

Laboratório de Mecânica
4300254
5^a Aula

Nemitala Added

nemitala@if.usp.br

Prédio novo do Linac, sala 204, r. 6824

Analizando dados experimentais

Entendimento de fenômenos físicos

Proposta de um modelo teórico

Previsão de uma fórmula

Avaliar parâmetros dessa dependência

Extrapolação de fórmula empírica

Medidas de valores experimentais - pares $y_i - x_i$

Avaliar dependência entre uma função e sua variável independente $y = f(x)$

Avaliar parâmetros dessa dependência

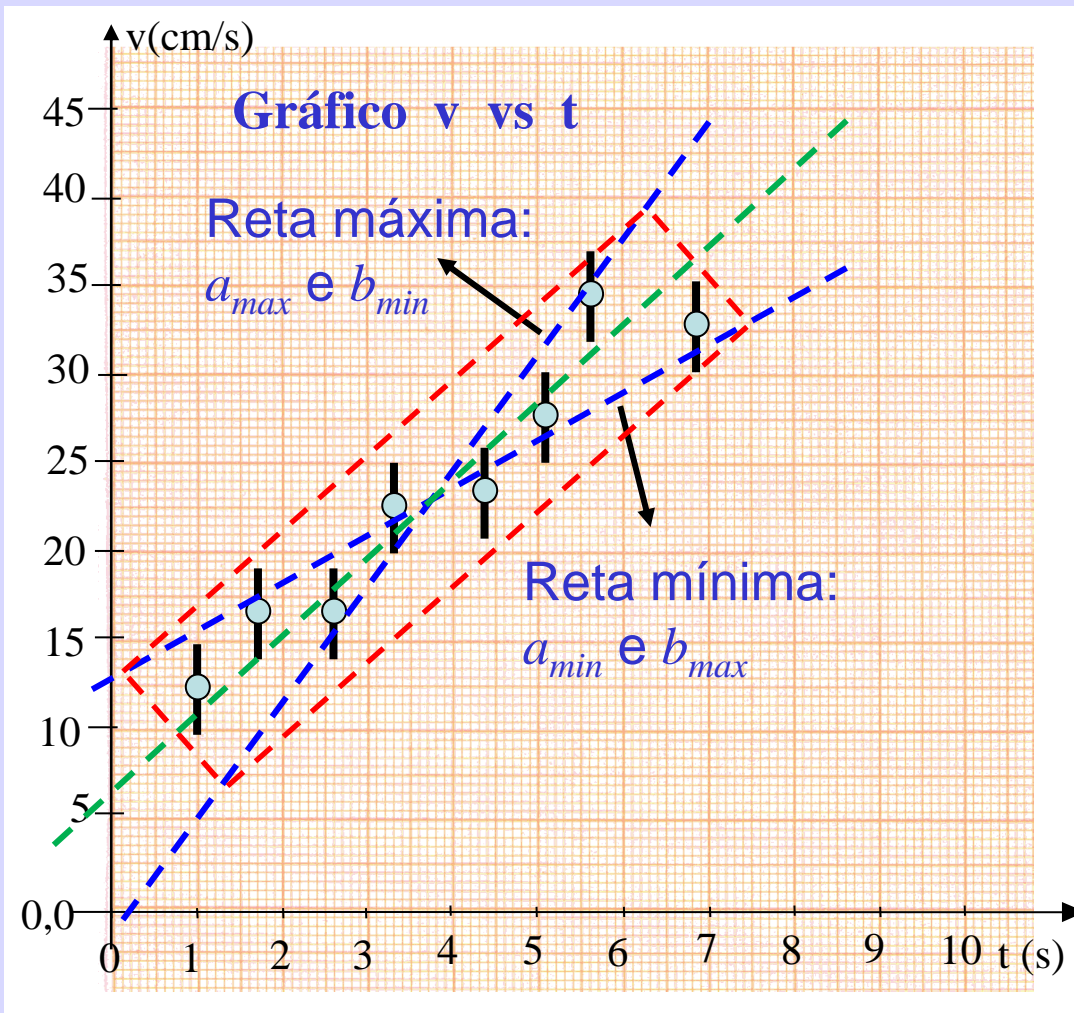
Usando parametrização (modelo)

