apenas desliza, ocasião esta que ocorreria na ausência de torques externos.

O experimento consiste, portanto, em verificar de que maneira as diferentes distribuições de massa em torno do eixo do cilindro influenciam no movimento do cilindro, isto é, verificar sua dependência ou não com tal grandeza, confrontando os resultados obtidos com os esperados.

##### 1.1 Fórmulas

Para tanto, foram utilizadas diversas fórmulas que serão analisadas e descritas a seguir.

Podemos partir de:

$$\frac{dx}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} \quad (1)$$

e

$$I = \frac{1}{2} M(R^2 + r^2) \quad (2)$$

Em (1), trata-se da condição de rolamento sem deslizamento, levando em conta o movimento do centro de massa do objeto e, em (2), o momento de inércia, que pode ser descrito como o grau de dificuldade em alterar o estado do movimento de um objeto em função de sua massa  $M$  e raio  $R$ , calculado dessa forma para um cilindro oco, sendo  $R$  seu raio externo e  $r$  seu raio interno.

No caso do objeto ser um cilindro maciço,  $r = 0$ , isto é,  $I = MR^2/2$  e em se tratando de uma casca cilíndrica  $r = R$ , portanto,  $I = MR^2$ .

Então, obtém-se o valor da derivada de segunda ordem do deslocamento, também conhecida como aceleração.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R}\right)^2} = \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{K} \quad (3)$$

Onde  $K = 3/2$  para um cilindro maciço que, como dito anteriormente, tem  $r = 0$ . Para a massa concentrada em uma “casca cilíndrica”,  $K = 2$ , visto que  $r = R$ .

Portanto, a equação do movimento do objeto pode ser descrita como:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{2K} t^2 \quad (4)$$

E se,  $x_0$  e  $v_0$  são 0 em sua condição inicial:

$$t = \sqrt{\frac{2Kx}{g \operatorname{sen} \alpha}} \quad (5)$$

dedução de t médio?

## 2. DESCRIÇÃO EXPERIMENTAL

O arranjo experimental é composto por 3 objetos cilíndricos, dos quais um é oco e de latão e dois são maciços, um de latão e outro de alumínio; uma tábua de madeira sinalizada com distâncias predefinidas e que, com calços, forma uma rampa da qual soltamos os objetos a fim de estudá-los; celulares como cronômetros.

Inicialmente, o arranjo foi posto de maneira tal que os cilindros rolassem para um lado, ou seja, postos na parte mais alta da rampa, situada na esquerda, rolavam para a parte mais baixa, direita. Depois foi feito o oposto, onde os objetos rolavam da direita para a esquerda. Em ambos os casos, o tempo que o cilindro demorou para atingir a parte mais baixa, quando solto da parte mais alta da rampa, foi cronometrado. A mudança de lados foi feita com a premissa de que a mesa sobre a qual foi feita o experimento pode não estar perfeitamente horizontalizada, isto é, com algum tipo de desnível e, para tanto, foi preciso fazer uma média com os tempos de ambos os lados, reduzindo um possível erro sistemático.

Tudo posto, os dados foram coletados em duas partes: na primeira, foi cronometrado o tempo dos 3 cilindros, um por vez, 10 vezes cada, realizando o processo de redução de erro sistemático descrito anteriormente. Ou seja, para o cilindro maciço de alumínio, rolando da direita para a esquerda, cronometrou-se 10 vezes o tempo que demorou desde o seu lançamento até a sua chegada. Depois, rolando para a direita, mais 10 vezes, e assim com os outros dois cilindros. Na segunda parte, por fim, cronometrou-se apenas os cilindros de latão, assim sendo, alternou-se apenas as massas e a sua distribuição ao redor do eixo de rotação.

para uma distância única?

### 3. DADOS EXPERIMENTAIS

A seguir, serão postos em forma de tabelas e gráficos os dados usados e obtidos para a realização do experimento.

Inicialmente, foram usados a massa e o diâmetro dos cilindros para a obtenção do momento de inércia de cada um deles.

como determinou as incertezas?

