

## Síntese Experimento 1 - Eventos Aleatórios

Breno Pagotto Aguiar - nº USP: 11298553

Iago Santos Alves - nº USP: 11223701

Turma 1 - Grupo 1

### Descrição Experimental:

O experimento consiste na análise dos resultados obtidos ao se lançar 8 dados simultaneamente, de forma a anotar o número de sucessos atingidos. Porém, os dados possuem 4 faces inteiras brancas e outras 2 com um ponto preto em seu centro. Há dois conjuntos de dados: um deles apresenta dados cujos pontos pretos estão em faces opostas, enquanto o outro conjunto contém dados com os pontos em faces adjacentes/consecutivas. Para melhor análise, os dados foram lançados 10, 50 e 200 vezes. Assim, separou-se os resultados entre esses 3 conjuntos (N=10, N=50, N=200). Além disso, a quantidade de pontos pretos voltados para cima após os lançamentos é denominada de sucesso (i). Isto é, se 5 dados caíram com pontos pretos para cima, o número de sucessos é 5 e o número de fracassos é 3.

Com isso, será possível calcular a frequência relativa para cada número de sucessos i, bem como a probabilidade de sucesso e de fracasso. Esses valores experimentais obtidos serão comparados com os valores teóricos esperados.

### Dados experimentais:

Para os 4 conjuntos estudados (N=10, N=50, N=200 e N=400), a probabilidade de sucesso p esperada equivale a 2/6, ou seja, p=1/3, sendo ela constante. Esse valor é obtido devido ao dado conter 6 faces brancas, sendo que em 2 delas há um ponto preto. Logo, a probabilidade de que uma das 2 faces esteja virada para cima quando o dado é jogado vale 2/6=1/3. Porém, para cada conjunto de dados foi obtido um valor de p, o qual foi encontrado utilizando-se a fórmula a seguir:

$$p_{\text{exp}} = \frac{\sum_{i=0}^n i \cdot f_n(i)}{n}$$

Bem como sua incertezas que foram encontradas a partir do desvio padrão das medidas dividido pela raiz quadrada do número de jogadas. Como expressado pelas fórmulas:

$$\sigma^2 = \sum_{i=0}^n (i - \langle i \rangle)^2 P_n(i) = np(1-p)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

Logo, os valores obtidos para pexp (experimental) encontram-se na tabela:

	pexp
N=10 (opostas)	0,41±0,44
N=10 (adjacentes)	0,38±0,60
N=50 (opostas)	0,28±0,23
N=50 (adjacentes)	0,29±0,23
N=200 (opostas)	0,32±0,12
N=200 (adjacentes)	0,32±0,12
N=400	0,32±0,09

Além disso, foi calculada a probabilidade Pn(i), a qual fornece o valor esperado para a probabilidade de i sucessos. Os valores obtidos foram calculados através da fórmula abaixo:

$$P_n(i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

Nela, n refere-se ao número de dados utilizados (8 dados), i representa o número de sucessos (número de pontos virados para cima ao se jogar os dados) e p a probabilidade de sucesso. Para encontrar Pn(i), multiplica-se o número binomial n por i com o valor de p elevado ao número de sucessos i e com a probabilidade de fracassos (1-p) elevado à quantidade de fracassos (n-i).

Dessa forma, os valores de Pn(i) obtidos para os diferentes i foram:

$$P_8(0) = 0,0390$$

$$P_8(1) = 0,1561$$

$$P_8(2) = 0,2731$$

$$P_8(3) = 0,2731$$

$$P_8(4) = 0,1707$$

$$P_8(5) = 0,0683$$

P8(6) = 0,0171

P8(7) = 0,0024

P8(8) = 0,0002

Para cada conjunto N, foram relacionados os resultados de i, Ni, Fn(i) e Pn(i):