Encontrar melhor ajuste

Matematicamente (método computacional)

Graficamente

Análise gráfica



$$a = \frac{(a_{max} + a_{min})}{2}$$

$$b = \frac{(b_{max} + b_{min})}{2}$$

$$\Delta a = \frac{(a_{max} - a_{min})}{2}$$

$$\Delta b = \frac{(b_{max} - b_{min})}{2}$$

Análise por MMQ

Método dos Mínimos Quadrados

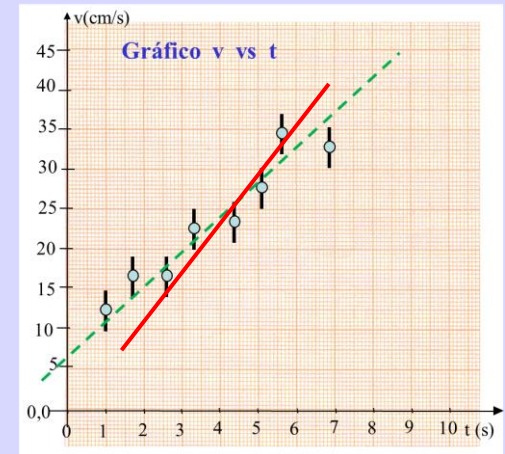
Encontrar melhor seleção de parâmetros

Minimizar distância dos pontos a curva

$$\sum (Y_i - f(X_i)) = 0$$



δ_i Pos ou neg



Sem preferência (influência) valores positivos ou negativos

Usar δ_i^2

$$\sum (Y_i - f(X_i))^2$$

Mínimo

Análise por MMQ

Procurando mínimo

Definição da função Q

$$Q = \sum (Y_i - f(X_i))^2$$

Mínimo corresponde a derivada = zero

Parâmetro da função (a)

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = 0$$

Influência das incertezas das medidas

Parcelas da soma normalizadas por incertezas

$$Q = \sum \left(\frac{\delta_i}{s_i} \right)^2 = \sum \left[\frac{Y_i - f(X_i)}{s_i} \right]^2$$

Incertezas

Método usa somente um valor de incerteza s_i

Como lidar com dados com incertezas $Y_i \pm \sigma_{Yi}$ e $X_i \pm \sigma_{Xi}$?

Transferir incerteza de X para Y

Influência de σ_{Xi} em Y

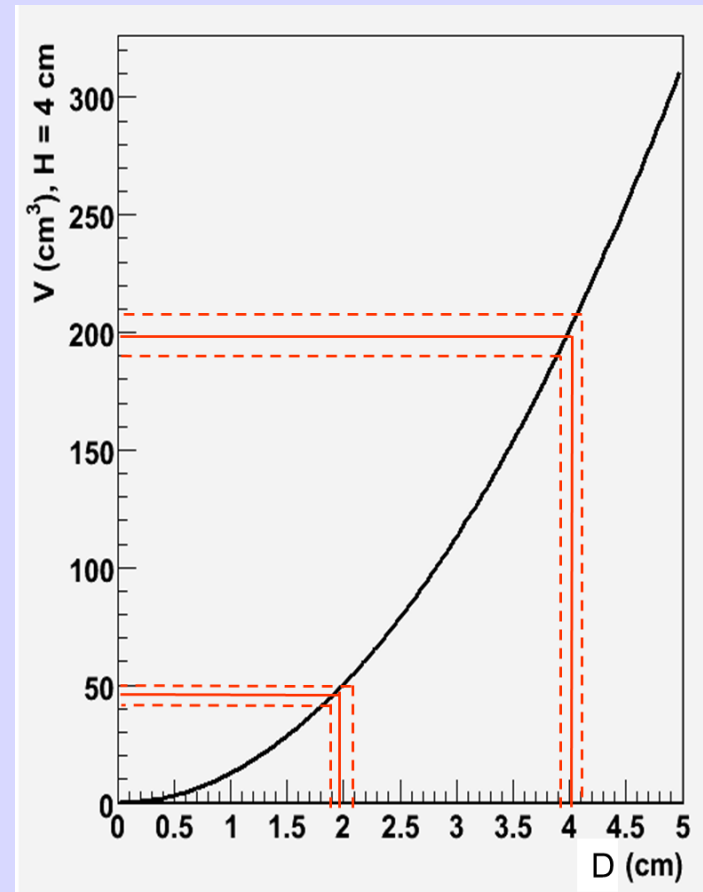
Se fosse calcular contribuição em σ_{Yi}

$$\sigma'_{Yi} = \frac{\partial Y}{\partial X} \sigma_{Xi}$$

Supor contribuição σ_{Xi} independente de σ_{Yi}

$$s_i = \sqrt{\sigma_{Yi}^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial X} \sigma_{Xi} \right)^2}$$

