

80

7.8h

1

2

Síntese 1

Conteúdo

1	Descrição experimental	3
2	Dados experimentais	3
3	Resultados e gráficos	7
4	Discussão	11

Eventos Aleatórios

Gabriel Xavier Luz nºUSP 11223931
Giovani Melendes Salvador nºUSP 11223952
Universidade de São Paulo



1 Descrição experimental

Utilizamos na realização do experimento 2 conjuntos de dados que contêm 8 dados de 6 lados cada. Esses conjuntos eram divididos entre:

- 8 dados com 4 lados em brancos e 2 com um ponto, sendo eles colocados *em* *duas* faces opostas.
- 8 dados com 4 lados em brancos e 2 com um ponto, sendo eles colocados em faces adjacentes entre si.

A coleta de dados foi realizada jogando cada conjunto de dados uma certa quantidade de vezes, observamos a quantidade de dados que tiveram o lado com o ponto para cima, sendo esse chamados de sucessos. *6571*

2 Dados experimentais

A partir do procedimento descrito no tópico anterior obtivemos os seguintes resultados de sucesso da tabela 1 até a 8:

Tabela 1: Número de sucessos com 10 lançamentos do conjunto de dados com faces opostas.

N= 10
5
2
1
5
6
2
4
1
5
2

Tabela 2: Número de sucessos com 50 lançamentos do conjunto de dados com faces opostas.

N=50
3
3
3
2
2
1
3
3
2
3
2
1
3
4
2
3
3
1
1
2
4
4
2
1
1
2
3
4
3
2
3
1
3
2
1
1
4
2
2

Tabela 3: Número de sucessos com 10 lançamentos do conjunto de dados com faces adjacentes.

N= 10
4
3
2
1
4
2
3
2
2
1

Tabela 4: Número de sucessos com 50 lançamentos do conjunto de dados com faces adjacentes.

N=50			
2	4	6	4
2	2	1	3
2	5	3	5
1	3	1	5
2	1	0	3
6	1	3	3
3	1	4	3
1	3	1	2
4	5	4	3
3	3	3	4

Tabela 5: Número de sucessos com 10 lançamentos tiradas pela segunda vez do conjunto de dados com faces opostas.

N= 10	
2	
4	
0	
5	
1	
2	
5	
5	
5	
2	

Tabela 6: Número de sucessos com 50 lançamentos tiradas pela segunda vez do conjunto de dados com faces opostas.

N=50			
2	2	1	2
4	2	4	3
3	3	1	4
2	2	3	1
2	3	1	4
2	3	1	3
2	3	1	3
2	3	1	0
4	2	2	3
3	2	6	5
3	4	2	4

Tabela 7: Número de sucessos com 200 lançamentos do conjunto de dados com faces opostas.

N=200																			
4	2	1	2	5	4	3	3	4	3	6	3	4	4	2	4	3	4	1	
4	1	4	2	4	4	3	4	3	2	2	5	1	1	3	2	2	3	2	
1	1	1	2	2	5	3	2	0	4	2	1	1	2	1	4	4	1	2	
5	3	3	1	2	2	0	4	4	2	5	2	3	4	1	4	2	3	1	
3	4	3	2	5	3	1	0	2	4	3	3	4	4	3	4	3	4	3	
2	4	3	3	3	2	1	0	3	3	1	3	4	3	3	2	3	3	1	
3	0	5	4	0	3	5	1	5	4	4	4	4	4	2	2	3	1	2	
4	2	3	4	2	3	3	0	1	1	1	2	3	2	1	5	0	4	4	
3	0	3	3	2	1	0	3	3	3	4	3	1	3	1	0	0	1	1	
3	5	3	1	3	2	4	2	3	6	1	3	3	4	3	1	2	3	3	

Tabela 8: Número de sucessos com 200 lançamentos do conjunto de dados com faces adjacentes.

N=200																			
2	2	3	4	3	4	5	2	2	3	3	3	4	2	4	1	5	3	3	3
2	3	3	1	2	3	4	3	7	2	2	4	2	4	2	3	2	3	1	3
1	2	4	3	2	5	2	2	5	3	5	6	4	1	2	2	1	2	4	1
3	2	3	3	4	2	3	4	3	1	4	3	2	3	3	2	2	5	2	3
2	3	2	1	2	1	2	2	3	4	2	4	2	1	4	3	1	5	4	1
3	2	2	5	4	5	2	3	3	2	2	3	3	4	3	5	4	1	3	2
4	1	4	3	4	3	6	1	3	0	1	5	3	3	3	4	4	2	3	5
4	2	5	4	0	4	3	4	2	3	2	1	4	2	4	4	6	2	3	2
1	3	5	3	2	2	2	4	0	2	3	1	3	0	2	3	2	4	4	1
3	3	1	3	2	2	2	3	0	2	0	3	2	1	4	2	3	3	2	2