N=10				N=10			
Opostas		Adjacentes		Opostas		Adjacentes	
i	Ni	Fi	Pn esp	i	Ni	Fi	Pn esp
0	0	0,0	0,04	0	0	0,0	0,04
1	1	0,1	0,16	1	2	0,2	0,16
2	3	0,3	0,27	2	3	0,3	0,27
3	1	0,1	0,27	3	1	0,1	0,27
4	2	0,2	0,17	4	1	0,1	0,17
5	3	0,3	0,07	5	2	0,2	0,07
6	0	0,0	0,02	6	1	0,1	0,02
7	0	0,0	0,00	7	0	0,0	0,00
8	0	0,0	0,00	8	0	0,0	0,00

N=20				N=50			
Opostas		Adjacentes		Opostas		Adjacentes	
i	Ni	Fi	Pn esp	i	Ni	Fi	Pn esp
0	2	0,04	0,039	0	2	0,04	0,039
1	17	0,34	0,156	1	8	0,16	0,156
2	8	0,16	0,273	2	19	0,38	0,273
3	14	0,28	0,273	3	14	0,28	0,273
4	7	0,14	0,171	4	6	0,12	0,171
5	2	0,04	0,068	5	1	0,02	0,068
6	0	0,00	0,017	6	0	0,00	0,017
7	0	0,00	0,002	7	0	0,00	0,002
8	0	0,00	0,000	8	0	0,00	0,000

N=200				N=200			
Opostas		Consecutivas		Opostas		Consecutivas	
i	Ni	Fi	Pn esp	i	Ni	Fi	Pn esp
0	9	0,045	0,0390	0	9	0,045	0,0390
1	28	0,140	0,1561	1	28	0,140	0,1561
2	53	0,265	0,2731	2	65	0,325	0,2731
3	66	0,330	0,2731	3	46	0,230	0,2731
4	30	0,150	0,1707	4	35	0,175	0,1707
5	12	0,060	0,0683	5	16	0,080	0,0683
6	2	0,010	0,0171	6	1	0,005	0,0171
7	0	0,000	0,0024	7	0	0,000	0,0024
8	0	0,000	0,0002	8	0	0,000	0,0002

N=400			
i	Ni	Fi	Pn esp
0	18	0,0450	0,03902
1	56	0,1400	0,15607
2	118	0,2950	0,27313
3	112	0,2800	0,27313
4	65	0,1625	0,17071
5	28	0,0700	0,06828
6	3	0,0075	0,01707
7	0	0,0000	0,00244
8	0	0,0000	0,00015

Foi possível calcular as médias dos números de sucessos ( $\langle i \rangle$ ) para cada conjunto de lançamentos segundo a fórmula:

$$\langle i \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N i_k$$

	$\langle i \rangle$
N=10 (opostas)	3,30
N=10 (adjacentes)	3,10
N=50 (opostas)	2,26
N=50 (adjacentes)	2,34
N=200 (opostas)	2,62
N=200 (adjacentes)	2,61

Da mesma forma, calculou-se os desvios padrões experimentais ( $\sigma_{exp}$ ), segundo a equação:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^n (i - \bar{i})^2 N_i$$

Beim como o desvio padrão teórico ( $\sigma$ ) com a seguinte equação :

$$\sigma^2 = \sum_{i=0}^n (i - \bar{i})^2 P_n(i) = np(1-p)$$

Foram também obtidos o desvio padrão da média experimental ( $\sigma_{m_{exp}}$ ) e o desvio padrão da média teórico ( $\sigma_{m_{teórico}}$ ), apartir da mesma fórmula.