I - Determinação do momento de inércia de cada cilindro.

Cilindros						
	Massa (Kg)	inc m (Kg)	Diâmetro (m)	inc D (m)	I (Kg/m <sup>2</sup> )	inc I (Kg/m <sup>2</sup> )
Alu M	0,2657	0,0001	0,005	0,00005	0,00000083	0,00000002
Lat Oco	0,2651	0,0001	0,005	0,00005	0,00000166	0,00000003
Lat M	0,8298	0,0001	0,005	0,00005	0,00000259	0,00000005

5 cm e não 5 mm...

coerente

Em seguida, tendo a altura dos calços e o comprimento da tábua, foi determinado o seno do ângulo formado entre a mesa e a rampa, assumindo sua altura como cateto oposto e o comprimento da rampa como hipotenusa.

vc deve dizer como calculou as incertezas...

II - Determinação de  $\text{sen } \alpha$ .

Calço						
h1	h2	h3	h4	h5	h médio	inc h
0,039	0,0388	0,0385	0,0383	0,0382	0,03856	0,0005
Compr	inc compr	sen alfa	inc sen			
1,2	0,01	0,0321	0,0005			

quais incertezas dos equipamentos usados?

Isto posto, na primeira parte do experimento, foram medidos os tempos de cada cilindro, tendo como o deslocamento fixo  $x = 1,0$  m e realizando a redução de erro sistemático já explicado.

III - Medidas dos tempos de cada cilindro, com deslocamento fixo.

Tempos (esquerdo)												
	t1 (1) (s)	t1 (2) (s)	t1 (3) (s)	t1 (4) (s)	t1 (5) (s)	t1 (6) (s)	t1 (7) (s)	t1 (8) (s)	t1 (9) (s)	t1 (10) (s)	t1 médio	inc t1
Alu M	3,16	3,38	3,3	3,31	3,14	3,25	3,33	3,23	3,23	3,31	3,26	0,02
Lat Oco	3,66	3,2	3,52	3,36	3,71	3,55	3,48	3,41	3,54	3,47	3,49	0,05
Lat M	3,3	3,01	3,19	3,22	3,35	3,19	3,3	3,11	3,27	3,23	3,22	0,03

Tempos (direito)												
	t2 (1) (s)	t2 (2) (s)	t2 (3) (s)	t2 (4) (s)	t2 (5) (s)	t2 (6) (s)	t2 (7) (s)	t2 (8) (s)	t2 (9) (s)	t2 (10) (s)	t2 médio	inc t2
Alu M	3,19	3,38	3,32	3,34	3,37	3,23	3,33	3,34	3,29	3,29	3,29	0,02
Lat Oco	3,64	3,5	3,53	3,52	3,8	3,62	3,53	3,51	3,54	3,63	3,58	0,03
Lat M	3,04	3,22	3,24	3,27	3,2	3,24	3,2	3,22	3,29	3,26	3,22	0,02

Obtendo os tempos para ambos os lados, foi feita uma *média* dos tempos médios através da seguinte fórmula:

$$t = \sqrt{\frac{2t_1^2 t_2^2}{t_1^2 + t_2^2}} \quad (6)$$

Assim, os tempos médios de cada cilindro foram obtidos.

IV - Tempo médio para cada cilindro.