3 Resultados e gráficos

Para analisar utilizamos a equação (1) abaixo para obter a probabilidade teórica esperada de cada jogada, já considerando que em cada uma são lançados 8 dados por vez. Ao final obtivemos a tabela 9 com os resultados teóricos esperados.

$$P_n(i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \tag{1}$$

Tabela 9: Probabilidade esperada para qualquer número de dados com sucesso.

i	Pn esperada
0	0.039
1	0.156
2	0.273
3	0.273
4	0.170
5	0.068
6	0.017
7	0.002
8	0.0002

Calculamos usando a fórmula (2) abaixo para estimar a frequência de sucessos para determinado número, além disso para verificarmos se a proporção está correta, somamos ao final os resultados que devem dar 1 simbolizando o 100 por cento.

$$F_n(i) = \frac{N_i}{N} \tag{2}$$

Após isso achamos a média usual dos número de dados com sucesso encontrados experimentalmente e a partir da equação (3) que seria o desvio padrão conseguimos achar a incerteza (desvio padrão da média (σ_m)) dos nossos dados.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^n (i-\bar{i})^2 N_i \tag{3}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \tag{4}$$

Para finalizar a comparação entre teoria e prática calculamos a probabilidade experimental da seguinte maneira:

$$P_{exp} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N i F_n(i) \tag{5}$$

A seguir deixaremos expostos nossos resultados experimentais utilizando as tabelas dos dados experimentais:

Tabela 10: Quantidade do número de sucessos, frequência, média, desvio padrão, desvio padrão da média e probabilidade experimental de 10 e 50 jogadas com o conjunto de dados de faces opostas.

N= 10				N=50			
i	Ni	Fi	Pn exp	i	Ni	Fi	Pn exp
0	1	0.1	0.39	0	3	0.06	0.31
1	1	0.1		1	8	0.16	
2	3	0.3		2	14	0.28	
3	0	0		3	13	0.26	
4	1	0.1		4	10	0.2	
5	4	0.4		5	1	0.02	
6	0	0		6	1	0.02	
7	0	0		7	0	0	
8	0	0		8	0	0	

N= 10		N=50	
Média	3.10	Média	2.57
Desvio padrão	1.91	Desvio padrão	1.31
D.P da média	0.60	D.P da média	0.29

Tabela 11: Quantidade do número de sucessos, frequência, média, desvio padrão, desvio padrão da média e probabilidade experimental de 10 e 50 jogadas com o conjunto de dados de faces adjacentes.

N= 10				N=50			
i	Ni	Fi	Pn exp	i	Ni	Fi	Pn exp
0	0	0	0.30	0	2	0.04	0.34
1	2	0.2		1	9	0.18	
2	4	0.4		2	10	0.20	
3	2	0.2		3	16	0.32	
4	2	0.2		4	7	0.14	
5	0	0		5	4	0.08	
6	0	0		6	2	0.04	
7	0	0		7	0	0	
8	0	0		8	0	0	

N= 10		N=50	
Média	2.40	Média	2.74
Desvio padrão	1.07	Desvio padrão	1.44
D.P da média	0.34	D.P da média	0.20

Tabela 12: Quantidade do número de sucessos, frequência, média, desvio padrão, desvio padrão da média e probabilidade experimental de 10 e 50 jogadas obtidas na segunda jogada com o conjunto de dados de faces opostas.

N= 10				N=50			
i	Ni	Fi	Pn exp	i	Ni	Fi	Pn exp
0	0	0	0.41	0	0	0	0.30
1	2	0.2		1	11	0.22	
2	3	0.3		2	13	0.26	
3	0	0		3	19	0.38	
4	1	0.1		4	7	0.14	
5	3	0.3		5	0	0	
6	1	0.1		6	0	0	
7	0	0		7	0	0	
8	0	0		8	0	0	

N= 10		N=50	
Média	3.3	Média	2.44
Desvio padrão	1.9	Desvio padrão	0.99
D.P da média	0.6	D.P da média	0.14

Tabela 13: Quantidade do número de sucessos, frequência, média, desvio padrão, desvio padrão da média e probabilidade experimental de 200 e 400 jogadas com ambos os conjuntos de dados.