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

35/6

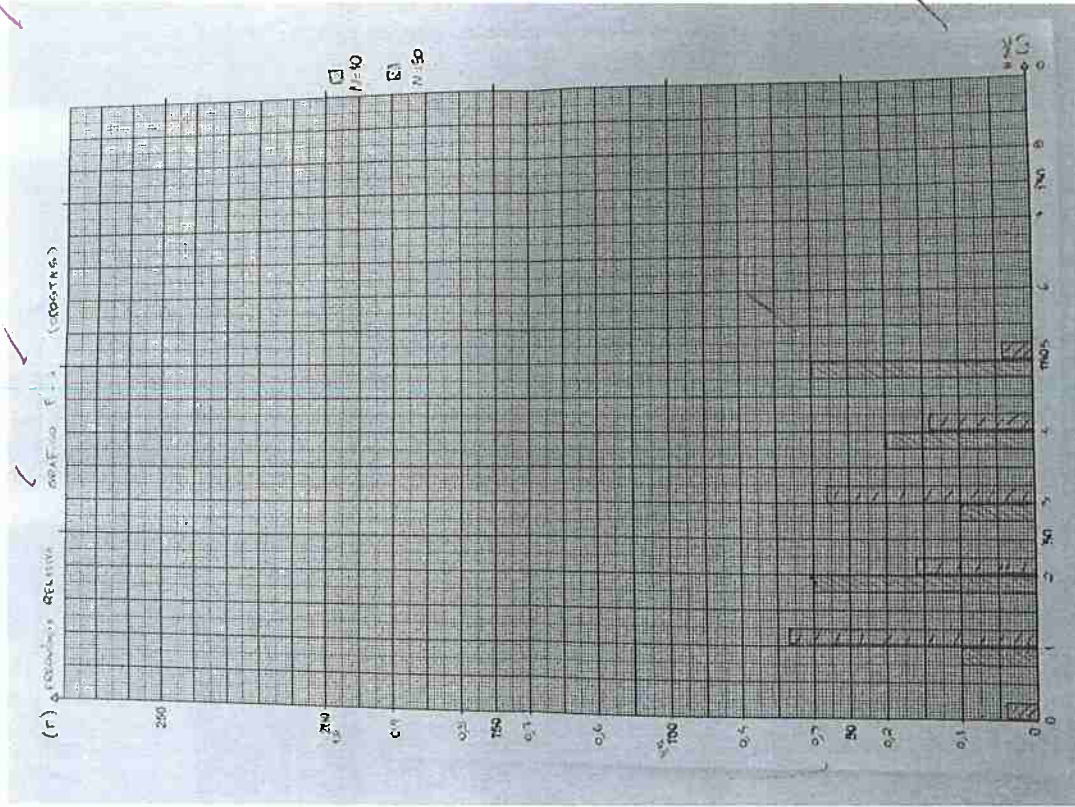
Os dados foram organizados na tabela a seguir:

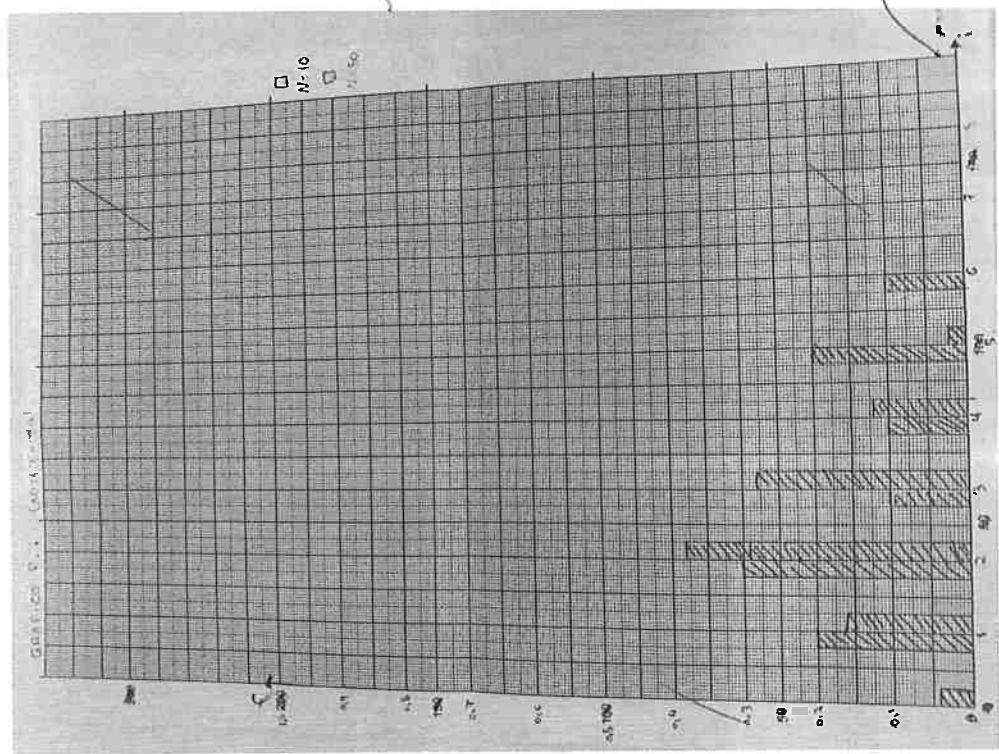
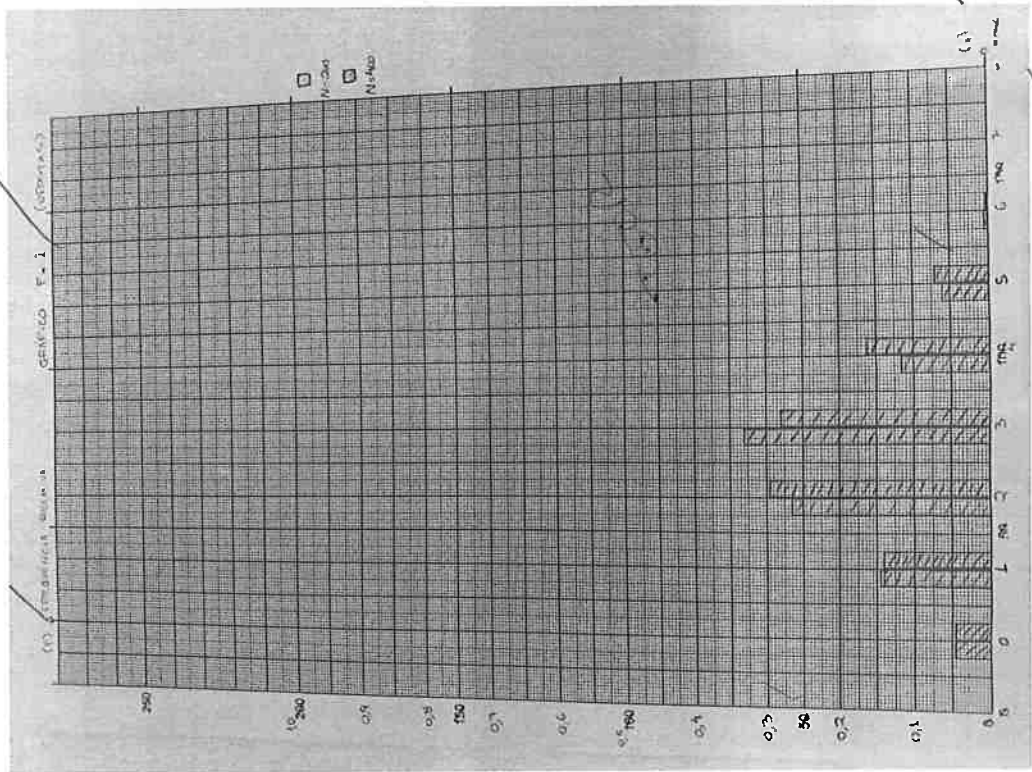
	$\sigma_{m_{exp}}$	$\sigma_{m_{teórico}}$	$\sigma_{m_{teórico}}$
N=10 (opostas)	1,49	0,47	1,33
N=10 (adjacentes)	1,79	0,57	1,33
N=50 (opostas)	1,29	0,18	1,33
N=50 (adjacentes)	1,08	0,15	1,33
N=200 (opostas)	1,25	0,09	1,33
N=200 (adjacentes)	1,50	0,09	1,33

