

# Experimento 2: Pêndulo simples

## Laboratório de Mecânica

5,0

### Identificação:

- Gustavo Kenzo
- Rafael Martins

N°USP: 11223736  
N°USP: 11223865

### Resumo:

Utilizando um barbante e um limão, pode-se criar um pêndulo simples. Com ele foi feito um experimento com a finalidade de analisar o movimento de um pêndulo simples que oscila, fazendo diversas medidas, variando-se parâmetros determinados e mantendo os demais constantes, de maneira que seja possível determinar a dependência do período para com eles, por meio de gráficos, equações e análises teóricas. Dessa forma pode-se provar veracidade da fórmula  $T = 2\pi \sqrt{l/g}$ . Os dados do experimento mostram que o período tem relação como comprimento do pêndulo e que ao variar o ângulo de lançamento inicial, de modo que este seja maior de que 30° este não resulta no mesmo período em comparação com a fórmula citada anteriormente. Se nota, também, que ao aumentar o comprimento do pêndulo, o período também cresce. Logo, é possível afirmar que para ângulos menores que 25° a fórmula do pêndulo simples é verdadeira e pode ser usada para o cálculo de seu período e que o período de um pêndulo simples está relacionado com seu comprimento.

frase muito longa

formatação

limites?

### Materiais:

Imagine um artigo...  
Não faça lista ...

- Barbante.
- Limão ou algum objeto esférico de massa distribuída da forma mais uniforme possível.
- Régua ou algum instrumento para medir o tamanho do fio
- Transferidor (ou, pode-se calcular os ângulos medindo seus arcos trigonométricos)
- Fita ou algum meio de referência para a abertura dos ângulos.
- Cronômetro
- Balança

características dos equipamentos?

## Introdução:

Objetivos?

-Para calcular o período  $T$  de um pêndulo simples temos que passar pelo seguinte processo para chegarmos na fórmula  $T=2\pi\sqrt{l/g}$ .

Adotando-se ângulos pequenos, podemos dizer que:  $\text{sen}\theta \approx \text{tg}\theta$

$$\text{sen}\theta = x/l$$

$$\text{tg}\theta = Fr/P$$

definição dos parâmetros?

$$x/l = Fr/P \Rightarrow Fr = P/l \times x \Rightarrow Fr = mg/l \times x$$

$$mg/l = K \Rightarrow Fr = K \times x$$

Período de um movimento harmônico simples (mhs) é:

$$T = 2\pi\sqrt{m/K}$$

$$T = 2\pi\sqrt{m/(mg/l)} \quad \therefore \quad T = 2\pi\sqrt{l/g} \quad (1.0)$$

tensão?

“ $g$ ” é a aceleração da gravidade, “ $l$ ” é o comprimento do pêndulo. Tendo essa fórmula deduzida é possível encontrar o período do pêndulo para diferentes comprimentos.

Note que, a fórmula é válida para situações em que o pêndulo se encontra livre de ~~forças externas significativas~~ (com exceção de seu próprio peso), de forma que não haja uma perda de energia durante sua translação que possa influenciar no resultado das medidas. Além disso, outras condições necessárias para a fórmula são : considerar o sistema como um ponto material e as oscilações serem pequenas.

??

## Descrição experimental:

incertezas?

-Usando um limão de massa estimada em 120 gramas, um barbante amarrado a uma haste, de maneira que possa ser regulado o seu comprimento, foi montado um sistema de forma a ~~imitar~~ um pêndulo simples. Uma fita adesiva foi usada para marcar a linha da haste, e a linha em que soltou-se o pêndulo em cada medida, com a finalidade de determinar o ângulo de oscilação das diferentes análises através dos arcos trigonométricos. ~~Uma régua,~~ com a menor medida em “mm” foi usada para determinar o comprimento do barbante e conseqüentemente do pêndulo. O experimento foi dividido em duas etapas. Na primeira etapa cronometrou-se o tempo de 16 oscilações em 6 diferentes situações do pêndulo, variando o seu comprimento (30 cm, 45 cm, 50 cm, 60 cm, 75 cm, 90 cm) e soltando o pêndulo todas as vezes com o mesmo ângulo de inclinação :10°. Na segunda etapa, foi cronometrado o tempo de 10 oscilações para 6 situações distintas, variando, dessa vez, o ângulo de lançamento do pêndulo (5°, 10°, 15°, 20°, 30°, 45°) e mantendo o comprimento de 50 cm em todos. Vale ressaltar que o limão não foi alterado nessas duas etapas, de forma que a massa do mesmo permanece constante.