N=200 oposto			N=200 adjacentes			N=400		
i	Ni	Pn exp	i	Ni	Pn exp	i	Ni	Pn exp
0	12	0.06	0	6	0.03	0	18	0.05
1	34	0.17	1	23	0.12	1	57	0.14
2	38	0.19	2	59	0.30	2	97	0.24
3	58	0.29	3	58	0.29	3	116	0.29
4	44	0.22	4	36	0.18	4	80	0.20
5	12	0.06	5	14	0.07	5	26	0.07
6	2	0.01	6	3	0.02	6	5	0.01
7	0	0	7	1	0.01	7	1	0.00
8	0	0	8	0	0.00	8	0	0.00

N=200 oposto		N=200 adjacentes		N= 400	
Média	2.66	Média	2.77	Média	2.71
Desvio padrão	1.36	Desvio padrão	1.29	Desvio padrão	1.32
D.P da média	0.10	D.P da média	0.09	D.P da média	0.07

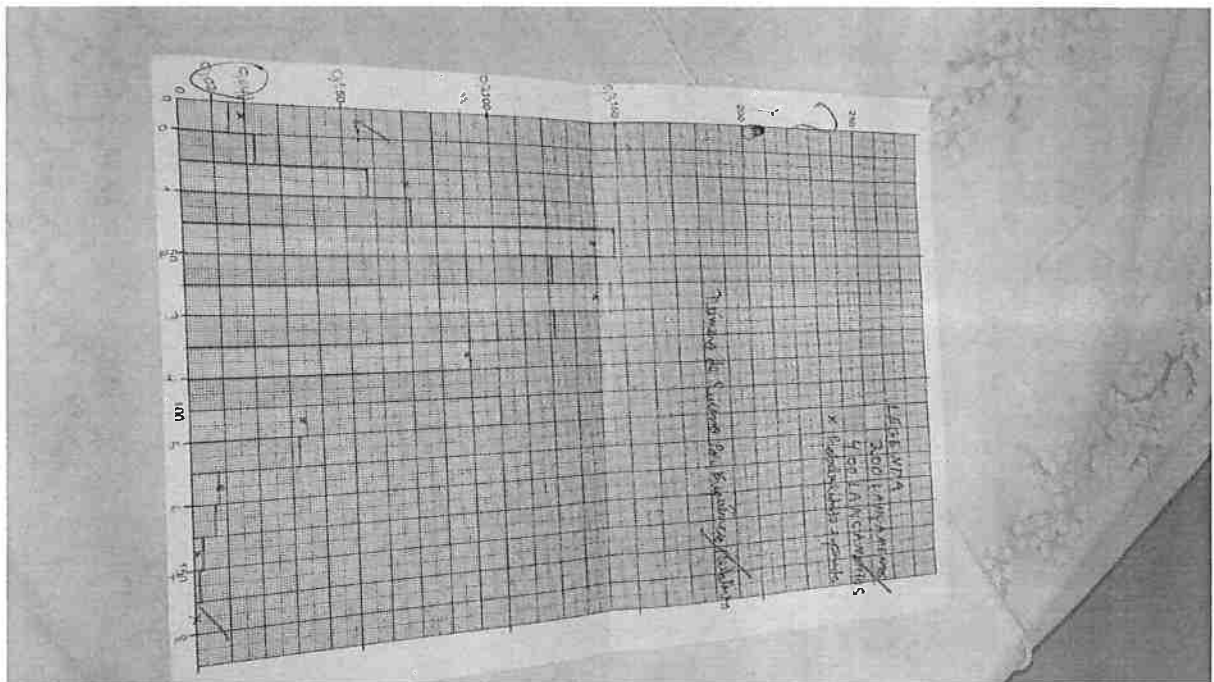
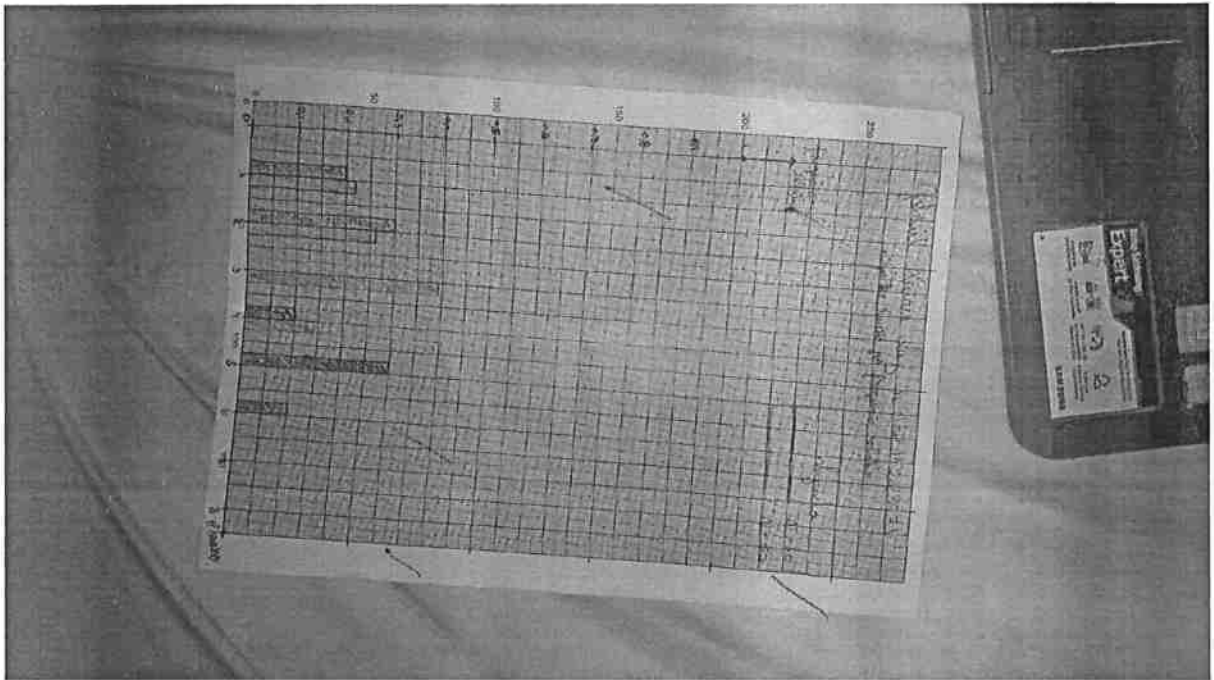
4 Discussão

