

Giovanna Fleming - n°USP: 11321364 e Lucas Tessarotto Roque - n°USP: 11298302

6,4

Pêndulo Simples

Universidade de São Paulo

Professor: Nemitala Added

Disciplina: Laboratório de Mecânica

Abril - 2020

Resumo

Neste relatório, será apresentado um procedimento experimental de um pêndulo simples, cujo objetivo é verificar o limite da fórmula proposta do pêndulo. O experimento foi dividido em duas etapas. Na etapa 1 calculamos a aceleração da gravidade e chegamos a um resultado próximo ao valor obtido pelo Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP (IAG-USP), além disso, determinamos a dependência do período (T) função do tamanho do fio (L). Já na etapa 2, checamos a dependência de T com ângulo inicial e comparamos os dados experimentais com a teoria utilizando o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Resultado

outra frase...

Introdução

Um pêndulo simples consiste em uma massa presa por um fio de massa desprezível e inextensível, que oscila através de um eixo fixo. Seu movimento se dá pelas forças de tração no fio e o peso no corpo. Com as equações de movimento harmônico simples, obtemos a equação do pêndulo simples.

como?

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

pq é importante fazer o experimento?

(1)

Esse experimento tem como objetivo calcular o limite do ângulo para que (1) seja válida, onde o valor da gravidade ainda seja compatível com de $9,7864 \text{ m/s}^2$. Para isso, foram testados seis ângulos diferentes, e, pelo nosso experimento, verificamos grandes mudanças com valores maiores que 20° .

Descrição Experimental

Nesse experimento, foi utilizado um pêndulo caseiro, sendo o fio um barbante e a massa um limão de $m = 120 \pm 10$ (em gramas).

Obs. Por conta de o arranjo experimental ter sido feito de forma caseira, devido ao isolamento por causa do Covid-19, estimamos essas incertezas com base no erro que pensamos haver na montagem do pêndulo. Foi estimado a incerteza do ângulo com sendo $\pm 1^\circ$ e a incerteza no comprimento do fio como sendo $\pm 0,01\text{m}$.

justificativa



Arranjo experimental do experimento do pêndulo simples

O experimento foi dividido em duas etapas:

Na etapa 1, foi determinado a aceleração da gravidade experimentalmente, a partir de seis medições com dezesseis oscilações completas. O ângulo e o comprimento do fio para essas medidas foram, respectivamente, $\theta = 10 \pm 1$ (em graus) e $L = 0,6 \pm 0,01$ (em metros). Além disso, foi determinado a dependência do período T em função do comprimento L . Para isso, foram feitas seis medidas, com dezesseis oscilações completas cada. Os comprimentos foram: $L = 0,30\text{m}$, $L = 0,45\text{m}$, $L = 0,50\text{m}$, $L = 0,60\text{m}$, $L = 0,75\text{m}$ e $L = 0,90\text{m}$ (cada um com a incerteza de $0,01\text{m}$).

Na etapa 2, foi checada a dependência do período T com o ângulo inicial θ . Para isso, foram feitas seis medições, com dez oscilações cada, para diferentes valores de θ , porém, com o mesmo comprimento $L = 0,50 \pm 0,01$ (em metros). Os ângulos foram: $\theta = 5^\circ$, $\theta = 10^\circ$, $\theta = 15^\circ$, $\theta = 20^\circ$, $\theta = 30^\circ$ e $\theta = 45^\circ$ (cada um com a incerteza de 1°). Além disso, foi comparado os dados experimentais com a teoria obtendo os parâmetros pelo MMQ.

cuidados...

Resultados de medições, cálculos e análise de dados

Os dados experimentais obtidos na primeira etapa se encontram nas tabelas a seguir.

Para encontrarmos o valor da aceleração da gravidade, o ângulo foi mantido em 10° com incerteza de 1° e o comprimento do fio de $0,6\text{m}$ e incerteza de $0,01\text{m}$. Para a obtenção da incerta do T_{inst} foi feita a raiz quadrada das somas ao quadrado do nosso tempo de reação com a incerteza de L .

incerteza estatística

Âng θ	Inc Ang θ	L (m)	Inc L (m)	T16 (1)	T16 (2)	T16 (3)	T16 (4)	T16 (5)	T16 (6)	inc T_{inst}
10°	1°	0,6	0,01	24,22	24,33	23,93	24,8	24,7	24,76	0,20

Tabela1.1: Nessa tabela é apresentada os valores de ângulo, comprimento do fio e os períodos cronometrados de dezesseis oscilações com sua incerteza estimada. Foi considerado o tempo de reação $0,2\text{s}$.

incoerente

T16 med	inc T16 med	incf	T1	inc t1	g (m/s ²)	inc g	z
24,46	0,14	0,25	1,53	0,02	10,1	0,2	2,0

Tabela 1.2: Nessa tabela é apresentado o valor do período médio, do período para uma oscilação e o valor de g, com suas respectivas incertezas.