↓
Melhor avaliação



Ajuste de uma constante

Valor médio

Densidade, período...

$$f(X) = a$$

$$Q = \sum \left[\frac{Y_i - a}{s_i} \right]^2$$

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = \sum 2 \left[\frac{Y_i - a}{s_i} \right]^1 \left(\frac{-1}{s_i} \right) = 0$$

$$\sum \frac{Y_i}{s_i^2} = a \sum \left(\frac{1}{s_i^2} \right)$$

$$a = \frac{\sum \frac{Y_i}{s_i^2}}{\sum \frac{1}{s_i^2}}$$

Média ponderada

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{\sum \frac{1}{s_i^2}}}$$

incerteza

Ajuste de uma reta

Dependência linear

$$f(X) = aX + b$$

$$Q = \sum \left[\frac{Y_i - (aX_i + b)}{s_i} \right]^2$$

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = 0 \quad \frac{\partial Q}{\partial b} = 0$$

Deriva em relação aos parâmetros

Primeiro parâmetro

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = \sum 2 \left[\frac{Y_i - (aX_i + b)}{s_i} \right] \left(\frac{-X_i}{s_i} \right) = 0$$

$$\sum \frac{Y_i X_i}{s_i^2} = a \sum \frac{X_i^2}{s_i^2} + b \sum \frac{X_i}{s_i^2}$$

Definindo

$$S_{qqcoisa} = \sum \frac{qqcoisa_i}{s_i^2}$$

$$S_{YX} = a \cdot S_{X^2} + b \cdot S_X$$

Ajuste de uma reta

Segundo parâmetro

$$\frac{\partial Q}{\partial b} = \sum 2 \left[\frac{Y_i - (aX_i + b)}{s_i} \right] \left(\frac{-1}{s_i} \right) = 0$$

$$\sum \frac{Y_i}{s_i^2} = a \sum \frac{X_i}{s_i^2} + b \sum \frac{1}{s_i^2}$$

$$S_Y = a \cdot S_X + b \cdot S_1$$

Usando

$$S_{qqcoisa} = \sum \frac{qqcoisa_i}{s_i^2}$$

$S_{qqcoisa}$ - valores numéricos

a e b são incógnitas

Sistema de duas equações com duas variáveis

Regra de Cramer (determinantes)

Ajuste de uma reta

$$\begin{cases} S_{YX} = a.S_{X^2} + b.S_X \\ S_Y = a.S_X + b.S_1 \end{cases} \quad \Delta = S_{X^2}S_1 - (S_X)^2$$

$$a = \frac{S_{YX}S_1 - S_Y S_X}{\Delta}$$

$$b = \frac{S_Y S_{X^2} - S_{YX} S_X}{\Delta}$$

incertezas

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{S_1}{\Delta}}$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{S_{X^2}}{\Delta}}$$

