

**Laboratório de Mecânica**  
**4300254**  
**6<sup>a</sup> Aula**

*Nemitala Added*

*nemitala@if.usp.br*

**Prédio novo do Linac, sala 204, r. 6824**

# Experimento 3

## Rolamento

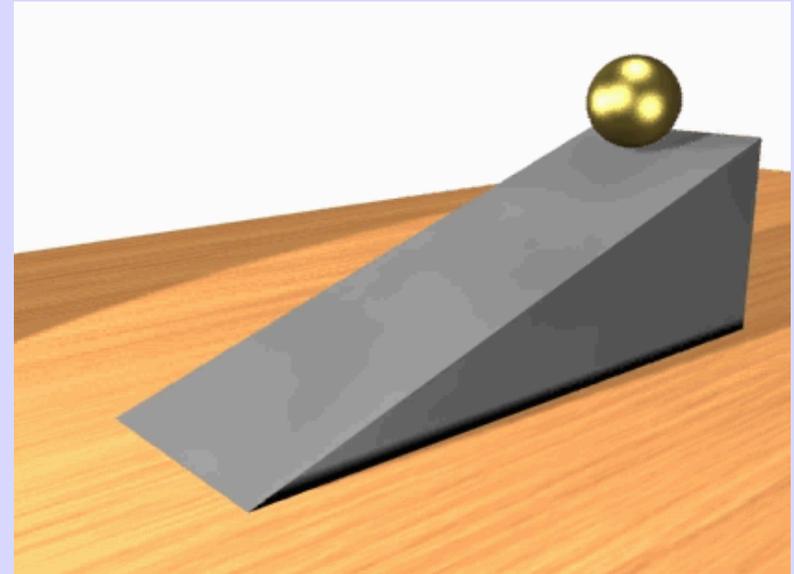
Influência da distribuição de massa (momento de inércia)

Variação de parâmetros

Distribuição de massa

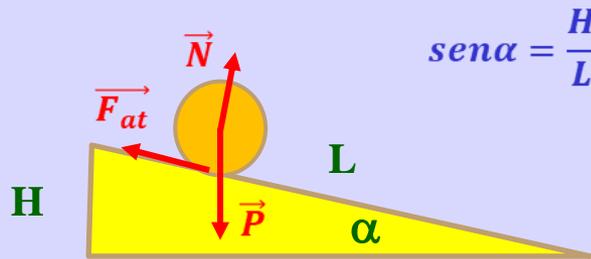
Movimento sem escorregamento

Histogramas + Gráficos



É possível checar homogeneidade da distribuição de massa em um corpo?

# Movimento em plano inclinado



$$\text{sen}\alpha = \frac{H}{L}$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = P \text{ sen}\alpha - F_{at} \quad P \text{ cos}\alpha = N$$

*Sem atrito*

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g \text{ sen}\alpha$$

Todos os pontos com a mesma velocidade

*Com atrito*

Escorregamento + rolamento

Pontos com velocidades diferentes

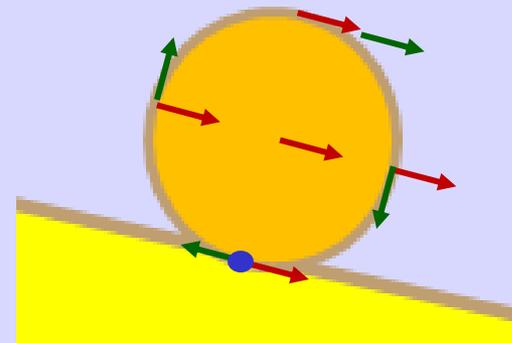
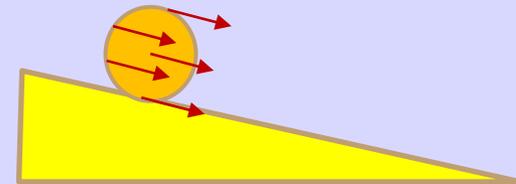
Movimento sem escorregamento