Para o cálculo da gravidade, foi usada a fórmula do pêndulo simples isolando o g. Logo, foi obtido a seguinte expressão:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (2)$$

O valor obtido pelo experimento da gravidade foi de $g = 10,1 \pm 0,2 \text{ m/s}^2$. Para o cálculo da incerteza do período, foi propagado a incerteza na equação do pêndulo, usando as derivadas parciais em relação a g e a L. Assim, foi isolado as incógnitas necessárias para chegar às outras incertezas. Logo, a fórmula utilizada para o cálculo da incerteza da gravidade foi:

$$\sigma_g^2 = \frac{64\pi^2 L^2}{T^6} \sigma_T^2 + \frac{16\pi^4}{T^4} \sigma_L^2 \quad (3)$$

Analisando o valor de g obtido na tabela 1.2 e comparando com o valor da gravidade obtido pelo IAG, $g = 9,7864 \text{ m/s}^2$, foi realizado o teste de compatibilidade Z (4), afim de checar a concordância dos valores. Após o teste, foi verificado que o valor que obtemos para a gravidade é compatível de nível 3σ com o valor do IAG.

Discussão

$$Z = \frac{|a - b|}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}} \quad (4)$$

Para verificarmos a dependência do período em função do comprimento, foi mantido o ângulo fixo em 10° com a incerteza de 1° . Abaixo se encontram as tabelas com os resultados obtidos.

L (m)	Inc L (m)	T16 (1)	T16 (2)	T16 (3)	T16 (4)	T16 (5)	T16 (6)	IncTins t
0,30	0,01	17,22	16,76	16,75	17,24	16,66	16,60	0,20
0,45	0,01	21,43	21,45	21,46	21,60	21,33	21,42	0,20
0,50	0,01	22,31	22,39	22,33	22,36	22,41	22,45	0,20
0,60	0,01	24,82	24,67	24,78	24,63	24,76	24,73	0,20
0,75	0,01	27,27	27,35	27,37	27,33	27,36	27,28	0,20
0,90	0,01	30,72	30,49	30,42	30,62	30,60	30,53	0,20

Tabela 1.3: Nessa tabela é apresentado o resultado das medições dos períodos.

como calculou?

T16 med	Inc T16 med	Incf	T1 (s)	inc t1 (s)	Raiz L	Inc raiz L
16,87	0,12	0,23	1,05	0,01	0,548	0,009
21,45	0,04	0,20	1,34	0,01	0,671	0,007
22,38	0,02	0,20	1,40	0,01	0,707	0,007
24,73	0,03	0,20	1,55	0,01	0,775	0,006
27,33	0,02	0,20	1,71	0,01	0,866	0,006
30,56	0,04	0,20	1,91	0,01	0,949	0,005

Tabela 1.4: Nessa tabela é apresentado o período médio de 16 oscilações, o período para 1 oscilação e os valores de raiz de L, além de suas respectivas incertezas.

Com os dados da tabela 1.3 e 1.4, foi possível fazer um gráfico do período em função de raiz de L.



Gráfico 1.1

Além disso, usando o Método dos Mínimos dos Quadrados com os dados da tabela 1.3 e 1.4, pôde ser feito um gráfico do período em função de raiz de L. Vale apontar, que usamos raiz de L, porque queríamos que o gráfico fosse uma reta.

O MMQ foi utilizado, afim de encontrar o melhor ajuste para o conjunto dos dados tentando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados observados. Para calcularmos os coeficientes angular e linear utilizamos:

$$a = \frac{S_{xy} S_1 - S_y S_x}{S_x^2 S_1 - (S_x)^2} \quad \text{não precisava...} \quad (5)$$

$$b = \frac{S_y S_x^2 - S_{xy} S_x}{S_x^2 S_1 - (S_x)^2} \quad (6)$$

E calculamos os valores dos S usando as formas a baixo.

$$\begin{aligned} \frac{x_1 y_1}{\sigma_1^2} + \frac{x_2 y_2}{\sigma_2^2} + (\dots) &= S_{xy} \\ \frac{x_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{x_2^2}{\sigma_2^2} + (\dots) &= S_{x^2} \\ \frac{x_1}{\sigma_1^2} + \frac{x_2}{\sigma_2^2} + (\dots) &= S_x \\ \frac{y_1}{\sigma_1^2} + \frac{y_2}{\sigma_2^2} + (\dots) &= S_y \\ \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2} + (\dots) &= S_1 \end{aligned} \tag{7}$$

Os valores de X, Y e σ são o VL, período e o desvio padrão do período, respectivamente. Para calcular as incertezas de a e b utilizamos as fórmulas a baixo:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{S_1}{S_{x^2} S_1 - (S_x)^2}} \tag{8}$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{S_{x^2}}{S_{x^2} S_1 - (S_x)^2}} \tag{9}$$

Com isso, foi obtido os seguintes coeficientes **a** e **b** e suas incertezas:

resultado graficamente?