Checando ajuste

Resíduos

Verificar distância de cada ponto

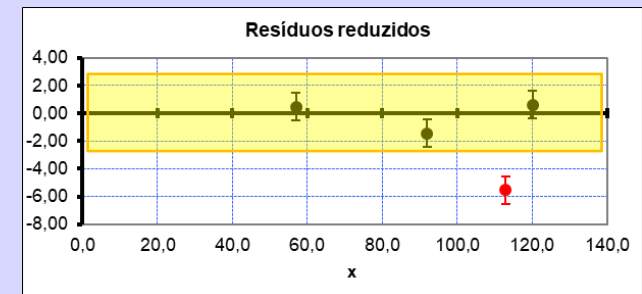
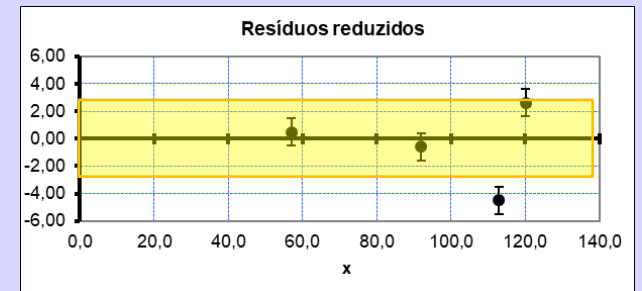
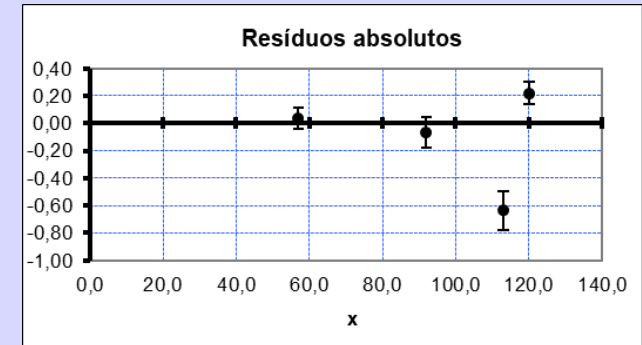
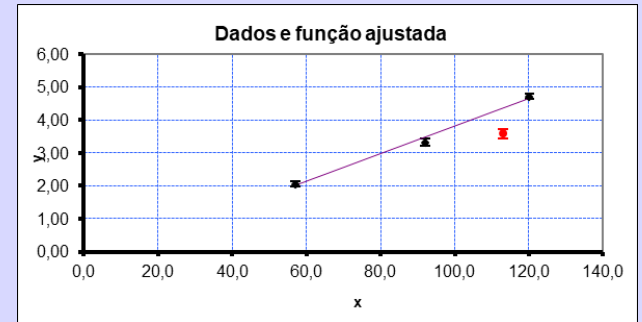
Absoluto

$$Res_{abs} = (Y_i - Y_{ajuste}(X_i))$$

Reduzido

Normalizar com incerteza

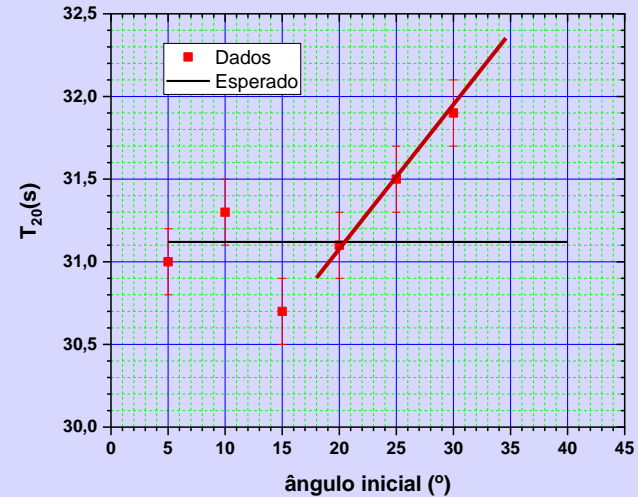
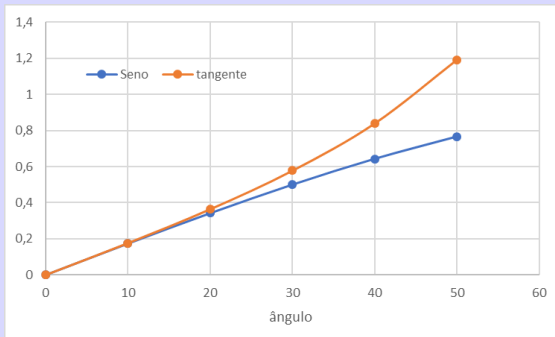
$$Res_{red} = \left(\frac{Y_i - Y_{ajuste}(X_i)}{S_i} \right)$$



Checando dependência

Ângulo inicial

Aproximação de θ pequeno



Massa

Influência da força de atrito

Proporcional a velocidade

L's diferentes para variar velocidade