?

cuidados?

## Resultados:

falta texto explicando tabelas

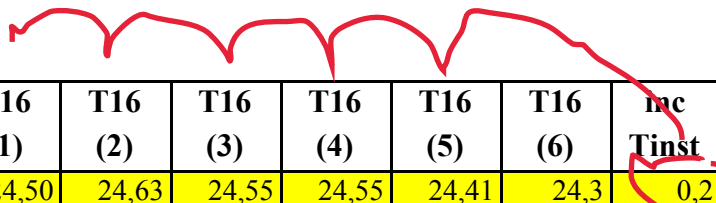
TABELA 1

L (cm)	inc L (cm)	T16 (1) (s)	T16 (2) (s)	T16 (3) (s)	T16 (4) (s)	T16 (5) (s)	T16 (6) (s)	incTinst (s)
30	1	16,78	16,78	16,55	16,72	16,85	16,99	0,2
45	1	21,11	21,50	21,05	21,15	21,20	21,00	0,2
50	1	22,49	22,59	22,56	22,46	22,56	22,62	0,2
60	1	24,36	24,43	24,23	24,41	24,52	24,64	0,2
75	1	27,4	27,53	27,51	27,55	27,49	27,47	0,2
90	1	30,10	30,38	30,30	30,30	30,05	30,10	0,2

Período do pêndulo simples com variação em seu comprimento e ângulo de lançamento igual a 10°

TABELA 1.1

como definiu incertezas?



<b>ang0</b>	<b>inc ang0</b>	<b>L</b>	<b>inc L</b>	<b>T16 (1)</b>	<b>T16 (2)</b>	<b>T16 (3)</b>	<b>T16 (4)</b>	<b>T16 (5)</b>	<b>T16 (6)</b>	<b>inc Tinst</b>
10	2	60	1	24,50	24,63	24,55	24,55	24,41	24,3	0,2

Determinação de g a partir da Tabela 1.1 :

representação  
inconsistente

## Determinação de $g$ (1)

Sendo  $T_{\text{médio}} = 24,49 \text{ s}$ , o tempo médio para 16 oscilações, temos que  $T = \frac{24,49}{16} = 1,531 \approx 1,53 \text{ s}$

incerteza estatística?

dado a ~~incerteza~~ incerteza de  $T_{\text{médio}} = 0,2$  (tempo de reação humano),  
 ~~$\sigma T = \frac{\sigma T_{\text{médio}}}{16}$~~   $\sigma T = \frac{\sigma T_{\text{médio}}}{16} \approx 0,013 \approx 0,01 \text{ s}$

Sendo  $L = 60 \text{ cm}$  e  $\sigma L = 1 \text{ cm}$ , a partir da fórmula:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \text{ isolando } g:$$

$$g_{\text{exp}} = \frac{4\pi^2 \cdot L}{T^2}, \text{ assim, substituindo os valores acima:}$$

$$g_{\text{exp}} \approx 10,11 \text{ m/s}^2$$

$$\sigma_{g_{\text{exp}}}^2 = \left(\frac{\partial g}{\partial L}\right)^2 \cdot \sigma L^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)^2 \cdot \sigma T^2$$

derivadas parciais de  $g$  em relação a  $L$  e  $T$

$$\sigma_{g_{\text{exp}}} \approx 0,85 \text{ m/s}^2$$

conta...