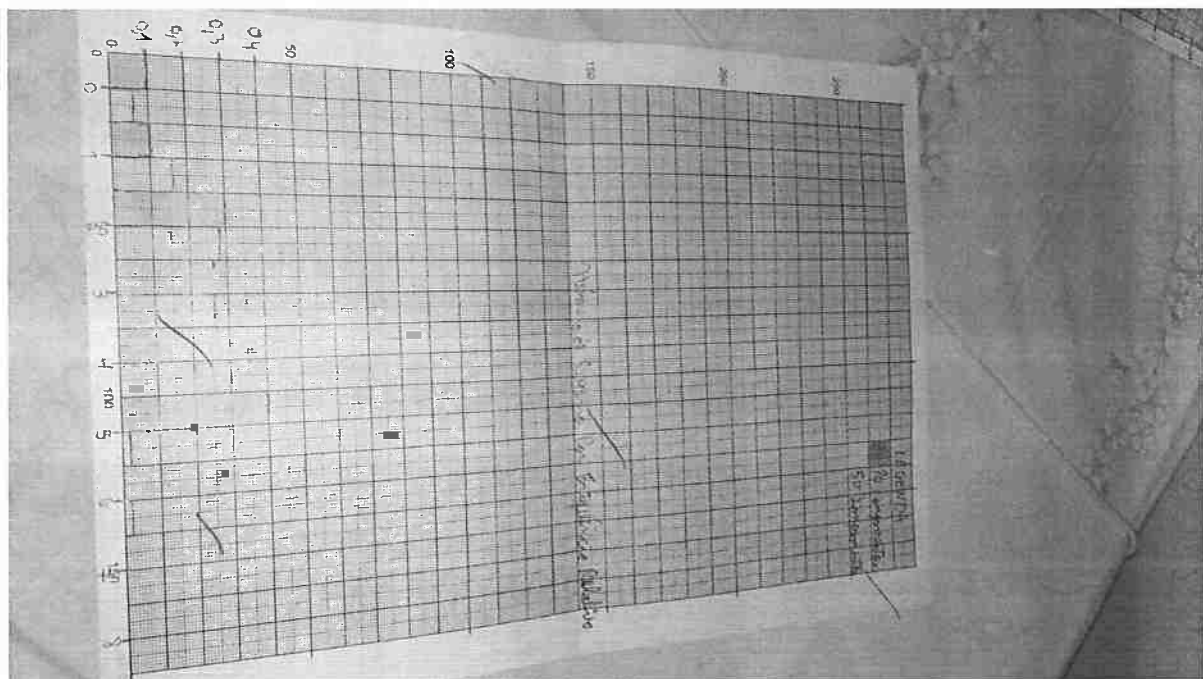
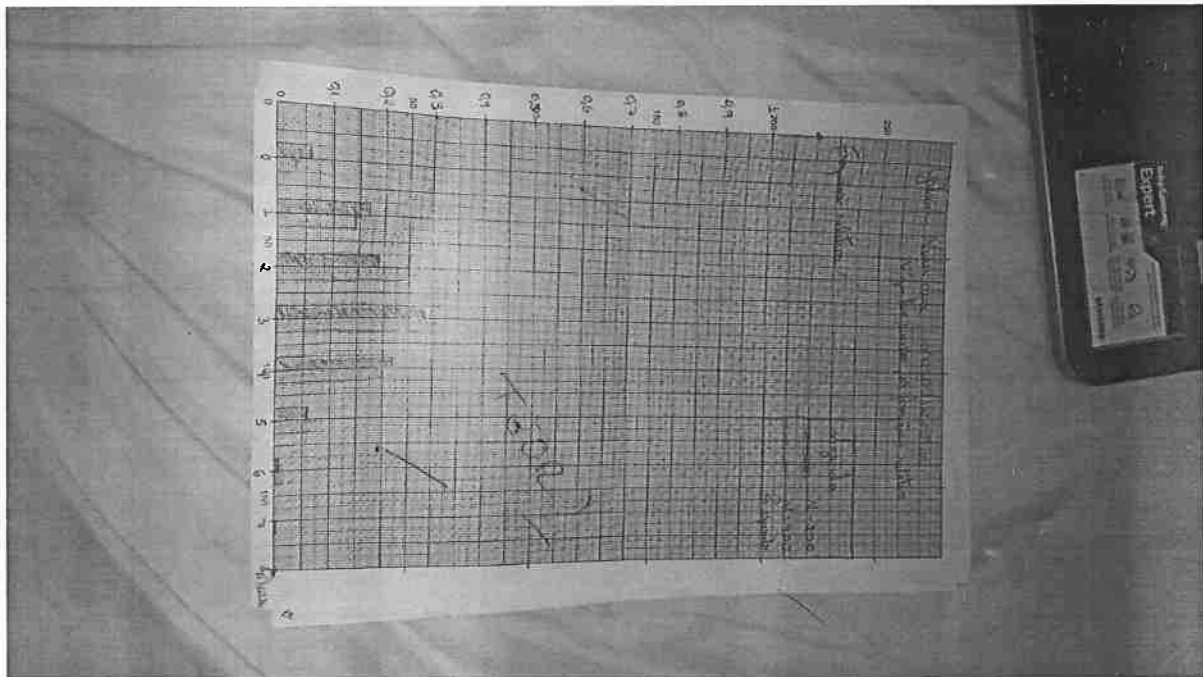
Observando os resultados obtidos através dos dados experimentais, concluímos que com o aumento do número de lançamentos (N) há uma diminuição no valor do desvio padrão da média por conta que a natureza da incerteza, que se mostra mais precisa conforme o aumento no número de vezes que os dados analisados são lançados. Também podemos concluir isso olhando para a equação (4), onde quanto maior for o N menor vai ser o resultado final.