Tempo Médio		
	t (s)	inc t (s)
Alu M	3,28	0,01
Lat Oco	3,54	0,02
Lat M	3,22	0,02

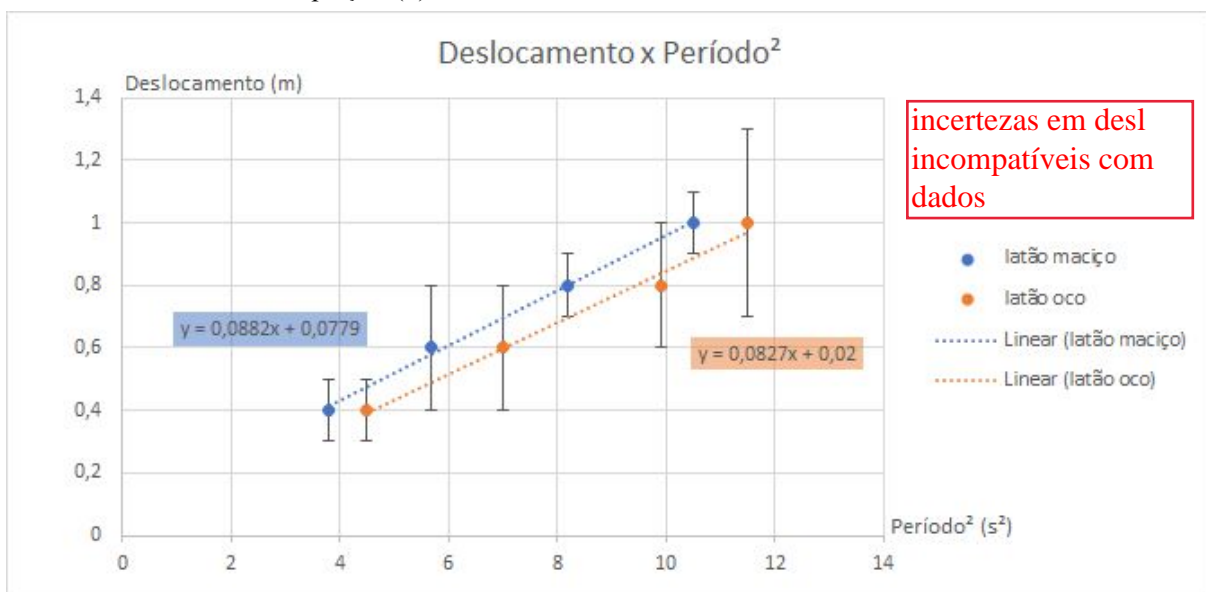
Já na segunda parte, foram obtidos os tempos dos cilindros de latão, variando o deslocamento que cada um deles percorria, isto é, para o cilindro de latão oco foram medidos os tempos que ele levou para percorrer 4 diferentes distâncias, assim como para o de latão maciço.

V - Medidas dos tempos de cada cilindro, com deslocamento variando.

Distancias X Tempos														
Latão Maciço														
Distância ± inc (m)	t (1) (s)	t (2) (s)	t (3) (s)	t (4) (s)	t (5) (s)	t (6) (s)	t (7) (s)	t (8) (s)	t (9) (s)	t (10) (s)	t médio (s)	inc t (s)	t <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )	inc t <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )
0,4 ± 0,005	1,86	1,89	1,94	1,92	1,9	2,01	2,03	2,05	2,04	1,92	1,96	0,02	3,8	0,1
0,6 ± 0,005	2,45	2,23	2,46	2,2	2,4	2,61	2,45	2,38	2,37	2,39	2,39	0,04	5,7	0,2
0,8 ± 0,005	2,87	2,8	2,88	2,89	2,85	2,97	2,96	2,83	2,83	2,84	2,87	0,02	8,2	0,1
1 ± 0,005	3,12	3,19	3,2	3,2	3,24	3,31	3,28	3,31	3,23	3,35	3,24	0,02	10,5	0,1

Distancias X Tempos														
Latão Oco														
Distância ± inc (m)	t (1) (s)	t (2) (s)	t (3) (s)	t (4) (s)	t (5) (s)	t (6) (s)	t (7) (s)	t (8) (s)	t (9) (s)	t (10) (s)	t médio (s)	inc t (s)	t <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )	inc t <sup>2</sup> (s <sup>2</sup> )
0,4 ± 0,005	2,18	2,1	2,04	2,09	2,17	2,26	2,09	2,04	2,02	2,27	2,13	0,03	4,5	0,1
0,6 ± 0,005	2,76	2,6	2,59	2,5	2,76	2,68	2,55	2,6	2,76	2,6	2,64	0,03	7,0	0,2
0,8 ± 0,005	3,25	3,22	3,18	3,02	3,17	3,18	3,08	3,2	3,06	3,04	3,14	0,03	9,9	0,2
1 ± 0,005	3,51	3,35	3,4	3,28	3,41	3,55	3,4	3,11	3,45	3,44	3,39	0,04	11,5	0,3