TESTE Z:

Calculando a gravidade experimental do IAG  $\approx 9,786 \text{ m/s}^2$  e, sabendo que a incerteza deste valor está na 7ª casa decimal, sero-considerado apenas a incerteza experimental  $\sigma_{g_{\text{exp}}} = 0,86 \text{ m/s}^2$

$$Z = \frac{|g_{\text{exp}} - g_{\text{IAG}}|}{\sqrt{\sigma_{g_{\text{exp}}}^2}} \approx 0,38 \text{ // compatível ao nível de } 1\sigma$$

discussão

Tabela 1.2

T16 med	inc T16 med	incf	T1	inc t1	g (m/s <sup>2</sup> )	inc g	z
24,49	0,05	0,2	1,531	0,013	10,11	0,86	0,38

Determinação de g a partir da média ponderada dos períodos da Tabela 1.3

TABELA 1.3

L(cm)	T16 med (s)	inc T16 med (s)	incf(s)	T1(s)	inc t1(s)	raiz L	inc raizL
30	16,78	0,06	0,2	1,05	0,01	5,48	0,09
45	21,17	0,07	0,2	1,32	0,01	6,71	0,07
50	22,55	0,02	0,2	1,41	0,01	7,07	0,07
60	24,43	0,06	0,2	1,53	0,01	7,75	0,06
75	27,49	0,02	0,2	1,72	0,01	8,66	0,06
90	30,21	0,06	0,2	1,89	0,01	9,49	0,05

Período do pêndulo variando-se o comprimento L da corda e mantendo o ângulo de lançamento fixo.

como calculou?



## Determinação de $g(2)$

A partir das relações:

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot L}{T^2}, \quad \sigma_g^2 = \left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)^2 \cdot \sigma_L^2 + \left(\frac{4\pi^2 \cdot L \cdot (-2)}{T^3}\right)^2 \cdot \sigma_T^2$$

Obtemos  $g$  a partir do médio ponderado das perícias medidas, variando  $L$ , assim, a partir da tabela 1.3

~~$g$~~  variando  $L$

$$g(L_i) = \frac{4\pi^2 \cdot L(i)}{T(i)^2}, \quad \sigma_{g(L_i)}^2 = \left(\frac{4\pi^2}{T(i)^2}\right)^2 \cdot \sigma_{L(i)}^2 + \left(\frac{4\pi^2 \cdot L(i) \cdot (-2)}{T(i)^3}\right)^2 \cdot \sigma_{T(i)}^2$$

assim:  $g(30) = 10,77 \text{ m/s}^2$ ,  $\sigma_{g(30)} = 0,46 \text{ m/s}^2$

$g(45) = 10,15 \text{ m/s}^2$ ,  $\sigma_{g(45)} = 0,30 \text{ m/s}^2$

$g(50) = 9,94 \text{ m/s}^2$ ,  $\sigma_{g(50)} = 0,27 \text{ m/s}^2$

$g(60) = 10,16 \text{ m/s}^2$ ,  $\sigma_{g(60)} = 0,24 \text{ m/s}^2$

$g(75) = 10,03 \text{ m/s}^2$ ,  $\sigma_{g(75)} = 0,20 \text{ m/s}^2$

$g(90) = 9,97 \text{ m/s}^2$ ,  $\sigma_{g(90)} = 0,18 \text{ m/s}^2$

sendo  $p_i = \frac{1}{\sigma_{g(L_i)}^2}$  e  $g_{\text{final}} = \frac{\sum_{i=1}^m p_i X_i}{\sum_{i=1}^m p_i}$  e  $\sigma_{g_{\text{final}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^m p_i}$

obtemos:  $g_{\text{final}} = 10,07 \text{ m/s}^2$ ,  $\sigma_{g_{\text{final}}} = 0,098 \text{ m/s}^2$

### TESTE Z

Adotamos a gravidade do IAG experimental  $\cong 9,786 \text{ m/s}^2$  e, como  $\sigma_{\text{IAG}} \ll \sigma_{g_{\text{final}}}$ , será considerado apenas este para o cálculo

$$Z = \frac{|g_{\text{final}} - g_{\text{IAG}}|}{\sqrt{\sigma_{g_{\text{final}}}^2}} \cong 2,88 \quad \text{computado em } 3 \sigma$$

discussão

Obteremos então, a seguinte tabela:

L(cm)	g(i)(m/s <sup>2</sup> )	incg(m/s:2)	gfinal(m/s <sup>2</sup> )	incgfinal(m/s <sup>2</sup> )	Z
30	10,77	0,45	10,1	0,1	2,88
45	10,15	0,30			
50	9,94	0,27			
60	10,16	0,24			
75	10,03	0,20			
90	9,97	0,18			