Comparando os histogramas do experimento de 200 jogadas, observamos que não há nenhuma diferença na probabilidade de sucesso experimental perceptível entre os tipos de dados (faces adjacentes e opostas), onde as colunas do histograma de N=200 e N=400 batem muito próxima um do outro, enquanto que o de N=10 e N=50 podemos ver uma grande diferença entre o tamanho das colunas. Sobre o Pn experimental calculado temos os resultados dentro de

algumas flutuações entre 0,3 e 0,4 até mesmo entre os 10 ou 50 vezes jogados, e isso se dá por causa que como ambos os tipos de dados possuem 2 lados de sucessos, as chances dos dois se dá por $\frac{1}{2}$, independente de como estão colocadas as faces de sucesso no cubo.

Quando o Pn esperado da tabela 9 é colocado sobre os histograma de 200 e 400 jogadas (sinalizados com um "X"), vemos que o valor experimental obtido bate com alguns dos valores teóricos como os de $i=4$; $i=5$ e $i=6$. Sobre a tabela de 400 lançamentos em comparação com a de 200, observamos uma diminuição da incerteza dos valores, pois houveram mais dados lançados para serem analisados, fazendo a distribuição comum ser vista mais claramente nos histogramas.





Professor, uma integrante do nosso grupo (Isabela Yummi) aparentemente acabou fazendo a segunda aula com a turma do noturno. Assim não conseguimos os histogramas dela de 10 e 30 lançamentos (o dela era o de faces adjacentes).

Gabriel Xavier Luz 11223931
Giovani Melendes Salvador 11223952