Rotação em torno de um eixo instantâneo de rotação

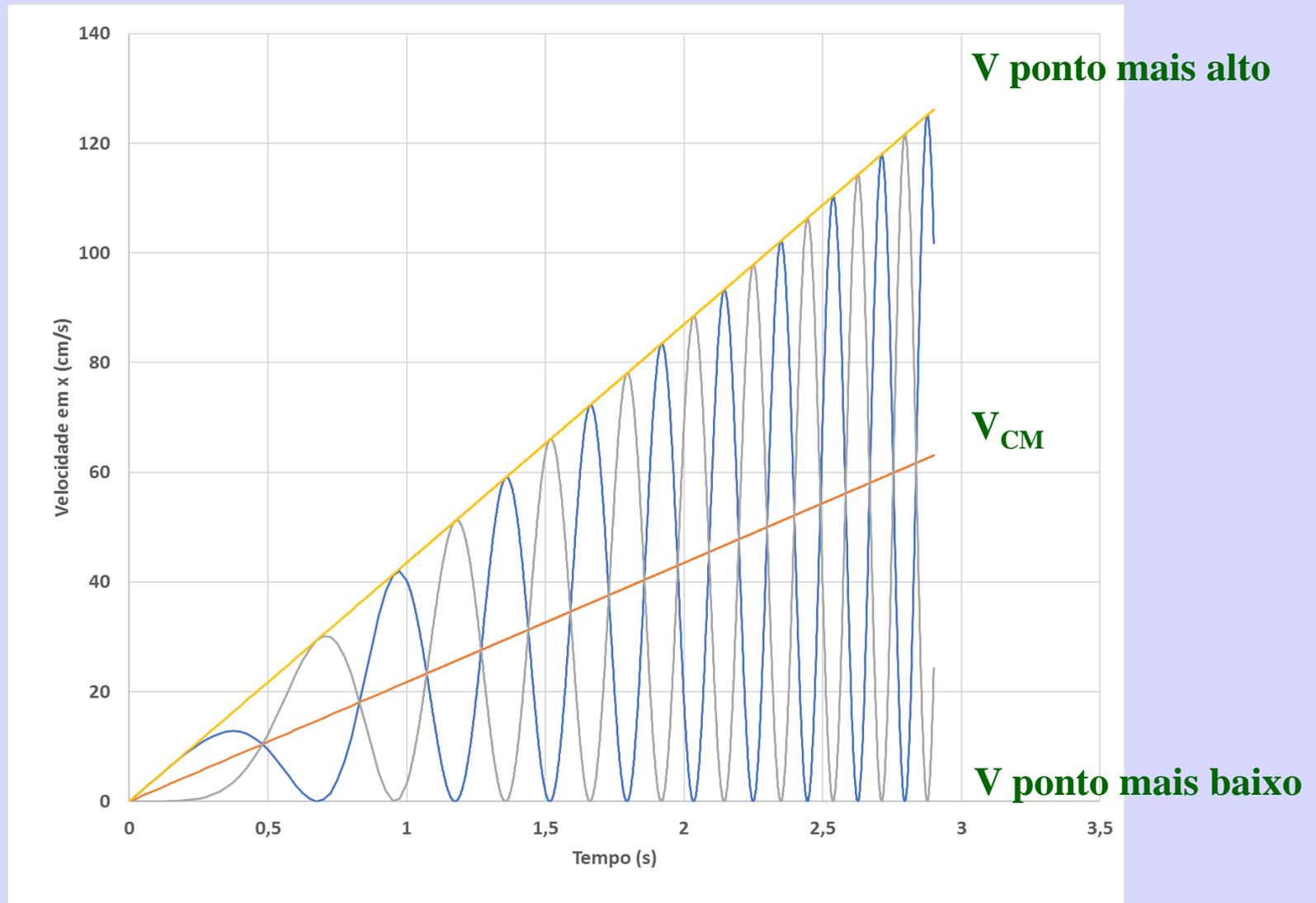
Eixo muda continuamente de posição

Eixo paralelo passando pelo CM

Translação + rotação



# Gráfico da componente $V_x$



# Movimento em plano inclinado

## *Deduzindo equação de movimento em relação ao CM*

Translação do CM (resultante das forças)

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = g \operatorname{sen} \alpha - \frac{F_{at}}{m}$$

Rotação (torque em relação ao CM)

$$\tau = F_{at} R = I \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

$$F_{at} = \frac{I}{R} \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

Lembrando que

$$\frac{dx}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}$$

Como R constante

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = R \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

Resulta em

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = g \operatorname{sen} \alpha - \frac{I}{mR^2} \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{1 + \frac{I}{mR^2}}$$