Com os seguintes resultados foi possível fazer um gráfico do deslocamento pelo período ao quadrado, tendo como coeficiente angular a aceleração e como coeficiente linear a posição inicial, de acordo com a equação (4).



incertezas em desl incompatíveis com dados

(3.1) - Gráfico de X vs t<sup>2</sup>

incertezas dos coeficientes

### 3.3 Cálculos e análise de dados

Então, através dos valores obtidos para o tempo médio foi possível chegar a um valor de K, através da equação (5), para cada um dos cilindros de alumínio maciço, latão oco e latão maciço, sendo respectivamente:

VI - Valores de K para T médio.

Valores de K		
K	inc K	Teste Z
1,7	<del>0,4</del>	0,49707136
2,0	<del>0,5</del>	0,017054198
1,6	<del>0,4</del>	0,362540476

Em seguida, adquiriu-se o valor da incerteza de K, por meio da propagação de incertezas. É importante, ressaltar que a incerteza em X não foi considerada, por ser pequena em comparação ao valor da variável.

discussão

E, comparou-se os resultados experimentais com os teóricos por meio de um teste Z, concluindo que os números de K convergem entre si.

qual valor teórico para latão oco?

Segundamente, foram calculados K e  $x_0$  graficamente e também pelo método dos mínimos quadrados. Os valores atingidos para K por meio do MMQ foram:

VII - Valores de K através do MMQ.

Valores de K com MMQ					
K.MMQ.c1	inc K	Teste Z	K.MMQ.c2	inc K	Teste Z
1,75206529	<del>0,4</del>	0,6301632	1,97	<del>0,09</del>	0,349726783

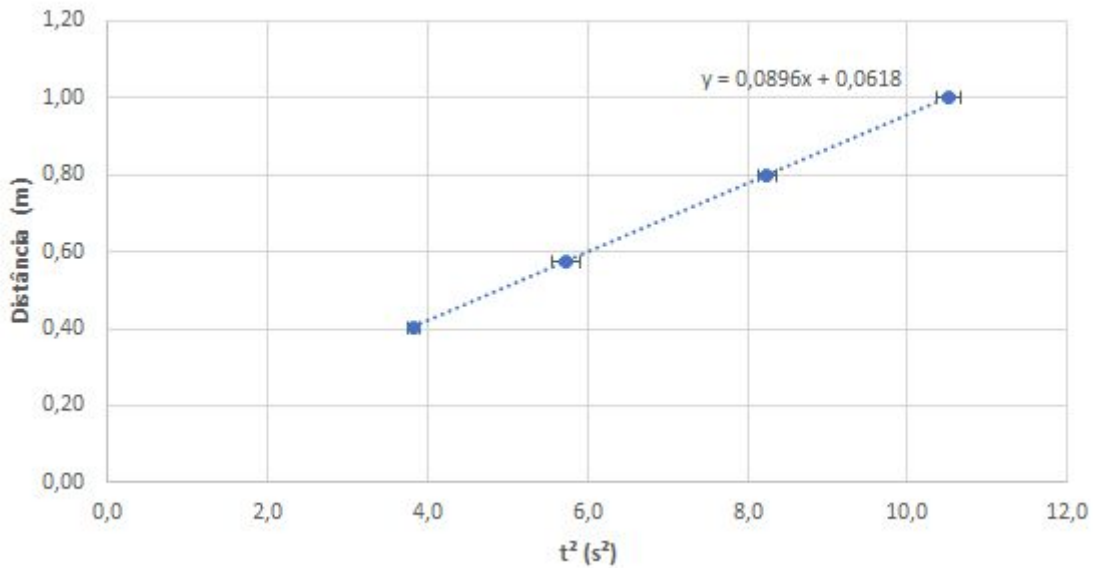
Assim, comparou-se os valores de K calculados com o teórico, sendo possível concluir sua congruência.