TABELA3

ang (graus)	inc ang0(graus)	T10 (1) (s)	T10 (2) (s)	T10 (3) (s)	T10 (4) (s)	T10 (5) (s)	T10 (6) (s)	incTinst (s)
5	1	14,16	14,18	14,10	14,05	14,06	14,09	0,2
10	1	14,21	14,23	14,20	14,14	14,22	14,09	0,2
15	1	14,05	14,06	14,11	14,15	14,08	14,09	0,2
20	2	14,14	14,13	14,21	14,15	14,14	14,21	0,2
30	2	14,45	14,56	14,45	14,47	14,47	14,45	0,2
45	2	14,43	14,41	14,47	14,45	14,43	14,47	0,2

Período do pêndulo simples com variação em seu ângulo de lançamento e comprimento igual a 50 cm

Fazendo o cálculo do Período de uma oscilação teórica e, tirando a média dos valores da tabela 3 e achando o período de uma oscilação médio para cada grau, obtivemos a tabela 3.1, abaixo:



Tabela 3.1

como calculou?

ang $\theta$	T10 med	inc T10 med	incf	T1	inc t1	Tteórico	inc Tteo	z
5	14,11	0,02	0,20	1,411	0,020	1,420	0,014	0,38884 6525
10	14,18	0,02	0,20	1,418	0,020	1,420	0,014	0,08424 194784
15	14,09	0,01	0,20	1,409	0,020	1,420	0,014	0,45745 3532
20	14,16	0,01	0,20	1,416	0,020	1,420	0,014	0,15903 60122
30	14,48	0,02	0,20	1,448	0,020	1,420	0,014	1,10842 7943
45	14,44	0,01	0,20	1,444	0,020	1,420	0,014	0,98134 16885

Valores encontrados para o tempo médio de 10 oscilações, o tempo de uma oscilação para cada ângulo e suas respectivas incertezas, seguido do teste z

incerteza com 1 significativo

Construção dos gráficos e determinação experimental dos mesmos:

# Gráfico de $T \times \sqrt{l}$

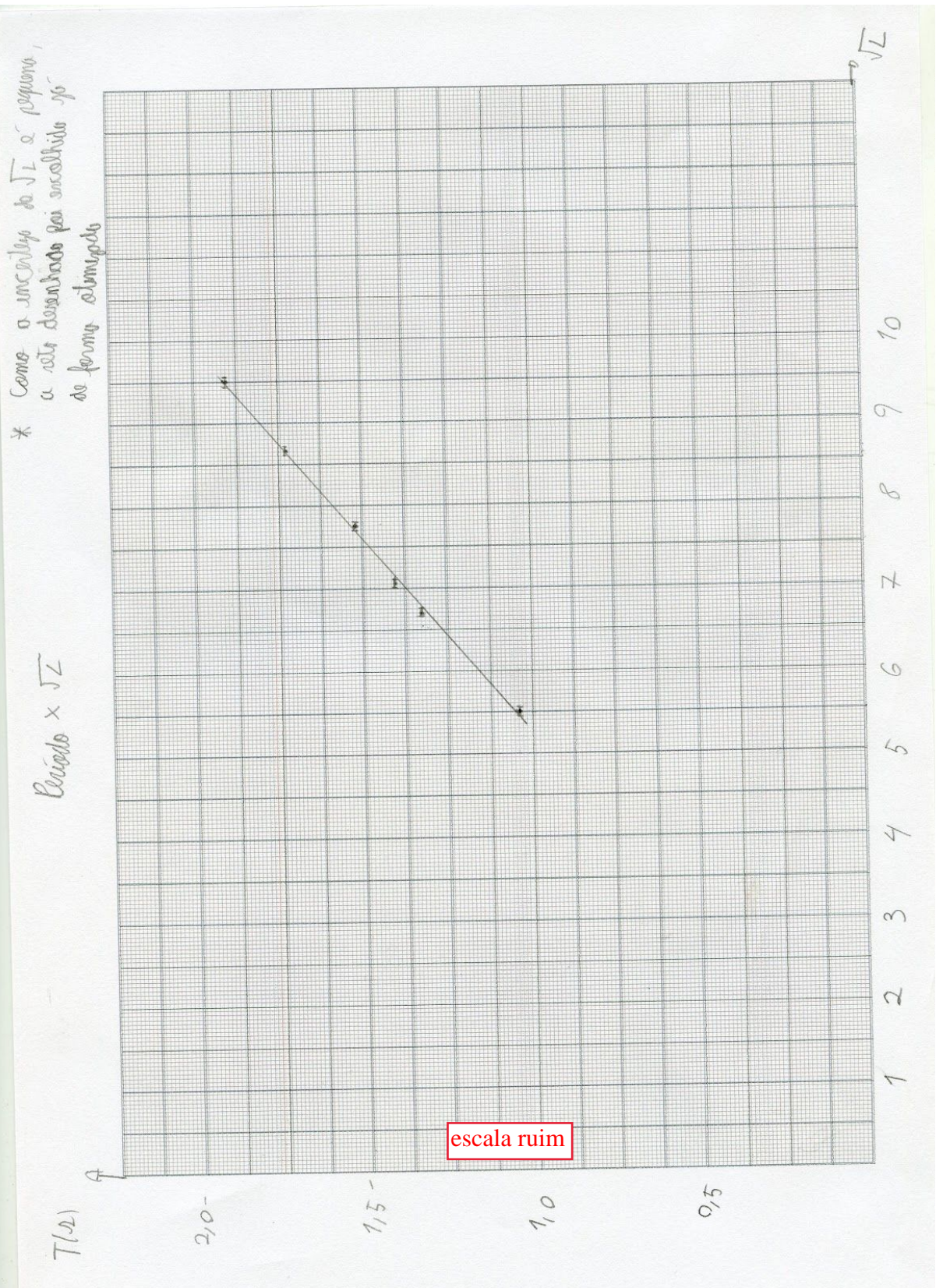
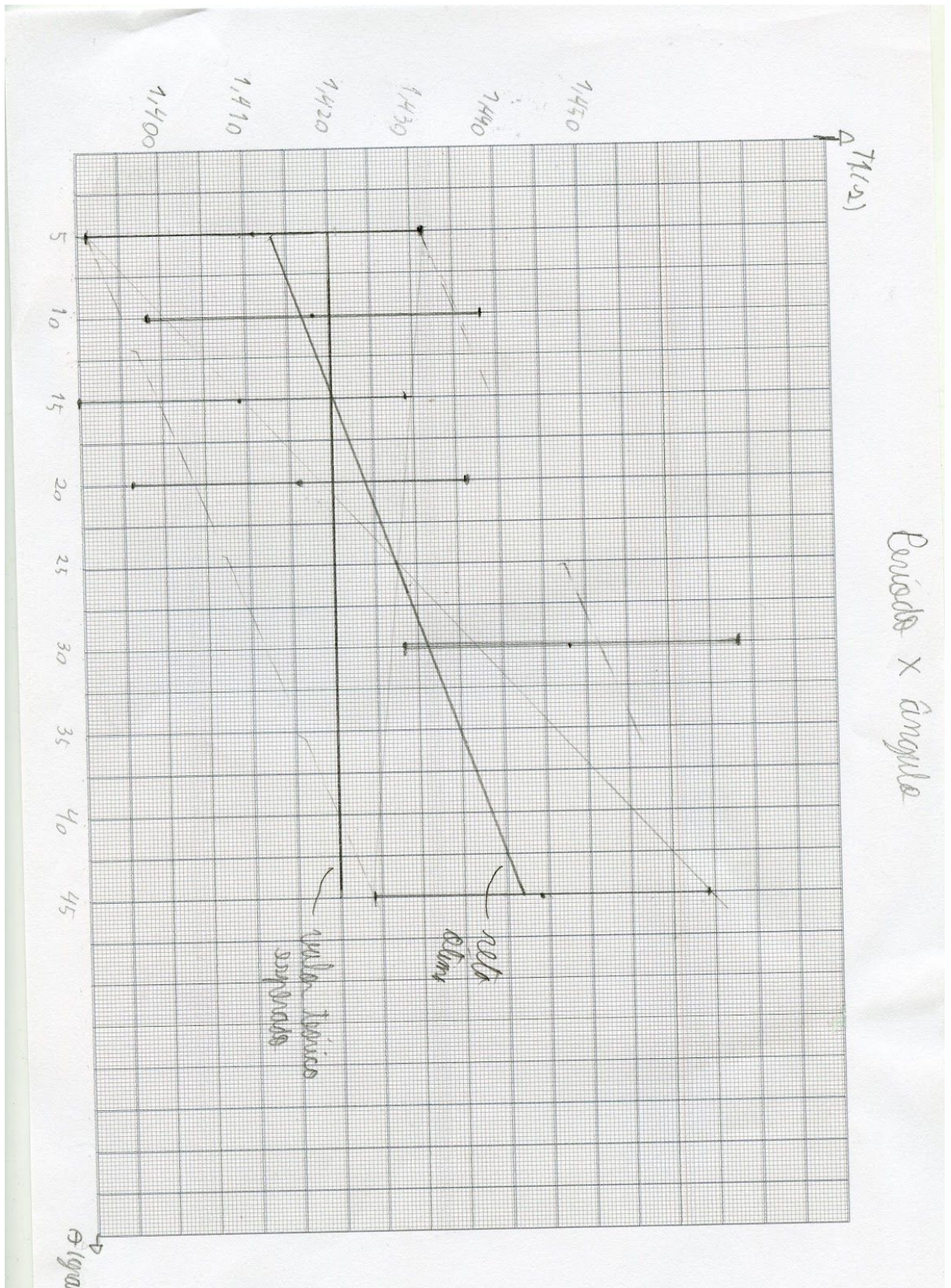