**Aceleração constante**

**Aceleração gravidade**

**Ângulo plano**

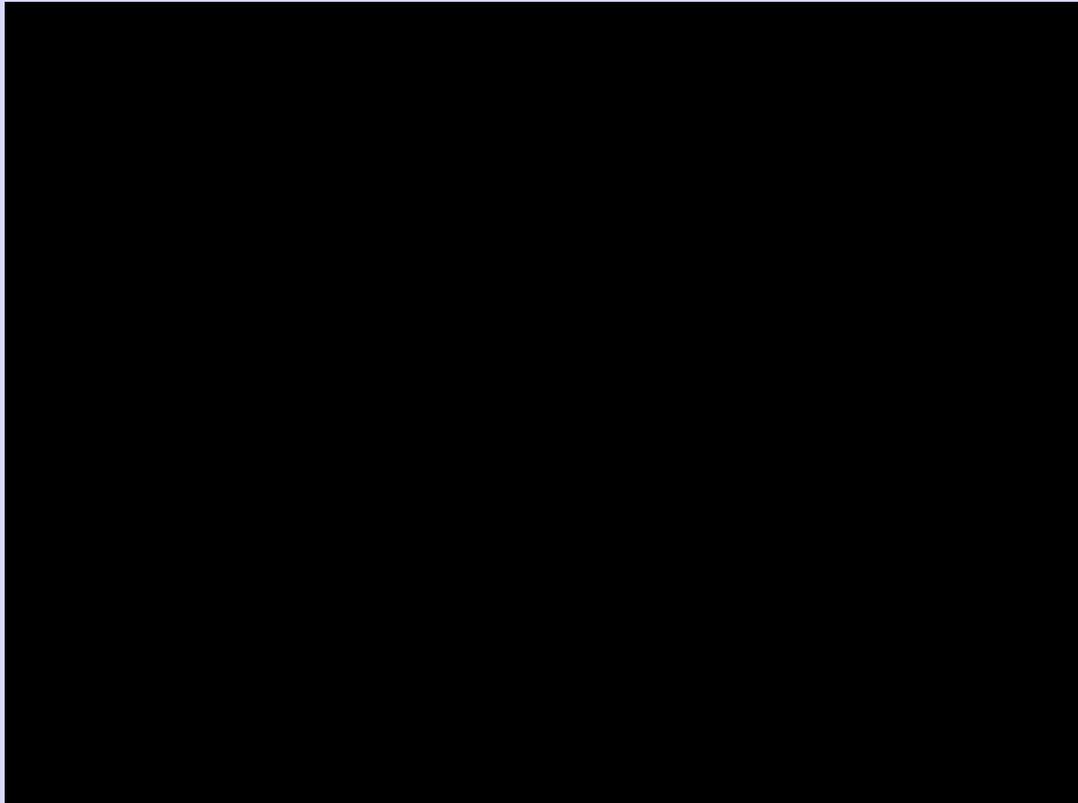
**Momento de inércia**

Equação de movimento

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{K} t^2$$

# Distribuição de massa

**Massas iguais - Mesma geometria**



Filme completo: <http://eaulas.usp.br/portal/video.action?idItem=5685>

# Momento de Inércia

*Distribuição de massa*

**Eixo de rotação**

$$I = \int r^2 dm$$

**Para um cilindro homogêneo**

$$dm = \frac{M}{\pi R^2 H} r dr d\theta dz$$

**Rotação no eixo de simetria**

$$I = \frac{M}{\pi R^2 H} \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^H r^3 dr d\theta dz$$

$$I = \frac{M}{\pi R^2 H} \frac{R^4}{4} 2\pi H = \frac{MR^2}{2}$$

**Substituindo na equação da aceleração**

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{\left(1 + \frac{I}{MR^2}\right)} = \frac{g \operatorname{sen} \alpha}{3/2}$$

Se homogêneo não depende massa ou raio

# Atividades

## Etapa

### Medidas experimentais

**Medir ângulo do plano inclinado**

**5 medidas de cada lado do plano (invertendo o calço de lado)**

**Medir o tempo de queda no plano**

**10 medidas de tempo para cada um dos 3 cilindros para o plano inclinado com o calço nos dois lados**

**Calcular o tempo médio entre as duas situações**

$$t = \sqrt{\frac{2t_1^2 t_2^2}{(t_1^2 + t_2^2)}}$$

**IMG\_massa\_latão\_c1**

**VID\_plano\_latãoC1\_direita**

# Arranjo experimental

**Medidas em cm**



**Comprimento total da prancha ( $1,20 \pm 0,01$ ) m**

**Percurso percorrido pelo cilindro ( $1,000 \pm 0,005$ ) m**

**Suponha que bloco de madeira foi colocado no final da prancha**