Em relação a  $x_0$ , o valor encontrado no MMQ foi 0,062 e sua incerteza de 0,025 para o cilindro maciço e 0,04 com incerteza de 0,03 para o oco. O que nos leva a concluir que os valores também convergem.

consistentes com esperado ?

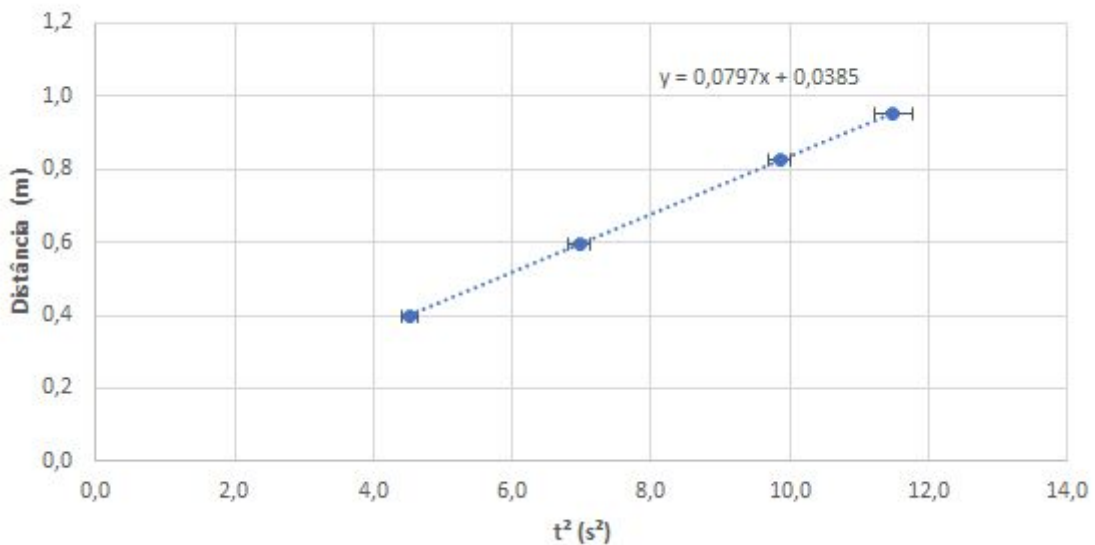
Consequentemente, os gráficos são os seguintes:

### Y ajuste - Latão maciço



(3.3.1) - Gráfico do ajuste de X vs t² para o latão maciço

### Y ajuste - Latão oco



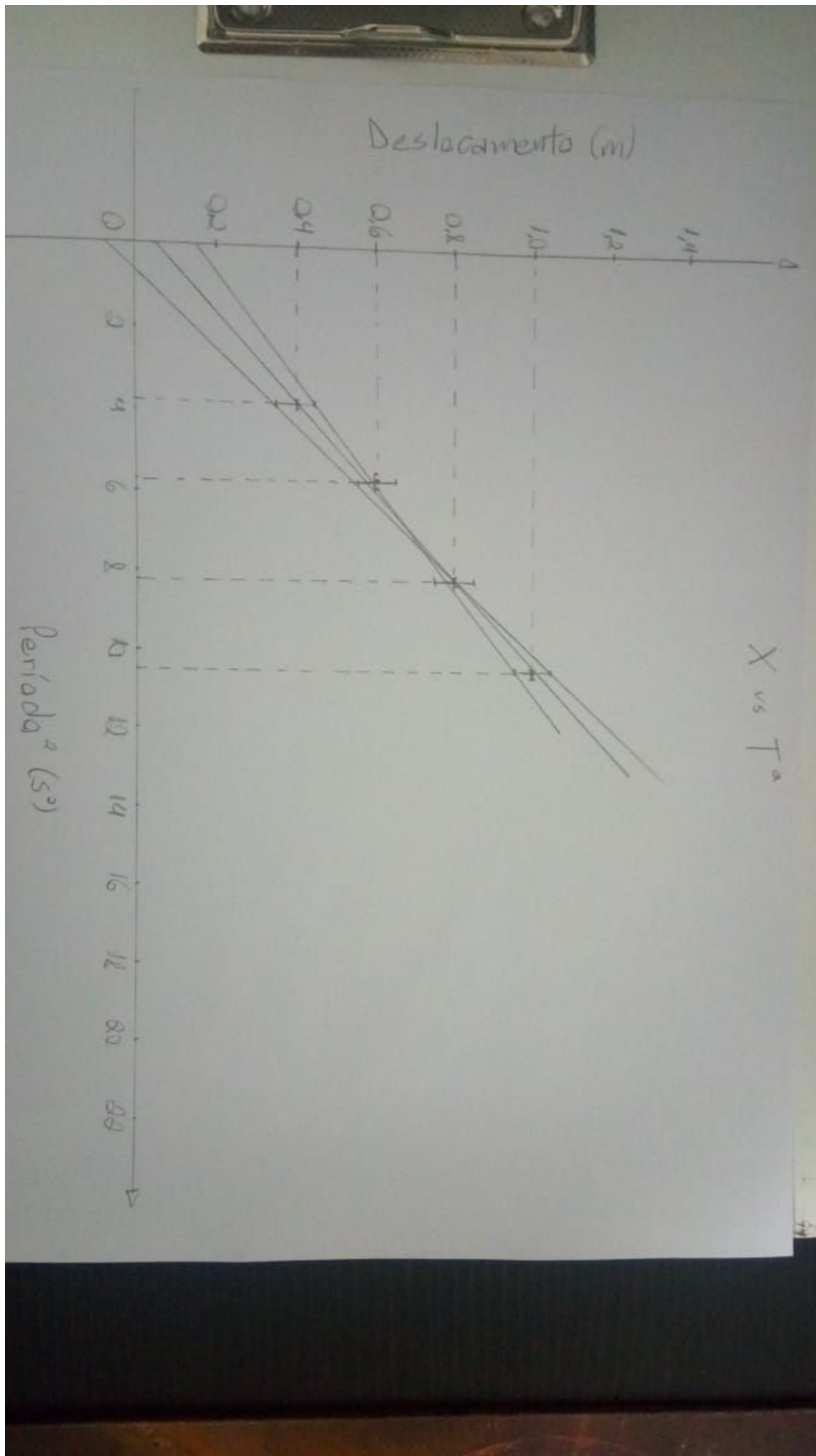
(3.3.2) - Gráfico do ajuste de X vs t² para o latão oco

Já para o método gráfico os valores obtidos, utilizando a fórmula (4), foram:  
VIII - Valores de K e x0 obtidos com o método gráfico.