Gráfico de T x  $\Theta$



A imagem cortou uma parte da legenda, que diz o seguinte :  $\Theta$  (graus)



Análise Gráfica e determinação experimental de T em função de  $\theta$  e  $\sqrt{L}$

I Dependendo  $T_{(L)} = a + b\sqrt{L}$ , acharemos b através de dois pontos:  $T_{(30)} = a + 0,55b$  } { fazendo:  $T_{(75)} - T_{(30)} \rightarrow$   
 $T_{(75cm)} = a + 0,87b$

$$\rightarrow T_{(75)} - T_{(30)} = (0,87 - 0,55)b \rightarrow b = \frac{(1,72 - 1,05)}{0,87 - 0,55} \approx 2,09$$

Substituindo D/T(75), temos:  $1,72 = a + 0,87 \cdot 2,09 \rightarrow a \approx -0,098$   
 Então:  $T_{(L)} = -0,098 + 2,09\sqrt{L}$

incertezas?  
MMQ?

II Dependendo  $T = \alpha + \beta\theta$ , acharemos  $\beta$  através de dois pontos:

$$\begin{matrix} T(45) = \alpha + \beta \cdot 45 \\ T(15) = \alpha + \beta \cdot 15 \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \text{subtraindo} \\ \text{subtraindo} \end{matrix} \right. \text{temos:}$$

$$T(45) - T(15) = (45 - 15)\beta \quad * \text{ Usando os valores da reta acima,}$$

$$\text{temos: } \overset{1,4475}{\cancel{1,4475}} - 1,4200 = 30\beta \rightarrow \beta \approx 0,000725$$

Substituindo em T(45), temos:

$$\overset{1,4475}{\cancel{1,4475}} = 1,4475 \overset{0,0028}{\cancel{0,0028}} = \alpha + 45 \cdot 7,25 \cdot 10^{-4}$$

$$\alpha \approx 1,409$$

Então:  $T(\theta) = 1,409 + 7,25 \cdot 10^{-4} \theta$

## Discussão:

-Os valores para g achados experimentalmente, tanto analisando apenas o período do pêndulo para  $L=60\text{cm}$  quanto fazendo-se a média ponderada dos valores de g para os mais diversos ângulos se mostrou compatível com o valor conhecido pelo laboratório(ressalta-se que foi usado o valor de  $g= 9,786\text{m/s}^2$ , definido pelo IAG). Pode-se ressaltar que, apesar de o valor da aceleração da gravidade obtido através das médias ponderadas apresentar um teste Z maior com o seu valor medido pelo IAG, isso se dá pelo fato da incerteza encontrada para este caso também ser mais precisa e , portanto, é numericamente menor: note que a incerteza final de  $g_{\text{final}}$  é da ordem de 9 vezes menor que a primeira incerteza de g experimentalmente calculada. Também pode-se analisar que, nas contas, a incerteza da medida pelo instituto, é praticamente nula para os cálculos feitos, sendo da ordem de  $10^{-6}$  vezes menor que o valor calculado para o experimento em questão.