Coeficientes.	
a	b
0,188 ± 0,063	1,272 ± 0,048

tem algo errado com esses resultados...

incerteza com 1 significativo

Tabela 1.5

T = a * raiz L + b ???

Abaixo se encontra o gráfico do Período em função da Raiz do Comprimento com o ajuste de T:

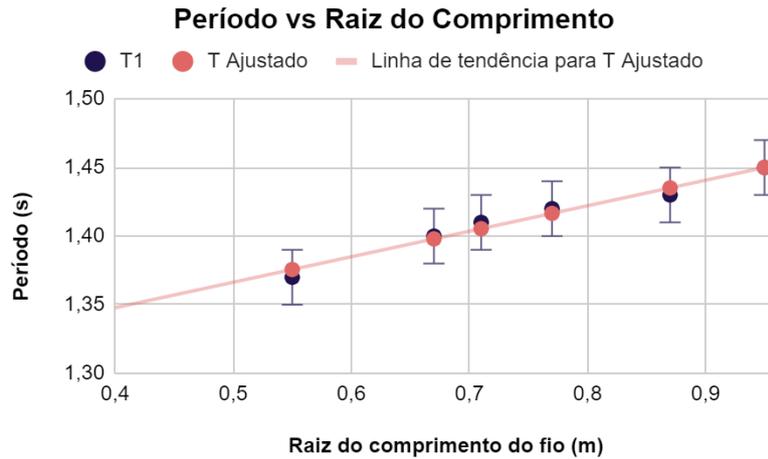


Gráfico 1.2

No gráfico 1.2 o ajuste e os dados se mostram muito próximos, mostrando que os dados obtidos experimentalmente foram bem extraídos.

Os gráficos 1.3 e 1.4 são referentes ao resíduo absoluto e reduzido. O absoluto mostra a distância dos dados experimentais aos ajustados e o reduzido é o valor do resíduo absoluto dividido pela incerteza.

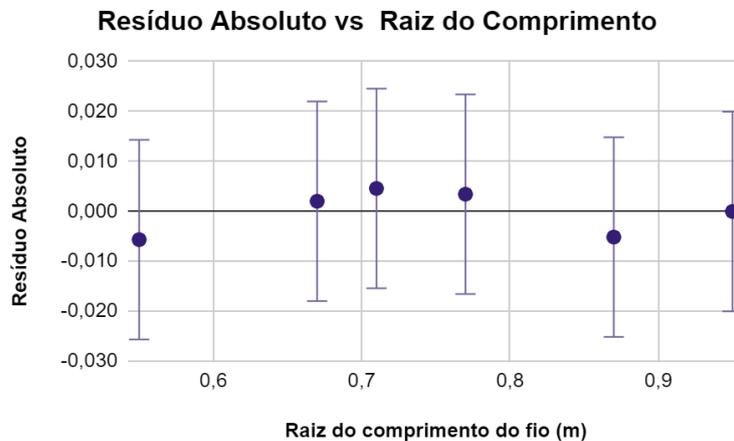


Gráfico 1.3

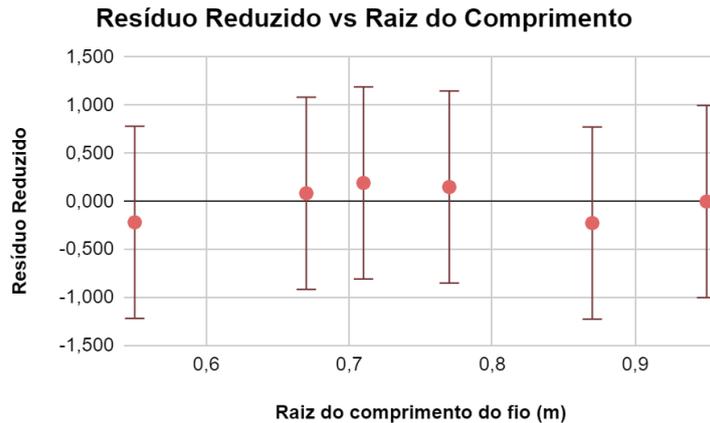


Gráfico 1.4

discussão...