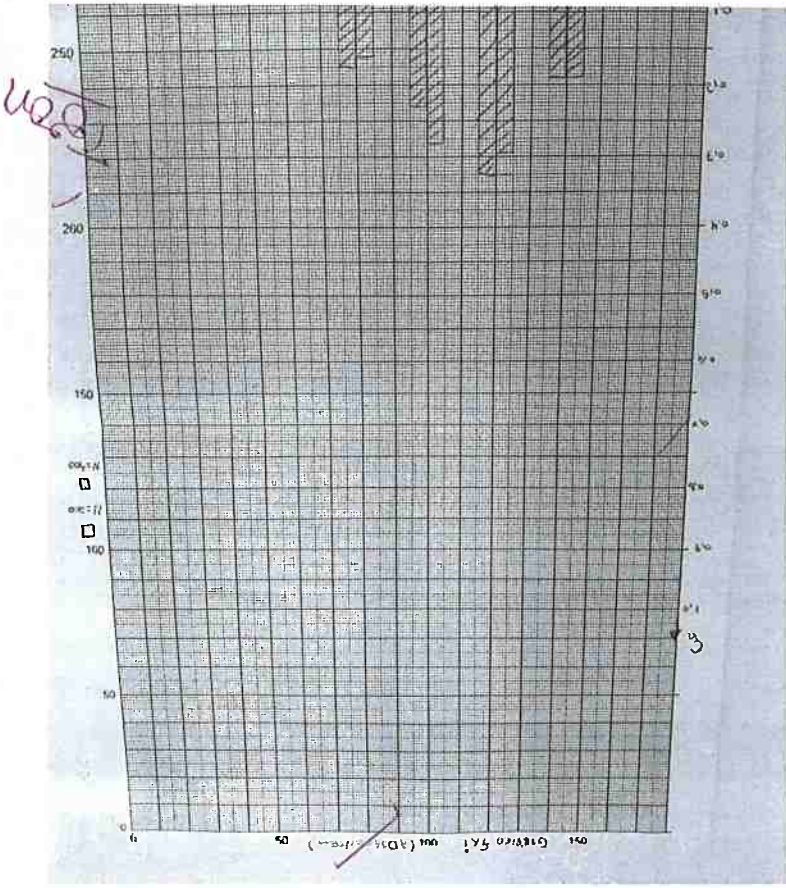
TOTAL

A seguir, seguem os gráficos:

- da frequência relativa em função de I para N=10 e N=50.
- da frequência relativa em função da variável I para N=200 e N=400;







N=50 (opostas)	0,335	1,0
N=50 (adjacentes)	0,38	0,5
N=200 (opostas)	0,33	0,5
N=200 (adjacentes)	0,325	0,5
N=400	0,295	0,5

Observando-se o histograma, nota-se que para N=200, ambos gráficos seguem uma simetria em relação à média. Além disso, nota-se um possível formato triangular em ambos os histogramas, juntamente com o conjunto N=400. Porém, esse formato não é observado para os outros conjuntos (N=10 e N=50).

Forma triangular

Forma triangular  
Teorema de Moivre  
p=0.33

Discussão:

Com os valores de p indicados no item "Dados experimentais" dessa síntese nota-se que todos os valores obtidos com suas incertezas estão compatíveis ao conjunto de valor p esperado.

Além disso, para cada um dos histogramas, encontrou-se valores da média e do desvio padrão, os quais foram anotados na tabela a seguir:

	Média do histograma	$\sigma$ do histograma
N=10 (opostas)	0,3	1,5
N=10 (adjacentes)	0,3	2,0