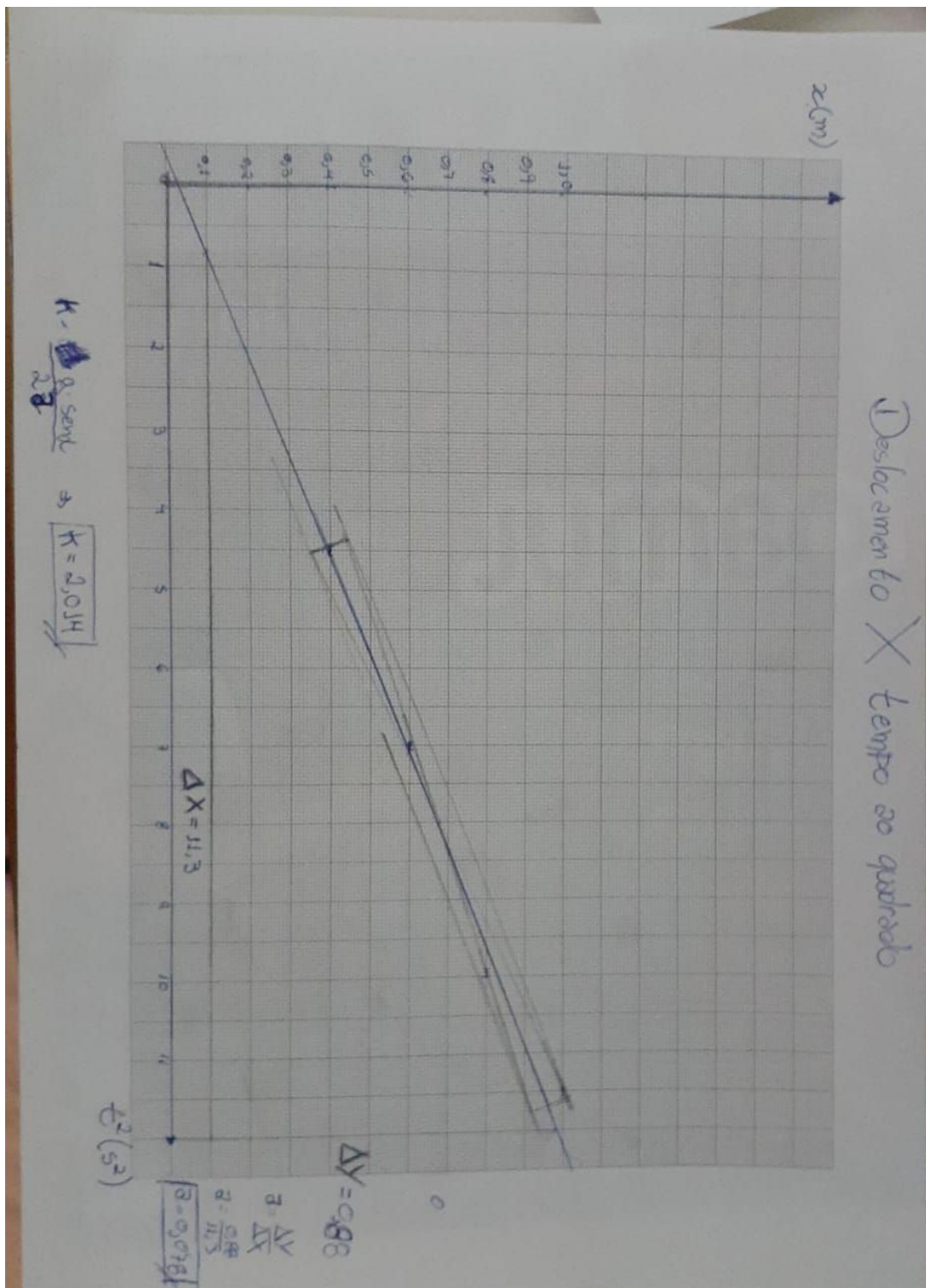
K.c1	inc K	Teste Z - K.c1 x K.teó	x0	inc x0
1,7	<del>0,4</del>	0,47	0,05	0,1
K.c2	inc K	Teste Z - K.c2 x K.teó	x0	inc x0
2,0	<del>0,4</del>	0,035	0,02	0,8

Conclui-se que ambos os valores convergem com o esperado.

Seus gráficos são:



(3.3.3) - X vs t<sup>2</sup> do cilindro maciço.



(3.3.4) - X vs  $t^2$  do cilindro oco.

Nota-se, portanto, que os valores obtidos em cada um dos métodos além de concordarem com os valores teóricos esperados, concordam entre si.

discussão



#### 4. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

não é verdade quando vc leva em consideração as suas incertezas...

Por fim, determinados os valores de  $K$  é possível concluir que, de modo quantitativo, a aceleração para o cilindro maciço é maior em comparação ao cilindro oco, de acordo com a equação (3), já que para este o valor de  $K$  é maior, enquanto para aquele é menor. Assim, conclui-se que a inércia rotacional está diretamente ligada à aceleração do cilindro, dado que para o cilindro oco tem-se uma inércia rotacional maior do que para o cilindro maciço.

Quanto a possíveis melhorias para o experimento: maiores medições de tempo ajudaria na estimativa da incerteza; aumentar o tamanho do percurso e suas divisões ajudaria nas medições de tempo, uma vez que, para pequenos trajetos, a cronometragem é dificultada.