-Quanto à análise da fórmula :  $T=2\pi\sqrt{l/g}$ , experimentalmente não foi possível determinar essa relação entre T e  $\sqrt{l}$ , pois , analisando a fórmula no formato  $T= a+b\sqrt{l}$  , nota-se que a teria de ser 0 e b , que é calculado por  $2\pi/g$  , seria algo próximo a 2,008, o que diverge dos valores encontrados pelo grupo, em que a adquire um valor e b, adquire um valor não compatível com aquele encontrado teoricamente, mesmo considerada suas incertezas.

- A fórmula discutida no experimento em questão se mostra muito eficiente para as medidas até  $20^\circ$ , notando-se que mesmo no gráfico com a linha de tendência esperada, os dados o circundam com uma diferença muito menor a 1 sigma; entretanto, nota-se uma clara discrepância dos períodos medidos a partir de  $25^\circ$ ,  $30^\circ$ , que, apesar de estarem dentro do teste Z em relação ao valor teórico esperado, ao fazermos o cálculo a partir dos métodos de MMQ e diminuindo a incerteza inicial(que se resume pelo tempo de reação humana, sendo um valor relativamente grande , se comparado à medida) nota-se que ,

0,098 é ruim?

2,09 é ruim?

como prova esses pontos?



para esses ângulos maiores, a fórmula não é adequada, resultando em valores muito maiores em relação ao valor teórico obtido da fórmula.

### **Conclusão:**

- O experimento se mostrou eficiente de um modo geral para a determinação das grandezas medidas e construção dos gráficos e tabelas, sendo possível destacar que os cálculos para o valor da gravidade foram extremamente precisos, sendo todos compatíveis para com o valor experimental do IAG, entretanto, podemos comentar que houve um erro na determinação da relação do período para com  $\sqrt{l}$ , esse erro pode ser explicado por uma possível má construção do gráfico ou coleta dos dados, onde se nota que o valor da incerteza é proporcionalmente grande quando comparado à grandeza medida. Apesar desse erro, não houve uma discrepância absurda, podendo ser afirmado que, se os dados fossem tirados com maior precisão, haveria um sucesso total no experimento. O maior problema na determinação da fórmula proposta se deu pela dificuldade em determinar as incertezas dos coeficientes, que não foi calculada e encontrada corretamente pelos alunos, de forma que o resultado foi preciso, porém não dentro do compatível.

- O erro comentado também não afetou o experimento todo, visto que muitos tópicos eram “independentes” entre si, assim, pode-se cumprir o objetivo principal do experimento, que é analisar a fórmula 1.0, mencionada na Introdução e comentada na discussão. Foi possível visualizar e determinar que, para ângulos que passam de 25°, a fórmula se mostra ineficiente e errônea, mesmo respeitando as condições de pequenas oscilações e ausência de forças externas (exceto a gravidade). Entretanto, se mostrou muito precisa para ângulos menores que 20°, de forma que os valores medidos foram compatíveis a níveis baixíssimos, menores que a incerteza calculada, mesmo após aplicado o método do MMQ.

não vi resultados MMQ

### **Referências:**

-INMETRO, SBM. *Guia para expressão da incerteza de medição*. ABNT, Rio de Janeiro. (1998). 120p.

-Richard P. Feynman., Robert B. Leighton, e Matthew Sands. *Lectures on Physics*, Vol. 1. 1971

-[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4708488/mod\\_resource/content/2/Manfredo.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4708488/mod_resource/content/2/Manfredo.pdf)

-Otaviano A. M. Helene & Vito R. Vanin, *Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental*, Ed. Edgard Blücher