Os resíduos da Raiz do Comprimento estão dentro da compatibilidade de 3σ e, portanto, os dados observados e ajustados são compatíveis.

Abaixo, está apresentado as tabelas dos dados experimentais referentes à etapa 2 do experimento, ou seja, com L constante de 0,5m e os ângulos que foram variados.

Ang θ	Inc ang θ	T10 (1)	T10 (2)	T10 (3)	T10 (4)	T10 (5)	T10 (6)	IncTinst
5	1	14,02	13,95	14,04	14,02	13,96	14,02	0,20
10	1	13,98	14,08	14,05	14,08	14,05	14,03	0,20
15	1	14,15	14,10	14,12	14,09	14,16	14,13	0,20
20	1	14,22	14,26	14,21	14,29	14,27	14,23	0,20
30	1	14,27	14,29	14,29	14,35	14,34	14,35	0,20
45	1	14,55	14,55	14,47	14,57	14,48	14,60	0,20

Tabela 2.1: Tabela com os seis dados do período para dez oscilações para diferentes ângulos.

T10 med	Inc T10 med	Inc f	T1	inc t1	Tteorico	Inc T teo	Z
14,00	0,02	0,20	1,40	0,02	1,42	0,01	0,82
14,05	0,02	0,20	1,41	0,02	1,42	0,01	0,61
14,13	0,01	0,20	1,41	0,02	1,42	0,01	0,31
14,25	0,01	0,20	1,42	0,02	1,42	0,01	0,18
14,32	0,01	0,20	1,43	0,02	1,42	0,01	0,46
14,54	0,02	0,20	1,45	0,02	1,42	0,01	1,36

Tabela 2.2: Nessa tabela é apresentado o período médio de 10 oscilações, o período para 1 oscilação, além de suas respectivas incertezas e o teste Z (3).

que valor de g usou?

Com os resultados da tabela 2.2, foi possível fazer um gráfico do período em função do ângulo (gráfico 2.1) e realizar um teste de compatibilidade Z entre os valores do T teórico e T1 (período para uma oscilação). Com isso, chegou-se ao resultado de que os valores são compatíveis de nível 1σ e 2σ .

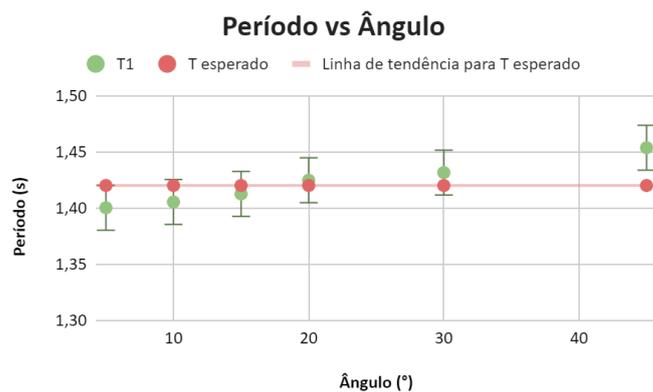


Gráfico 2.1

Utilizando MMQ e as equações (5), (6), (7), (8) e (9), encontramos os valores de **a** e **b**, e construímos um gráfico com o ajuste de T e obtivemos os resíduos dos dados experimentais com o ajuste.

Coeficientes	
a	b
$0,001 \pm 0,011$	$1,395 \pm 0,015$

Tabela 2.3

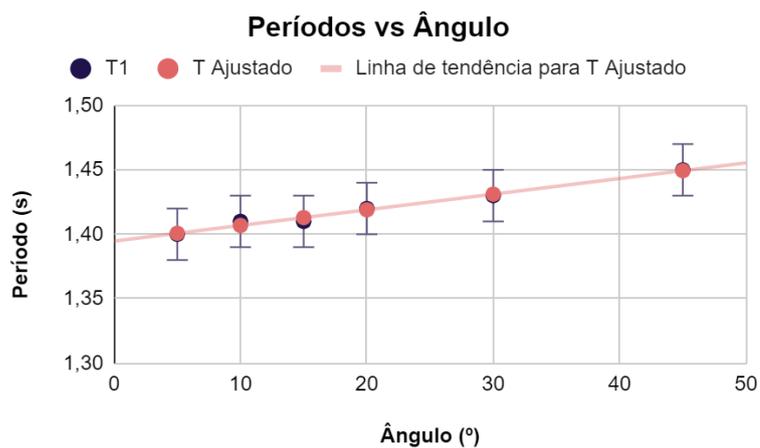


Gráfico 2.2

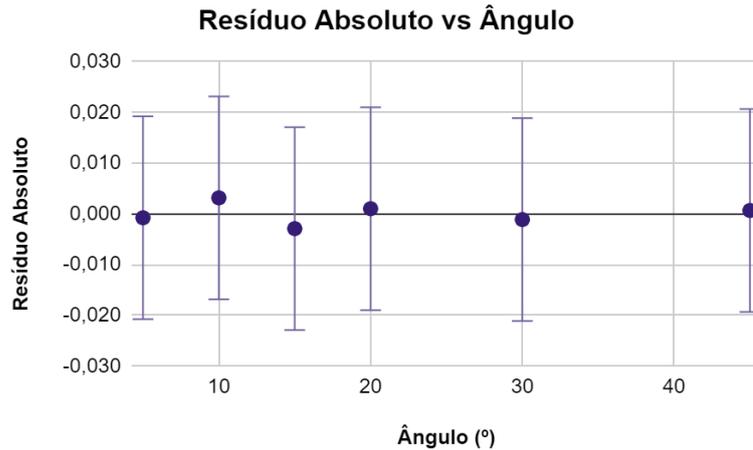


Gráfico 2.3

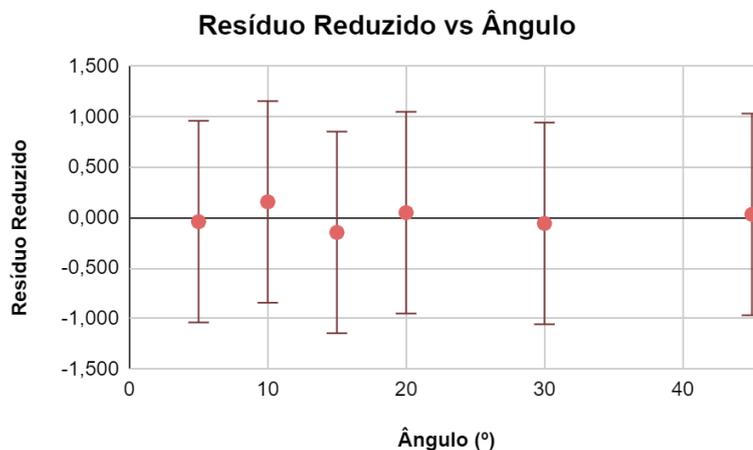


Gráfico 2.4

discussão..

O gráfico 2.2 também possui os dados e os ajustes próximos, isso proporciona resíduos muito próximos de zero (gráficos 2.3 e 2.4), porque é o resíduo que mostra o quão distantes estão os dados experimentais do ajuste e, os dados que obtemos, estão em níveis menores que 3σ , ou seja, são compatíveis.

Discussão

Com as várias medições para o período T , com ângulo e L fixos, obtivemos o valor T_1 para apenas uma oscilação e, com a fórmula (1), foi obtido o valor de $g = 10,1 \pm 0,2 \text{ m/s}^2$, com compatibilidade de 3σ da gravidade medida pelo IAG-USP. Além disso, verificamos que para todos os tamanhos de fio, a gravidade se mantém praticamente com o mesmo valor, ou seja, verificamos que o comprimento do fio não influência tanto no valor da gravidade. não vi essa análise

Por outro lado, ao analisarmos a etapa 2 do experimento, foi percebido que, quando o ângulo ultrapassa aproximadamente 20° , a fórmula do pêndulo simples começa a não ser

comparação dos coeficientes angulares com fórmula para raiz L

sua análise de resíduo não permite chegar a essa conclusão....

mais tão válida. Isso pode ser observado pela análise do gráfico 2.1, pois, quando os valores começam a ser superiores à 20° , aproximadamente, o período para uma oscilação começa a se distanciar do período esperado. Logo, conseguimos verificar o limite da fórmula (1) e provar que ela só serve para ângulos pequenos.

Conclusão

O objetivo do experimento foi alcançado com sucesso, pois conseguimos calcular o valor da gravidade como esperado e verificamos o limite da fórmula do pêndulo simples. Logo, o tamanho do fio não influencia no valor da gravidade, com isso a fórmula se mantém válida para qualquer tamanho de fio. Além disso, verificamos que a expressão (1) só é válida para ângulo pequenos, como foi observado pela análise do gráfico.

?

método? incertezas?

Referências bibliográficas

<https://slideplayer.com.br/slide/3253893/>

https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5040029/mod_resource/content/5/Relat%C3%B3rio%20cient%C3%ADfico16.pdf

https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5040039/mod_resource/content/2/Experimento%20-2019.pdf

